

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического факультета
Захаров А.М.



2021 г.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

Специальность

10.05.01 Компьютерная безопасность

Специализация

Математические методы защиты информации

Квалификация выпускника

Специалист по защите информации

Форма обучения

Очная

Саратов,

2021

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Разумовская Е.В.		17.09.21
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		17.09.21
Заведующий кафедрой	Разумовская Е.В.		17.09.21
Специалист Учебного управления	Юшкова И.Ю.		14.09.21

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются:

1. Развитие профессиональных компетенций в области изучения, анализа и применения современных математических теорий по специальности подготовки «Компьютерная безопасность» в соответствии с требованием ФГОС ВО.
2. Формирование у обучающихся навыков владения современным математическим аппаратом, а также аппаратом математического моделирования, что позволяет описывать и анализировать широкий класс физических и информационных систем.
3. Приобретение навыков самостоятельного решения практических задач.
4. Формирование базовых математических представлений о системах обработки, систематизации и хранения данных.
5. Формирование навыков применения современных математических теорий математического анализа в научных исследованиях.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана ООП и направлена на формирование у обучающихся универсальной и общепрофессиональной компетенций. Преподавание дисциплины осуществляется в 1,2,3 и 4 семестрах. Общая трудоёмкость дисциплины составляет 17 зачётных единиц.

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать базовой математической подготовкой и навыками владения современными математическими теориями и вычислительными средствами, иметь представление о математическом моделировании, точных и численных методах решения математических задач и уметь применять их на практике.

Компетенции, сформированные при изучении данной дисциплины, используются при изучении таких дисциплин, как «Теория информации», «Теория кодирования, сжатия и восстановления информации», «Теоретико-числовые методы в криптографии».

Компетенции, сформированные при изучении данной дисциплины, могут быть полезны при изучении таких дисциплин, как «Сложность вычислений», «Программные средства решения математических задач», «Нейронные сети».

3. Результаты обучения по дисциплине «Математический анализ»

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	1.1.УК-1. Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними.	Знать: постановку основных задач элементарной математики; - методы и приемы формализации задач Уметь: – анализировать задачи, выделяя ее базовые составляющие; – осуществлять декомпозицию задачи. Владеть: – навыками анализа задачи с выделением

		ее базовых составляющих.
	<p>1.2.УК-1. Осуществляет поиск алгоритмов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации. Определяет в рамках выбранного алгоритма вопросы (задачи), подлежащие дальнейшей детальной разработке. Предлагает способы их решения.</p>	<p>Знать: - основные источники информации по элементарной математике и ее применению в компьютерных науках. Уметь: – находить и критически анализировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: навыками работы с информацией из различных источников.</p>
	<p>1.3.УК-1. Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности</p>	<p>Знать: – основные задачи математического анализа Уметь: – оценить достоинства и недостатки различных вариантов решения задач при применении математического анализа в математике и компьютерных науках. Владеть: – навыками выбора оптимального решения для поставленной задачи.</p>
<p>ОПК -3 Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной</p>	<p>ОПК-3.1.5 знает основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных; основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; основные методы исследования числовых и</p>	<p>Знать: - основные понятия, теоремы основ математического анализа.</p>

деятельности	функциональных рядов; основные задачи теории функций комплексного переменного; основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения;	
	ОПК-3.2.5 умеет обосновывать основные положения теории пределов и непрерывности функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы дифференциального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных; обосновывать основные методы исследования числовых и функциональных рядов;	Уметь: - применять математический анализ в решении задач профессиональной деятельности.
	ОПК-3.3.5 владеет навыками использования справочных материалов по математическому анализу.	Владеть: - навыками применения математического анализа в решении задач профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 17 зачетных единиц, 612 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	семестр	неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость в часах					Контроль	Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	Практические занятия		ИКР	СР		
					Общая трудоемкость	Из них: практическая подготовка				
1	2	3	4	5	6		7	8		9
1.	Раздел 1. Теория вещественного числа, комплексные числа, векторы	1	1-4	8	8		1	17		Опрос
2.	Раздел 2. Последовательности.	1	5-12	16	16		1	17		Проверка домашнего задания
3.	Раздел 3. Предел функции. Непрерывные функции	1	13-17	10	10		1	17		Коллоквиум
4.	Раздел 4. Дифференциальное исчисление	1	18	2	2		1	17		Контрольная работа №1,

