Профессионально-методическая подготовка учителя математики в условиях университетского образования

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н. Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Сборник научных трудов

Выпуск 6

Саратов: ИЦ «Наука»

2008

ББК 22. 1 Р
У 92

Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно- методических трудов. Выпуск 6. – Саратов: ИЦ «Наука», 2008. – 54 с.

ISBN 978-5-91272-572-2

Составитель: доктор пед. наук, профессор Е. С. Петрова

Рецензент: доктор пед. наук, профессор В. И. Игошин

В сборнике представлены результаты научно-методических исследований молодых учёных, проведённых как самостоятельно, так и совместно с научными руководителями. Сборник адресован преподавателям средних и профессиональных учебных заведений, аспирантам, студентам педвуза.

ISBN 978-5-91272-572-2

ББК 22. 1р
У92

ПРЕДИСЛОВИЕ

Социально-экономические преобразования, происходящие в Российской общественной жизни, требуют принципиально нового подхода к организации учебного процесса, обращённого к личности обучаемого. Необходимо создание новых технологий обучения, разработки системы новых методов контроля знаний, умений и навыков обучаемых, решение проблем: дифференциации и индивидуализации обучения, формирования потребности обучаемого в самообразовании, генерализации знаний обучаемого и т. д. О проблемах, поисках и находках в области оптимизации обучения математике и методике её преподавания повествуют страницы данного сборника. Авторы его статей: студенты и их преподаватели, аспиранты и их научные руководители, учителя средних школ.

По содержанию статьи сборника могут быть разбиты на две категории. Первая из них – это работы, интегрирующие вопросы теории и методики обучения математики (ТиМОМ), педагогики и психологии.

Обзор статей предыдущих пяти выпусков сборника «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки» с указанием перспектив решения насущных задач ТиМОМ представлен в публикации проф. Е. С. Петровой «Научные исследования по методике обучения математике».

Студент А. Д. Гуськов предлагает свои пути организации учебно-исследовательской деятельности обучаемых.

И. К. Погорелов, В.В. Фирстов и В. Е. Фирстов рассматривают некоторые аспекты преподавания математики в гуманитарной области высшего образования.

О. М. Кулибаба исследует проблемы детской одарённости и её структурные компоненты с позиции учителя математики.

Статья Н. В. Акамовой посвящена особенностям обучения математике студентов ССУЗов гуманитарных и технических специальностей с использованием новых информационных технологий.

Второе направление статей сборника – методика изучения конкретных тем курса математики в школе и ВУЗе.

Т. А. Капитонова и И. С. Кузнецова избрали темой статьи «Обратные функции в школьном курсе математики».

Интересную тему в программу углублённого изучения математики предлагают вести Н. Ю. Гераськина и С. С. Гераськин в короткой статье «Математическое вышивание».

Е. В. Голубцова, как и в предыдущем сборнике, вносит методические коррективы в изучение темы «Многогранники» в классах математического профиля.

Навечно интересной темой остаётся тема «Занимательные задачи», которую к. п. н. В. Н. Рыжов и студентка заочного отделения мехмата СГУ Т. Л. Горячева раскрывает в аспекте обучения информатике.

Полагаем, что статьи сборника окажут практическую помощь учителям математики средних образовательных учреждений, студентам и преподавателям в педвузах.

Составитель

Е.С. ПЕТРОВА

НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Дорогие друзья, авторы статей и читатели нашего сборника!

Поздравляем вас! Сборнику исполнилось 5 лет. Первый его выпуск состоялся в 2003 году. Сборник адресован всем, кого волнует методика обучения математике: студентам педвузов и аспирантам, ведущим исследовательскую работу по названной специальности; преподавателям, читающим курсы теории и методики обучения математике в средней школе, учителям математики средних учебных заведений разного типа.

Название сборника: «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки» выбрано не случайно. В нём публикуются статьи студентов, аспирантов и их научных руководителей. Иногда каждый участник сборника – автор отдельной статьи. Иногда учитель и ученик выступают вместе в своеобразном тандеме методических исследований.

Проблемы, волнующие авторов статей сборника, весьма разнообразны. Иногда – это методы обучения, способствующие активизации познавательной деятельности обучаемых, повышению эффективности контроля знаний учащихся, развитию математического мышления школьников или студентов. Иногда решаются вопросы частных методик, касающиеся оптимизации обучения конкретным темам. В ряде статей сообщается о широких возможностях использования историко-математического материала на уроках математики. Студенты публикуют материалы, подготовленные ими к написанию курсовых и дипломных работ, к выступлениям на студенческих научных конференциях.

Одна из целей сборника – приобщение студента к научной работе сначала в пределах своего вуза, чтобы затем выйти на большую арену конференций межвузовского, всероссийского и международного масштаба. Поэтому, вероятно, будет небезынтересной информация о содержании статей нашего сборника.

Классифицируя эти статьи, нетрудно заметить, что на первом месте по их числу стоят исследования по *технологиям обучения математике.* Из них можно выделить следующие: Кондаурова И.К. и Пальцына И.С. «Подготовка учителей к использованию технологии укрупнения дидактических единиц на уроках математики», Исайкина М.А. и Недогреева Н.Г. «Нетрадиционные формы обучения на основе информационных технологий» [11]; Игошин В.И., Зыбина Т.Ю. «Эвристические приёмы как одно из средств развития интуитивного мышления» [14]; Лебедева С.В. и Назарова С.А. «Инновационные технологии изучения геометрии с усилением в ней роли геометрических преобразований» [12], Жилко М. Ю. «Технология обучения, в основе которой – текущий рейтинговый контроль [13], Зыбина Т. Ю. «Педагогическая технология применения эвристических приёмов обучения решению творческих задач [13]; Кулибаба О.М. , Сидорова Е.А. «Метод проектов в обучении математике [15].

На втором месте по числу статей определённой тематики стоят вопросы частной методики в общеобразовательной школе. Это «Векторы», «Производная», «Последовательности», «Многогранники», «Функции и графики». Их дополняют вопросы частной методики в школах и классах математического профиля: продолжение темы «Многогранники», «Системы счисления», «Логарифмы».

Большое внимание в сборниках уделяется контролю и различным формам проверки знаний учащихся. По этим вопросам встречаются весьма необычные публикации – поистине творческие находки авторов. Так, М.Ю. Жилко пишет о диагностике качества знаний обучаемых в технологии мониторингового рейтинга. Статья Рыжова В. Н. и Чикалкиной С.В. «Об отношении студентов к рейтинговой системе учёта и контроля знаний» вызвала бурное обсуждение читателей сборника [14]. Сенина Е.В. определяет сущность вариативных форм проверки знаний учащихся и разрабатывает их классификацию [11]. Ересько П.В. рассматривает самооценку как составляющую учебной деятельности [11]. Кулибаба О. М. пишет о подготовке учителей к осуществлению эффективного контроля знаний по математике [12].

Проблемам профильного обучения математике посвящены статьи Шароновой Н. В. , Терёхиной И. И. [11, 12], Кертановой В. В. [13], Кулибабы О. М. и Антоновой Н. В. [14].

О возможностях использования элементов историзма на уроках математики и в работе со студентами на занятиях по методическим дисциплинам говорят статьи: Лебедевой С. В. и Пилипенко В. В. «Старинные занимательные задачи на уроках математики» [14], Капитоновой Т. А. и Шмаровоз И. В. «Старинные задачи на максимум и минимум» [16], Мохнаткиной К. В. «О развитии творческой активности будущих учителей математики средствами историко-математического материала» [15].

Наибольшую ценность, как правило, представляет собой исследование обобщающего, интеграционного характера, объединяющее теорию и методику обучения математике, вопросы философии, педагогики и психологии. Иначе и не может быть в силу естественной взаимосвязи этих дисциплин. Подобные исследования открывают большие возможности повышения эффективности процесса обучения математике в несколько раз. Таких статей немного в изданиях нашего сборника, но они побуждают читателей к изысканиям в новом ракурсе. Например, это статьи В. В. Кертановой «Содержательный и методологический анализ категории *математические способности*» [13], Н. В. Пуйшо «Представление результатов моделирования учебного процесса в предметной области с использованием методов теории планирования эксперимента [14], Н. А. Терновой «Диалог как форма субъект-субъектного взаимодействия в процессе обучения математике» [15], Н. В. Полуяновой «Из опыта проектирования урока, направленного на достижение целей обучения, развития и воспитания» [11], И. К. Кондауровой «Историко-педагогический анализ проблемы подготовки учителя математики к развитию познавательной самостоятельности учащихся (с древнейших времён до XYII века)» [11, с. 72], И. К. Кондауровой и Н. В. Шароновой «Профессионально-педагогическая деятельность и личность преподавателя» [[11, с.84], Л. В. Коминой «Социокультурный подход к гуманитаризации математического образования школьника» [11, с.103].

Короткий обзор статей сборника позволяет сравнить его содержание с содержанием статей сборников материалов конференций и семинаров международного и всероссийского масштабов.

Так, методологическим, философским проблемам в обучении математике посвящены доклады Е. М. Вечтомова (г. Киров) и А. П. Жохова (г. Ярославль) на XXYI Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педагогических вузов в г. Самаре в 2007 году [6, с. 32, 57]. В первом из них выявляется место и роль простейших математических моделей в обучении математике в научном и методическом аспектах. Второй из названных докладов посвящён вопросам математического мировоззрения молодёжи в процессе обучения математике как основы совершенствования математического образования. В Ярославле на «Колмогоровских чтениях» 19 – 22 мая 2008 года целая секция этой конференции именовалась: «История и философия математики и математического образования». Философским проблемам были посвящены доклады С. С. Демидова «Мировоззренческие факторы в развитии математического знания», В. Я. Перминова « Системно-генетическое обоснование математики», А. К. Кудрина «А. Н. Колмогоров и философия математики» [8].

Каков должен быть курс методики обучения математике в педвузе? Это один из важнейших вопросов образования XXI века. Общеизвестно, что эта учебная дисциплина в том варианте, в каком она изучалась в XX веке, ощутимо устарела. Появляются новые технологии обучения математике в школе и вузе, новые средства обучения (например, компьютерное обучение). Это даёт огромный эффект: сокращает время обучения, формирует «самость» обучаемых [1], обеспечивает прочность знаний, умений и навыков, приобретаемых учащимися.

Активно используются новые методы контроля знаний учащихся (тестирование, ЕГЭ). Между тем все эти инновации используются и исследуются каждая в отдельности. Не создаётся их единой системы, что усилило бы во много раз обучающий эффект инноваций.

Поэтому не случайно на XXVI Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педагогических вузов главными темами обсуждения были средства и технологии обучения математике в школе и вузе [6], а на секциях семинара в центре внимания были вопросы модернизации методики обучения математике в образовательных учреждениях всех уровней. Назовём некоторые из проблем, обсуждаемых на семинаре.

- Метод проектов как одна из перспективных и эффективных инновационных технологий.
- Технологии обучения математике в школе.

- Выявление возможностей использования современных математических теорий в обучении математике.
- Вопросы методологии в обучении математике.
- Проблемы компьютеризации обучения математике.
- Теория и методика решения математических задач.

Если проблема **компьютеризации обучения математике** на «больших форумах» занимает одно из видных мест, то в наших сборниках положение статей на данную тематику, - более, чем скромное место. У нас это статьи М.А. Исайкиной и Н. Г. Недогреевой «Нетрадиционные формы обучения на основе информационных технологий» [11, с. 42], А. В. Букушевой « Использование MS EXCEL при изучении алгебры высказываний» [14, с. 50], Кучмий Т. В. «Использование возможностей сетевых сообществ для обучения и профессионального развития педагогов» [15, с. 10], Лебедевой С. В. , Пилипенко В. В. «Информационные модели сюжетных задач» [15, с. 58].

В то же время на традиционных «Герценовских чтениях» в С.-Петербурге ежегодно работает отдельная секция «Применение информационных технологий в обучении математике в школе и вузе». Только на XXYI Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педагогических вузов [7] по вопросам компьютеризации обучения было заслушано 8 докладов на секции «Обучение математике в школе» и 15 докладов на секции «Математика, её приложения и методика обучения математике в высшей школе». На «Колмогоровских чтениях» в 2008 году на данную тему было прочитано 7 докладов.

Из сопоставления тематики сообщений на некоторых наиболее авторитетных научно-методических конференциях и содержания наших сборников «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки», вышедших за 5 лет своего существования, нетрудно видеть, что участников семинаров и конференций, как и авторов статей сборников, волнуют общие проблемы, но каждый пытается разрешить их или наметить пути к их решению в своём аспекте. Невольно возникают ассоциации со словами из письма Фаркаша Больяи своему сыну Яношу Больяи об одном известном в научном мире явлении, когда одни и те же идеи одновременно возникают у нескольких учёных разных стран, никогда ранее не общавшихся друг с другом: «Как весной сразу всюду появляются фиалки, так и для научных открытий бывают эпохи, когда одни и те же мысли вспыхивают у учёных в разных местах» [10, с.63]. Оказывается, высказывание, относящееся к возникновению неевклидовой геометрии Лобачевского, справедливо и для идей теории и методики обучения математике (Почему это справедливо, - не доказано, но факт!).

Вниманию начинающих писать в наш сборник! Отметим некоторые наиболее типичные недостатки содержания статей молодых авторов.

Первое – это *мелкотемье*, особенно часто встречающееся в работах по частным методикам. Автор предпочитает дать методическую разработку небольшой темы школьной программы по одной из математических дисциплин, не объясняя достоинств этой разработки, если таковые имеются, и преимущества данной разработки перед множеством других, как встречающихся в учебно-методической литературе, так и взятые из «архивов» рядовых учителей. Народная мудрость гласит: «Сколько голов – столько умов», и такие разработки составляет любой учитель при подготовке к уроку. Если предлагаемая статья претендует на роль научно- методической,- она должна включать в себя, прежде всего, методологические основы её содержания. В статье должно описываться какое-то дидактическое новшество: новая технология проведения урока; некоторые особенности подбора системы упражнений по данной теме; особенности выделения опорных задач; своеобразные пути активизации познавательной деятельности обучаемых; необычные формы контроля учебной деятельности школьников; особенности методов и форм самой учебной дисциплины, оптимизирующие процесс обучения, и т.д. Далее целесообразно обобщение, касающееся данной инновации, относящееся не только к изучению данной конкретной темы.

Авторы статей нередко предпочитают много говорить о внеклассной работе по математике, давать разработки внеклассных мероприятий, нестандартных уроков, по организации их напоминающих. И это вполне понятно, так как формы таких занятий характеризуются широким использованием элементов занимательности. Кроме того, школьники чувствуют некоторую свободу действий в отличие от обычных уроков: можно ходить по классу, вносить свои предложения, реплики и т. д. Быстрая смена форм деятельности на таких занятиях спасает от физической усталости.

В подобных статьях, однако, инноваций, как правило, нет. Из книги в книгу по стране кочуют задачи, ставшие «стандартом интересности». Например, о волке, козе и капусте; о мухе, ползающей по поверхности куба (а, кстати, разве муха рождена только ползать, а летать не может?) и т. д. Получается, что *новое* по понятиям авторов таких работ, - это даже не «хорошо забытое старое»: *нового* нет. При этом, уделяя основное внимание «увеселениям», развлекательности разного рода, авторы *выкорчёвывают идею фундаментализации* обучения математике. «Ну что здесь придумаешь нового?! А тема интересная!», - возражают творцы подобных статей. Всё верно. Но «придумал» же М. Ю. Шуба замечательную книгу [18] по использованию элементов занимательности в школе, в которой <u>впервые представлена теория занимательности в обучении математике </u>?!

Иногда авторы статей пытаются устраниться от «мелкотемья», избрав «модную» тему обобщающего характера. Например: «О компетентностном подходе к . . .» Эта тематика явно отлична от традиционной. Но после прочтения материала статьи остаётся непонятным, в чём же сущность «компетентностного подхода к . . .» и каким образом такой подход оптимизирует обучение математике. Статья просто превращается в «игру слов», в непонятную манипуляцию современными педагогическими терминами.

В настоящее время в методике обучения математике часто говорят о психолого- педагогических основах того или иного вопроса. Это нужно, ибо это – методология. Но часто благие намерения превращаются в цепочку высказываний по данной теме известных педагогов и психологов (причём автор работы «согласен полностью» с одним из них), исчезает методическая суть статьи, исчезает *математика*. Между тем, проблема формирования математического мышления обучаемых остаётся проблемой №1. Причём, под *обучаемыми* имеются в виду не только школьники, но и будущие учителя. Иначе как у своих учащихся они будут формировать то, что отсутствует у них самих?! Эта важнейшая методологическая проблема имеет свои глубокие исторические корни. Ею занимались Г. Вейль, Ф. Клейн, Г. Фройденталь [2, 4, 5, 16, 17] и другие выдающиеся математики. Поэтому, прежде, чем писать работы на подобные темы, следует людям, интересующимся данной проблемой (если их, действительно, интересует именно эта проблема, а не отчёты перед невежественными «чиновниками от науки» о числе написанных страниц), углубиться в историю вопроса и ознакомиться с трудами великих учёных.

Ощутимым недостатком работ молодых авторов нередко является неумение правильно производить классификацию используемых ими понятий. Так, неверно было бы утверждать: «Это – блочно-модульная технология обучения математике, а это - уже личностно ориентированная технология». Ошибка утверждения в том, что классификация технологий обучения математике осуществляется по разным основаниям. Блочно-модульная технология не мешает ей быть одновременно и личностно ориентированной.

Впрочем, негативные стороны печатных работ начинающих авторов отмечать легче, чем наметить перспективу дальнейших исследований. Перед методикой обучения математике стоит ряд проблем, требующих немедленного своего разрешения. Так, требуется пересмотр программ школьного курса математики в целях реализации преемственности в обучении математике, исключения дублирования материала, оптимизации включения в курс традиционной школьной математики новых тем (например, дискретной математики), возможного исключения дробления учебного материала на малые подтемы. Всё ещё недостаточно находит рабочий выход идея компьютеризации обучения [3].

