

**УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
ПРОБЛЕМЫ, ПОИСКИ, НАХОДКИ**

Выпуск 17



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского

**УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
ПРОБЛЕМЫ, ПОИСКИ, НАХОДКИ**

Выпуск 17

Саратов
ООО «Издательский центр «Наука»
2019

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

У 92 Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: сборник научно-методических статей. Выпуск 17 – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2019. – 99 с.

ISBN 978-5-9999-3192-4

Составитель: ассистент кафедры основ математики и информатики ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского» *А.А. Вдовиченко*

Рецензент: *заведующая кафедрой математики и методики ее преподавания, кандидат педагогических наук, доцент И.К. Кондаурова*

Редакционная коллегия:

Доцент кафедры математики и методики ее преподавания
ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
Т.А. Капитонова

Старший преподаватель кафедры математики и методики ее преподавания
ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
С.В. Лебедева

Ассистент кафедры основ математики и информатики
ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
А.А. Вдовиченко

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

ISBN 978-5-9999-3192-4

© Коллектив авторов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛОЩАДИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ НА ОГЭ И ЕГЭ

*Арнаута Яна Евгеньевна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Область применения свойств площади (равные фигуры имеют равные площади; если фигура разбита на конечное число простых фигур, то ее площадь равна сумме площадей этих простых фигур) треугольника очень широка. Некоторые свойства позволяют решать задачи, используя нестандартные методы решения. Рассмотрим подробнее эти методы.

На ОГЭ и ЕГЭ все чаще стали встречаться задачи на вычисление площади многоугольника на клетчатой бумаге.

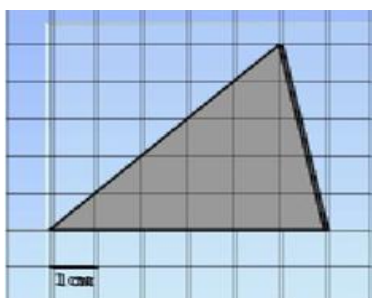


Рисунок 1 – Рисунок к примеру 1

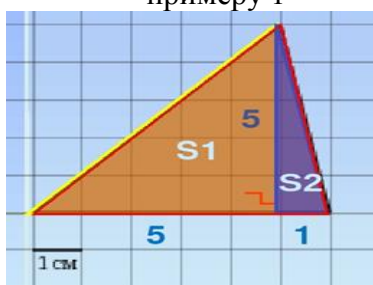


Рисунок 2 – Разбиение многоугольника на части

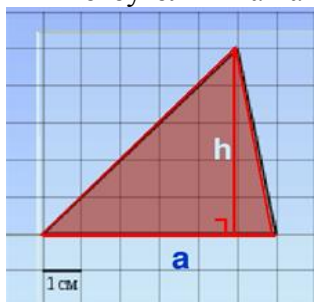


Рисунок 3 – Использование формул планиметрии

Пример. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (рисунок 1). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах [1].

Решение. 1 способ решения данной задачи: Разбиение многоугольника на части.

1. Из вершины данного треугольника проведем высоту на противоположное основание. Высота поделит наш треугольник на два прямоугольных треугольника (рисунок 2).

2. Найдем площадь первого прямоугольного треугольника $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 12,5$.

3. Найдем площадь второго прямоугольного треугольника $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2,5$.

4. Площадь искомого треугольника найдем по формуле $S_{\text{тр}} = S_1 + S_2 = 15$.

2 способ решения задачи: Использование формул планиметрии (рисунок 3).

Площадь искомого треугольника найдем по формуле: $S_{\text{тр}} = \frac{(a \cdot h)}{2}$, где a – основание треугольника, h – высота, проведенная к основанию. $a = 6, h = 5$. Получаем: $S_{\text{тр}} = \frac{(6 \cdot 5)}{2} = 15$.