	Промежуточная аттестация	1						36	Экзамен, 1 контр. работа
Итого за 1 семестр – 180ч.				36	36	0	4	68	36
5	Раздел 4. Дифференциальное исчисление	2	1-4	8	8		1	17	Проверка домашнего задания
6.	Раздел 5. Некоторые применения дифференциального исчисления для исследования функций	2	5-8	8	8		1	21	Проверка домашнего задания
7.	Раздел 6. Интегральное исчисление для функций одной переменной	2	9-14	12	12		1	30	Коллоквиум, реферат
8.	Раздел 7. Интегралы, зависящие от параметра	2	15-16	4	4		1	8	Контрольная работа №2,
	Промежуточная аттестация	2							36 Экзамен, 1 контр. работа
Итого за 2 семестр – 180ч.				32	32	0	4	76	36
9.	Раздел 8. Числовые ряды, функциональные последовательности и ряды	3	1-10	20	20		1	10	Реферат
10.	Раздел 9. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.	3	11-16	12	12		2	8	Коллоквиум
11.	Раздел 10. Кратные интегралы	3	17-18	4	4		1	14	Контрольная работа №3
	Промежуточная аттестация	3							36 Экзамен, 1 контр. работа
Итого за 3 семестр - 144ч.				36	36	0	4	32	36
12.	Раздел 10. Кратные интегралы	4	1-3	6	6		1	12	Проверка домашнего задания
13.	Раздел 11. Криволинейные и поверхностные интегралы	4	4-6	6	6			12	Проверка домашнего задания
14	Раздел 12. Интеграл Лебега. Интеграл Стильеса	4	7-12	12	12			6	Проверка домашнего задания
15.	Раздел 13. Элементы теории функций комплексного переменного	4	13-16	8	8		1	12	Контрольная работа №4

	Промежуточная аттестация	4						0	Зачет, 1 контр. работа
Итого за 4 семестр – 108ч.			32	32	0	2	42	0	
Общая трудоемкость дисциплины			612 часов						

Содержание учебной дисциплины 1 семестр

Раздел 1. ТЕОРИЯ ВЕЩЕСТВЕННОГО ЧИСЛА, КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, ВЕКТОРЫ

Определение вещественного числа. Соответствие между числами и точками прямой. Сравнение вещественных чисел. Точные грани числового множества. Арифметические операции. Степени вещественных чисел. Предельные точки числового множества. Теорема Больцано-Вейерштрасса для множеств. Комплексные числа. Модуль и аргумент числа. Три формы записи комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Различные множества точек комплексной плоскости. Векторные пространства.

Раздел 2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Определение числовых последовательностей и подпоследовательностей. Сходящиеся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Верхний и нижний пределы последовательности и их свойства. Теорема Больцано-Вейерштрасса для последовательностей. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. Сходимость ограниченных последовательностей. Замечательные пределы. Последовательности комплексных чисел и векторов.

Раздел 3. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ. НЕПРЕРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ

Способы задания функции. Предел функции по Коши и Гейне и эквивалентность определений. Критерий Коши предела функции в точке. Основные свойства предела функции. Непрерывность функции. Некоторые свойства функций, непрерывных на ограниченном замкнутом множестве. Монотонные функции.

Раздел 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Производная и дифференциал. Свойства производных и дифференциалов для функции одной переменной.

2 семестр

Раздел 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Теоремы Роля, Коши, Лагранжа. Производные и дифференциалы высших порядков для функций одной переменной. Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции нескольких переменных. Условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Обобщение теоремы Лагранжа для функции многих переменных. Независимость от порядка дифференцирования.

Раздел 5. НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ

Возрастание и убывание функции одной переменной. Формула Тейлора. Локальный экстремум – необходимые и достаточные условия. Раскрытие неопределенности. Исследование графика функции. Неявные функции. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум функции нескольких переменных.

Раздел 6. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Суммы Дарбу. Интеграл Дарбу. Условия интегрируемости функций. Классы интегрируемых функций. Основные свойства определенного интеграла. Связь между определенным и неопределенным интегралом. Замена переменной (подстановка) в неопределенном и определенном интеграле. Интегрирование по частям. Несобственные интегралы.

Раздел 7. ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА

Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость по параметру. Интегралы Эйлера и их свойства.

3 семестр

Раздел 8. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ, ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ И РЯДЫ

Числовой ряд, сходимость. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Признаки сходимости числовых рядов. Операции над сходящимися рядами.

Определение и основные свойства функциональных последовательностей. Изменение порядка предельного перехода. Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей. Функциональные ряды. Теорема Арцела. Равномерное приближение заданной функции полиномами.