Доказывая, что методика обучения математике является, действительно, самостоятельной научной областью, Г.И. Саранцев называет ряд её проблем, требующих дальнейшего исследования [9]. Это, например, выявление условий мотивации учебной деятельности; проблемы дифференциации обучения математике в контексте индивидуальных особенностей учащихся; диагностирование знаний и умений обучаемых; концепция укрупнения дидактических единиц; поиск интегративных методов в обучении математике [9,с.4].

Итак, поиски «царских путей в науку математику продолжаются, но помните, что, как гласит народная мудрость, «дорогу осилит идущий».

Литература

1. *Андреев, В.И.* Педагогика: Учебный курс для творческого саморазвития. – 2-е изд.- Казань: Центр инновационных технологий, 2000.

2. *Вейль, Г.* Математическое мышление. Пер. с англ. и нем. /Под ред. Б.В. Бирюкова и А. Н. Паршина. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.

3. *Иванюк, М. Е.* Интеграция математического образования студентов факультета информатики педагогического вуза с применением систем компьютерной математики. Автореферат дисс. На соиск. уч. степени канд. пед. наук, Саранск, 2008.

4. *Клейн, Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х томах. Т. 1. Арифметика. Алгебра. Анализ: Пер с нем./Под ред. В. Г. Болтянского.-4-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1987.

5. *Клейн, Ф.* Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х томах. Т.2. Геометрия: Пер. с нем. Под ред. В. Г. Болтянского.- 2-е изд. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. , 1987.

6. Новые средства и технологии обучения математике в школе и вузе: Материалы XXYI Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов. – Самара, М. : Самарский филиал МГПУ, 2007.

7. Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «61 Герценовские чтения» / Под ред. В. В. Орлова. – СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2008.

8. Программы шестых Международных Колмогоровских чтений 19 – 22 мая 2008, Ярославль, 2008.

9. *Саранцев, Г.И.* Методика обучения математике на рубеже веков// Математика в школе. – 2000. - №7, с. 2 – 5.

10. *Трайнин, А.Я.* Основания геометрии. – М.: Учпедгиз, 1961.

11. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки / Межвузовский сб. научных трудов. Вып.1. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2003.

12. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: сборник научных трудов: Выпуск 2. – Саратов: « Научная книга», 2004.

13. Учитель – ученик: проблемы. Поиски, находки: Сборник научных трудов. Выпуск 3. – Саратов: «Научная книга», 2005.

14. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научных трудов: Выпуск 4. – Саратов: Научная книга, 2005.

15. Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: сборник научно-методических трудов: Выпуск 5. – Саратов: ИЦ «Наука», 2007.

16. *Фройденталь, Г.* Математика как педагогическая задача. Ч.1. Пособие для учителя / Под ред. Н. Я. Виленкина: Сокр. Пер. с нем. А. Я. Халамайзера. – М.: Просвещение, 1982.

17. *Фройденталь, Г.* Математика как педагогическая задача: Книга для учителя / Под ред. Н. Я . Виленкина; сокр. Пер. с нем. А. Я. Халамайзера. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1983.

18. *Шуба, М.Ю.* Занимательные задачи в обучении математике: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1994.

А.Д. ГУСЬКОВ

ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.

Исследование как вид учебной деятельности имеет большое значение в условиях информатизации и модернизации среднего образования, когда ставится задача максимальной реализации интеллектуальных, креативных способностей учащихся. Включение школ в исследовательскую деятельность позволяет формировать исследовательские навыки, расширяет кругозор учащихся, прививает интерес к постижению науки, строит обучение на межпредметных связях. Поэтому в условиях интеграции наук исследование приобретает важную роль в образовании школьников.

Учебно-исследовательская деятельность (УИД) – это учебная деятельность учащихся по приобретению практических и теоретических знаний о предмете изучения на основе его исследования, преобразования и экспериментирования с ним.

Организация учебно-исследовательской деятельности – ответ на вопрос «Как сделать?». Сравнить то, что есть на данный момент, с тем, что должно быть, с целями и содержанием исследований.

Выделим основные проблемы при организации учебно-исследовательской деятельности в рамках традиционной классно-урочной системы обучения:

- Развитие исследовательских умений учащихся блокируется преобладанием репродуктивных методов в их обучении, установкой обучающих на передачу, а обучаемых на усвоение готовых знаний; возможным решением этой проблемы является творческий подход к изложению и обучению материала: творческие самостоятельные задания, проведение уроков-диспутов, круглых столов, с использованием индивидуальных заданий для учащихся.
- Основным видом исследовательской деятельности учащихся чаще всего выступают рефераты, доклады, сочинения, которые не становятся по-настоящему творческими в силу шаблонности тематики и сведения к минимуму решения исследовательских задач; эти виды исследования на уроке мало эффективны, т. к. сочинение обычно пишется учащимися на узкую специализированную тему, рефераты и доклады являются в большей степени домашним исследованием, не относящемуся к исследовательской деятельности на уроке.
- Учащиеся практически не включаются в поисковую деятельность из-за нехватки свободного времени и их загруженности; предположительным решением данной проблемы может являться исследовательское домашнее задание, в рамках которого учащиеся самостоятельно смогут решить проблему исследования какой-либо задачи.
- Исследовательские умения вырабатываются стихийно, без учета их структуры и логики развития, что тормозит у школьников формирование творческих способностей; данную проблему можно попытаться решить введением в процесс обучения систематических исследовательских заданий для учащихся, как в индивидуальной форме, так и в коллективной (групповой), это поможет структурировать логическую схему работы учеников над проектами.

Анализ выявленных проблем позволил сделать вывод:

1) Вся учебно-исследовательская деятельность в среднеобразовательных школах ориентирована на внеурочную работу и подразумевает, что учащиеся уже обладают в достаточной степени сформированными исследовательскими умениями.

2) Внеурочные исследования должны предварять учебно-исследовательскую деятельность на уроке, главной целью которой является обозначение направлений исследования, ознакомление с некоторыми аспектами учебно-исследовательской деятельности: оформление результатов проведенного коллективного исследования; знакомство с некоторыми конкретными методами исследования; со структурой исследования; выявлением ряда проблем и задач (разработкой гипотез); постановкой цели исследования.

Сформулируем основные требования к организации учебной исследовательской деятельности учащихся на уроке:

1. Наличие предваряющего домашнего задания.
   На данном этапе учащиеся обдумывают конкретные ответы на поставленные вопросы проблемного характера. В ходе изучения информационных источников, в том числе и обсуждения возможных гипотез с родителями и одноклассниками, учащиеся обдумывают и выдвигают различные гипотезы решения задачи.
2. На этапе целеполагания идет создание проблемной ситуации, постановка проблемы, расчленение на ее на ряд более простых проблемных задач.
   В ходе этого этапа учащимися отсеиваются неверные гипотезы. Созданием проблемной ситуации, постановкой проблемы, взятой (желательно) из реальной повседневной жизни учеников, учащиеся включаются в обсуждение и находят наиболее верный путь ее решения.
3. Наличие (разработанных учителем) текстов исследовательской (лабораторной) работы, направленной на решение конкретной проблемной задачи.
4. Полная самостоятельность учащихся, под которой понимают работу учащихся над решением проблемных задач своими силами.

На мой взгляд, это одно из важных требований к организации учебно-исследовательской деятельности учащихся. Здесь создается позитивная мотивация к достижению результата самим учащимся без помощи учителя. Ученик самостоятельно планирует свою работу по решению поставленной проблемы.

Такая организация учебно-исследовательской деятельности позволяет учителю рационально использовать время урока, в рамках которого под ненавязчивым (консультативным) контролем учителя, школьники будут осваивать различные умения исследования.

На современном этапе образования организация информационной образовательной среды находится в стадии проектирования. Так как цель обучения на данном этапе – развитие проектного мышления, а основа проектного мышления – исследовательская деятельность. Это затрудняется тем, что в основе любого наблюдения лежит работа с текстом. Объекты многих исследований – абстрактные понятия (текст сложный), ученикам трудно изучать книги со сложным содержанием. Учащимся можно проводить исследовательскую деятельность только на специально организуемом тексте. Организуемым текстом является серия «За страницами учебника…», «Учимся рассуждать и доказывать...». В силу того, что учащиеся не привыкли читать книги большого объема, не каждый может до конца их прочитать. Поэтому их необходимо разбить на более мелкие дидактические единицы. Текстом исследовательской работы может служить различные занимательные книги.

Вот примерный список требований к составлению текстов различных исследовательских работ:

1. В основе исследовательской работы должна присутствовать занимательная или практико-ориентированная задача.
2. В тексте работы, по ходу решения поставленной задачи, должны быть представлены образцы рассуждения по ходу решения.
3. Тексты исследовательской работы должны выдаваться учащимся в печатной или электронной форме для заполнения.
4. Должны быть вопросы и место для ответов, заготовка таблиц, место под схему.
5. Метод исследования не должен следовать из предыдущего пункта.
6. В каждой работе должна быть сформулирована гипотеза.
7. Требование к оформлению.
8. Требование к тексту.

И.К. ПОГОРЕЛОВ, В.В. ФИРСТОВ, В.Е. ФИРСТОВ

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ГУМАНИТАРНОЙ ОБЛАСТИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

1. Проблематика и постановка задач. В последние десятилетия дискуссия о приоритете между «физиками» и «лириками» от малопродуктивной формы в рамках закона «исключенного третьего» явно приходит в конструктивное русло логики толерантности в духе принципа дополнительности. Логика принципа дополнительности определенно проникла в систему дидактических принципов и, как следствие, необходимость реализации взаимодополняющих принципов (системности и последовательности, связь теории и практики и др.) в учебном процессе привела к тому, что в программы математических и естественнонаучных специальностей внесен весомый гуманитарный контент, а в программы гуманитарного образования добавлены соответствующие дисциплины из области математики и компьютерных наук, а также естественнонаучного цикла.

В современном преподавании математики в гуманитарных областях образования, в основном, преобладают два подхода:

1). Сумма математических знаний, умений и навыков передается в рамках предметных курсов прикладного характера, типа: «Математические методы в искусствознании (психологии, социологии, юриспруденции и т.п.)», с реализацией соответствующих компьютерных моделей на практических занятиях.

2). Математический контент представляется в рамках курсов, типа «Математические основы гуманитарных знаний» [1].

Разумеется, цели обучения в обоих случаях направлены на обеспечение гармоничного развития творческого и логического мышления у студентов-гуманитариев. Однако, в первом случае мы, по сути дела, имеем некоторую частную методику преподавания, в которой сама математика преподносится фрагментарно в рамках тех или иных моделей, а создание более-менее целостного представления о математике отводится обучаемому объекту. Во втором случае математика представляется как некоторый (в меру детализированный) целостный образ, связи которого в гуманитарной области устанавливают базис для математического моделирования, а вопрос о реализации самих моделей решается на уровне мотиваций заинтересованного субъекта.

Общие подходы к формированию эффективных стратегий преподавания математики в гуманитарной области, как представляется, должны исходить из кибернетических принципов, т.е. путем оптимального управления информацией, передаваемой в данном учебном процессе. В теории информации оптимизация управления подразумевает максимизацию пропускной способности канала связи и скорости передачи информации по данному каналу, а также минимизацию потерь информации вследствие помех. Однако параметры максимизации (пропускная способность и скорость передачи), в силу фундаментальной теоремы К. Шеннона [2], оказываются зависимыми, поскольку скорость передачи информации лимитируется пропускной способностью канала связи. Поэтому, фактически, передача информации по каналу связи регулируется двумя параметрами – пропускной способностью и помехозащищенностью данного канала.

2. Информационные параметры оптимизации, как функции показателей учебного процесса. Выделенные параметры оптимизации в отношении к обучению представляют функции показателей учебного процесса:

1). Пропускная способность является функцией уровня преподавания и уровня организации педагогического общения, а также скорости восприятия учебного материала в процессе обучения. В свою очередь:

а). Уровень преподавания частично определяется уровнем знаний преподавателя в соответствующей предметной области и его умением регулировать подачу предметного материала, добиваясь оптимума восприятия.

б). Уровень организации педагогического общения определяется умением выстраивать оптимальные конфигурации на многообразии диалоговых форм передачи учебной информации для эффективного достижения целей обучения. Параметрами регулирования в данном случае выступают отношения временных масштабов диалогового общения между учителем и классом оптимально в пределах 2-6, в зависимости от формы организации обучения и обучаемого контингента [3].

в). Скорость восприятия учебного материала в процессе обучения сложным образом зависит от уровня преподавания и уровня организации педагогического общения. Это связано с тем, что одним из параметров регулирования здесь выступает положительная избыточность подаваемой учебной информации, которая способствует повышению скорости восприятия данной информации, если этот показатель отвечает оптимальным значениям. С избыточностью также связаны многие временные параметры обучения: скорость подачи материала, отношения временных масштабов диалогового общения и др.

2). Помехозащищенность в учебном процессе, главным образом, связана с минимизацией отрицательной избыточности информационных потоков, отсекая информацию, не отвечающую целям обучения. Довольно остро этот фактор обозначился в электронной педагогике и, в частности, при Интернет-обучении.

Если речь идет о преподавании предметов междисциплинарного направления, то выделенная проблемная область, естественно, расширяется, т.к.:

1). Действующие государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования (ГОС ВПО-2, 2000г.) в части математической подготовки специалистов предусматривают профессионально-направленное обучение, однако само содержание профессионально-направленного обучения математике и его цели при этом не конкретизированы. Таким образом, вузам, кафедрам и преподавателям, фактически, поставлена задача самим сформировать и развернуть это содержание.

2). Для многих преподавателей обозначенное профессионально-направленное математическое обучение является инновационным, поскольку для его реализации преподавателям математики объективно требуются основательные знания в сопряженной прикладной области; если же такое обучение проводится усилиями профильной кафедры, то тогда необходим соответствующий уровень знаний по математике и основам математического моделирования и персонала данной кафедры. Поэтому следует предусмотреть возможность повышения квалификации в соответствующей предметной области, в связи с чем представляется оправданным введение в программы аспирантуры весомого образовательного компонента, как это предлагается в последних коммюнике Болонского процесса [4, 5].

3. Концепции формирования содержания обучения математике в гуманитарной области профессионального образования. В высшем профессиональном образовании при формировании содержания предметного обучения особенно важно эффективно реализовать дидактический принцип научности, который в данном случае выступает в своем модифицированном варианте, известном как принцип научной селекции (И.Я. Конфедератов, 1969, [6]). Смысл реализации этого принципа сводится к выработке эффективных стратегий отбора количественного и качественного компонентов содержания учебной дисциплины. Данный принцип особенно актуален при обучении предметам междисциплинарного блока, в частности, приложений математики, где оптимальное соотношение между количественными и качественными компонентами содержания обучения означает эффективное моделирование изучаемых процессов. Имеющийся опыт отечественного преподавания прикладной математики, в основном, затрагивает области естественных и технических наук и в этом случае экспертные данные [7] рекомендуют придерживаться следующих правил:

1). Вопросы математического контента и его объем по данной специальности должны решать специалисты в этой области; вопросы обучения – это прерогатива математиков-профессионалов.

2). В целом, дидактическая линия при обучении приложениям математики представляется следующей: определение базового математического контента → обучение математике в рамках выделенного контента → выработка умений и навыков математического моделирования по данной специальности → компьютерная реализация и анализ результатов моделирования.

Если приведенные правила попытаться распространить в гуманитарную область приложений математики, то относительно представленной дидактической линии принципиальных возражений нет. Что касается вопросов формирования математического контента и его преподавания, то здесь необходимо сказать, что предлагаемые рекомендации – это опыт преподавания кафедры высшей математики МФТИ, относящийся к физическим приложениям математики. Видимо, нет нужды подчеркивать, насколько традиционно тесной является взаимосвязь между физической наукой и математикой, что обуславливает близость психологии мышления и физиков, и математиков. Связи между гуманитарной областью знаний и математикой пока известны в меньшей мере, но хорошо известно, что мышление математиков и гуманитариев, вообще говоря, отличается довольно заметно. Последнее дает основания полагать, что формирование обучения и вопросы самого обучения приложениям математики в гуманитарной области, следуя логике принципа дополнительности, должно проводиться при тесном творческом взаимодействии между специалистами гуманитарных и математических кафедр, хотя, при необходимости, это сотрудничество может быть и в более широком формате.

Цели математического обучения в гуманитарной области, касающейся категории эстетики, достаточно ясно обозначил Платон, который еще в IV в. до н.э. отмечал, как легко отыскать примеры прекрасного и как трудно объяснить, почему они прекрасны. В поисках истины, Сократ отождествлял красоту с целесообразностью, Пифагор связывал прекрасное с должным соблюдением пропорций, но, так или иначе, уже в античные времена возникла идея о существовании в категории прекрасного некого рационального ядра, которое можно выразить математическим языком. Именно это ядро представляет предмет обучения, цели которого сводятся к внедрению выделенного математического контента в сознание обучаемого контингента для формирования умений и навыков постижения закономерностей данной гуманитарной области через математику.

Естественно, возникает вопрос, каким образом проявляется и устанавливается интересующее рациональное ядро, составляющее основу содержания математического обучения в соответствующей гуманитарной области? Концептуально, разрешение поставленного вопроса сводится к проведению следующих оперативных мероприятий:

1). Определение информационных связей между предметными областями математического и гуманитарного знаний, что равносильно установлению структуры семантической сети, выражающей конфигурацию логических (причинно-следственных) связей в рассматриваемой гуманитарной области знаний, и, задающей контуры возможных расширений посредством креативных процессов.

2). Проведение лингвистической связи между математикой и гуманитарной областью. Информационные характеристики языков, их анализ и сравнение. Законы эстетики и языковые универсалии.

