

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«САРАТОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан механико-математического факультета
Захаров А.М.

"27" сентября 2019 г.

Рабочая программа дисциплины

Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки бакалавриата
09.03.02 - Информационные системы и технологии

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Саратов,
2019

Статус	ФИО	Подпись	Дата
Преподаватель-разработчик	Тимофеев В.Г.		27.09.19
Председатель НМК	Тышкевич С.В.		27.09.19
Заведующий кафедрой	Прохоров Д.В.		27.09.19
Специалист Учебного управления			

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного» являются:

1. Ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы теории функций комплексного переменного.

2. Получение обучающимися знаний по теории функций комплексного переменного, необходимых для понимания её приложений к математическим и прикладным дисциплинам (таким, как математический анализ, дифференциальные уравнения, гидро- и аэродинамика, теория элементарных частиц, теоретическая физика и другим).

3. Приобретение навыков самостоятельного решения практических задач.

4. Ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части блока «Дисциплины (модули)» (Б.1). Преподавание дисциплины осуществляется в 3 семестре. Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётных единицы.

Для усвоения дисциплины обучаемый должен обладать базовой математической подготовкой и навыками владения современными математическими теориями аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, иметь представление о математическом моделировании, точных и численных методах решения математических задач и уметь применять их на практике. Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» тесно связана с такими дисциплинами учебного плана как «Математика» «Общая физика», «Методы научных исследований в естествознании», «Модели и уравнения физики открытых систем», «Теория колебаний», «Теория динамических систем» и многими другими, изучение которых сопровождают изучение данной дисциплины, а также опираются на неё.

3. Результаты обучения по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора (индикаторов) достижения компетенции	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования,	ИД-1ОПК-1-знать: основы математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать: основы теории функций комплексного переменного; - методы и приемы формализации задач

<p>теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности</p>	<p>ИД-2ОПК-1-уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования</p> <p>ИД-3ОПК-1-иметь навыки: теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности</p>	<p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – анализировать задачи комплексного анализа, выделяя ее базовые составляющие; – решать основные задачи комплексного анализа. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками исследования задачи комплексного анализа, с выделением ее базовых составляющих.
<p>ОПК-8. Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем</p>	<p>ИД-1ОПК-8-знать: математику, методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем, инструментальные средства моделирования и проектирования</p> <p>ИД-2ОПК-8-уметь: проводить моделирование процессов и систем с применением современных инструментальных средств</p> <p>ИД-3ОПК-8-иметь навыки: моделирования и проектирования информационных и автоматизированных систем</p>	<p>Знать: определение и арифметические операции с комплексными числами, формы представления, геометрический смысл; дифференцируемость, аналитичность, однолиственность функций комплексного переменного; элементарные отображения; интегралы от функций комплексного переменного; разложение в ряды Тейлора и Лорана; особые точки; теорию вычетов.</p> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – строить модели для решения задач комплексного анализа; – рассматривать различные методы решения задач комплексного анализа. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – навыками построения моделей задач комплексного анализа с выбором оптимального метода решения.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачётных единицы, 108 часа.

№ п/п	Раздел дисциплины	семестр	неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоёмкость в часах				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекц	Прак	СРС	контро	
1	2	3	4	5	6	8	8	9
1.	Раздел 1. Поле комплексных чисел	3	1	1	1	3		Опрос
2.	Раздел 2. Аналитические функции и их свойства	3	1-2	2	2	3		Беседа, вопросы
3.	Раздел 3. Дробно-линейная функция	3	3-4	2	1	3		Проверка домашнего задания
4.	Раздел 4. Степенная и показательная функция	3	5-6	1	1	3		Беседа, вопросы
5.	Раздел 5. Функция Жуковского	3	7-8	2	2	3		Индивидуальное задание
6.	Раздел 6. Тригонометрические функции	3	9	1	1	3		Проверка домашнего задания Контрольная работа
7.	Раздел 7. Интеграл от функции комплексного переменного	3	10-11	2	2	3		Беседа, вопросы
8.	Раздел 8. Ряды аналитических функций	3	12-13	2	1	3		Беседа, вопросы
9.	Раздел 9. Ряд Тейлора	3	13-14	1	1	3		Проверка домашнего задания
10.	Раздел 10. Ряд Лорана	3	14-15	2	2	3		Беседа, вопросы
11.	Раздел 11. Изолированные особые точки. Вычеты.	3	15-16	1	2	3		Индивидуальное задание
12.	Раздел 12. Приложения теории вычетов	3	17-18	1	2	3		Контрольная работа
Промежуточная аттестация Всего за 3 семестр - 108		3		18	18	36	36	Экзамен, 2 контр.работы
Общая трудоёмкость дисциплины				108 часов				

Содержание учебной дисциплины 3 семестр

Раздел 1. ПОЛЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Комплексные числа и операции над ними. Геометрическое изображение числа. Формы записи комплексного числа. Понятие модуля, аргумента, сопряжения числа. Свойства. Геометрическая интерпретация. Формулы Муавра.