Раздел 9. РЯДЫ ФУРЬЕ. ИНТЕГРАЛ ФУРЬЕ

Сходимость в среднем. Ряд Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Оценка остатка ряда Фурье. Явление Гиббса. Интеграл Фурье.

Раздел 10. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Измеримые множества по Жордану

4 семестр

Раздел 10. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Понятие кратного интеграла по Риману. Верхние и нижние суммы Дарбу. Условия интегрируемости функций. Основные свойства кратного интеграла. Приведение кратных интегралов к повторным. Замена переменных в кратном интеграле.

Раздел 11. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Кривая в m -мерном пространстве. Криволинейные интегралы. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы. Теоремы Стокса, Гаусса – Остроградского, Грина.

Раздел 12. ИНТЕГРАЛ ЛЕБЕГА

Класс функций L_0 . Нуль-множества. Класс функций L и интеграл Лебега. Интеграл Стильеса и его основные свойства.

Раздел 13. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Дифференцируемость функций комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Элементарные функции комплексного переменного. Интегрирование функций комплексного переменного. Интегральная теорема Коши. Интеграл Коши и интеграл типа Коши. Теорема Мореры. Ряды аналитических функций. Разложение аналитической функции в степенной ряд. Ряд Лорана. Теорема Лорана.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

При реализации различных видов учебной работы (лекции, практические занятия, самостоятельная работа) используются следующие современные образовательные технологии:

- Лекционно – семинарско – зачетная система обучения;
- Информационно – коммуникационные технологии;
- Проектные методы обучения;
- Исследовательские методы в обучении;
- Проблемное обучение.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности «Компьютерная безопасность» реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;
- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов;

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;
- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;
- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Иная контактная работа (ИКР) проводится в форме дополнительных консультаций по обозначенным в планировании учебного материала темам и служит средством активизации исследовательской работы в рамках дисциплины.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30% аудиторных занятий. Занятия лекционного типа для соответствующих групп студентов не могут составлять более 50% аудиторных занятий.

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ и инвалидностью

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидностью используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

А. Важную роль при освоении дисциплины «Математический анализ» играет самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа способствует:

- углублению и расширению знаний;
- формированию интереса к познавательной деятельности;
- овладению приёмами процесса познания;
- развитию познавательных способностей.

Самостоятельная работа студентов имеет главную цель – обеспечение качества подготовки выпускаемых специалистов в соответствии с требованиями основной образовательной программы по специальности «Компьютерная безопасность».

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа на аудиторных занятиях (лекциях, семинарах, коллоквиумах, практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- Работа с конспектами лекций;
- Проработка пройденных лекционных материалов по конспекту лекций, учебникам и пособиям в соответствии с вопросами, предложенными преподавателем;
- Написание рефератов по отдельным разделам дисциплины;
- Подготовка научных докладов и творческих работ;
- Проработка дополнительных тем, не вошедших в лекции, но обязательных согласно учебной программе дисциплины;
- Самостоятельное решение сформулированных задач по основным разделам курса;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Изучение рекомендуемой преподавателем литературы;
- Подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний;
- Выполнение контрольных работ;

В целях фиксации результатов самостоятельной работы студентов по дисциплине проводится аттестация самостоятельной работы студентов. Контроль результатов самостоятельной работы осуществляется преподавателем в течение всего семестра и завершается в период зачётной и экзаменационной сессии перед аттестацией учебной работы студентов по дисциплине.

При освоении дисциплины могут быть использованы следующие формы контроля самостоятельной работы:

- устный опрос;
- реферат;
- проверка домашнего задания;
- коллоквиум;
- контрольная работа;
- другие по выбору преподавателя.

Студент организует самостоятельную работу в соответствии с рабочим учебным планом и графиком, рекомендованным преподавателем. Студент должен выполнить объём самостоятельной работы, предусмотренный рабочим учебным планом, максимально используя возможности индивидуального, творческого и научного потенциала для освоения образовательной программы в целом. Самостоятельная работа должна носить репродуктивный, исследовательский и поисковый характер. Работа, носящая репродуктивный характер, предполагает, что в процессе работы студенты пользуются методическими материалами и пособиями, в которых указывается последовательность изучения материала, обращается внимание на особенности изучения отдельных тем и разделов.

Самостоятельная работа, носящая исследовательский и поисковый характер, нацеливает студентов на самостоятельный выбор способов выполнения работы, на развитие у них навыков творческого мышления, инновационных методов решения поставленных задач.