Эффективная реализация этих положений, в значительной мере, опирается на анализ и последующую дидактическую репродукцию имеющихся исторических традиций, из которых следует, что у колыбели большинства гуманитарных направлений, все-таки, стояла математика. Данные тезисы иллюстрируются на примерах.

4. Математика и живопись. Один из основных канонов структурной композиции в живописи связан с перспективой [8], которая реализует изображение предметов посредством центрального проектирования. Одно из первых упоминаний о перспективе относится примерно к 400 г. до н.э. и связано с сочинением Элиодора Ларисского [9]. Затем Евклид (ок. 365 – 300 гг. до н.э.) в трактате «Оптика» на языке перспективы дается толкование особенностей человеческого зрения при восприятии форм и размеров предметов. В XV-XVI вв. усилиями Л. да Винчи (1452-1519) и А. Дюрера (1471-1528) перспектива становится каноном живописной композиции, а, спустя примерно столетие, Ж. Дезарг (1593-1662) в ряде трактатов устанавливает общие синтетические правила построение перспективы и аксонометрии. Английский математик Б. Тейлор (1685-1731) представил ряд способов решения основных позиционных задач, связанных с перспективой, а также занимался вопросами определения свойств оригинала по его проекции. После того, как Я. Штейнер (1769-1863) установил сохранение ангармонического отношения между элементами оригинала и проекции, Ж.-В. Понселе (1788-1867), находясь в русском плену в Саратове (1813-1814 гг.), написал свой знаменитый трактат «О проективных свойствах фигур», в котором изложены основы проективной геометрии как самостоятельной математической дисциплины.

Устанавливая лингвистическую связь между математикой и живописью, заметим, что всякое живописное произведение является некоторым источником информации, которая в известной степени формируется посредством цвета, представляющего язык живописи. Цветовое пространство можно рассматривать в виде трехмерного действительного векторного RGB-пространства, в котором основные тона стандартной RGB-системы представляют ортонормированный базис так, что каждому цветовому тону взаимно однозначно соответствует некоторый трехкомпонентный вектор (R;G;B), причем, длина этого вектора характеризует яркость соответствующего цвета, а его направление определяет соответствующий цветовой тон и насыщенность [10]. Таким образом, устанавливается адекватная лингвистическая связь между цветовым языком живописи и формальным языком алгебраических символов в виде упорядоченных троек чисел. Покажем далее, как с помощью данного формального языка реализуется поиск эстетических закономерностей в живописной композиции. Для этого цветовой вектор (R;G;B) пронормируем, вводя так называемые координаты цветности r, g, b:

$$r = \frac{R}{M}; \qquad g = \frac{G}{M}; \qquad b = \frac{B}{M} \tag{1}$$

где $M = R + G + B \neq 0$ - модуль вектора (R;G;B). Координаты цветности (1), как легко видеть, удовлетворяют следующему уравнению плоскости:

$$r + g + b = 1, \tag{2}$$

которая в сечении RGB-пространства определяет некоторый треугольник, который обычно называют цветовым треугольником [10], [11]. Тогда отображение (R;G;B) → (r, g, b) – это перспектива цветового вектора (R;G;B) на плоскость цветового треугольника с центром в начале координат RGB-системы, и за всем этим обнаруживается куда более глубокая связь: оказывается, точка (r, g, b) является барицентром (центром масс) цветового треугольника, если его загрузить по вершинам точечными массами $m_R = r$, $m_G = g$, $m_B = b$. Таким образом, перспектива оказывается связанной с механикой. Исходя из этих соображений, А.Ф. Мебиус в мемуаре «Барицентрическое исчисление» (1827) дает собственную концепцию проективной геометрии [12].

Барицентрический вариант представления перспективы наводит на интересную мысль. Концепция барицентра тесно связана с правилом рычага Архимеда и определяет условия статического равновесия системы материальных точек. Если распространить эту концепцию в цветовое пространство живописных образов, то можно ввести представление о колориметрическом (цветовом) барицентре живописного произведения, в рамках которого можно говорить о цветовом балансе (гармонии) данного произведения. Тогда принцип перспективы реализует цветовую гармонию в живописи.

Конкретная реализация данного замысла предпринята в работе [13] и состоит в следующем. Исследуемый живописный образ описывается декартовым произведением $\mathrm{Im} \times F$, где Im – поверхность изображения, с каждой точкой которой однозначно связан некоторый цветовой вектор (R;G;B) соответствующего цветового пространства F рассматриваемого живописного образа. Концепция колориметрического барицентра предусматривает построение отображения

$$f : \mathrm{Im} \times F \to W \ , \qquad (3)$$

по которому каждой точке живописного образа, с учетом ее цвета, однозначно, по определенному правилу, ставится в соответствие некоторое число из множества неотрицательных действительных чисел W, представляющее «колориметрическую массу» данной точки. Таким образом, $f(\mathrm{Im} \times F)$ определяет распределение колориметрической массы по поверхности живописного образа, с помощью которого, по известным формулам механики, определяется положение колориметрического барицентра этого образа, характеризующего его цветовой баланс.

Компьютерная реализация концепции колориметрического барицентра охватила исследованием более 1000 живописных произведений и показала, что в подавляющем большинстве случаев, как в русской, так и в европейской живописи, независимо от жанра, стиля и эпохи, колориметрический барицентр располагается в окрестности геометрического центра картины, внутри прямоугольника, образованного линиями золотого сечения по вертикали и горизонтали данной картины [13-15]. Следовательно, живописцы достаточно тонко «чувствуют» сбалансированность своего произведения и (сознательно или интуитивно) избегают значительных отклонений от равновесия цветов в создаваемых картинах. Это дает основание полагать такой баланс важным элементом любого живописного произведения.

Дидактически, представленный материал можно использовать для отбора материала при формировании базисного математического контента при обучении основам математики в живописи, а также для иллюстрации опыта математического моделирования при анализе закономерностей композиционной структуры и гармонии живописных произведений.

5. Язык, грамматика и математика. Язык человеческого общения – это та область, где принцип математической абстракции реализовался раньше всего, в виде письменности, представляющей формализацию человеческой речи с помощью символов. По имеющимся данным, письменность возникла в конце 4-го – начале 3-го тысячелетия до н.э. в Египте (иероглифы) и Месопотамии (клинопись). В середине 2-го тысячелетия до н.э. иероглифическое письмо появляется в Китае. Европейская письменность в рамках буквенного алфавита возникает в античной Греции (IX-VIII вв. до н.э.) и затем в IX-X вв. на основе греческой азбуки создается славянская кириллица, которая легла в основу русского алфавита. С появлением письменности довольно быстро возникла потребность в придании необходимой конфиденциальности письменных коммуникаций, реализация которой обеспечивается в рамках соответствующих приложений математики и, таким образом, на этом пути зародились такие междисциплинарные направления, как криптография и криптоанализ. Об этом уже упоминает известный древнегреческий историк Геродот в V в. до н.э. Одними из первых стали использовать так называемые подстановочные криптограммы, которые формировались посредством некоторой (конфиденциальной) перестановки букв соответствующего алфавита [16]. Однако, вскоре, обнаружили простой способ дешифровки подстановочных криптограмм, используя тот факт, что различные буквы естественного языка в содержательных текстах встречаются не одинаково часто. Так, например, при расположении букв в порядке убывания частот (начиная с самой часто появляющейся буквы), для русского языка появляется последовательность: о, с, а, и, т, н, с, …; для английского языка: e, t ,a, o, n, r, i, …; для немецкого языка: e, n, i, s, t, r, a, d, …; для французского языка: e, s, a, n, i, t, u, r, …[2]. Известно [17], что с изобретением электромагнитного телеграфа (1837), передающего сообщения при помощи телеграфного ключа, С. Морзе (1791-1872) разработал специальную азбуку – двоичный код из точек и тире. При этом, естественно, для более часто встречающихся букв комбинации точек и тире должны быть проще, что, собственно, и сделал Морзе.

Другое важное направление структурной лингвистики, зародившееся в эпоху древней письменности, связано с разработкой методов скоростного письма – стенографией. Стенография существовала еще в Древнем Египте, где служила для записи речей фараонов, и затем, примерно в IV в. до н.э., появилась у древних греков, о чем свидетельствует найденная в Афинах в 1883 г. мраморная «Акропольская плита» с высеченными стенографическими знаками, которую относят к 350 г. до н.э. [18]. Система древней стенографии носила «словный» характер, т.е. каждый стенографический символ (знак) выражал некоторое слово. Как следствие, алфавит стенографических символов исчислялся тысячами знаков, запомнить которые было очень трудно. Стенография оставалась «словной» до начала XVII в., когда появилась более совершенная буквенная система стенографии, основанная на несколько иных принципах, связанных с частотным анализом слов в тексте. В России на сегодняшний день на государственном уровне действует система стенографии Н.И. Соколова, принятая 10 июня 1933 г.

Между тем, исследования в области оптимизации систем стенографии выявили совершенно иной подход в количественном описании содержания сообщения. В начале XX в. стенографист французского парламента Ж.-Б. Эступ [19] предложил строить систему стенографии, исходя из частотного анализа слов в тексте: стенографический символ должен быть тем проще, чем чаще встречается то слово, которое он обозначает. При этом Эступ обнаружил замечательный факт: если через p_i обозначить относительную частоту i-го слова в словарном списке, то приближенно выполняется закономерность:

$$p_i \cdot i \approx K = const \qquad i = 1;2;... \tag{4}$$

Вслед за Эступом, сотрудник Телефонных лабораторий фирмы «Белл» Э. Кондон, при исследовании частот слов в текстах на предмет оптимизации телеграфных кодов, пришел к закономерности, сходной с (4). В 1935 г. вышла книга американского лингвиста Дж. Ципфа «Психобиология языка» [20], в которой приводилась содержательная трактовка обнаруженной зависимости (4), после чего, собственно, она и стала именоваться «законом Ципфа». В частности, Ципф установил, что закономерность (4) справедлива не для произвольной лексической выборки, а лишь для таких, словарь которых составляет около 22000 слов при общем объеме выборки («объем Ципфа») около 200000 словоупотреблений. В 50-х гг. XX в. Б. Мандельброт к интерпретации закона Ципфа привлек кибернетические соображения, рассматривая процессы оптимизации кодирования [19], и, таким образом, пришел к следующей зависимости:

$$p_i(B+i)^{\gamma} = K, \qquad K, B, \gamma - const, \qquad i = 1;2;... \qquad (5)$$

которая известна как закон Ципфа-Мандельброта и, в частности, при $B = 0, \gamma = 1$ этот закон переходит в закон Ципфа (4). Попутно обнаружился поразительный факт: закон Ципфа-Мандельброта (5) хорошо согласуется с частотными данными отдельных литературных произведений с четкой сюжетной линией и практически не выполняется для частотных данных по произвольным лексическим выборкам, не обладающих смысловой корреляцией. Иными словами, закон Ципфа-Мандельброта оказался законом не языка, а текста, представляющего отдельное чрезвычайно высокоорганизованное семантически коррелированное сообщение.

В 70-х гг. удалось найти алгоритмы частотной ранжировки произведений живописи и музыки [20], позволившие реализовать соответствующие спектры рангово-частотных распределений отдельных музыкальных и живописных композиций, в которых также прослеживаются закономерности (4), (5). В целом, механизмы степенных статистик типа законов Ципфа или Ципфа-Мандельброта, как правило, реализуются в сложных системах посредством формирования дальнодействующих причинно-следственных корреляций, когда одно событие спонтанно влечет другое, третье, лавину изменений, затрагивающих всю систему, реализуя сценарий самоорганизованной критичности [21].

Во 2-ой половине XX в. исследования в области теоретической лингвистики приобрели дополнительный импульс, обусловленный необходимостью совершенствования машинных кодов и алгоритмических языков [22], [23]. В современном представлении язык формально задается на некотором базовом множестве A (алфавит) и определяется некоторым подмножеством свободной полугруппы A^*, порожденной данным алфавитом. Выделенное подмножество (словарь) снабжается алгоритмом (грамматика), позволяющим перечислять слова из данного словаря, образуя фразы этого языка. Данное определение формального языка приводит к интересной мысли, если иметь в виду, что в теории полугрупп доказана замечательная теорема, по которой всякая полугруппа гомеоморфна некоторой свободной полугруппе [24]. Поэтому, всякая система с ассоциативным действием, в принципе, описывается некоторым абстрактным языком в рамках подходящей свободной полугруппы, что созвучно с фундаментальной теоремой К. Шеннона [2], гарантирующей возможность кодирования произвольной информации и, более того, передать ее со скоростью, близкой к пропускной способности канала связи, со сколь угодно малой вероятностью ошибки.

Библиографический список

1. *Салий, В.Н.* Математические основы гуманитарных знаний. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2006. – 308 с.

2. *Яглом, А.М., Яглом, И.М.* Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 511 с.

3. *Реан, А., Бордовская, Н, Разум, С.* Психология и педагогика. – СПб.: Питер, 2006 – 432 с.

4. Формирование общеевропейского пространства высшего образования / Коммюнике Конференции министров высшего образования. – Берлин, 19 сентября, 2003 г.

5. Европейское пространство высшего образования – достижение целей / Коммюнике европейских министров высшего образования. – Берген, 19-20 мая, 2005 г.

6. *Архангельский, С.И.* Лекции по теории обучения в высшей школе. – М.: Высшая школа, 1974. – 384 с.

7. *Кудрявцев, Л.Д.* Мысли о современной математике и ее изучении. – М.: Наука, 1977. – 112 с

8. *Соловьев, С.А.* Перспектива. – М.: Просвещение, 1981. – 144 с.

9. *Зенкевич И.В.* Эстетика урока математики. – М.: Просвещение, 1981. – 79 с.

10. *Джадд, Д., Вышецки, Г.* Цвет в науке и технике. – М.: Мир, 1978. – 592 с.

11. *Гуревич, М.М.* Цвет и его измерение. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – 268 с.

12. *Балк, М.Б., Болтянский, В.Г.* Геометрия масс. – М.: Наука, 1987. – 160 с.

13. *Волошинов, А.В., Фирстов, В.В.* Концепция колориметрического барицентра и некоторые структурные закономерности цветового пространства живописи // Вестник СГТУ, 2006, №2 (13). Выпуск 2. – С. 150-160.

14. *Firstov V.V., Firstov V.E., Voloshinov A.V.* The concept of colorimetric barycenter in group analysis of painting // Culture and Communication. Proc. XIX Congr. Intern. Assoc. Empirical Aesthetics / Eds. H. Gottesdiener, I.-V. Vilatte. – Avignon, IAEA, 2006. – p. 439-443.

15. *Firstov Valeriy, Firstov Victor, Voloshinov Alexander, Locher Paul.* The Colorimetric Barycenter of Paintings // Empirical Studies of the Arts, 2007, V. 25, №2. – P. 209-217.

16. *Аршинов, М.Н., Садовский Л.Е.* Коды и математика. – М.: Наука, 1983. – 144 с.

17. *Кудрявцев, П.С.* Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.

18. *Гильдебранд, А.Г.* Стенография. – М.: Изд-во МГУ, 1968. – 100 с.

19. *Мандельброт, Б.* Теория информации и психолингвистика: теория частот слов / В сб. Математические методы в социальных науках. – М.: Прогресс, 1973. – С. 316-337.

20. *Орлов, Ю.К.* Невидимая гармония // Число и мысль. Вып. 3. – М.: Знание, 1980. – С. 70-106.

21. *Малинецкий, Г.Г., Курдюмов, С.П.* Синергетика, прогноз и управление риском // Синергетическая парадигма. Нелинейное мышление в науке и искусстве. – М.: Прогресс-Традиция, 2002. – С. 378-405.

22. *Гросс, М., Лантен, А.* Теория формальных грамматик. – М.: Мир, 1971. – 294 с.

23. *Блейхут, Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

24. *Лидл, Р., Пильц, Г.* Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 1996. – 744 с.

Н.В. АКАМОВА
г.Саранск

ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ СРЕДНИХ СПЕЦИАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ГУМАНИТАРНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В настоящее время в системе образования в России происходят глубокие преобразования. Математическое образование, благодаря проникновению математических методов во все сферы жизни, а также целенаправленному формированию определенных универсальных средств мышления, играет ведущую роль в функционировании и развитии современного общества. Сегодня оно переживает этап существенных изменений, связанный с переосмыслением целей, содержания и организации процесса обучения. Эти изменения осуществляются в русле процессов гуманизации, гуманитаризации и технологизации.

Гуманизация математического образования проявляется в установлении приоритетов и ориентаций на личность учащегося, её интеллектуального потенциала и познавательных возможностей. Гуманитаризация состоит в выделении в содержании обучения математике элементов, обращенных к человеку и обществу. Одним из средств гуманизации выступает дифференциация и индивидуализация математического образования.

Дифференцированное обучение математике в системе среднего профессионального образования позволяет учитывать эти тенденции. Для ссуза характерна традиционная дифференциация на гуманитарные и технические специальности и, кроме того, некоторые преподаватели стараются проводить внутреннюю дифференциацию согласно особенностям конкретной группы. Преподаватель ссуза должен постоянно планировать свою работу, учитывая особенности той или иной специальности, современные тенденции в образовании.

Более эффективной работе преподавателя по математике будет способствовать использование в обучении новых информационных технологий (НИТ). Под НИТ будем понимать принципиально новые методы и средства, которые используются для создания, сбора, хранения и обработки информации в предметной области [2, с.22].

Для достижения нового качества профессионального образования должна осуществляться информатизация образования и оптимизация методов обучения, углубление интеграционных и междисциплинарных программ, соединение их с прорывами в компьютерных технологиях.

В зависимости от гуманитарной или технической направленности специальности выделяют те или иные приоритетные направления в изучении компьютерных технологий. Если содержание курса информатики в гуманитарных группах ориентировано в основном на получение «компьютерной грамотности», т.е. базовых знаний в области наиболее популярных, массовых технологий, то в технических группах даются более глубокие знания в области программного обеспечения, программирования, компьютерных и телекоммуникационных систем, систем автоматизации производства. Это определяет основные направления использования НИТ в обучении математике разных классов специальности.