Раздел 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА

Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости, условия Коши – Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Конформное отображение.

Раздел 3. ДРОБНО-ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

Дробно – линейная функция. Дифференцируемость, конформность, групповое свойство, круговое свойство. Композиции отображений. Сохранение симметричных точек. Инвариантность двойного (ангармонического) отношения.

Раздел 4. СТЕПЕННАЯ И ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ

Степенная функция и её свойства. Показательная функция и её свойства.

Раздел 5. ФУНКЦИЯ ЖУКОВСКОГО

Функция Жуковского, её свойства, гидродинамический смысл.

Раздел 6. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Тригонометрические функции.

Раздел 7. ИНТЕГРАЛ ОТ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Интеграл от функции комплексного переменного. Условия существования. Свойства. Интегральная теорема Коши. Интегральная теорема Коши для составного контура. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. Теорема Морера.

Раздел 8. РЯДЫ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Степенные ряды. Теорема об аналитичности суммы степенного ряда. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

Раздел 9. РЯД ТЕЙЛОРА

Ряд Тейлора. Теорема о разложении аналитической в области функции в ряд Тейлора. Неравенства Коши оценки коэффициентов ряда Тейлора.

Раздел 10. РЯД ЛОРАНА

Ряд Лорана. Теорема Лорана.

Раздел 11. ИЗОЛИРОВАННЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ. ВЫЧЕТЫ.

Понятие правильной и особой, изолированной особой точек. Классификация изолированных особых точек. Вычет в конечной изолированной особой точке. Вычеты в бесконечности. Способы вычисления вычетов. Основная теорема о вычетах. Логарифмический вычет.

Раздел 12. ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЫЧЕТОВ

Принцип аргумента. Теорема Руше. Основная теорема алгебры. Приложение вычетов к вычислению интегралов.

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

При реализации различных видов учебной работы (лекции, лабораторные работы, самостоятельная работа) используются следующие современные образовательные технологии:

- Лекционно – семинарско – зачетная система обучения;
- Информационно – коммуникационные технологии;
- Проектные методы обучения;
- Исследовательские методы в обучении;
- Проблемное обучение.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки «Прикладные математика и физика» реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (мозговой штурм, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами, сочетание аналитических расчетов с компьютерной графикой результатов отображений) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

6. Учебно–методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Важную роль при освоении дисциплины «Теория функций комплексного переменного» играет самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа способствует:

- углублению и расширению знаний;
- формированию интереса к познавательной деятельности;
- овладению приёмами процесса познания;

- развитию познавательных способностей.

Самостоятельная работа студентов имеет главную цель – обеспечение качества подготовки выпускаемых специалистов в соответствии с требованиями основной образовательной программы по направлению подготовки бакалавров «Информационные системы и технологии».

К самостоятельной работе относятся:

- самостоятельная работа на аудиторных занятиях (лекциях, семинарах, коллоквиумах, практических занятиях);
- внеаудиторная самостоятельная работа.

В процессе обучения предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающегося:

- Проработка пройденных лекционных материалов по конспекту лекций, учебникам и пособиям в соответствии с вопросами, предложенными преподавателем;
- Выполнение домашних работ;
- Проработка дополнительных тем, не вошедших в лекции, но обязательных согласно учебной программе дисциплины;
- Самостоятельное решение сформулированных задач по основным разделам курса;
- Подготовка к практическим и семинарским занятиям;
- Изучение обязательной и дополнительной литературы;
- Подготовка к текущему и промежуточному контролю знаний.

В целях фиксации результатов самостоятельной работы студентов по дисциплине проводится аттестация самостоятельной работы студентов. Контроль результатов самостоятельной работы осуществляется преподавателем в течение всего семестра и завершается в период зачётной и экзаменационной сессии перед аттестацией учебной работы студентов по дисциплине.

При освоении дисциплины могут быть использованы следующие формы контроля самостоятельной работы:

- устный опрос;
- контрольная работа;
- другие по выбору преподавателя.

Студент организует самостоятельную работу в соответствии с рабочим учебным планом и графиком, рекомендованным преподавателем. Студент должен выполнить объём самостоятельной работы, предусмотренный рабочим учебным планом, максимально используя возможности индивидуального, творческого и научного потенциала для освоения образовательной программы в целом. Самостоятельная работа должна носить репродуктивный, исследовательский и поисковый характер. Работа, носящая репродуктивный характер, предполагает, что в процессе работы студенты пользуются методическими материалами и пособиями, в которых указывается последовательность изучения материала, обращается внимание на особенности изучения отдельных тем и разделов.