При выполнении самостоятельной работы студент должен:

1. Внимательно изучить материал, характеризующий курс и тематику самостоятельного изучения, что позволит чётко представить и круг изучаемых тем, и глубину их постижения.

2. Составить подборку литературы, достаточную для изучения предлагаемых тем, поскольку существует список рекомендуемой преподавателем литературы. Они носят рекомендательный характер, что означает, что всегда есть литература, не вошедшая в данный список, но необходимая для освоения темы. При этом следует иметь в виду, что нужна литература разных типов:

- учебники, учебные и учебно – методические пособия;
- первоисточники, к которым относятся оригинальные работы исследователей, разрабатывающих проблемы;
- монографии, сборники научных статей, публикации в журналах, любой эмпирический материал;
- справочная литература – энциклопедии, тематические и терминологические справочники, раскрывающие категории и понятия изучаемой дисциплины.

3. Основное содержание той или иной проблемы следует уяснить, изучая учебную литературу. Работа с учебником требует постоянного уточнения сущности и содержания категорий посредством обращения к энциклопедическим словарям и справочникам.

4. Большинство проблем носит не только творческий характер, но самым непосредственным образом связано с практикой социального развития общества. Это предполагает наличие у студентов не только знания категорий и понятий, но и умения использовать их в качестве инструмента для социальных проблем. Студент должен совершать собственные интеллектуальные усилия, а не только механически заучивать понятия и постулаты.

5. Умение достигать аналитического знания жизненных закономерностей предполагает у студента наличие мировоззренческой культуры. Формулирование выводов происходит, прежде всего, в процессе творческой дискуссии, проходящей с соблюдением методологических требований к научному познанию.

Темы рефератов:

- Геометрические и механические приложения определенного интеграла;
- Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды;
- Степенные ряды. Их свойства, применение в задачах вычислительной и компьютерной математики.
- Ряды Фурье.

План самостоятельной работы студентов

Раздел 1. Теория вещественного числа, комплексные числа, векторы

Студенты должны познакомиться дополнительно с теориями вещественного числа Кантора и алгебраической. Сопоставить введение порядковых и арифметических операций в этих теориях. Доказать самостоятельно свойства верхних и нижних граней числового множества. Разобрать различие и сходство определений окрестности, открытых множеств, арифметических операций в пространствах векторов и на комплексной плоскости.

Раздел 2. Последовательности.

Студенты должны разобрать связи между сходимостью и ограниченностью числовых последовательностей и подпоследовательностью. Доказать самостоятельно ряд предложенных замечательных пределов. Перенести введенные понятия для вещественной прямой на последовательности и ряды комплексных чисел и векторов. Изучить связь сходимости комплексных чисел со сходимостью последовательностей их вещественных и мнимых частей.

Раздел 3. Предел функции. Непрерывные функции

Доказать самостоятельно связь односторонних пределов функции в точке с пределом функции в точке и связь предела функции многих переменных в данном направлении с пределом функции. Изучить операции над символами Ландау. Отработать

классификацию точек разрыва на функциях различных типов. Разобрать связь между равномерной непрерывностью и непрерывностью функций на множестве. Доказать самостоятельно замечательные пределы.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление

Следуя определениям и теоремам о свойствах дифференцируемых функций студенты должны самостоятельно вывести основные табличные производные. Отработать задачи на геометрический смысл производной и дифференциала. Разобрать причины различия связи между дифференцируемостью и существованием производной для функций одной и многих переменных. Разобрать на примерах понятие односторонних производных и производных по направлению. Доказать самостоятельно формулу Лейбница и вывести ряд формул производной любого порядка некоторых элементарных функций. Рассмотреть различные виды остаточного члена формулы Тейлора.

Раздел 5. Некоторые применения дифференциального исчисления для исследования функций

Отработать применение правила Лопиталья. Провести исследование графика предложенной функции. Использовать приближенные методы вычисления корней для решения уравнений. Построить по данной таблице интерполяционный многочлен Лагранжа и оценить его погрешность.

Раздел 6. Интегральное исчисление для функций одной переменной

Изучить недостатки интеграла Ньютона-Лейбница. Разобрать интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций. Интегралы, сводящиеся к интегралам от рациональных функций. Приближенные формулы для вычисления определенных интегралов. Разобрать признаки сходимости несобственных интегралов для интегралов различных типов. Определенный и неопределенный интегралы для комплекснозначных и вектор-функций.