Особое значение использования НИТ в учебном процессе приобретает для технических специальностей, так как владение современными компьютерными методами обработки информации и умение применять их в своей будущей профессиональной деятельности является одним из обязательных требований, предъявляемых к выпускникам технических специальностей и закрепленных в Государственных образовательных стандартах среднего профессионального образования.

Можно выделить уровни обучения математике студентов ссузов технических специальностей в зависимости от целей образовательного процесса. Каждому уровню соответствует свой уровень использования НИТ (см. таблицу).

Таблица

Уровень обучения математике	***Уровень использования НИТ***
1) базовый (предполагает традиционное обучение, согласно принципу фундаментальности; решение стандартных задач и выполнение лабораторных работ)	***Использование НИТ как средство поддержки традиционной методики обучения математике. Использование демонстрационных слайдов, электронных учебников, технологии CD ROM, компьютерных систем тестирования для контроля и самоконтроля знаний, корректировки процесса обучения. Дистанционный курс обучения для организации самостоятельной работы по изучаемому материалу***
2) углубленный (предполагает обучение математике на основе междисциплинарного подхода и принципа профессиональной направленности)	***Ключевая роль в процессе обучения принадлежит НИТ. Компьютерные математические системы (MatLab, MatCad, Maple), табличные и графические редакторы и программный комплекс 3D. Используются при решении разнообразных профессионально-ориентированных математических задач.***
3) профессиональный (предполагает научно-исследовательский характер процесса обучения)	***Можно широко использовать возможности математического моделирования, используя системы объектно-ориентированного программирования***

Обучение студентов ссузов технических специальностей по данной методической системе с применением НИТ будет способствовать овладению на более высоком уровне системой математических знаний, формированию интереса к изучению математики, формированию умений математически исследовать явления реального мира, реализации практической направленности учебного материала. Кроме того, выпускники ссузов технических специальностей за время изучения ряда дисциплин, в том числе математики, должны получить разносторонний опыт использования НИТ, быть готовыми к применению их в своей будущей деятельности.

Обучение математике студентов ссузов технических специальностей имеет свою специфическую особенность - создание научной базы для изучения общетехнических и специальных дисциплин. Курс математики в ссузах несет двойную нагрузку – как самостоятельный учебный предмет, в котором должна соблюдаться строгая логическая последовательность изложения материала, и как аппарат для широкого его применения в специальных дисциплинах [1, с. 249]. Использование междисциплинарного подхода помогает учащимся раскрыть взаимосвязь дисциплин, их взаимовлияние.

Применению НИТ в процессе обучения математике студентов технических специальностей способствуют следующие тенденции в процессе преподавания математики в среднем специальном учебном заведении:

- постоянно увеличивающийся объем учебного материала по математике, его несоответствие предоставляемому учебному времени на его изучение;
- сокращение времени на аудиторную работу и возрастание числа часов, отведенных студентам на самостоятельную работу;
- необходимость подготовки высокопрофессионального специалиста, владеющего фундаментальными знаниями по математике и умеющего применять современные информационные технологии при решении прикладных задач;
- отсутствие соответствующего методического обеспечения учебного процесса.

Не менее актуальным является использование НИТ в обучении математике студентов ссузов гуманитарных специальностей. Особенностью их обучения является тот факт, что большинство специальных предметов не имеют никакого отношения к математике. Можно выделить характерные черты учебного процесса в таких группах: низкий уровень базовой подготовки по математике, низкий интерес к изучению математики, небольшое количество часов на изучение математики, формальное усвоение математических понятий, отсутствие представления о математических знаниях как целостной системе.

Выдающийся ученый, математик и механик Михаил Васильевич Остроградский (1801-1861) писал: «Изучение математики важно в двух отношениях: во-первых, по сильному влиянию этой строгой науки на развитие умственных способностей, во-вторых, по обширности ее приложений». Современная ситуация убедительно подтверждает слова, сказанные почти два века назад.

Специалисты со средним профессиональным образованием – это работники преимущественно интеллектуального труда, в основе деятельности которых лежит решение алгоритмизированных задач, требующих оценки, выбора и реализации наиболее эффективного и качественного из возможных решений задачи в рамках определенного количества вариантов. Поэтому в современных условиях большое значение для гуманитарных специальностей приобретает именно развивающая функция математики: формирование логических приемов мыслительной деятельности (анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования и т. п.), алгоритмического мышления, развитие пространственного воображения.

Математические методы находят все более широкое применение не только в естествознании и технике, но и в таких областях, как экономика, социология, история, филология, юриспруденция, медицина.

Исходя из этого, можно выделить два аспекта использования НИТ в процессе обучения математике студентов ссузов гуманитарных специальностей. Прежде всего, использование НИТ в учебном процессе позволяет совершенствовать уровень базовой подготовки по математике (на наш взгляд, углубленный и профессиональный уровни обучения у таких специальностей практически отсутствуют) за счет:

- повышения мотивации к изучению предмета в связи с применением нетрадиционных форм организации занятий;
- контроля и дополнительной индивидуальной проработки изучаемого материала;
- качественной реализации всех этапов формирования математических понятий (мотивации, выявления существенных свойств понятия, усвоение определения понятия, использование понятия в конкретных ситуациях, систематизация понятий) за счет визуального представления изучаемых математических объектов[2, с.49-67];
- качественной реализации всех этапов работы с задачей или теоремой за счет визуального представления каждого этапа и моделирования задачных ситуаций;
- решения большого количество расчетных задач профессионально значимых для студентов ссузов с помощью специализированных математических систем и пакетов.

Кроме того, без овладения НИТ невозможны повышение качества среднего профессионального образования, подготовка специалистов – профессионалов, владеющих компьютерными технологиями, математическими методами построения моделей, постановки и решения задач, а также умеющих проводить математические расчеты и анализ результатов с использованием современных информационных и телекоммуникационных технологий в своей профессиональной деятельности.

Использование НИТ в обучении математике студентов ссузов, учет особенностей профиля специальности (гуманитарный, технический) поможет студентам осознать целостную картину изучения материала, индивидуализировать обучение, совершенствовать контроль и самоконтроль, повысить результативность учебного процесса, и, следовательно, будет способствовать подготовке специалистов-профессионалов.

Литература

1. *Вознесенская, И.В.* Обучение физике студентов инженерных специальностей с использованием современных компьютерных технологий/ И.В. Вознесенская//Интеграция образования.– Саранск, 2006.– №4.–С.248-251.

2. *Захарова, И.Г.* Информационные технологии в образовании: учеб. пособ. для студ. высш. учеб. заведений/ И.Г. Захарова, - М.: Издательский центр «Академия», 2005.- 192 с.

3. *Саранцев, Г.И.* Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособ. для пед. инстит. / Г.И. Саранцев, – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.

О.М. КУЛИБАБА

ДЕТСКАЯ ОДАРЕННОСТЬ И ЕЕ СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

В последние годы в педагогике и психологии значительно возрос интерес к области такого сложного явления, как «детская одаренность».

Достаточно общее определение детской одаренности в 1972 году было опубликовано Комитетом по образованию США: «Одаренными и талантливыми учащимися являются те, которые выявлены профессионально подготовленными людьми, как обладающие потенциалом к высоким достижениям в силу выдающихся способностей. Такие дети требуют дифференцированных учебных программ и (или) помощи, которые выходят за рамки обычного школьного обучения, для того, чтобы иметь возможность реализовать свои потенции и сделать вклад в развитие общества. Дети, склонные к высоким достижениям, могут и не демонстрировать их сразу, но иметь потенции к ним в любой из следующих областей (в одной или в сочетании): а) общие интеллектуальные способности; б) конкретные академические способности; в) творческое или продуктивное мышление; г) лидерские способности; д) художественные и исполнительские искусства; е) психомоторные способности» [13, с.87].

Отметим, что в 1975 году Всемирный совет по одаренным и талантливым детям, объединяющий 55 стран утвердил представленное выше определение детской одаренности в качестве рабочего определения.

В нашей стране в 1997 году утверждено Положение о Координационном Совете Министерства общего и профессионального образования Российской Федерации по федеральной и целевой программе «Одаренные дети», созданного в целях реализации программы по оказанию социальной, педагогической и психологической помощи одаренным детям, педагогам, а также образовательным учреждениям для обучения и воспитания талантливых детей, показавших высокую специальную, общую и (или) творческую одаренность. Согласно рабочей концепции одаренности, разработанной Д.Б. Богоявленской, В.Д. Шадриковым и др. [4], «одаренность – это системное, развивающееся в течение жизни качество психики, которое определяет возможность достижения человеком более высоких (необычных, незаурядных) результатов в одном или нескольких видах деятельности по сравнению с другими людьми», «одаренный ребенок – это ребенок, который выделяется яркими, очевидными, иногда выдающимися достижениями (или имеет внутренние предпосылки для таких достижений) в том или ином виде деятельности».

Данные определения, несмотря на их большую конкретность, все же не отражают возрастного характера детской одаренности, кроме того, в представленных определениях, отсутствует такой важный аспект одаренности, как ее личная и общественная ценностность.

Многие ученые отмечают связь между духовностью и одаренностью, творческой одаренностью [3, 21, 23, 24, 25]. Выдвинутое Д.Б. Богоявленской положение о том, что «отношение человека к внешнему миру определяется богатством его внутреннего мира» находит свое продолжение у В.Д. Шадрикова, который обращает внимание на то, что «духовные состояния включают в себя сильный эмоциональный компонент… Эмоции побуждают ум к новым начинаниям, а волю – к упорству» [22, с.368-369]. В подтверждение этого постулата ученый приводит слова А. Бергсона [2] о существовании эмоций, порождающих мысль: «…изобретение, хотя оно и принадлежит к явлениям интеллектуального порядка, может иметь своей составляющей сферу чувств… Эмоции – это потрясение души».

Мы полностью разделяем выводы Д.Б. Богоявленской, В.Д. Шадрикова и утверждаем, что в условиях научно-технической революции и нынешнего перехода к глобальному информационному человеческому сообществу резко возрастает ценностно-духовный аспект личности. Многочисленным угрозам, перед которыми стоит человечество, должны противостоять люди, ответственные за свои поступки. А это, в свою очередь, диктует необходимость развивать одаренных детей, обладающих не только предельно и сверхпредельно высокими показателями ума, воли, но и отличающихся твердыми духовно-нравственными позициями, моралью, ценностным отношением к человеку, природе, миру и к себе.

Таким образом, ***детская одаренность*** - это *развиваемое в течение жизни ценностное, интегрированное качество психики, позволяющее на основе более высоких по сравнению с другими детьми данного возраста интеллекта, креативности и повышенной избирательной увлеченности к конкретной предметной деятельности (например, к математике) или к нескольким видам деятельности достигать незаурядных, необычных результатов.*

Выделим структурные компоненты детской одаренности.

Детскую одаренность в силу ее сложности нельзя представлять в виде законченной схемы. Тем не менее, сравнительный анализ различных подходов к проблеме одаренности ребенка [3, 8, 15, 17, 20] позволяет рассматривать ее модель как структурно-уровневое образование, состоящее из четырех взаимосвязанных компонентов: *мотивационно-целевого, содержательно-операционного, эмоционально-волевого и рефлексивного*.

Остановимся более подробно на каждом из вышеуказанных компонентов.

Мотивационно-целевой компонент в структуре детской одаренности характеризует индивидуальные особенности принятия и удержания целей деятельности, уровень осознанности ребенком данного процесса.

Одаренный ребенок с развитым целеполаганием самостоятельно выдвигает цели, осознанно организует свою деятельность, а его цели отличаются реализмом, детализацией и устойчивостью (актуальная одаренность). Одаренный ребенок с низким уровнем целеполагания предпочитает не задумываться о своем будущем, цели выдвигает ситуативно и обычно несамостоятельно. В связи с этим цели далеки от реальности, подвержены частой смене и, как следствие, продуктивные результаты могут быть отдалены во времени (потенциальная одаренность).

Процесс развития одаренности ребенка подразумевает формирование способности к целеполаганию. Именно это в наибольшей степени гармонизирует адаптивную и неадаптивную активность личности, умеющую самостоятельно намечать свои цели и создавать условия для их достижения.

Мотив (побудительная причина деятельности, поведения) играет важнейшую роль в структуре одаренности, поскольку позволяет ответить на вопрос: зачем это нужно ребенку, зачем он это делает?

О возможном и реальном многообразии мотивов свидетельствуют научные труды, в которых представлены разнообразные классификации [9, 10, 14, 16]. Не задаваясь целью подробного их рассмотрения, отметим лишь, что во всех классификациях мотивы сгруппированы в несколько относительно небольших групп. Например, мотивы учения можно сгруппировать следующим образом:

-мотивы, заложенные в самой учебной деятельности (интересует содержание учения, хочется узнавать новые факты, овладевать знаниями, способами действий, проникать в суть явлений, увлекает процесс общения с учителем, другими детьми, нравятся игровые моменты, технические средства и др.);

-мотивы, связанные с косвенным продуктом учения (мотивы долга, ответственности перед родителями, учителями, классом, обществом; мотивы самоутверждения, достижения, самоопределения, самосовершенствования; мотивы страха быть наказанным, страха разочарования родителей и др.).

Конечно же, перечисленные группы мотивов беднее и проще, чем реальная жизнь, однако в целом они отражают суть явления.

Отметим, что каждому ребенку (одаренному и «нормальному») свойственны все перечисленные выше мотивы, но их иерархия может быть различной. То есть одни мотивы могут преобладать, доминировать в мотивационно-потребностной сфере ребенка, а другие находиться в подчиненном положении.

Как отмечает А.И. Савенков [19, с.23], наиболее желательно с точки зрения одаренности доминирование мотивов, связанных с содержанием учения (ориентация на овладение новыми знаниями, фактами, явлениями, закономерностями; ориентация на усвоение способов приобретения знаний и т.п.). Доминирование именно этой группы мотивов характеризует одаренного ребенка.

Психологами [7, 14, 18] доказано, что деятельность, выполняемая не из чувства долга, не для получения высокой оценки и т.п., а на основе внутренней потребности («потому что хочется») вызывает положительные эмоции, которые в свою очередь содействуют развитию данных способностей. Кроме того, большое значение имеет и то, в какой иерархии за доминантными выстроятся остальные мотивы. Например, мотивы, связанные с процессом общения с учителем уступают по ценности мотивам желания узнавать новые факты, однако первые легче могут быть трансформированы во вторые, чем, например, мотив страха быть наказанным.

С точки зрения психолого-педагогического сопровождения развития одаренных детей очень важна иерархия мотивов, поскольку ученые [1, 5, 6, 12] отмечают, что на практике менее одаренные, но целенаправленно решающие собственную, личностно значимую задачу дети, оказываются в конечном счете более продуктивными, чем более одаренные дети, но менее заинтересованные. То есть максимально реализует свой потенциал чаще не тот, кто более развит, а тот, кто более упорно, настойчиво идет к своей цели.

Содержательно-операционный компонент в структуре детской одаренности представляет собой совокупность внутриличностных и внешних составляющих.

Внутриличностными содержательными элементами детской одаренности мы выделяем следующие, которые для большей наглядности представлены в виде схемы:

Схема 1.

Внутриличностные содержательные элементы детской одаренности.

Генотип (природные задатки)

↓

индивидуальные особенности психики ребенка (состояние конвергентного и дивергентного мышления, память, особая чувствительность к конкретной предметной деятельности, др.)

↓

Высокий уровень умственных способностей (различные виды интеллекта + креативность)

↓

Высокий уровень проявления различных видов адаптивной и неадаптивной активности

К внутриличностнным операционным элементам детской одаренности мы отнесли следующие, которые также представлены в виде схемы:

Схема 2.

Внутриличностные операционные элементы детской одаренности.

Знания ↔ **Высокий уровень сформированности умений в одной или нескольких видах деятельности** ↔ **Навыки** ↔ **Опыт**

К внешним содержательно-операционным элементам, в большей или в меньшей степени влияющим на развитие одаренности ребенка относятся:
- макросреда (мировое сообщество, страна, культура);
- мезосреда (особенности региона проживания);
- микросреда (семья, школа, сверстники, совокупность особенностей обучения, воспитания, которые должны стимулировать развитие одаренности, быть развивающими).

Наличие одаренности (особенно потенциальной) еще не гарантирует обязательное достижение ребенком успеха в деятельности (или деятельностях).

Для этого необходимы волевые усилия. Обратимся к эмоционально-волевому компоненту одаренности.

Эмоционально-волевой компонент.

В основе данного компонента лежит готовность к совершению волевого усилия по включению в деятельность. Волевая регуляция - «это целенаправленное саморегулирование человеком своего поведения, выраженное в способности сознательно преодолевать препятствия и трудности при совершении действий и поступков» [11, с.20]. Она характеризует индивидуальные особенности регуляции человеком собственных действий, психических процессов и состояний. Личность с высоким уровнем волевой регуляции может целенаправленно регулировать свои психические процессы и реализовывать собственные планы. Человек же с неразвитыми волевыми качествами не способен мобилизовать свои физические и психические возможности для преодоления препятствий, возникающих на пути к поставленной цели. Его поведение отличается импульсивностью, качество и результативность деятельности резко снижаются при увеличении объема работы, ухудшении физического или психологического состояния, возникновении внутренних или внешних трудностей.

Проявления одаренности в любом виде деятельности неизбежно связано с преодолением различных затруднений, что требует сознательной саморегуляции ребенком своей деятельности и поведения. Эту функцию выполняет *воля*. Каким же образом это происходит? Психологи выделяют этапы волевого действия: осознание цели и стремление ее достичь → осознание ряда возможностей достижения цели → появление мотивов, утверждающих или отрицающих эти возможности → борьба мотивов и выбор → принятие одной из возможностей достижения цели в качестве решения → осуществление принятого решения. Особое внимание уделяется борьбе мотивов, поскольку результат этой борьбы и определяет выбор, появляется волевое решение. Оно может быть различным: или воля проявилась, то есть ребенок заставил себя сделать что-то, несмотря на препятствия (значительные или незначительные), или проявилось безволие, то есть произошло рассогласование цели и мотива, ребенок не увидел смысла что-либо сделать.