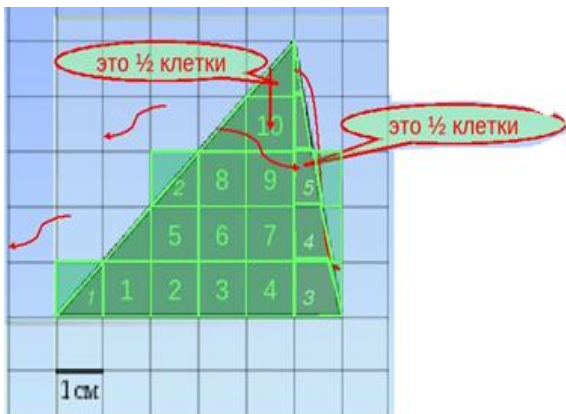


Рисунок 4 – «Считаем по клеткам»

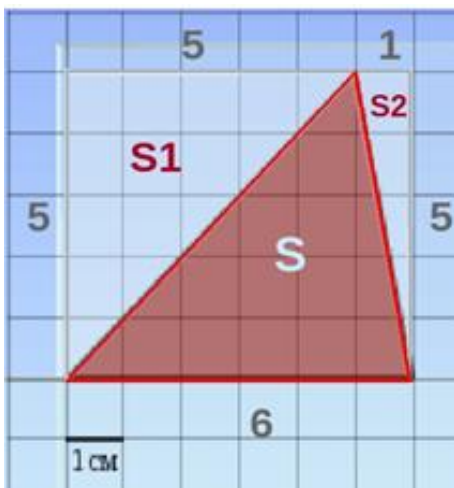


Рисунок 5 – Дистраивание до прямоугольника

3 способ: «Считаем по клеткам» (рисунок 4).

1. Посчитаем количество полных клеток внутри данного треугольника → 10 клеток.

2. Дополним неполные клетки до полных клеток. → 5 клеток

3. Сложим полученные количества полных клеток: $10 + 5 = 15$. Ответ: 15.

4 способ: Дистраивание до прямоугольника (рисунок 5).

1. Достроим до прямоугольника со сторонами 5 и 6.

2. Найдем площадь прямоугольника: $S_{\text{пр}} = a \cdot b = 5 \cdot 6 = 30$.

3. Найдем площадь первого прямоугольного треугольника

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 12,5.$$

4. Найдем площадь второго прямоугольного треугольника

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 12,5.$$

5. Найдем площадь второго прямоугольного треугольника

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2,5.$$

6. Площадь искомого треугольника найдем по формуле:

$$S = S_{\text{пр}} - (S_1 + S_2)$$

$$S = 30 - 15 = 15.$$

Выше мы рассмотрели четыре способа решения данной задачи, которая часто встречается в ОГЭ и ЕГЭ. Каждый способ как хорош, так и плох по-своему. К примеру, первый и второй способы не имеют явных минусов, они легко запоминаются и давно привычны учащимся еще с решения задач в VIII классе. Третий способ является не совсем практичным, ведь треугольник может быть начерчен не так удобно, как здесь, клетки могут быть пересечены сторонами треугольника не нацело, тогда возник проблемы с подсчетом клеток. Четвертый же способ имеет слишком длинное решение. При сдаче экзамена каждая минута на счету, а здесь слишком много лишних действий, без которых можно было обойтись.

Литература

1. Вычисления на клетчатой бумаге. Площадь. 9 класс подготовка к ОГЭ [Электронный ресурс] // Инфоурок [Электронный ресурс] : [Сайт]. – URL: <https://infourok.ru/vichislenie-na-kletchatoy-bumage-ploschad-klass-podgotovka-k-oge-3074875.html> (дата обращения: 03.04.2019). Загл. с экр. Яз. рус.

ПРОЕКТ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТУДИИ «КОНСТРУИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ»

*Ванеева Евгения Сергеевна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Будем проектировать студию, исходя из следующих данных (предпочтительных для нас):

Идея – построить всевозможные геометрические тела (в первую очередь, многогранники) из различных материалов.

Цель: изучение математики, посредством конструирования моделей геометрических объектов, и связанного с ними исторического материала.

Как писал Т. Сундара Роу «Я старался не только помочь изучению геометрии в школах, но и доставить математическое развлечение старому и малому в привлекательной и доступной форме» [1].

Задачи:

- 1) конструирование многогранников из бумаги;
- 2) обоснование эффективности той или иной развёртки (или её части) для будущей модели;
- 3) изучение основных техник декоративно-прикладного творчества (искусства);
- 4) изучение исторического материала, связанного с геометрическими телами и техниками декоративно-прикладного творчества;
- 5) демонстрация моделей.