Раздел 7. Интегралы, зависящие от параметра

Изучить и доказать самостоятельно свойства интегралов Эйлера.

Раздел 8. Числовые ряды, функциональные последовательности и ряды

Изучить дополнительные признаки сходимости числовых рядов – Жаме, Жуковского и др. Изучить дополнительные признаки сходимости функциональных рядов. Теорема Арцела для функциональных последовательностей комплекснозначных функций и вектор-функций. Функциональные ряды комплекснозначных функций и вектор-функций.

Раздел 9. Ряды Фурье. Интегралы Фурье

Студенты должны изучить дополнительно свойства ряда Фурье, ряды Фурье по различным системам ортонормированных функций. Разобрать дискретное преобразование Фурье и его свойства.

Раздел 10. Кратные интегралы

Замена переменных в кратном интеграле: переход к цилиндрическим и сферическим координатам.

Раздел 11. Криволинейные и поверхностные интегралы

Студенты должны изучить физический смысл криволинейных и поверхностных интегралов.

Раздел 12. Интеграл Лебега. Интеграл Стильеса

Студенты должны изучить основные различия мер Жордана и Лебега. Сравнить интегралы Римана, Ньютона – Лейбница и Лебега. Доказать самостоятельно критерий интегрируемости функции по Стильесу.

Раздел 13. Элементы теории функций комплексного переменного –

Рассмотреть различие между дифференцируемостью функции двух переменных и функции комплексного переменного. Уяснить смысл конформного отображения 1 и 2 рода. Самостоятельный разбор доказательства интегральной теоремы Коши. Области сходимости ряда Лорана в конечной и бесконечной точке. Главная и правильная часть ряда Лорана. Классификация изолированных особых точек через ряды Лорана.

Б. Текущая успеваемость обучающихся контролируется с помощью проведения контрольных работ.

Примеры контрольных работ по дисциплине.

В контрольных работах указываются конкретные индивидуальные наборы заданий, примерный вид которых приведен ниже.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

1. Доказать утверждение ММИ:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 + \dots + (n+1)(3n-1) = \frac{n(2n^2 + 5n + 1)}{2}.$$

2. Найти $\sup A$, $\inf A$, где $A = \{13.9, 13.99, 13.999, 13.9999, \dots\}$.

3. Найти пределы последовательностей:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+5)(2n-1)(n^2+12)}{(6n^3+17)(3n+7)}; \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+6}\right)^{2n}.$$

4. Найти верхний и нижний пределы последовательности

$$x_n = \frac{(-1)^{n+3}}{2n+6}.$$

5. Найти пределы функций:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}; \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+2}}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 5x}; \quad d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^x - 1}{x}.$$

6. Исследовать функцию $f(x) = \frac{\sin \pi x}{\sin x}$ на непрерывность.

7. Доказать, что полное приращение и дифференциал линейной функции совпадают.

8. Найти

$$a) \frac{d}{dx} (\sin x^x); \quad b) y' : y \cdot e^x + \frac{x}{y} + 5x = 0; \quad c) \frac{dy}{dx} : \begin{cases} x = 5 \cos t, \\ y = 3 \sin t. \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2.

1. Построить графики следующих функций :

a) $y = \frac{(x^2-5)^3}{125}$ б) $y = \sin x + \cos x,$

2. Вычислить с использованием правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

3. Написать формулу Тейлора третьего порядка для $\operatorname{tg} x$ в точке $a=0$.

4. Найти

a) $\frac{\partial}{\partial x} \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right);$ б) $\frac{\partial^2}{\partial y^2} (x^y);$ в) $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} : 6x^2 - 12xz + 15y^3 + \frac{x}{zy} = 0.$

5. Найти

a) $\int \operatorname{tg}^2 x \, dx;$ б) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin x}} \, dx;$ в) $\int \frac{dx}{e^x + 1};$ г) $\int x^2 \cos 2x \, dx;$ д) $\int \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt[4]{x} - 1} \, dx.$

6. Найти

а) площадь, ограниченную кривой $y = \ln x$, осью абсцисс и прямой $x = e;$

в) длину всей кардиоиды $r = a(1 + \cos \varphi);$

с) объем тела, образуемого вращением фигуры, ограниченной одной полувошной синусоиды $y = \sin x$ и отрезком оси абсцисс $[0; \pi]$, вокруг оси абсцисс.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

1. Исследовать сходимость числовых рядов

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{\sqrt[3]{n^4 + 2}};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{2^n}};$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{6n-5};$

2. Найти область сходимости функциональных рядов

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n};$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{(x-2)^n};$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n};$ г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^x};$

3. Разложить функции в ряд Тейлора по степеням x

a) $\frac{2x}{(1-x)^2}$; b) $\sin^2 x$; c) $\ln \frac{1+x}{1-x}$; d) $\operatorname{arctg} x$;

4. Разложить функции в ряд Фурье в указанном интервале

a) $f(x) = \pi - x$ $(-\pi; \pi)$; b) $f(x) = |x|$ $(-1; 1)$;

5. Записать равенство Парсеваля для $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$.