Относительно детской одаренности можно выделить такие волевые качества, как:

- четкое осознание цели и интенсивное стремление к ее достижению;
- борьба мотивов и выбор происходят обоснованно и быстро;
- решения всегда обоснованные;
- в осуществлении решения проявляется стойкость и активность;
- настойчивость (способность личности в течение длительного времени вопреки трудностям и препятствиям сохранять усилия по достижению цели);
- решительность (способность к быстрому принятию решения и его осуществлению);
- убежденность (обоснованная уверенность личности в истинности принципов и знаний, которыми она руководствуется);

- уверенность в собственных силах (способность личности к потенциальному осуществлению любой деятельности, к преодолению любых препятствий);

- самостоятельность при принятии решений (относительная независимость от внешних воздействий, способность организовать свою деятельность и добиваться достижения поставленных целей).

Волевая регуляция тесно связана с мотивационно-целевым и содержательно-операционным компонентами одаренности, так как у них общая основа - потребности ребенка. Потребности же, в свою очередь, тесно связаны с эмоциями. «Выступая в качестве проявления потребности… - конкретной психической формы ее существования, эмоция выражает активную сторону потребности» [11, с.123]. Эта общая основа - потребность - определяет связь мотивов и волевых процессов с эмоциями. Эмоции — это «особый психический процесс, выраженный переживанием чувств, который выступает в качестве проявления потребности и отражает значимость объектов и событий во внешнем и внутреннем мире человека для его жизнедеятельности» [11, с.123]. Положительные эмоции (радость, удовлетворение, уверенность, гордость, конструктивное сомнение) сообщают одаренному ребенку дополнительную энергию, придают дополнительные силы, что служит могучим стимулом в дальнейшей деятельности.

Наличие **рефлексивного компонента** в структуре детской одаренности опосредуется тем, что рефлексия выступает в качестве одного из основных механизмов психической деятельности, в ходе осуществления которой ребенок отдает себе полный и ясный отчет в том, что и как он делает, т.е. осознает те схемы и правила, в согласии с которыми он включается в одну или несколько видов деятельности.

Литература

1. *Бабаева, Ю.Д.* Психология одаренности детей и подростков. – М., 1996. – 407 с.

2. *Бергсон, А.* Два источника морали и религии /Пер. с фр. А.Б. Гофман: Канон. – М., 1994. – 382 с.

3. *Богоявленская, Д.Б.* Исследования творчества и одаренности в традициях процессуально-деятельностной парадигмы //Основные современные концепции творчества и одаренности. – М.: Молодая гвардия, 1997. – С. 328-348.

4. *Богоявленская, Д.Б., Брушлинский, А.В., Холодная, М.А., Шадриков, В.Д. и др.* Рабочая концепция одаренности. – М.: ИЧП «Издательство Магистр», 1998.

5. *Бодалев, А.А., Рудкевич, Л.А.* Как становятся великими или выдающимися? – М.: КВАНТ, 1997. – 102 с.

6. *Волков, И.П.* Много в школе талантов? - М.: Знание, 1989. - 80 с.

7. *Выготский, Л.С.* Психология. - М.: ЭКСМО-Пресс, 2000. -108 с.

8. *Гильбух, Ю.З., Гарнец, О.Н., Коробко, С.Л.* Феномен умственной одаренности //Вопросы психологии. - 1990. - № 4. - С. 147-155.

9. *Додонов, Б.И.* Структура и динамика мотивов деятельности. //Вопросы психологии. 1984, № 4. С. 126- 130.

10. *Климов, Е.А.* Общая психология. Общеобразовательный курс: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 511 с.

11. Краткий психологический словарь-хрестоматия //Под ред. К.К.Платонова. М., Высшая школа, 1974. – 134 с.

12. *Кэлвин, С.Х., Линдсей, Г.* Теории личности /Пер. с англ. И.Б. Гриншпун. - М.: ЭКСМО-Пресс, 1999. - 592 с. - (Сер. «Мир психологии»).

13. *Лейтес, Н.С.* Возрастной подход к проблеме детской одаренности //Основные современные концепции детской одаренности. - М., 1997. - С. 57.

14. *Леонтьев, А.Н.* Потребности, мотивы, эмоции. - М.: Политиздат, 1978. – 248 с.

15. *Меде, В., Пиорковский, Г.* Детская одаренность /Пер. с нем. И. Левинсон. Под ред. Б. Варшава. - М: Работник просвещения, 1925. - 118 с.

16. *Моляко, В.А.* Внутренняя и внешняя мотивация учебной деятельности //Вопросы психологии. 1987, № 5. С. 86.

17. Основные современные концепции творчества и одаренности. /Под ред. Д.Б. Богоявленской. - М.: Молодая гвардия, 1997. – 416 с.

18. *Рубинштейн, С.Л.* Основы общей психологии. - СПб.: Питер, 2000. - 720 с: ил. – (Сер. «Мастера психологии»).

19. *Савенков, А.И.* Одаренный ребенок дома и в школе. – Екатеринбург: У-Фактория, 2004. – 272 с. (Серия «Психология детства: Практикум»).

20. *Ушаков, Д.В.* Одаренность, интуиция, творчество //Основные современные концепции творчества и одаренности. - М., 1997. - С. 78.

21. *Чудновский, В.Э., Юревич, В.С.* Одаренность: дар или испытание. М.: Смысл, 1990, - 250 с.

22. *Шадриков, В.Д.* Духовность и творчество //Основные современные концепции творчества и одаренности. - М., 1997. - С. 368-369.

23. *Шпарева, Г.Т. и др.* Проблема одаренности и новая региональная образовательная модель. - Майкоп. - 1996. - 49 с.

24. *Экземплярский, В.М.* Проблема одаренности. - М.: Русский книжник, 1923. – 136 с.

25. *Юркевич, В.С.* Одаренный ребенок: иллюзии и реальность. - М: Просвещение, 1996. - 128 с.

Л. А. ДУБРАКОВА, В. И. ИГОШИН

НАЧАЛО КУРСА «ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ» В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Курс «Теория алгоритмов» входит в общеобразовательный стандарт специальности 050201 – «математика с дополнительной специальностью информатика». Он является непосредственным продолжением курса математической логики и в значительной мере опирается на него. Культура алгоритмического мышления становится в последнее время все более значимой в жизни современного человека, чему в немалой степени способствует компьютеризация, проникающая буквально во все сферы жизни. В значительной мере эта культура формируется на уроках математики под руководством учителя математики. Фундаментальной основой для формирования алгоритмической культуры самого будущего учителя математики и информатики и призван стать курс теории алгоритмов.

Курс теории алгоритмов, как и курс математической логики, не является традиционным для студентов, т. е. не имеет ретроспективы в школьном образовании. Если раньше студенты и встречались с какими-либо алгоритмами, то это были вполне конкретные алгоритмы, решающие конкретные (математические) задачи. Курс теории алгоритмов носит принципиально иной характер. Он имеет дело не с конкретными алгоритмами, а с понятием алгоритма как таковым. Излагаемую в нем теорию можно было бы назвать общей или абстрактной теорией алгоритмов. Все это вызывает у студентов определенные трудности при изучении этого курса. И это предъявляет к преподавателю дополнительные требования при изложении начала этого курса, когда студенты только входят в круг идей, проблем и методов, изучаемых данной теорией. В этой заметке намечаются некоторые штрихи к построению начала курса теории алгоритмов, которые, как нам представляется, сделают этот процесс вхождения более мягким и эффективным.

Первым вопросом, который решает общая теория алгоритмов, является вопрос о том, как сделать интуитивное понятие алгоритма объектом изучения строгой математической теории. В 30-е годы прошлого века было намечено несколько путей решения этого вопроса, на каждом из которых было выработано свое формальное понятие алгоритма.

Слово «алгоритм» происходит от имени узбекского математика Мухаммеда бен Муса Хорезми, который в IX в. н. э. разработал правила четырех арифметических действий. Совокупность этих правил в Европе стали называть «алгоризм». Впоследствии это слово переродилось в «алгоритм» и стало собирательным названием отдельных правил определенного вида.

Под алгоритмом обычно понимают точное, общепонятное описание определенной последовательности интеллектуальных операций, необходимых и достаточных для решения любой из задач, принадлежащих к некоторому классу.

Вплоть до 30-х годов XX в. понятие алгоритма оставалось интуитивно понятным, имевшим скорее методологическое, а не математическое значение. Термин «алгоритм» употреблялся в математике лишь в связи с теми или иными конкретными алгоритмами. Утверждение о существовании алгоритма для решения задач данного типа сопровождалось фактическим его описанием. Однако, в начале XX века были сформулированы алгоритмические проблемы, положительное решение которых представлялось маловероятным. Решение таких проблем потребовало привлечения новых логических средств. Ведь одно дело доказать существование разрешающего алгоритма – это можно сделать используя интуитивное понятие алгоритма. Другое дело - доказать несуществование алгоритма – для этого нужно знать точно, что такое алгоритм.

Одним из первых понятие алгоритм формализовал Алан Тьюринг. В 1936 году он построил логическую модель так называемой машины Тьюринга.

Машину Тьюринга удобно представлять в виде автоматически работающего устройства. В каждый дискретный момент времени устройство, находясь в некотором состоянии, обозревает содержимое одной ячейки протягиваемой через устройство ленты и делает шаг, заключающийся в том, что устройство переходит в новое состояние, изменяет (или оставляет без изменений) содержимое обозреваемой ячейки и переходит к обозрению следующей ячейки – справа или слева. Причем шаг осуществляется на основании предписанной команды. Совокупность всех команд представляет собой программу машины Тьюринга.

Машина Тьюринга обладает внешним алфавитом $A = \{a_0, a_1, \dots, a_n\}$, символы которого записываются на ленту машины, и алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_m\}$, где q_1 – *начальное состояние,* q_0 – *заключительное*. Работа машины определяется *программой* (*функциональной схемой*). Программа состоит из команд. Каждая команда $T(i, j)$ ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 0, 1, \dots, n$) представляет собой выражение одного из следующих видов:

$$q_i a_j \to q_k a_l C;\ q_i a_j \to q_k a_l П;\ q_i a_j \to q_i a_j Л,$$

где $0 \le k \le m$; $0 \le l \le n$, С – машина продолжает обозревать ту же ячейку, П – машина сдвигается на клетку вправо, Л – на клетку влево.

Синтез машин Тьюринга является достаточно сложной задачей, требующей определенного уровня развития алгоритмического мышления.

Машина Тьюринга работает со словами своего внешнего алфавита. Пусть $A = \{0, 1\}$ (здесь 0 – символ пустой ячейки). Полезно ввести следующие обозначения. Для натурального x обозначаем:

$$1^x = \underbrace{1\dots1}_{x},\ 0^x = \underbrace{0\dots0}_{x}.$$

Приведем программы следующих машин Тьюринга: «*левый сдвиг*» $Б^-$ и «*правый сдвиг*» $Б^+$. Первая из начального стандартного положения перерабатывает слово 01^x0 в то же самое слово и останавливается, обозревая самую левую ячейку с нулем. Вторая машина из начального состояния, в котором обозревается левая ячейка с нулем, 01^x0 перерабатывает в то же самое слово и останавливается, обозревая самую правую ячейку с нулем.

Программа машины $Б^-$: $q_1 0 \to q_2 0Л$, $q_2 1 \to q_2 1Л$, $q_2 0 \to q_0 0$.

Программа машины $Б^+$: $q_1 0 \to q_2 0П$, $q_2 1 \to q_2 1П$, $q_2 0 \to q_0 0$.

Программа машины Тьюринга называемой «*транспозицией*» и обозначаемой В, осуществляющей переход $01^x q_1 01^y 0 \Rightarrow 01^y q_0 01^x 0$, выглядит так:

$q_1 0 \to q_2 0П$, $q_2 1 \to q_2 1П$, $q_2 0 \to q_3 0$, $q_3 0 \to q_4 0Л$, $q_4 1 \to q_5 0$, $q_5 0 \to q_6 0Л$, $q_6 1 \to q_6 1Л$, $q_6 0 \to q_7 1$, $q_4 0 \to q_7 0$, $q_7 1 \to q_8 1Л$, $q_8 1 \to q_9 0$, $q_9 0 \to q_{10} 0П$, $q_{10} 1 \to q_{10} 1П$, $q_{10} 0 \to q_{11} 1$, $q_{11} 1 \to q_{12} 1Л$, $q_{12} 1 \to q_{13} 0$, $q_{13} 0 \to q_{14} 0Л$, $q_{14} 1 \to q_{14} 1Л$, $q_{14} 0 \to q_{15} 1$, $q_7 0 \to q_{16} 1$, $q_{16} 1 \to q_{17} 1Л$, $q_{17} 1 \to q_{15} 0$, $q_{15} 1 \to q_7 1$, $q_{15} 0 \to q_7 0$, $q_8 0 \to q_{18} 0П$, $q_{18} 1 \to q_{18} 1П$, $q_{18} 0 \to q_0 0$, $q_{17} 0 \to q_{19} 0П$, $q_{19} 1 \to q_0 0$.

Здесь целесообразно предложить студентам рассмотреть процедуру работы этой машины Тьюринга при следующих конкретных значениях аргументов: $x = 1, y = 2$; $x = 2, y = 1$; $x = 2, y =3$; $x = 3, y = 2$; $x = 2, y = 4$; $x = 5, y = 3$ и т. д.

Приведем программу машины Тьюринга (называемую «*удвоение*» и обозначаемую Г), которая осуществляет переход $q_1 01^x 0 \Rightarrow q_0 01^x 01^x 0$.

Программа машины Тьюринга Г:

$q_1 0 \to q_2 П$, $q_2 1 \to q_2 П$, $q_2 0 \to q_3 Л$, $q_3 1 \to q_4 0$, $q_4 0 \to q_5 П$, $q_5 0 \to q_6 1$, $q_6 1 \to q_6 П$, $q_6 0 \to q_7 П$, $q_7 1 \to q_7 П$, $q_7 0 \to q_8 1$, $q_8 1 \to q_8 Л$, $q_8 0 \to q_9 Л$, $q_9 1 \to q_9 Л$, $q_9 0 \to q_2 0$, $q_3 0 \to q_0 П$.

Здесь также полезно предложить студентам проанализировать работу машины Тьюринга при некоторых конкретных значениях аргумента x = 2, 3, 4, 5.

Эффективным инструментом для конструирования машин Тьюринга является понятие композиции машин Тьюринга.

Пусть заданы машины Тьюринга Θ_1 и Θ_2, имеющие общий внешний алфавит $\{a_0, a_1, \ldots, a_m\}$ и алфавиты внутренних состояний $\{q_0, q_1, \ldots, q_n\}$ и $\{q_0, q'_1, \ldots, q'_t\}$ соответственно. *Композицией* (или *произведением*) машины Θ_1 и машины Θ_2 называется новая машина Θ с тем же внешним алфавитом $\{a_0, a_1, \ldots, a_m\}$, внутренним алфавитом $\{q_0, q_1, \ldots, q_n, q_{n+1}, \ldots, q_{n+t}\}$ и программой, получающейся следующим образом. Во всех командах из Θ_1, содержащих символ остановки q_0, заменяем последний на q_{n+1}. Все остальные символы в командах из Θ_1 остаются неизменными. В командах из Θ_2 символ q_0 оставляем неизменным, а все остальные состояния q'_i ($i = 1, \ldots, t$) заменяем соответственно на q_{n+i}. Совокупность всех так полученных команд образует программу машины-композиции Θ.

Покажем на примере, как это понятие применяется для конструирования машин Тьюринга.

Пример. Построить машину Тьюринга (называемую «*циклический сдвиг*» и обозначаемую Ц), которая осуществляет переход $01^x 01^y q_1 01^z 0 \Rightarrow 01^z q_0 01^x 01^y 0$.

Проверим, что такой перевод произойдет в результате последовательного применения (композиции) ранее построенных машин В, $Б^-$, В, т.е. Ц = В$Б^-$В. В самом деле, вычисляем: В$Б^-$В$(01^x 01^y q_1 01^z 0)$ = В$Б^-$(В$(01^x 01^y q_1 01^z 0)$) = В$Б^-(01^x 01^z q 01^y 0)$ = В$(01^x q 01^z 01^y 0) = 01^z q_0 01^x 01^y 0$.

Одна и та же машина Тьюринга может быть построена с помощью разных композиций машин Тьюринга.

Пример. Построим машину Тьюринга (называемую «*копирование*» и обозначаемую $К_2$), которая осуществляет переход $q_1 01^x 01^y \Rightarrow 01^x 01^y q_0 01^x 01^y$.

В книге А. И. Мальцева [3] приводится следующая композиция машин Тьюринга для осуществления такого перехода:

$$Б^+ В Б^- Б^- В Б^+ ВГВ Б^+ ВГ Б^+.$$

Проверим, что такой же переход произойдет в результате применения композиции машин Тьюринга В, $Б^+$, Г, $Б^-$, Ц, $Б^+$, Г, $Б^-$, В, $Б^+$, т.е.