Рассматриваемый этап жизненного цикла студии: этап развития студии; в студии 20 человек разных возрастов (5+, 7+, 18+, 30+, 50+ и т.п.), руководит студией старший мастер (её организатор) и младший мастер (школьник). Разный возраст членов студии требует их разделения на подгруппы. В I подгруппу входят учащиеся 5-11 классов, продемонстрировавшие стремление в процессе конструирования к математическим видам деятельности. Эта творческая подгруппа образует *математическую секцию* студии, развивающуюся в направле-

нии выявления и решения математических задач, связанных с конструированием моделей. Совместно составляется план работы секции на ближайшие полгода (самый общий, не детализированный). Студия настолько динамична по своему функционалу, что разрабатывать план на более длительное время нецелесообразно; через полгода составляется новый план.

Во II подгруппу входят все остальные участники студии (дети до 12 лет, родственники учеников, и, на некоторое время, все неофиты – «новички» школьного возраста, пришедшие в студию уже на этапе её развития), стремящиеся к самосовершенствованию в техниках декоративно-прикладного творчества. Назовём эту подгруппу *эстетической секцией* (или *секцией математического рукоделия*). Если удастся согласовать план работы секции с её членами, то он должен быть максимально приближен к плану работы математической секции. В этом случае на студийных конкурсах «Самая, самая модель» будут представлены работы двух секций, а их члены смогут обменяться опытом. В случае, когда такой согласованности в эстетической секции достичь не удастся, её члены будут работать каждый по своему собственному плану, согласованному с руководителем (это необходимо как для общей координации деятельности студии, так и для развития регулятивных умений учащихся, входящих в эстетическую секцию).

Работу студии «Конструирование геометрических тел» будем вести в следующих направлениях, для которых мы указали творческие (для студийцев) и тематические (для руководителя) названия:

I. Волшебная страна фигур (моделирование многогранников и других геометрических тел)

II. Магическая трансформация бумаги (оригами)

III. Что могут создать наши руки (основные техники декоративно-прикладного творчества)

Первое направление «Волшебная страна фигур» включает, в первую очередь, конструирование многогранников. В качестве учебного материала используем ресурс «Звездчатые многогранники. Трёхмерные модели многогран-

ников и звездчатых форм» (<http://zvzd3d.ru>) [2], а также книг [3], [4], [5] и сайт МногоГранники.ru (<https://mnogogranniki.ru>) [6].

Студия предоставит возможность:

- познакомиться с историческими фактами изучения геометрических тел,
- исследовать пирамиды, Платоновы (тетраэдр, октаэдр, гексаэдр (куб) икосаэдр, додекаэдр) и Архимедовы тела (полуправильные многогранники), тела Кепплера – Пуансо (правильные звездчатые многогранники), однородные многогранники, призмы и антипризмы, звёздчатые призмы и звёздчатые антипризмы; тела вращения и пр.

- сконструировать модели многогранников с помощью различных материалов и методов;

- решение геометрических задач на «развертки» и связанных с ними задачи.

Второе направление «Магическая трансформация бумаги (Оригами)» продолжает тематику первого блока, позволяет создавать звездчатые многогранники, имеющие сложную структуру и форму без использования ножниц и клея. Использование техники оригами помогает вспомнить (а некоторым студиям – познакомиться) с новыми геометрическими понятиями, основными определениями, наглядно изучить закономерности проведения двухмерной плоскости в трехмерном пространстве, является способом решения многих геометрических задач.

В качестве учебного материала используем: книги Сундара Роу «Геометрические упражнения с куском бумаги» [1], «Энциклопедия. Оригами для детей и взрослых» [7], «Кусудамы. Волшебные бумажные шары» [8]; труды учителя математики С. Н. Белим (методический руководитель Омского центра оригами) [9], [10]; сайты: Juravliki.ru, Планета оригами (<http://planetaorigami.ru/>), «Оригами своими руками» (<http://www.zonar.info/object>).