6. Разложить функцию $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, заданную на полупериоде $(0; \pi)$ в ряд Фурье

a) по синусам;

в) по косинусам.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

1. Вычислить

$$\iint_D x \, dx \, dy,$$

где область интегрирования ограничена прямой, проходящей через точки $A(2;0)$, $B(0;2)$ и дугой окружности с центром в точке $C(0;1)$ радиуса 1.

2. Переходя к полярным координатам, вычислить двойной интеграл

$$\iint_D y \, dx \, dy,$$

где область интегрирования – полукруг диаметра 4, с центром в точке $C(2,0)$.

3. Найти

a) площадь, ограниченную параболой $y = x^2$ и прямой $y = x + 2$;

в) объем тела, ограниченного цилиндром $x^2 + z^2 = a^2$ и плоскостями $y = 0, z = 0, y = x$.

4. Изобразить множество точек $\{1 < |z| < 2, 0 < \operatorname{arg} z < \pi/4\}$ на комплексной плоскости.

6. Найти все конечные изолированные особые точки однозначного характера

$$f(z) = \frac{z}{e^z + 1};$$

7. Разложить функции в ряд Лорана в указанном кольце

$$a) \frac{z}{z^2 + 1} \quad 0 < |z| < 1; \quad b) \frac{z^3}{z - 2} \quad 2 < |z| < \infty;$$

В. Работа студента на практических занятиях оценивается преподавателем, ведущим эти занятия.

Примерный план практических занятий

1. Метод ММИ.
2. Точные верхние и нижние грани множества.
3. Операции с комплексными числами. Формула Муавра.
4. Предел последовательности.
5. Критерий Коши. Верхний и нижний пределы последовательности.
6. Вычисление пределов, замечательные пределы.
7. Предел функции.
8. Непрерывность функции.
9. Производная и дифференциал.
10. Производные особо заданных функций.
11. Частные производные.
12. Частные производные и дифференциалы сложных и неявных функций.
13. *Контрольная работа №1.*
14. Построение графиков функций.
15. Правило Лопиталья.
16. Формула Тейлора.
17. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
18. Локальный экстремум.
19. Условный экстремум.
20. Нахождение первообразных.
21. Вычисление определенных интегралов.
22. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. *Контрольная работа №2*
24. Дифференцирование и интегрирование интегралов, зависящих от параметра.
25. Интегралы Эйлера.
26. Исследование сходимости знакопостоянных числовых рядов.
27. Исследование сходимости знакопеременных числовых рядов.
28. Области сходимости функциональных рядов.
29. Степенные ряды.
30. Разложение в ряды Тейлора.
31. Разложение функций в ряд Фурье.
32. *Контрольная работа №3*
33. Вычисление кратных интегралов в декартовых координатах.
34. Вычисление кратных интегралов в полярных координатах.
35. Криволинейные интегралы.
36. Поверхностные интегралы.
37. Интегралы Лебега и Стильеса.
38. Элементарные функции комплексного переменного.
39. Дифференцируемость в комплексном смысле.
40. Разложение в ряд Лорана.
41. Изолированные особые точки
42. *Контрольная работа №4*

Г. Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины по данному курсу является экзамен или теоретический зачёт, который проводится в форме беседы с преподавателем и сопровождается решением практических задач. Экзаменационная оценка выставляется по итогам практических занятий и по итогам собеседования с экзаменатором.

При этом оценка «отлично» выставляется в случае полного развёрнутого ответа по заданным вопросам, если ответы содержат элементы творческого осмысления изученного материала. Оценка «хорошо» ставится в случае, если студент уверенно владеет излагаемым материалом, но испытывает определённые трудности в применении знаний при решении конкретных, не рассматриваемых на практических занятиях, задач. Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае формального владения студентом излагаемым материалом. При этом основные понятия, категории и определения дисциплины студент обязан уверенно знать. В остальных случаях ставится оценка «неудовлетворительно».