$К_2 = ВБ^+ГБ^-ЦБ^+ГБ^-ВБ^+$. В самом деле,

$$ВБ^+ГБ^-ЦБ^+ГБ^-ВБ^+\ (q_1 01^x 01^y) = ВБ^+ГБ^-ЦБ^+ГБ^-В(01^x q 01^y) =$$

$$= ВБ^+ГБ^-ЦБ^+ГБ^-(01^y q 01^x) = ВБ^+ГБ^-ЦБ^+Г(q 01^y 01^x) =$$

$$= ВБ^+ГБ^-ЦБ^+(01^y q 01^y 01^x) = ВБ^+ГБ^-Ц(01^y 01^y q 01^x) =$$

$$= ВБ^+ГБ^-(01^x q 01^y 01^y) = ВБ^+Г(q 01^x 01^y 01^y) = ВБ^+(01^x q 01^x 01^y 01^y) =$$

$$= В(01^x 01^x q 01^y 01^y) = 01^x 01^y q_0 01^x 01^y.$$

Машина Тьюринга – одно из важнейших понятий в теории алгоритмов, можно даже сказать, основа этой теории. В связи с повсеместным распространением ЭВМ изучение теории машин Тьюринга стало особенно актуальным, поскольку машина Тьюринга является предтечей современных ЭВМ, а самого Алана Тьюринга даже, шутя, называют первым хакером. Особую роль изучение этой теории играет в теоретической подготовке специалистов в области программирования.

Литература

1. *Игошин, В. И.* Математическая логика и теория алгоритмов. – 2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.
2. *Игошин, В. И.* Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов. – 3-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 304 с.
3. *Мальцев, А. И.* Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965. – 392с.

Т.А. КАПИТОНОВА, Н.С. КУЗНЕЦОВА

ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Анализ упражнений и задач, представленных в учебниках [1] – [3] приводит к необходимости разработки дополнительных упражнений: на построение графиков, на нахождение области определения и множества значений обратных функций, на использование свойств взаимно обратных функций. Упражнения такого типа позволяют учащимся лучше усвоить и запомнить определения и свойства обратных функций, прояснить именно обратную функциональную зависимость.

Задачи, связанные с обратными функциями, часто вызывают у школьников значительные трудности. Связано это, прежде всего с тем, что в учебниках подобным задачам уделяется мало внимания.

Учителю можно рекомендовать следующее:

1) использовать такие задания не только во время изучения данной темы, но и после, при повторении, периодически обращаться к таким заданиям;

2) познакомить учащихся с решением уравнений, содержащих взаимно обратные функции;

3) рассматривать графические способы решения уравнений, содержащих взаимно обратные функции;

4) давать учащимся задания на выведение соотношений для обратных функций, или на доказательство этих соотношений как тождеств.

Общеизвестно, что лучше всего усваивается не тот материал, который изучается непосредственно, а материал, который является средством решения других задач. Поэтому целесообразно подобрать и сконструировать специальные типы учебных заданий, для решения которых учащимся необходимо использовать определения и свойства взаимно обратных функций.

Приведем примеры таких заданий и варианты их решения.

Задание 1. ***Вычислить*** $arctg1 + arctg\,2 + arctg\,3$

Решение.

Способ 1. ***Задание выполняется практически устно при использовании клеточного фона.***

$arctg3 = \angle BAM$, $arctg2 = \angle CAN$, $arctg1 = \angle BAC$, ***(*** $\angle BAC$ ***– острый угол прямоугольного равнобедренного треугольника ABC) (рис. 1)***

Таким образом, $arctg1 + arctg\,2 + arctg\,3 = \pi$.

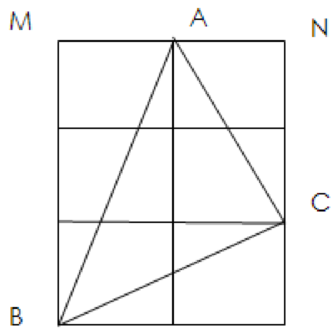


Рис. 1

Способ 2. ***Обозначим*** $arctg2 + arctg3$ ***через*** α***. Тогда*** $tg\alpha = tg(arctg2 + arctg3) = \dfrac{tg(arctg2) + tg(arctg3)}{1 - tg(arctg2)\,tg(arctg3)} = \dfrac{2+3}{1-2\cdot 3} = -1$. ***Теперь остается найти*** α ***по заданному значению тангенса этого аргумента. Для того чтобы эта задача была однозначной, нужно указать пределы изменения*** α***. Так как*** $\dfrac{\pi}{4} < arctg2 < \dfrac{\pi}{2}$ ***и*** $\dfrac{\pi}{4} < arctg3 < \dfrac{\pi}{2}$***, то*** $\dfrac{\pi}{2} < arctg2 + arctg3 < \pi$***, то есть*** $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$***.***

Следовательно, $\alpha = \dfrac{3\pi}{4}$***. Учитывая, что*** $arctg1 = \dfrac{\pi}{4}$***, получаем*** $arctg1 + arctg\,2 + arctg\,3 = \pi$.

Ответ. ***π.***

Задание 2***. Построить график функции*** $y = \cos(\arccos x)$***.***

ешение. ***Область определения данной функции*** $D(y) = [-1; 1]$***. На отрезке*** $[-1; 1]$ ***функция*** $y = \cos(\arccos x)$ ***тождественно равна функции*** $y = x$ ***(рис. 2).***

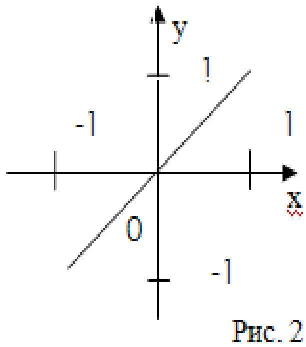


Рис. 2

Задание 3***. Построить график функции*** $y = \cos\left(\arccos\dfrac{1}{x}\right)$***.***

Решение. ***Найдем область определения функции:***

$\dfrac{1}{|x|} \le 1$***,*** $|x| \ge 1$***. Таким образом,***

$D(y) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$***. На этом множестве***

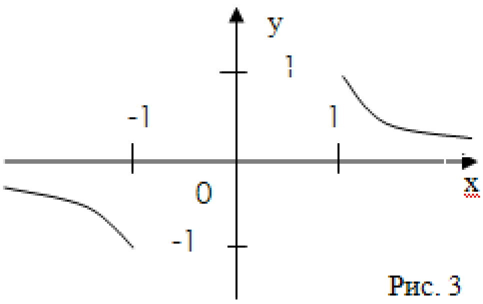


Рис. 3

функция $y = \cos\left(\arccos\dfrac{1}{x}\right)$ ***тождественно равна функции*** $y = \dfrac{1}{x}$ ***(рис. 3).***

<u>Задание 4</u>***. Построить график функции*** $y = \lg 10^{\frac{1}{x}}$***.***

<u>Решение</u>***. Область определения функции*** $y = \lg 10^{\frac{1}{x}}$***:***

$$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

Функция $y = \lg 10^{\frac{1}{x}}$ ***тождественно равна функции*** $y = \dfrac{1}{x}$ ***(рис. 4).***

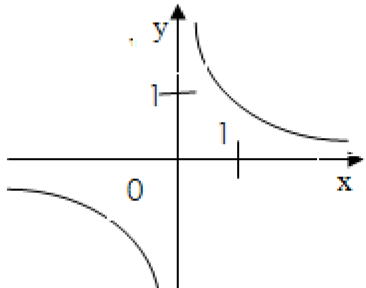


Рис. 4

<u>Задание 5.</u> ***Построить график функции*** $y = \arccos(\cos x)$***.***

<u>Решение.</u> ***Функция*** $y = \arccos(\cos x)$ ***имеет период 2π. Для построения графика функции достаточно построить график функции на отрезке*** $[-\pi; \pi]$ ***и воспользоваться свойством графика периодичной функции.***

<u>1 этап</u>. ***Построим график функции на отрезке*** $[0; \pi]$***. На этом отрезке функция*** $y = \arccos(\cos x)$ ***тождественно равна функции*** $y = x$ ***(рис. 5).***

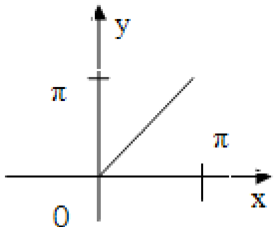


Рис. 5

<u>2 этап.</u> ***Построим график функции на отрезке*** $[-\pi; 0]$***.***

Воспользуемся свойством четности функции $\cos(-x) = \cos x$***.***

Получаем $y = \arccos(\cos x) = \arccos(\cos(-x))$***. Таким образом, на отрезке*** $[-\pi; 0]$ ***функция*** $y = \arccos(\cos x)$ ***тождественна функции*** $y = -x$ ***(рис. 6).***

<u>3 этап</u>. ***В силу периодичности функции осуществляем параллельный перенос полученной ломаной влево и вправо на 2π (рис. 7).***

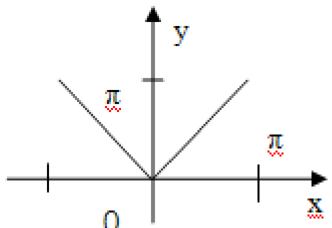


Рис. 6

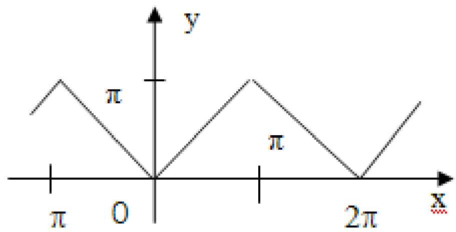


Рис. 7

Построение подобного графика лучше всего выполнять по этапам. После демонстрации решения данного примера, каждый этап решения необходимо обсудить с учащимися, обосновать выбор промежутков на 1 и 2 этапах.

<u>Задание 6.</u> ***Решить уравнение*** $arctgx = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}x$.

<u>Решение. </u>***Построим график линейной функции*** $y = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}x$.

В этой же системе координат построим график функции $y = arctgx$ ***(рис. 8). Поскольку функция*** $y = arctgx$

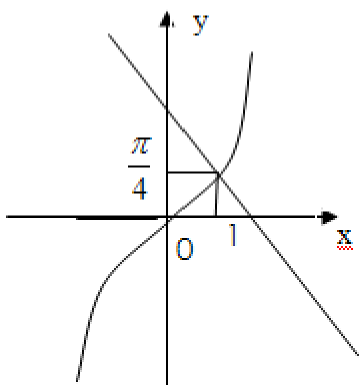


Рис.8

возрастает, а функция $y=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}x$ ***убывает, их графики пересекаются только в одной точке -*** $\left(1;\frac{\pi}{4}\right)$***, а потому заданное уравнение имеет единственный корень:*** *x=1.*

Ответет. ***1.***

Задание 7. ***Решить неравенство*** $\log_2 2^{4x+\log_2 9} > \log_2 (9\cdot 2^{2x+1})$.

Решение. ***Так как функции*** $y=\log_a x$ ***и*** $y=a^x$ ***являются взаимно обратными и область определения функций*** $y=\log_2 2^{4x+\log_2 9}$ ***и*** $y=4x+\log_2 9$ ***– вся числовая прямая, то получаем*** $\log_2 2^{4x+\log_2 9}=4x+\log_2 9$. ***Подставляя полученное равенство в исходное неравенство, получаем:***

$$4x+\log_2 9 > \log_2 9+\log_2 2^{2x+1}$$

Проводя рассуждения, аналогичные приведенным выше, получаем, что $\log_2 2^{2x+1}=2x+1$. ***Исходное неравенство приобретает вид:***

$$4x+\log_2 9 > \log_2 9+2x+1.$$

Решая полученное неравенство, находим $x>\frac{1}{2}$. ***Так как выполнялись только тождественные преобразования, то решением исходного неравенства является*** $x>\frac{1}{2}$.

Ответ. $x>\frac{1}{2}$.

Задание 8. ***Найти все целые значения x, удовлетворяющие неравенству***

$3^{\frac{5}{2}\log_3(2-3x)}-3^{\log_4 x}>83$.

Решение. ***Область определения неравенства*** $0<x<4$. ***Значит, нам достаточно рассмотреть три значения x: 1, 2, 3.***

Если x=1, то левая часть равна $3^{\frac{5}{2}\log_3 9}-1=3^5-1>83$.

Если x=2, то $3^{\frac{5}{2}\log_3 6}-\sqrt{3}=(\sqrt{6})^5-\sqrt{3}=36\sqrt{6}-\sqrt{3}>36\cdot 2{,}4-2>83$.

Если x=3, то $3^{\frac{5}{2}}-3^{\log_4 3}<3^3<83$.

Ответ. ***x=1; 2.***

Задание 9. ***Найти сумму площадей фигур, первая из которых ограничена линиями*** $y=x^3, y=0, x=1$, ***вторая*** $y=\sqrt[3]{x}, y=0, x=1$, ***не применяя интегрального исчисления.***

Решение. ***Построим эти фигуры. Графики функций*** $y=x^3$ ***и*** $y=\sqrt[3]{x}$ ***пересекаются в точке A(1; 1) (рис. 9). Обычно площади таких фигур вычисляются с помощью определенных интегралов, но в данной ситуации этим способом мы воспользоваться не можем.***

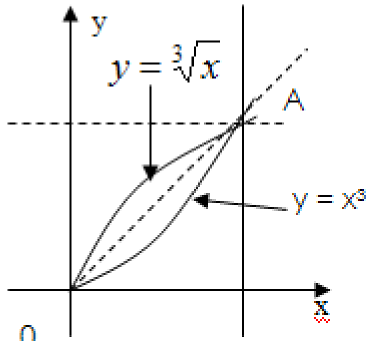


Рис. 9

Из рисунка видно, что сумма площадей данных фигур численно равна площади квадрата, ограниченного линиями: $y=0$, $y=1$, $x=0$, $x=1$.

Таким образом, сумма площадей данных фигур равна 1.

Ответ. ***1.***

Задание 10. ***Вычислите*** $\int_1^3 \ln x\,dx$.

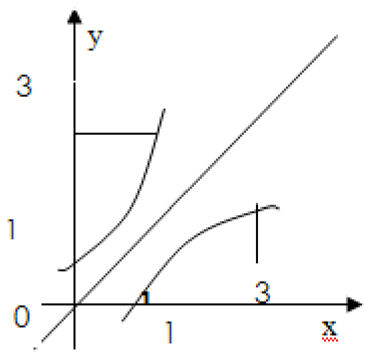


Рис. 10

Решение. ***Данный интеграл численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной линиями:*** $y=\ln x$, $y=0$, $x=3$. ***Функции*** $y=\ln x$ ***и*** $y=e^x$ ***являются взаимно обратными, следовательно, площадь*** S ***данной фигуры равна площади фигуры, ограниченной линиями:*** $y=e^x$, $y=3$, $x=0$ ***(рис. 10).***

$$S=3\cdot\ln 3-\int_0^{\ln 3}e^x dx=3\ln 3-e^x\Big|_0^{\ln 3}=3\ln 3+1-e^{\ln 3}=3\ln 3-2.$$

Таким образом, $\int_1^3 \ln x\,dx=3\ln 3-2$.

Ответ. $3\ln 3-2$.

Ученики знают, что интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$ численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=b$. То есть вычисление определенного интеграла сводится к нахождению площади соответствующей криволинейной трапеции.

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной сверху кривой $y=\log_a x$, $a>1$ ученики не могут. В связи с этим возникает необходимость найти фигуру, равновеликую данной, площадь которой учащиеся могут вычислить. Такой фигурой является фигура, ограниченная снизу кривой $y=a^x$ и симметричная данной фигуре, относительно прямой $y=x$.

Для закрепления «идеи» - способа, использованного при решении задач 9 и 10, учащимся можно предложить выполнить следующие задания (в качестве самостоятельной работы (домашнего задания) целесообразно предложить придумать аналогичные примеры).

Задание 11. ***Доказать тождество*** $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx+\int_0^1 \arcsin x\,dx=\frac{\pi}{2}$.

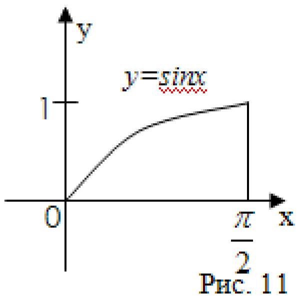


Рис. 11

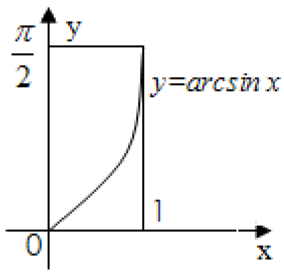


Рис. 12

Решение. ***Заметим что,*** $\int_0^1 \arcsin x\,dx=\frac{\pi}{2}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx=\frac{\pi}{2}\cdot 1-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,dx$ ***(рис. 11, 12).***

Задание 12. ***Вычислить*** $\int_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}}\sin x^2 dx+\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{\arcsin x}\,dx$.

Решение. ***Обозначим во втором слагаемом переменную интегрирования через у. Этот интеграл можно рассматривать как площадь криволинейной трапеции,***

находящейся слева от графика соотношения $x = \sqrt{\arcsin y}$***, равносильного соотношению*** $y = \sin\ x^2$***. Тогда сумма интегралов равна площади фигуры ABCDEF, то есть разности площадей прямоугольников OBCD и OAFE (рис. 13).***

Таким образом, $\int\limits_{\sqrt{\frac{\pi}{6}}}^{\sqrt{\frac{\pi}{3}}} \sin x^2 dx + \int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{\arcsin x}dx = \frac{\sqrt{6}-1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6}}$.

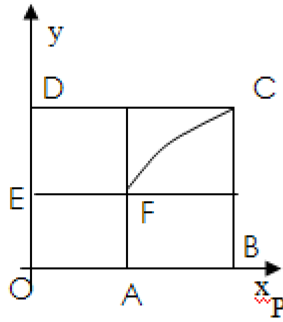


Рис. 13

Ответ. $\frac{\sqrt{6}-1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{6}}$.

При решении подобных заданий необходимо, чтобы ученики могли легко строить подобные фигуры, находить равновеликие фигуры, площади которых они могут вычислить.

Литература

1. *Алгебра и начала анализа*: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений / Алимов Ш. А. и др. – М.: Просвещение, 1999.

2.*Алгебра и начала анализа*: учебник для 10-11 классов общеобр. учреждений / Алимов Ш. А. и др. – М.: Просвещение, 2004.