Студия сделает возможным:

- понимание (посредством визуализации) сущности геометрических утверждений (свойств различных фигур, зафиксированных в определениях и теоремах) и правил;

– осознание связи геометрии, алгебры и тригонометрии;

– решение геометрических задач методом оригами (под методом оригами будем понимать основной метод оригаметрия – симбиоза оригами и геометрии. Основными понятиями евклидовой геометрии считаются: точка, прямая и плоскость; основные понятия оригаметрии – точка, линия сгиба и лист бумаги; одно из основных отношений в геометрии – принадлежность точки прямой, ему соответствует основное отношение оригаметрии – точка принадлежит линии сгиба. В основе решения задач методом оригами лежат аксиомы оригаметрии. Аксиома 1. Существует единственный сгиб, проходящий через две данные точки. Аксиома 2. Существует единственный сгиб, совмещающий две данные точки. Аксиома 3. Существует сгиб, совмещающий две данные прямые. Аксиома 4. Существует единственный сгиб, проходящий через данную точку и перпендикулярный данной прямой. Аксиома 5. Существует сгиб, проходящий через данную точку и помещающий другую данную точку на данную прямую. Аксиома 6. Существует сгиб, помещающий каждую из двух данных точек на одну из двух данных пересекающихся. Оригамная интерпретация решения и оригамные модели задач не являются решением этих задач; они дают эмпирическое доказательство, не основанное на математических фактах);

– совершенствование технологий: изготовления базовых форм оригами, объемных и геометрических фигур, оригами в движении, модульное оригами и других разделов;

– ознакомление с историей появления и развития оригами (первый японский мастер Акира Йошизава, первая книга Маргарет Кембелл «Изготовление бумажных игрушек», фокусник Роберт Харбин и первая регулярная программа «Мистер левая и правая рука» на телевизионном канале «Jigsaw», создание общественной организации «British Origami Society – BOS» (Английское Общество Оригами) и многое другое).

Третье направление «Что могут создать наши руки» включает помимо демонстраций многообразия различных техник декоративно-прикладного творчества (искусства), выбор каждым участником коллектива новых для освоения

техник и материалов декоративно-прикладного творчества, которые позволяют развивать творческий потенциал и расширять границы творчества.

Учебный материал разнообразный, это могут быть традиционные печатные издания (книги, журналы и т.п.), участие в «живых» мастер-классах и творческих мастерских, использование интернет-ресурсов (онлайн мастер-классы, тренинги, видеоуроки, курсы и т.п.). В таблице 1 приведены возможные образовательные ресурсы для реализации третьего направления работы.

Таблица 1 – Перечень учебного материала для различных техник декоративно-прикладного творчества

№	Название техники	Учебный материал	
		Книги (печатные издания)	Интернет ресурсы (журналы, сайты, статьи, онлайн мастер-классы, тренинги, видеоуроки)
1	Папье-Маше	Папье-Маше [11]	«Мастера рукоделия» раздел папье-маше (https://www.mastera-rukodeliya.ru/); YouTube канал «Фея мечтающая» (https://www.youtube.com/channel/UCj352x7ljejYdnHSvx8udow/videos)
2	Плетение из газетных трубочек	Плетение из газетных трубочек [12]	«Мастера рукоделия» раздел плетение из газет (https://www.mastera-rukodeliya.ru/); YouTube канал «Любимое дело» плейлист «Изделия из газет, бумаги» (https://www.youtube.com/channel/UCRWcUHnuD_ZiKb4pQHZRchw/featured)
3	Мозаика	Мозаика [13]; Бесконечная мозаика [14]	«Мастера рукоделия» раздел мозаика (https://www.mastera-rukodeliya.ru/);
4	Поделки из фетра	Фетр : поделки для детей [15]	«Мастера рукоделия» раздел из фетра (https://www.mastera-rukodeliya.ru/)
5	Поделки из макарон	Серия книг «Поделки из макарон» [16]	Поделки из макарон (https://kitchendecorium.ru/accessories-decor/dekorirovanie/podelki-iz-makaron.html)
6	Плетение из проволоки	Проволока. Техника wire wrapping [17]	«Своими руками» (https://svoimirukamy.com/pape-mashe-dlyanachinayushhih.html); «Мастера рукоделия» раздел плетение из проволоки (https://www.mastera-rukodeliya.ru/)
7	Трубогранники	–	Модели из трубочек – трубогранники (https://vk.com/trubogrannik)

Основной вид работы с новым информационным или теоретическим материалом – самостоятельное изучение с последующим обсуждением в подгруппе. Основной вид практической работы – индивидуальное конструирование модели (причём любой) в домашних и студийных условиях с возможностью кон-

сультирования у мастера (или любого другого участника студии, построившего подобную модель).