Список вопросов к экзамену (зачету)

1 семестр

- * Определение вещественного числа. Соответствие между числами и точками прямой. Сравнение вещественных чисел.
- * Точные грани числового множества. Теорема о существовании верхней грани.
- * Арифметические операции над вещественными числами. Степени вещественных чисел.
- * Предельные точки числового множества. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
- * Комплексные числа. Модуль, аргумент комплексного числа. Свойства модуля.
- * Векторные пространства. Неравенство Коши – Буняковского. Норма вектора, свойства нормы.
- * Определение числовых последовательностей и подпоследовательностей. Сходящиеся последовательности. Частичные пределы. Условие существования частичных пределов.
- * Свойства сходящихся последовательностей.
- * Критерий Коши.
- * Последовательности комплексных чисел и векторов. Связь сходимости комплексных чисел со сходимостью последовательностей вещественных чисел.
- * Определение предела функции в точке по Коши и по Гейне. Теорема об эквивалентности определений предела Коши и Гейне.
- * Критерий Коши существования предела функции в точке.
- * Односторонние пределы. Предел функции многих переменных в данном направлении. Связь односторонних пределов с пределом функции в точке.
- * Порядок роста, порядок малости функции и их свойства.
- * Свойства предела функции.
- * Определение непрерывной в точке функции. Точка разрыва. Классификация точек разрыва. Свойства функций непрерывных в точке.
- * Определение равномерно непрерывной на множестве функции. Теорема о функции непрерывной на ограниченном замкнутом множестве.
- * Теорема о промежуточных значениях непрерывной на сегменте функции.
- * Монотонные функции. Свойства монотонных функций.
- * Определение производной функции в точке. Определение дифференцируемости функции в точке. Связь производной и дифференцируемости, дифференцируемости и непрерывности.
- * Свойства производных и дифференциалов для функции одной переменной.
- * Производные и дифференциалы высших порядков для функций одной переменной.

2 семестр

- * Возрастание и убывание в точке функции одной переменной. Локальный экстремум.
- * Условия дифференцируемости функции нескольких переменных.
- * Дифференцирование сложной функции.
- * Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции нескольких переменных. Независимость от порядка дифференцирования.
- * Формула Тейлора.
- * Правило Лопиталья.

- * Исследование графика функции.
- * Неявные функции.
- * Локальный экстремум функции нескольких переменных.
- * Условный экстремум функции нескольких переменных.
- * Неопределенный интеграл и его свойства. Определенный интеграл.
- * Суммы Дарбу. Интегралы Дарбу. Условия интегрируемости функций.
- * Основные свойства определенного интеграла.
- * Связь между определенным и неопределенным интегралом. Замена переменной (подстановка) в неопределенном и определенном интеграле. Интегрирование по частям.
- * Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
- * Интегралы, зависящие от параметров. Непрерывность интеграла, зависящего от параметров.
- * Дифференцирование интеграла, зависящего от параметра (3 случая).
- * Интегрирование интеграла по параметру.
- * Несобственный интеграл, зависящий от параметра. Сходимость. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости.
- * Непрерывность и дифференцирование несобственного интеграла, зависящего от параметра
- * Интегрирование несобственного интеграла по параметру.

3 семестр

- * Числовые ряды. Сходимость числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
- * Абсолютная и условная сходимость. Признаки абсолютной сходимости ряда. Признак Лейбница
- * Определение и основные свойства функциональных последовательностей.
- * Почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей.
- * Функциональные ряды. Теорема Арцела.
- * Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара.
- * Приближение заданной функции с помощью дельтообразных последовательностей.
- * Равномерное приближение заданной функции полиномами. (2 теоремы Вейерштрасса).
- * Функциональные последовательности комплекснозначных функций и вектор-функций.
- * Сходимость в среднем. Приближение заданной функции с помощью непрерывной.
- * Ряд Фурье.
- * Сходимость ряда Фурье в точке.
- * Оценка остатка ряда Фурье.
- * Интеграл Фурье.
- * Измеримые множества (по Жордану).