3.*Алгебра и начала анализа*. Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / А. Н. Колмогоров и др.: Под ред. А. Н. Колмогорова – М.: Просвещение, 1991 г.

4. *Генкин, Г. З.* Геометрические решения алгебраических задач. // Математика в школе. 2001, № 7. С. 61-66.

И.Ю. ГЕРАСЬКИНА, С.С. ГЕРАСЬКИН

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВЫШИВАНИЕ

Учащиеся 5-6 классов, занимающиеся по учебнику Шарыгина И.Ф., Ерганжиевой Л.Н. «Наглядная геометрия», решают задачи на построения кривых высших порядков. На этом изучение данной темы заканчивается. В последующих классах я предлагаю продолжать и развивать тему о кривых. Потому что знакомство с кривыми, изучение их свойств позволит учащимся расширить геометрические представления, углубить их знания и повысить интерес к геометрии, а также создать содержательную основу для дальнейшего изучения математики, физики и других наук.

На уроках математики учащиеся изучают разные способы решения задач на построения. Но многие не менее интересные способы остаются для учеников неизвестными, т.к. они связаны с понятиями, которые по программе в школах не изучаются, но являются важными, так как кривые, о которых идет речь в статье, широко используются в геометрии, физике и технике. Проблема состоит в том, как преподать достаточно сложный, но нужный материал.

Один из способов решения данной проблемы был известен еще в 19 веке. В то время в женских школах был введен предмет математическое вышивание. [4] На занятиях изучался способ построения кривых, который назывался методом математического вышивания. Он замечателен тем, что его можно выполнять цветными нитками на куске тонкого картона.

Проанализировав большое количество задач на построение, можно сделать вывод, что на занятиях разбирались задачи связанные с понятием огибающей некоторого семейства линий.

Если имеется семейство линий, то огибающей этого семейства называется такая линия, которая в каждой своей точке касается одной из линий заданного семейства [1].

Из бесконечного множества кривых выберем все окружности одного и того же радиуса R с центрами на заданной прямой l (рис. 1). Огибающая этого семейства состоит из двух параллельных прямых, находящихся на расстоянии R от прямой l.

Рассмотрим семейство окружностей радиуса R с центром на заданной окружности O радиуса r, (при $r > R$) огибающая этого семейства будет состоять из двух окружностей радиусов $r + R$ и $r – R$ (рис. 2).

Наконец, еще один пример. Рассмотрим семейство, состоящее из всех прямых, проходящем на одном и том же расстоянии R от данной точки O (рис. 3). Огибающей этого семейства прямых является окружность радиуса R с центром в точке O.

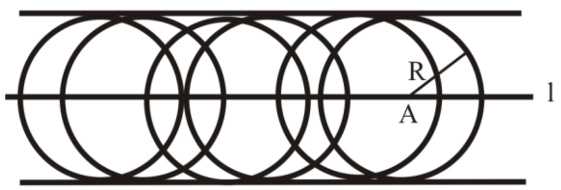


рис. 1

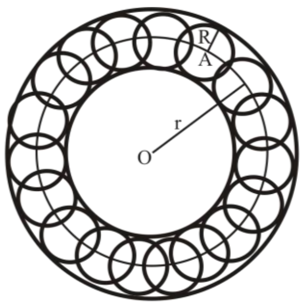


рис. 2

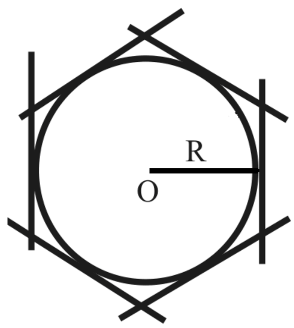


рис. 3

Задача 1. Вырежьте круг из картона. На нем проведите окружность меньшего радиуса и выберите на ней точку A. Начав с точки A, разделите окружность на дуги по 10° каждая, и перенумеруйте точки деления числами 1, 2, 3,…(номер 1 соответствует точке A). Возьмите нитки и вденьте в иголку. Соедините ниткой точки 1 и 3, 2 и 6, 3 и 9, … (т.е. через точки с номерами n и $3n$), прокалывая их иглой. В результате получится кривая – нефроида. (фото.1)

Задача 2. Вырежьте круг из картона. На нем проведите окружность с диаметром AOB (в два раза меньше диаметра круга) и разбейте ее, начиная от точки A, на дуги в 5°. Пронумеруйте точки деления против часовой стрелки числами 0, 1, 2, … Затем, начав с точки B, разбейте окружность на дуги в 15° и перенумеруйте точки деления по часовой стрелке числами 0, 1, 2, … другого цвета. Возьмите нитки и вденьте в иголку. Соедините ниткой точки с одинаковыми номерами, прокалывая их иглой. В результате получится кривая – астроида. (фото. 2)

Замечание. Чтобы работа получилась красивой и аккуратной необходимо:

- нумерацию выполнить с обратной стороны картона;
- для цифр каждой нумерации выбирать другой цвет;
- работу выполнять цветными нитками.

Таким же способом можно построить и другие кривые, например, на фото 3 представлена дельтоида, а на фото 4 – кардиоида. Все зависит от градусов дуг, на которые разбивается окружность и от того, в каком направлении соединяются точки.

Решение задачи способом математического вышивания, позволит учащимся расширить геометрические представления, углубить их знания и повысить интерес к геометрии. Приведенный способ решения задач развивает аккуратность, внимательность и трудолюбие учащихся.

Перечень «вышиваемых» кривых может быть существенно расширен, если обратиться к литературным источникам [2;3;5].

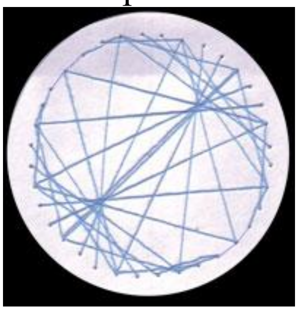


Фото 1

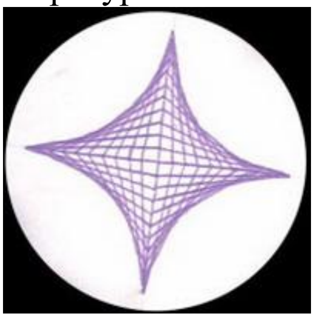


Фото 2

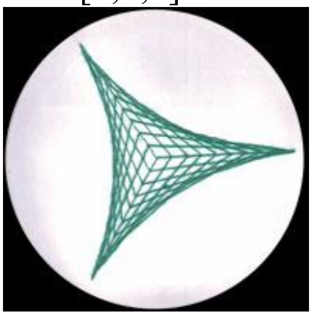


Фото 3

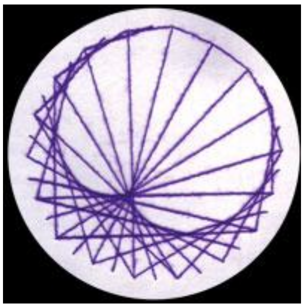


Фото 4

Список используемых источников

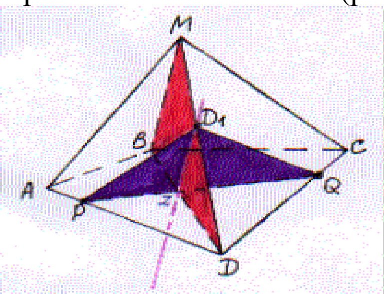
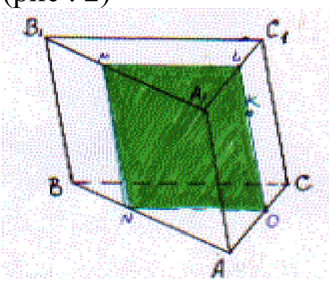
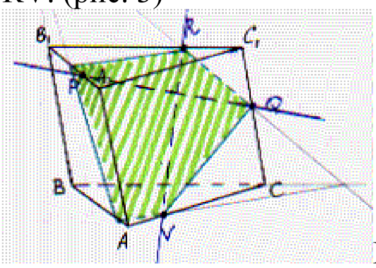
1. *Болтянский В. Г.* Огибающая. – М.: Физматгиз, 1961.
2. *Выгодский М. Я.* Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1966.
3. *Маркушевич А. И.* Замечательные кривые. – М.: Наука, 1987.
4. *Пидоу Д.* Геометрия и искусство. – М.: Мир, 1979.
5. *Савелов А. А.* Плоские кривые. – М.: Физматгиз, 1960.

Е.В. ГОЛУБЦОВА

ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «МНОГОГРАННИКИ» В КЛАССАХ МАТЕМАТИМЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

Изучение многогранников является важнейшей частью курса стереометрии. Они дают богатый задачный материал, как при изучении самой темы «Многогранники», так и при изучении последующих тем стереометрии. Практика показывает, что решение задач - наиболее эффективная форма учебной деятельности учащихся, способствующая развитию познавательной активности и интереса к изучаемому материалу. Но задачи из общепринятых учебников стереометрии не отличаются разнообразием практических ситуаций. Чаще всего их набор исчерпывается рассмотрением прямых призм, правильных призм и пирамид и т.п. При этом основной целью решения становится поиск числового значения неизвестной величины. В итоге достаточно выучить алгоритм решения задач такого типа, чтобы уверить себя и учителя в знании курса стереометрии. В данной статье представлен задачный материал и формы работы с ним используемый при изучении темы «Многогранники» в классах математического профиля.

Существенной причиной слабого усвоения школьниками курса стереометрии является недостаточное внимание к чертежу. При изучении темы «Многогранники» в профильных классах используют индивидуальные работы по построению чертежей, обычно такие работы выполняются учеником самостоятельно на своем заранее изготовленном чертеже или на уроке при использовании готового чертежа предложенного учителем.

На ребрах AD, CD и MD пирамиды MABCD взяты соответственно точки P, Q и D_1. Постройте линию пересечения плоскостей MDB и D_1PQ.[1] Приблизительный ответ (рис. 1).  Рис.1 D_1 принадлежит плоскости MBD, D_1 принадлежит плоскости PD_1Q. В плоскости ABC пересекаются прямые PQ и BD в точке Z. Z и D_1 общие точки плоскостей PD_1Q и MBD, следовательно, D_1Z искомая линия пересечения.	Задачи на готовых чертежах.[2] 1. Точка K взята в грани ACC_1A_1. Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точку K параллельно плоскости BCC_1. (рис . 2)  Рис. 2 2. Выясните, пересекаются ли прямые PQ и RV. (рис. 3)  Рис. 3

В любой деятельности, в частности, в учебной, выделяют две стороны: внешнюю - предметную и внутреннюю - психологическую. Успешное усвоение материала в любой области знания возможно, если первичной является внешняя деятельность, которая переходит во внутреннюю в результате преобразования внешних действий предметной учебной деятельности во внутренние субъективные характеристики ученика, его сознание. Такой процесс психологии называют интериоризацией. Это очень важное положение для изучения стереометрии на профильном уровне. Для решения этой проблемы используется метод лабораторных работ. Проведение лабораторных работ позволяет привлечь внимание учащихся к материалу изучаемой темы, сформировать интерес к ней. Форма проведения лабораторных работ отвечает индивидуальным особенностям обучения учащихся, способствует активизации их математической деятельности. Ниже представлен фрагмент лабораторной работы по теме «Построение сечений многогранника». Данной лабораторной работе предшествует урок тематического повторения, работающий на перспективу применения полученных ранее знаний в новой ситуации. Систематизации и обобщения всех полученных знаний происходит на этапе контроля, когда учащимся предлагается выполнить творческое задание. [3]

1. Постройте сечение куба по трем точкам, расположенным так, как

а) показано на рисунке 4:

В-1 В-2

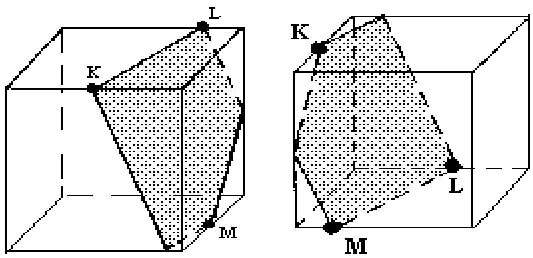


Рис. 4

б) построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки М, Р, К. (рис. 5)

В-1 В-2

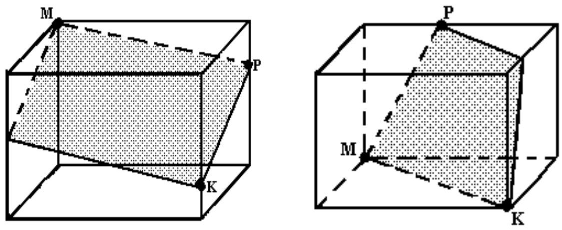


Рис. 5

2. Задача на использование свойств параллельности прямой и плоскости. На рисунках 6 и 7 изображены пирамиды. Постройте сечения этих пирамид плоскостью, проходящей через прямую МК и точку Е, зная, что МК || АВ, точка Е принадлежит плоскости (АВС). При построении используйте линейку и угольник.

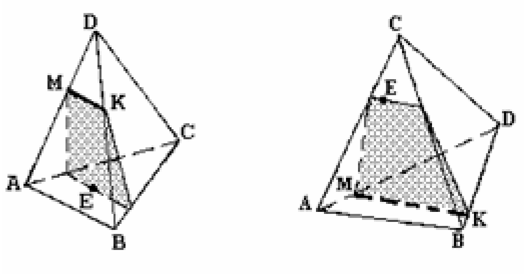


Рис. 6

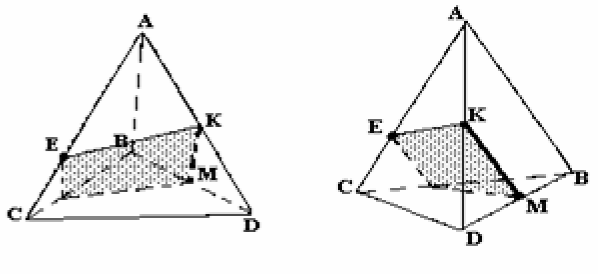


Рис. 7

Творческое задание. Составить две задачи на построение сечений многогранников с использованием полученных знаний.

Решение задач лабораторной работы можно сопровождаться работой учащихся на моделях, изготовленных из спиц, спичек, пластилина или пенопласта. Учащиеся могут изготовить сечения из картона и использовать его при выполнении чертежа на бумаге. Такой поиск решения (руками) помогает при построении сечения, развивает пространственное мышление, таким образом, помогая учащимся, которым тяжело мысленно представить решение предложенной задачи.

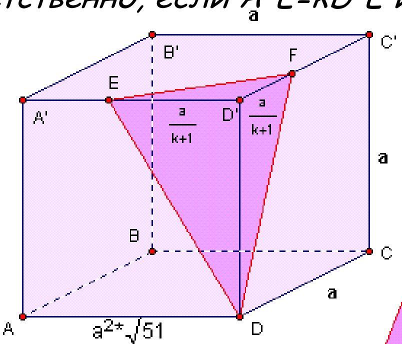
Основой для проведения лабораторных работ может послужить и проектная деятельность учащихся. Ниже представлена проектная деятельность с использованием пакета Microsoft Office Power Point. Учащимся предлагается задача, решение и чертеж необходимо оформить на слайде презентации. Затем проводится урок, на котором учитель демонстрирует выполненные учащимися работы в виде слайд - шоу. Задачи, которые предоставляются учащимся для решения, не должны быть однотипными и могут иллюстрировать различные разделы темы «Многогранники». Данный урок проводится как урок систематизации и обобщения всех знаний, полученных учащимися в процессе изучения данной темы, он также может служить уроком контроля усвоенных знаний. [3]

Найти площадь фигуры в сечении куба ABCDA'B'C'D' с ребром "a" плоскостью, проходящей через вершину D и точки E и F на ребрах A'D' и C'D' соответственно, если A'E=kD'E и C'F=kD'F.

В сечении - равнобедренный треугольник DEF

$$h=\frac{\sqrt{2(k+1)^2+1}}{\sqrt{2}*(k+1)}$$

$$S_{сеч}=S_{\Delta DEF}=\frac{1}{2}*\frac{a\sqrt{2}}{k+1}*h=\frac{\sqrt{2*(k+1)^2+1}}{2*(k+1)^2}*a^2$$



Некоторые возможные варианты:

$k=0 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{a^2*\sqrt{3}}{2}$ (равносторонний $\Delta A'C'D$);

$k=1,5 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{3a^2*\sqrt{6}}{25}$ (A'E : D'E=C'F:D'F=1:10);

$k=0,1 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{15a^2*\sqrt{38}}{121}$ (A'E:D'E=C'F:D'F=1:10);

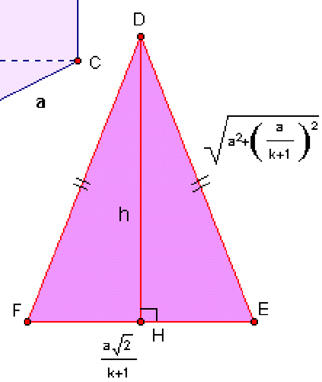
$k=0,5 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{a^2*\sqrt{22}}{9}$ (A'E:D'E=C'F:D'F=1:2);

$k=4 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{a^2*\sqrt{51}}{50}$;

$k=1 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{3a^2}{8}$;

$k=3 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{a^2*\sqrt{33}}{32}$;

$k=2 \Rightarrow S_{сеч}=\frac{a^2*\sqrt{19}}{18}$.