Цикл учебных занятий в математической секции строится по плану:

1. Обращаемся к сайту «Звездчатые многогранники. Трехмерные модели многогранников и звездчатых форм», изучаем материал таблицы – http://zvzd3d.ru/OM.html#800000_Paint3 – рассматриваем 3d-модели, выбираем понравившийся многогранник для моделирования, переходим к разделу сайта «Об изготовлении своими руками моделей многогранников из бумаги» (http://zvzd3d.ru/FromBumaga.html#Para_Table) и выбираем источник с описанием способа изготовления. Работа индивидуальная, в парах или малых группах.

2. Обмен мнениями. Форма работы – беседа, ведущий – старший мастер.

3. Математическое описание модели (принадлежность к классу многогранников, число вершин, граней, типы граней и т.п.). Работа индивидуальная. При этом нужно ориентировать студийцев на такое описание, которое в дальнейшем можно использовать для передвижных экспозиций. Предлагаем завершить описание многогранника десяткой задач, связанных с ним. Для пятиклассника, нахождение площади поверхности и объёма многогранника будет задачей, а для одиннадцатиклассника – характеристикой многогранника.

4. Построение модели (работа индивидуальная) – может начаться или завершиться вне студии, однако в цикле занятий будет, по крайней мере, одно, посвящённое исключительно конструированию; в этом случае, можно говорить о работе студии как *творческой мастерской*, где специально организуется развивающее пространство, которое позволяет участникам в групповом поиске, в режиме диалога и полилога приходить к формированию новой компетентности; отношения участников носят взаиморазвивающий характер как между мастером и обучаемыми, так и между участниками мастерской; происходят коллективная интеграция и передача знаний и умений, корректировка собственного опыта и навыков, осмысление и перестройка оснований собственной деятельности и поведения, общения и поступков по отношению к себе, к другим, к окружающему миру [18]. В условиях школы для этого этапа нужно подготовить

помещение специальным образом (традиционная расстановка мебели в классном кабинете не является оптимальной для организации декоративно-прикладного творчества).

Позиция старшего мастера на таких занятиях – это, прежде всего, позиция консультанта и советника, помогающего организовать учебную работу, осмыслить продвижение в освоении способов. Следует не преподносить готовые знания, а дать возможность организовать мыслительную деятельность и направить творческий поиск каждого члена группы на изучение и познание [17].

5. Формулировка, подборка, решение различных задач, связанных с выбранным многогранником; проверка фактов и т.п. математическая деятельность. Работа индивидуальная, в парах или малых группах с участием старшего мастера.

Своеобразным средством контроля усвоения элементов теоретического материала в математической секции может стать викторина, завершающая цикл учебных занятий или командное соревнование.

Учебные занятия в эстетической секции строятся либо по принципу творческой мастерской, либо как мастер-классы. Под *мастер-классом* будем понимать – форму учебного занятия, которая основана на передаче знаний, умений и «практических» действий через показ и обмен опытом, центральным звеном является демонстрация оригинальных декоративно-прикладных техник при активной роли всех участников занятия. Поскольку эстетическая секция, численно, небольшая группа, то каждый может не только наблюдать процесс работы мастера, но и участвовать в каждом мелкогрупповом или индивидуальном задании путем копирования демонстрируемых навыков. Осознание мастером своей *роли модели* оставляет участникам больше пространства для собственных открытий посредством эксперимента [18].

В качестве мастера поочередно могут выступать все студийцы, достигшие высоких результатов в освоении какой-либо техники рукоделия, а также приглашённые лица.

Эстетическая секция не ограничивается только изготовлением поделок; её члены на каждую поделку составляют технологическую карту.