Самостоятельная работа, носящая исследовательский и поисковый характер, нацеливает студентов на самостоятельный выбор способов выполнения работы, на развитие у них навыков творческого мышления, инновационных методов решения поставленных задач.

План самостоятельной работы

1. Понятие аналитической функции действительного переменного. Переход к комплексной переменной. Предмет теории аналитических функций и роль её в математике и приложениях. (2б, Введение).
2. Комплексные числа, действия над ними. Их геометрическое изображение на плоскости и сфере. Бесконечно удаленная точка. (1б, гл.1, §1,2).
3. Множества точек на плоскости: открытые, замкнутые, связные. Путь, кривая, область, граница области. Теория пределов: сходящиеся последовательности и ряды комплексных чисел. (1б, гл.1, §1,2,3,4).
4. Функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность, равномерная непрерывность. (1б, гл.2, §1; 2б, гл.2, §1-4).
5. Понятие производной и дифференциала. Необходимое и достаточное условие существования производной. (1б, гл.2, §1,4; 2б, гл.2, §5-7).
6. Аналитическая функция. Её вещественная и мнимая части как сопряжённые гармонические функции. (2б, гл.2, §13,14; 1б, гл.2, §4,5).
7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. (2б, гл.2, §8-11).
8. Элементарные функции. Свойства дробно – линейного отображения. (1б, гл.3, §1; 2б, гл.3, §4-9).
9. Приложение аналитических функций к решению прикладных задач. (1б, гл.3, §3; 2б, гл.3, §13,10-21).
10. Связь интеграла от функции комплексного переменного с криволинейными интегралами. (2б, гл.5, §1-3).
11. Выражение интеграла через первообразную. (1б, гл.4, §2; 2б, гл.5, §4-10).
12. Интегральная формула Коши и её следствия. Принцип максимума модуля. Интеграл типа Коши. (1б, гл.4, §3; гл.5, §2).
13. Теорема Мореры (1б, гл.4, §3).
14. Ряды с комплексными членами. Ряды аналитических функций. (1б, гл.5, §2).
15. Характер поведения функции в окрестности изолированной особой точки. Связь между нулём и полюсом. (1б, гл.6, §1,2; 2б, гл.7, §3,4,6).
16. Вычисление вычетов. Примеры применения вычетов. (1б, гл.6, §2; гл.7, §2).

Текущая успеваемость обучающихся контролируется с помощью проверки домашних работ. Формой промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины по данному курсу является экзамен, который проводится в

форме беседы с преподавателем и сопровождается решением практических задач. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут.

Работа студента на практических занятиях оценивается преподавателем, ведущим эти занятия. Экзаменационная оценка выставляется по итогам практических занятий и по итогам собеседования с экзаменатором.

При этом оценка «отлично» выставляется в случае полного развёрнутого ответа по заданным вопросам, если ответы содержат элементы творческого осмысления изученного материала. Оценка «хорошо» ставится в случае, если студент уверенно владеет излагаемым материалом, но испытывает определённые трудности в применении знаний при решении конкретных, не рассматриваемых на практических занятиях, задач. Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае формального владения студентом излагаемым материалом. При этом основные понятия, категории и определения дисциплины студент обязан уверенно знать. В остальных случаях ставится оценка «неудовлетворительно».

Варианты контрольной работы №1

Вариант 1

1. Найти действительную, мнимую часть, модуль, аргумент комплексного числа $z = \frac{1+i}{1-i}$.
2. Найти область аналитичности функции $f(z) = z \cdot \operatorname{Re} z$.
3. Найти образ области $D = \{|z| < 1, z \notin [0; 1]\}$ при отображении $w(z) = \frac{1}{z-1}$.
4. Найти образ области $D = \{|z| > 1, z \notin [1; \infty)\}$ при отображении $w(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.
5. Отобразить область $D = \{-\pi < \operatorname{Im} z < \pi, z \notin [0; \infty)\}$ на верхнюю полуплоскость.

Вариант 2

1. Найти действительную, мнимую часть, модуль, аргумент комплексного числа $z = \frac{2i}{1-i}$.
2. Найти область аналитичности функции $f(z) = z \cdot \operatorname{Im} z$.
3. Найти образ области $D = \{|z| < 1, z \notin [-1; 0]\}$ при отображении $w(z) = \frac{1}{z+1}$.

4. Найти образ области $D = \{|z| < 1, z \notin [0; 1]\}$ при отображении

$$w(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right).$$

5. Отобразить область $D = \{-\pi < \text{Im}z < \pi, z \notin [-\infty; 0]\}$ на верхнюю полуплоскость.

Варианты контрольной работы №2

Вариант 1

1. Вычислить: $\text{Res}_{z=0} \frac{1}{z^3 - z^5}$.