Новыми преимуществами при изучении темы «Многогранники» являются: возможность остановок в непрерывном процессе построения изображения, возможность возврата к более ранним стадиям процесса, возможность установки имеющихся материалов в информационных сетях разного уровня (что обеспечивает широкий доступ к ним) и, наконец, возможность использования мультимедийных технологий для анимации и озвучивания тех или иных фрагментов процесса обучения. Например, для активизации познавательного интереса учащихся используется метод решения «нестандартных» задач, которые учащиеся решают вместе с учителем, и предлагают свои методы решения. Учитель демонстрирует с помощью мультимедийных устройств процесс решения и дает комментарии по его ходу. В данной статье представлены две «нестандартные» задачи. Отличие данных задач от остальных заключается в том, что в процессе решения учащиеся условно говоря делают математическое открытие, они доказывают или опровергают поставленную в виде задачи математическую гипотезу и получают строго доказанное математическое утверждение, которое в последующем могут применять при решении задач. Такие задачи, как правило, имеют прикладной характер.

Задача об увеличение объема выпуклых многогранников [7]

Помните, как выглядит пакет молока? А не так давно пакет молока был в виде тетраэдра (правильной треугольной пирамиды). Изобрела пакеты в виде тетраэдра фирма ТетраПак в 40-х годах XX века, откуда и берет свое название. В те годы эта фирма сделала два важных нововведения. Во-первых, жидкие продукты начали наливать в картон. Во-вторых, изготовление тетраэдральных пакетов было настолько простым, что его можно было поместить прямо на молокозаводах. Вот так выглядел наиболее распространенный пакет молока в Советском Союзе. Красные и синие треугольники, имел форму тетраэдра (конечно, с небольшими искажениями).

Можно ли из куска картона, из которого сделан этот молочный пакет, сделать пакет с большим объемом, чем сам тетраэдр?

Математически задача формулируется так: можно ли из развертки тетраэдра сделать многогранник с большим объемом?

Александр Данилович АЛЕКСАНДРОВ (1912-1999) — российский математик, исследовавший обширный круг вопросов, включая геометрию выпуклых тел, теорию меры, теорию дифференциальных уравнений в частных производных и математические основания теории относительности

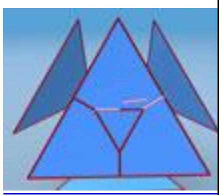
По теореме А.Д. Александрова выпуклый многогранник с той же разверткой, но большим объемом сделать нельзя. Но может быть можно сделать невыпуклый с большим объемом? Удивительно, но оказывается что можно!

Давайте проследим за конструкцией, предложенной Дэвидом Бликером в 1996 году. Разведем грани и на каждой добавим дополнительные вершины и ребра. Возьмем центральный правильный треугольник, определенный соотношением, что его сторона в два раза больше расстояния от его вершины до стороны грани. Проведем дополнительные ребра.

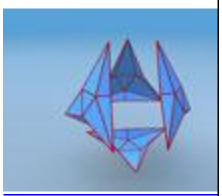
Те же построения сделаем на каждой грани. Изогнем каждую грань следующим образом — углы и середины сторон

Тот самый пакет молока

Постановка задачи



Дополнительные ребра

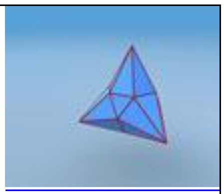


Изгибание граней

в сторону центра, а центральный треугольничек — от центра. Все грани изогнуты одинаково, и их можно склеить в многогранник. Некоторые новые грани лежат в одной плоскости и ребра между ними исчезают.

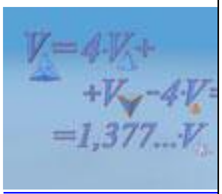
Подсчитаем объем получившегося многогранника. Для этого разобьем его на части. Полученный многогранник состоит из 4 одинаковых шестиугольных пирамидок и фигуры, которая является усеченным тетраэдром. Чтобы проще посчитать объем, добавим усеченные у тетраэдра углы — маленькие тетраэдры, а от получившегося значения объема отнимем объем добавленных кусочков.

Оказывается, что объем полученного таким способом многогранника больше чем на 37.7 процентов превосходит объем изначального тетраэдра, имеющего ту же развертку! Т.е из куска картона, из которого делались тетрадральные пакеты, можно делать пакеты которые вместительнее более чем на треть! Удивительно, но тетраэдр не является исключением. Оказывается, что из развертки любого выпуклого многогранника с треугольными гранями можно сделать невыпуклый многогранник с большим объемом. Эту теорему доказал в 1996 году Д. Бликер и привел алгоритм, как это делать. В своей статье, кроме многогранников с треугольными гранями, Д. Бликер рассмотрел два правильных многогранника, не попадающие в этот класс — куб и додекаэдр. Из их разверток также можно сложить невыпуклые многогранники с большим объемом, чем у изначальных выпуклых.



Построенный многогранник

Анализ многогранника



Вычисление объема

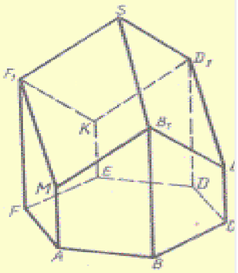
Теорема Бликера

Нерешенная задача

Данная задача представлена в виде обучающего мультфильма, его демонстрирует учитель, который также рассказывает по ходу демонстрации теоретический материал. Решение задачи проводится в виде обсуждения и дискуссии. Затем учащимся предлагается решить примеры с помощью полученных при решении данной задачи знаний.

Задача о пчелиной ячейке [5]

Пчелы - удивительные творения природы. Если разрезать пчелиные соты плоскостью, то станет видна сеть равных друг другу правильных шестиугольников. Почему пчелы строят соты именно так?



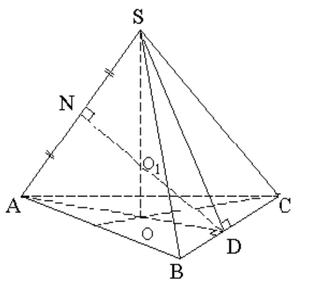
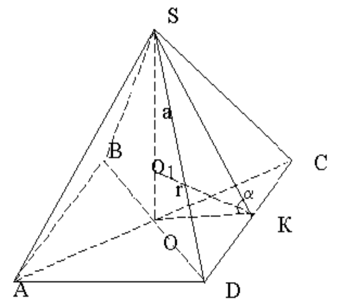
Решение: “Даны три равновеликие друг другу фигуры: правильный треугольник, квадрат и правильный шестиугольник. Какая из данных фигур имеет наименьший периметр?”

Ответ: из правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр у правильных шестиугольников. Итак, из правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр у правильных шестиугольников. Стало быть, мудрые пчелы экономят воск и время для построения сот. Секреты пчел не заканчиваются. Соты в улье свешиваются сверху вниз как занавески: пчелы прикрепляют их к потолку смесью воска и пчелиного клея (прополиса).

Данная задача предлагается учащимся в виде проблемы математического моделирования. Решению задачи отводится так называемый урок-исследование, на котором предложенную проблему учащиеся должны представить в виде математической задачи и найти ее решение, а затем математическое решение перевести в прикладную плоскость. Для большей наглядности используются презентация и мультимидийное сопровождение.

Задачи на комбинацию тел - наиболее трудный вопрос курса стереометрии 11-ого класса. Целью учителя профильного класса является то, чтобы максимально подготовить своих учеников к успешной сдаче приёмного экзамена в ВУЗы. Главным здесь является умение решать задачи, поэтому последние подобраны в основном из сборников задач вступительных экзаменов в различные ВУЗы, а теоретическая часть не отягощена доказательствами тех фактов, которые представляются очевидными.[8]

Многогранники, вписанные в шар	**Многогранники, описанные около шара**
Задача 1 ([4], с. 339, № 49). Найдите радиус шара, описанного около правильного тетраэдра с ребром **а**. Решение.	Задача 2 ([6], № 12.334) В правильную четырёхугольную пирамиду вписан шар. Расстояние от центра шара до вершины пирамиды равно **а**, а угол между боковой гранью и плоскостью основания равен α. Найти полную поверхность пирамиды.

 Предварительно построим на изображении правильного тетраэдра SABC изображение центра описанного шара. Проведём апофемы SD и AD (SD = AD). В равнобедренном треугольнике ASD каждая точка медианы DN равноудалена от концов отрезка AS. Поэтому точка O_1 есть пересечение высоты SO и отрезка DN. Получим: $SQ_1 = SA^2/(2SO); \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2}$ $SO = \sqrt{a^2 - (a\sqrt{3}/3)^2} = \sqrt{a^2 - a^2/3} = a\sqrt{2/3}.$ $SO_1 = a^2/(2a\sqrt{2/3}) = a\sqrt{6}/4.$ Ответ: $a\sqrt{6}/4$	Решение.  Так как O_1K – биссектриса угла SKO, то $OO_1/OK = O_1S/SK;$ r/a = OK/SK. Но $OK/SK = \cos\alpha.$ Тогда $r = a\cos\alpha.$ $SO = a\cos\alpha = a(1+\cos\alpha)$ $SK = SO/\sin\alpha = a(1+\cos\alpha)/\sin\alpha =$ $= \dfrac{2a\cos^2(\alpha/2)}{2\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)} =$ $= a\,\mathrm{ctg}\,(\alpha/2).$ OK = SK $\cos\alpha = a\,\mathrm{ctg}\,(\alpha/2)\ \cos\alpha.$ AD = 2 OK, AD = 2 a $\mathrm{ctg}\,(\alpha/2)\cos\alpha.$ $S_{осн.} = AD^2,$ $S_{осн.} = 4a^2 ctg^2(\alpha/2)\cos^2\alpha.$

Таким образом, были рассмотрены основные моменты изучения темы «Многогранники» на задачном материале, способствующие развитию познавательной активности учащихся в курсе стереометрии профильного уровня. Дальнейшие исследования могут проходить в направлении более детального изучения отдельных разделов данной темы.

Список использованных источников

1. *Василевский, А.Б.* Методы параллельных проекций. - Мн.: Просвещение, 1985,с.78-80.
2. *Гарднер, М.* Математические головоломки и развлечения / Пер. с англ. Ю.А.Данилова. - М.: Оникс, 1994,с .12
3. *Легкошур, И. М.* Методическая разработка по теме "Построение сечений многогранников на основе аксиоматики" 10 класс (http://www. festival.1september.ru)
4. *Погорелов, А. В.* Геометрия 7 - 11.- М.: Просвещение, 1993.
5. *Саранцев, Г.И.* Решаем задачи на геометрические преобразования. - М.: Просвещение,1997, с.32-39.
6. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы (под редакцией М. И. Сканави).- М.: Высшая школа, 1993.
7. http://www.etudes.ru/ru/mov/mov003/index.php
8. http://saripkro.r2.ru/for_teacher/konkurs/matem/grish/index.htm

В.Н. РЫЖОВ Т.Л. ГОРЯЧЕВА

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНФОРМАТИКЕ

Занимательные задачи оживляют урок, повышают интерес учащихся к изучению информатики, стимулируют неординарность мышления. В своём содержании они используют необычные, занимательные, часто парадоксальные явления или факты, результаты. Большое число таких задач имеется в недавно вышедшем сборнике Л.Л. Босовой с соавторами [1]. Тематика представленных в нём задач достаточно широка, однако не охватывает все разделы курса информатики. Хотя сборник предназначен для учащихся 5–6 классов, его можно успешно использовать и в младших, и в старших классах. В сборнике есть известная задача о волке, козе и капусте, которых надо переправить на другой берег реки. Эта задача эффективно формирует первоначальные алгоритмические навыки. Она входит в пакет программ Роботландия. Решать её можно несколькими способами, в зависимости от возраста и уровня развития учащихся. Для самых младших школьников наглядным способом решения будет изобразить берега реки на листе бумаги, а персонажей представить вырезками из бумаги, которые можно «перевозить» с берега на берег. Для старших школьников при изучении темы «Алгоритмизация» эту задачу можно усложнить дополнительным заданием: составить систему команд для исполнителя Перевозчик и записать алгоритм решения.

Экспериментальным путем можно решать задачи о разъездах, когда требуется разминуться двум поездам, идущим по одноколейной железной дороге. В этом случае можно изобразить на листе бумаги дорогу и тупик или объезд, а поезда вырезать из бумаги. Ручное манипулирование такими «поездами» очень наглядно и позволяет даже младшим школьникам найти алгоритм решения. Такой способ решения вызывает большой интерес даже у взрослых и желание попробовать свои силы на более сложных задачах.

Для старших школьников интерес вызывает следующая задача: «На руку знатной дамы претендовало два рыцаря. Чтобы выбрать достойного, дама предложила им испытание: «Я выйду замуж за того из вас, чья лошадь последней доскачет до соседнего замка». Посовещавшись, рыцари сели на коней и во весь опор помчались к замку. В тот же день капризной даме пришлось отдать свою руку победителю. Каким образом рыцари разрешили спор?». Наблюдения показывают, что решить школьникам эту задачу удаётся далеко не сразу, иногда обсуждение вариантов идет очень оживленно. Дети предлагают часто парадоксальные ответы, и учителю приходится тактично направлять обсуждение в нужное русло.

Занимательные задачи можно использовать во внеклассной работе по информатике, в школьной стенной печати, при проведении олимпиад и др. Например, можно организовать коллективное соревнование в скорости решения известной задачи на перекладывание колец «Ханойская башня». Эту задачу-головоломку придумал в начале 20 века французский математик Э. Люка, и её можно эффективно использовать для организации увлекательной дидактической игры со школьниками на уроках информатики. Суть задачи заключается в следующем. На подставке укреплены три стержня. На левый стержень нанизано несколько уменьшающихся колец: внизу – самое большое, на нём поменьше, сверху ещё меньше и т.д. Кольца можно перекладывать со стержня на стержень так, что за один ход переносится только одно кольцо и нельзя класть большее кольцо на меньшее. Необходимо перенести все кольца с левого стержня на правый.

Существует легенда, согласно которой буддийские монахи перекладывают 64 кольца ханойской башни. Если верить преданию, то с перекладыванием всех 64 колец наступит конец света. Легенда вызывает неподдельный интерес, как у взрослых, так и у детей и подвигает их найти решение.

Решение этой и подобных задач является полезным для развития алгоритмического мышления школьников, что является одной из задач обучения информатике. Анализ алгоритма перекладывания колец может служить наглядным примером при изучении темы «Рекурсия». Решение задачи начинают с трех, а затем и четырех колец. Обычно 3 кольца перекладывают все школьники, как правило, с первой попытки. Четыре кольца также удается переложить всем, потратив на это 3-4 попытки. С пятью кольцами дело обстоит чуть сложнее.

После того как учащимися освоен, в основном, алгоритм перекладывания колец, можно предложить им игру-соревнование в следующих вариантах:
1) на время перекладывания заданного числа колец;
2) на наибольшее число переложенных колец за фиксированное время;
3) на максимальное число переложенных колец без ограничения времени.

Соревнование можно проводить как одновременно между двумя учащимися, так и поочередно. Вместо колец и штырей можно использовать диски разного размера, вырезанные из пластика или плотного картона, и перекладывать их на обычном столе.

Литература

1. Занимательные задачи по информатике / Л.Л. Босова, А.Ю. Босова, Ю.Г. Коломенская. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 119 с.

2. *Симонович, С.В., Евсеев, Г.А.* Практическая информатика: Учебное пособие для средней школы. Универсальный курс. – М.: АСТ-ПРЕСС: Инфорком-Пресс, 1998. – 480 с.

3. *Рыжов, В.Н.* Методика преподавания информатики. 3-е изд., переработанное и дополненное. Саратов: 2008.– 375 с.

4. *Багаутдинова, Э.Г., Рыжов В.Н.* Дидактическая игра «Ханойская башня» на уроках информатики. // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сб. научно-методических трудов: Выпуск 5. – Саратов: ИЦ «Наука», 2007. – 100 с., С.46-47.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ..3

Е.С. ПЕТРОВА..4
НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

А.Д. ГУСЬКОВ..10
ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

И.К. ПОГОРЕЛОВ, В.В. ФИРСТОВ, В.Е. ФИРСТОВ......................................13
НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ГУМАНИТАРНОЙ ОБЛАСТИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Н.В. АКАМОВА..22
ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ СРЕДНИХ СПЕЦИАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ ГУМАНИТАРНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

О.М. КУЛИБАБА..27
ДЕТСКАЯ ОДАРЕННОСТЬ И ЕЕ СТРУКТУРНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

Л. А. ДУБРАКОВА, В. И. ИГОШИН..33
НАЧАЛО КУРСА «ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ» В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Т.А. КАПИТОНОВА, Н.С. КУЗНЕЦОВА..37
ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

И.Ю. ГЕРАСЬКИНА, С.С. ГЕРАСЬКИН..42
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ВЫШИВАНИЕ

Е.В. ГОЛУБЦОВА..44
ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «МНОГОГРАННИКИ» В КЛАССАХ МАТЕМАТИМЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

В.Н. РЫЖОВ, Т.Л. ГОРЯЧЕВА..52
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАНИМАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ
ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНФОРИАТИКЕ

Научно-методическое издание

Коллектив авторов

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Сборник научных трудов

Выпуск 6

Работа издана в авторской редакции

На обложке – работа Л.Николаевой «Пробирка № 19», размещённая на сайте http://im-possible.info/russian/index.html

Николаева Любовь (творческий псевдоним НИКОЛЬ) родилась в год в г. Николаеве, Украина.

Рисованием увлекалась с детства, но к графике обратилась в 1982 году. С тех пор тушь и перо – главные инструменты для иллюстраций своих фантазий или прочитанных книг. Художник-гримёр по образованию, Любовь работает в Николаевском Художественном Русском Драматическом Театре. В 1992 году стала лауреатом Международного конкурса "Illustrators of The Future Contest". С 1993 года принимает участие в городских выставках, две из них - персональные. В 2001 году стала обладателем премии "Портрет Дориана Грея" на Международном фестивале фантастики "Звёздный мост – 2001" в г. Харькове, Украина.

Подписано в печать 30.09.2008.		Формат $60 \times 84\ ^{1}/_{16}$
Бумага офсетная	Ризопечать	Гарнитура Times
Усл. печ. л. 3,375.	Тираж 50 экз.	Заказ №

ООО «Издательский центр «Наука»
410600, г. Саратов, ул. Пугачёвская, 117, к. 50