Технологическая карта (содержательно-деятельностная основа мастер-класса) может быть представлена в различных форматах: описательном, алгоритмическом (рецептурно-процессуальном), схематическом, фото и видео-форматах.

В заключение следует отметить, что внутри студии секции являются открытыми образованиями, то есть любой студиец может участвовать как в работе одной, так и в работе другой секции на постоянной или эпизодической основе. Кроме того, взаимосвязь секций реализуется как в совместном использовании описаний моделей (разрабатываемых участниками математической секции) и технологических карт (разрабатываемых участниками эстетической секции), так и в мероприятиях (студийных конкурсах) завершающих цикл учебных занятий.

Литература

1. Сундара, Роу Геометрические упражнения с куском бумаги / перевод с английского под редакцией Проф. А.Р. Орбинского Издание второе. – Одесса. – 1923. – 184 с.
2. Звездчатые многогранники. Трехмерные модели многогранников и звездчатых форм [Электронный ресурс] : [Сайт] – URL: <http://zvzd3d.ru> (дата обращения 01.03.2019). Загл. с экрана. Яз. рус.
3. Веннинджер, М. Модели многогранников / М. Веннинджер. Перевод с английского В. В. Фирсова. Под редакцией и с послесловием И. М. Яглома. – М. : Мир. – 1974. – 236 с.
4. Гончар, В. В. Модели многогранников / В. В. Гончар, Д. Р. Гончар. 4-е изд. – М. : Школьные технологии. – 2015. – 143 с..
5. Гончар, В. В. Кристаллы : альбом для бумажного моделирования / В. В. Гончар. – М. : Аллегро-Пресс. – 1994. – 34 с. (Серия «Бумажная планета»).
6. МногоГранники.ru [Электронный ресурс] : [Сайт] – URL: <https://mnogogranniki.ru> (дата обращения 01.03.2019). Загл. с экрана. Яз. рус.
7. Афонькин, С. Ю. Афонькина Е. Ю. Энциклопедия оригами. – СПб.: ООО «Издательский Дом Кристалл», М.: ЗАО «Издательский Дом ОНИКС» 2000. – 272 с., ил.
8. Романенко, Н. Кусудамы. Волшебные бумажные шары, издательство Айрис-Пресс, 2015 г., 192 с.
9. Белим, С. Н. Текстовые труды V Сибирской конференции «Оригами в учебном процессе», г. Омск, 25-27 марта 2002 г.

10. Белим, С. Н. Текстовые труды VI Сибирской конференции «Оригами в учебном процессе», г. Омск, 24-26 марта 2003 г.
11. Родионова, С. Папье-маше. Самая полная энциклопедия / С. Родионова. – М. : АСТ-ПРЕСС, 2010. – 119 с.
12. Зайцева, А. А. Плетение из газетных трубочек: мастер-классы для начинающих, Эксмо, 2015 г, 64 с.
13. Морас, И. Мозаика. Пошаговый базовый курс / И. Морас. – М. : Арт-родник, 2012. – 62 с. (Серия «Своими руками»).
14. Мир математики: в 45 т. Т. 44. Бесконечная мозаика. Замещения и узоры на плоскости / М. Альберти; Пер. с исп.– М. : Де Агостини, 2014. – 176 с.
15. Владимирова, Е. Фетр. Поделки для детей / Е. Владимирова. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2017. – 24 с.
16. Сейш, В. Поделки из макарон / В. Сейш. – М. : Мнемозина, 2006. – 32 с. 11
17. Кузьмичева, Т. Проволока. Техника wire wrapping / Т. Кузьмичева. – М. : Хобби-тека, 2015. – 112 с.
18. Бобряшова, О. В. Мастер класс и творческая мастерская как педагогические технологии активного обучения будущих дизайнеров / О. В. Бобряшова // Вестник Оренбургского государственного университета. – 2011. – № 11 (130). – С. 169-175.

ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС «ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 9 КЛАССА

*Дорофеева Екатерина Павловна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

«Задачи с параметрами» – одна из актуальных тем школьного курса математики. Задачи с параметрами являются обязательной составляющей ОГЭ и ЕГЭ, различных олимпиад и позволяют оценить уровень математической подготовки учащихся.