2. Используя основную теорему о вычетах, вычислить интеграл:

$$\int_N \frac{z+1}{(z+zi)^2(z-1)} dz, \text{ где } C - \text{окружность } |z|=3.$$

3. Вычислить интеграл $\int_C \frac{zdz}{z(z+2)^3}$, где C – окружность $|z|=1$.

4. Вычислить несобственный интеграл, используя сведения из теории

вычетов: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + 1}$.

5. Найти все особые точки функции $\frac{1}{z+1} \sin \frac{1}{z-1}$, определить их тип, для полюса найти его порядок. Найти вычеты во всех особых точках и в бесконечно удаленной точке.

Вариант 2

1. Вычислить: $\text{Res}_{z=1} \frac{1}{z^3 - z^5}$.

2. Используя основную теорему о вычетах, вычислить интеграл:

$$\int_C \frac{zdz}{(z^2-1)^2(z-3)^2}, \text{ где } C - \text{окружность } |z|=2.$$

3. Вычислить интеграл $\int_C \frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}$, где C – окружность $|z|=3$.

4. Вычислить несобственный интеграл, используя сведения из теории

вычетов: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$.

5. Найти все особые точки функции $\frac{z-i}{z+1} \cos \frac{1}{z}$, определить их тип, для полюса найти его порядок. Найти вычеты во всех особых точках и в бесконечно удаленной точке.

Вопросы к экзамену в 3 семестре

1. Комплексные числа и операции над ними.
2. Предел и непрерывность функций комплексного переменного.
3. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости, условия Коши – Римана.
4. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
5. Элементарные функции и их свойства.
6. Понятие конформного отображения.
7. Дробно – линейная функция.
8. Степенная функция.
9. Функция Жуковского.
10. Показательная и логарифмическая функции.
11. Интеграл от функции комплексного переменного.
12. Интегральная теорема Коши.
13. Интегральная формула Коши.
14. Теорема об аналитичности суммы степенного ряда.
15. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
16. Теорема Лиувилля.
17. Теорема единственности аналитической функции.
18. Ряд Лорана и его область сходимости.
19. Классификация изолированных особых точек.
20. Вычет в конечной изолированной особой точке.
21. Способы вычисления вычетов.
22. Основная теорема о вычетах.
23. Логарифмический вычет.
24. Принцип аргумента.
25. Теорема Руше.
26. Основная теорема алгебры.

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого

3	10	0	20	30	0	0	40	100
---	----	---	----	----	---	---	----	-----

Программа оценивания учебной деятельности студента в 3 семестре

Лекции

Оценивание не предусмотрено.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Продемонстрированное умение решать стандартные задачи – от 0 до 20 баллов.

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 16 баллов;
- от 76% до 100% – 20 баллов.

Самостоятельная работа

1. Индивидуальная работа № 1 от 0 до 15 баллов
2. Индивидуальная работа № 2 от 0 до 15 баллов

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 5 баллов;
- от 51% до 75% – 10 баллов;
- от 76% до 100% – 150 баллов.
-

Автоматизированное тестирование

Оценивание не предусмотрено.

Другие виды учебной деятельности

Не предусмотрены

Промежуточная аттестация – экзамен – от 0 до 40 баллов

31-40 баллов – ответ на «отлично»

21-30 баллов – ответ на «хорошо»

11-20 баллов – ответ на «удовлетворительно»

0-10 баллов – неудовлетворительный ответ.

Таблица 2. Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Теория функций комплексного переменного» в оценку:

90 баллов и более	«отлично»
-------------------	-----------

80-89 баллов	«хорошо»
65-79 баллов	«удовлетворительно»
0-64 баллов	«неудовлетворительно»

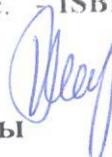
8. Учебно – методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная

1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. "Лань"Издательство: 2010. 16-е изд. 736. 978-5-8114-0499-5ISBN: ✓
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2660

2. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: Бином, 2010. - 362 с. ISBN 978-5-94774-330-2 V30

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы



1. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. "Лань"Издательство: 2010. 16-е изд. 736. 978-5-8114-0499-5ISBN: ✓
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2660

9. Материально – техническое обеспечение дисциплины

К материально – техническому обеспечению дисциплины относятся: компьютерное оборудование с лицензионным или свободно распространяемым программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению **09.03.02 «Информационные системы и технологии»**.

Автор, кандидат физико-математических наук, доцент В.Г.Тимофеев

Программа одобрена на заседании кафедры математического анализа протокол № 4 от 27 сентября 2019 г.

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Рекомендуемая литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.:Наука, 1999.
2. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. – М.:Наука,1978.
3. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. – М.:Наука,2004, 577с.
4. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Арамович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 2004.