4 семестр

- * Понятие кратного интеграла (по Риману). Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства.
- * Условия интегрируемости функций.
- * Основные свойства кратного интеграла.
- * Приведение кратных интегралов к повторным.
- * Замена переменных в кратном интеграле.
- * Кривая в m -мерном пространстве. Криволинейные интегралы.
- * Гладкая поверхность. Площадь поверхности.
- * Поверхностные интегралы I и II рода.
- * Формула Гаусса-Остроградского.
- * Формула Стокса.
- * Класс функций L_0
- * Нуль-множества

- * Класс функций L и интеграл Лебега
- * Интеграл Стильеса и его основные свойства
- * Предел и непрерывность функций комплексного переменного.
- * Дифференцируемость функции комплексного переменного. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости, условия Коши – Римана.
- * Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
- * Элементарные функции комплексного переменного и их свойства.
- * Интеграл от функции комплексного переменного.
- * Интегральная теорема Коши.
- * Интегральная формула Коши.
- * Ряд Тейлора и неравенство Коши
- * Ряд Лорана и его область сходимости.
- * Классификация изолированных особых точек.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

В 1-3 семестрах предусмотрена аттестация «экзамен», в 4 семестре – «зачет».

ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ «ЭКЗАМЕН»

Таблица 1. 1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	10	0	15	10	0	25	40	100
2	10	0	15	10	0	25	40	100
3	10	0	15	10	0	25	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента 1-3 семестры

Лекции – от 0 до 10 баллов

Посещение лекционных занятий.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Выполнение *контрольной работы* – 15 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;

- от 76% до 100% – 15 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 10 баллов

Выполнение индивидуальных заданий от 0 до 10 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Автоматизированное тестирование не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 25 баллов

Виды учебной деятельности: коллоквиум, опросы – от 0 до 25 баллов.

20-25 баллов – ответ на «отлично»

12-19 баллов – ответ на «хорошо»

8-11 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-7 баллов – неудовлетворительный ответ.

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

36-40 баллов – ответ на «отлично»

27-35 баллов – ответ на «хорошо»

22-26 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-21 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за каждый (1.2.3) семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет **100** баллов.

Таблица 2.2 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (экзамен):

90 баллов и более	«отлично»
80-89 баллов	«хорошо»
65-79 баллов	«удовлетворительно»
0-64 баллов	«неудовлетворительно»

ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ «ЗАЧЕТ»

Таблица 1.1 Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
4	10	0	15	10	0	25	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента 4 семестр

Лекции – от 0 до 10 баллов

Посещение лекционных занятий от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия – от 0 до 15 баллов

Выполнение *контрольной работы* – 15 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 15 баллов.

Самостоятельная работа – от 0 до 10 баллов

Выполнение индивидуальных заданий от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 2 баллов;
- от 51% до 75% – 4 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Автоматизированное тестирование

Автоматизированное тестирование не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности – от 0 до 25 баллов

Виды учебной деятельности: коллоквиум, опросы – от 0 до 25 баллов.

20-25 баллов – ответ на «отлично»

12-19 баллов – ответ на «хорошо»

8-11 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-7 баллов – неудовлетворительный ответ.

Промежуточная аттестация – *зачет* – от 0 до 40 баллов

36-40 баллов – ответ на «отлично» / «зачтено»

27-35 баллов – ответ на «хорошо» / «зачтено»

22-26 баллов – ответ на «удовлетворительно» / «зачтено»

0-21 баллов – неудовлетворительный ответ / «не зачтено».

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 4 семестр по дисциплине «Математический анализ» составляет **100** баллов.


Таблица 2.1 Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку (зачет):

65 и более	«зачтено»
0-64 баллов	«не зачтено»

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) литература:

1. *Б.П.Демидович.* Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М. : АСТ : Астрель, 2010.
2. *Л.Д.Кудрявцев.* Краткий курс математического анализа. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009 –Т.1 . - ISBN 978-5-9221-0183-7.
3. *А.Ф.Бермант, И.Г.Араманович* Краткий курс математического анализа. "Лань"Издательство: 2010. 16-е изд. 736. 978-5-8114-0499-5ISBN:
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2660



в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. *А.Ф.Бермант, И.Г.Араманович* Краткий курс математического анализа. "Лань"Издательство: 2010. 16-е изд. 736. 978-5-8114-0499-5ISBN:
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2660

Лицензионное программное обеспечение:

1. операционная система Windows 7, или более поздняя версия
2. Microsoft Office Word,
3. Microsoft Office Excel,
4. Microsoft Office PowerPoint.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционная аудитория с возможностью демонстрации электронных презентаций при уровне освещения, достаточном для работы с конспектом

Программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности **10.05.01 «Компьютерная безопасность»**, специализация подготовки **«Математические методы защиты информации»**.

Автор

Кандидат физико-математических наук, доцент Е.В.Разумовская

Программа одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 2 от 17 сентября 2021г.