До последнего времени в учебниках по математике задачам с параметрами уделялось недостаточно внимания или такие задачи вовсе не рассматриваются [1, 2], в результате многие учащиеся не способны справиться с подобными задачами, о чем свидетельствуют результаты итоговой аттестации. В последнее годы положение заметно улучшилось и задачам с параметрами уделяется должное внимание [3].

Знакомство с понятием «параметр» целесообразно начинать в 5-6 классах [4]. Начиная с 7 класса задачи с параметрами необходимо изучать в курсе алгебры, что позволит создать надежный базис для дальнейшего освоения этой темы в старших классах. С этой целью для учащихся 9 класса нами был разработан факультативный курс «Задачи с параметрами», рассчитанный на одно полугодие (17 занятий).

Одной из важнейших составляющих факультативов является проблемная форма обучения, «ее можно осуществить, если представить изучаемый факультативный курс в виде серии задач. Решая последовательно все задачи самостоятельно или при незначительной помощи преподавателя, школьники постепенно изучают курс при большом личном участии, проявляя активность и самостоятельность, овладевая техникой математического мышления» [5, с. 30].

Любая исследовательская работа направлена на поиск рационального решения задач, в данном случае задач с параметрами, что реализует одну из целей факультативного курса.

Рассмотрим, как можно организовать исследовательскую работу учащихся 9 класса по циклу задач на примере одной из тем факультатива «Следование и равносильность неравенств с параметрами».

Теоретический базис исследовательской работы (определение равносильности неравенств и следования неравенств) представлен в пособии [6 с. 66-67]. Исследование проводится в форме эвристической беседы.

Работа состоит из следующих этапов: 1) переформулировка условия задачи в соответствии с определениями равносильности и следования неравенств; 2) решение полученной задачи; 3) рассмотрение обратной задачи и ее решение.

Задача 1. При каких a из неравенства $x < 2$ следует неравенство $x^2 - 2(a + 1)x + 9a - 5 > 0$ (1) .

1. Переформулировка условия задачи.

Вопрос. Что означает «из неравенства $x < 2$ следует неравенство $x^2 - 2(a + 1)x + 9a - 5 > 0$ »? // Согласно определению следствия неравенств это означает, что множество $x < 2$ содержится во множестве решений неравенства (1).

С учетом этого задачу 1 можно сформулировать следующим образом: «При каких a неравенство (1) выполняется для всех $x < 2$.»

2. Решение полученной задачи.

– Как может быть расположен график функции $y = x^2 - 2(a + 1)x + 9a - 5$? // График квадратичной функции может быть расположен выше оси абсцисс; касаться ее; иметь с ней две общие точки.

– Как могут располагаться точки пересечения графика с осью абсцисс относительно точки $x = 2$? // Точки пересечения параболы с осью абсцисс могут располагаться левее или правее этой точки; точка $x = 2$ может находиться между точками пересечения параболы с осью абсцисс.

Изобразим возможные расположение параболы (рисунки 1-9) [4].

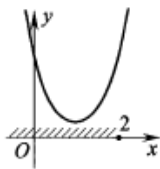


Рисунок 1

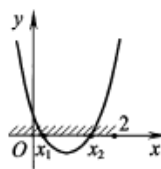


Рисунок 2

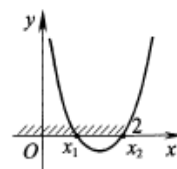


Рисунок 3

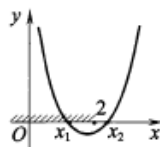


Рисунок 4

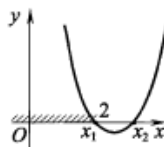


Рисунок 5

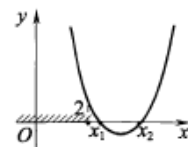


Рисунок 6



Рисунок 7

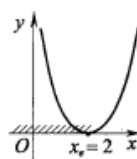


Рисунок 8

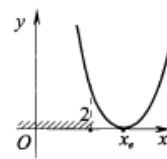


Рисунок 9

Случай А (рисунок 1): График $y = x^2 - 2(a + 1)x + 9a - 5$ находится выше оси абсцисс.

– При каких x выполняется неравенство (1) в данном случае? // для всех $x \in R$, в том числе и для $x < 2$.

– Чтобы найти значения параметра a , нужно рассмотреть условие того, что график находится выше оси абсцисс. Какое это условие? // $D < 0$.

– Найдите эти значения параметра a //

Случай Б (рисунки 2-6): Парабола пересекает ось абсцисс в двух точках.

– Имеем пять вариантов расположения параболы. Какие из этих вариантов имеют смысл для данного неравенства (1)? // Рисунок 2 не подходит, т.к. на отрезке $[x_1; x_2]$ имеем: $y \leq 0$, а нам необходимо, чтобы неравенство (1) выполнялось для всех $x < 2$. Аналогичные рассуждения касаются парабол, изображенных на рисунках 3, 4 (не подходят).

Рассмотрим оставшиеся случаи расположения парабол:

Рисунок 5: при всех $x < 2$ значение $y > 0$, независимо от того, что $y(2) = 0$, потому что мы имеем строгое неравенство.

– Что мы имеем на рисунке 6? // при всех $x < 2$ значение $y > 0$.

– Нам нужно найти значения a , какие при этом должны выполняться условия? // Парабола на рисунке 6 характеризуется тем, что ее корни находятся

правее точки 2. А это имеет место, если выполняется условие (I). Парабола на рисунке 5 характеризуется тем, что меньший ее корень равен 2: условие (II).

$$(I). \begin{cases} D > 0 \\ x_B > 2 \\ y(2) > 0 \end{cases} \quad (II). \begin{cases} D > 0 \\ x_B > 2 \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

Случай В (рисунки 7-9): парабола касается оси абсцисс. Рассуждаем по аналогии со случаем 2.

– Какие параболы нам подходят? // на рисунках 8 и 9.

– Как можно сформулировать условия в данных случаях? // условия (III), (IV).

$$III. \begin{cases} D = 0 \\ x_B = 2 \end{cases} \text{ и } IV. \begin{cases} D = 0 \\ x_B > 2 \end{cases}$$

Объединяя системы (I)-(IV), получаем систему:

$$\begin{cases} D \geq 0 \\ x_B \geq 2 \\ y(2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = (-2(a+1))^2 - 4(9a-5) \geq 0 \\ x_B = a+1 \geq 2 \\ y(2) = 2^2 - 2(a+1) \cdot 2 + 9a - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 - 24a + 28 \geq 0 \\ a \geq 1 \\ 5a - 5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-6) \geq 0 \\ a \geq 1 \\ a \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \in (-\infty; 1] \cup [6; +\infty) \\ a \geq 1 \\ a \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1 \text{ и } a \in [6; +\infty)$$

Осталось объединить полученное значение со значениями случая I. Ответ: $a \in [1; +\infty)$.

3. Рассмотрение обратной задачи. «При каких a из неравенств $x^2 - 2(a+1)x + 9a - 5 > 0$ (1) следует неравенство $x < 2$?»

– Для того чтобы решить эту задачу, переформулируем ее. // *Надо найти все a , при которых множество решений неравенства (1) содержится на множестве $x < 2$.*

– Какие решения может иметь неравенство (1) // $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ либо R .

– Какое из решений неравенства содержится на множестве $x < 2$? // *ни одно из них.*

– При каких a из неравенства $x^2 - 2(a + 1)x + 9a - 5 > 0$ (1) следует неравенство $x < 2$? // ни при каких.

Ответ: $a \in \emptyset$.

Таким образом, при решении задач, связанных со следованием, необходимо правильно понимать условие задачи и, в случае необходимости, переформулировать его.

С учетом полученных выводов учащимся предлагается решить следующую задачу:

Задача 2. «При каких a из неравенства $\frac{x-4}{x-1} \leq 0$ следует неравенство $-x^2 + 2(a + 1)x - 9a + 5 > 0$?» [2]

Данную исследовательскую работу можно использовать для индивидуального и группового самостоятельного изучения учащимися в виде электронной презентации, где учащиеся будут сверять свои ответы на вопросы со скрытыми ответами.

Литература

1. Макарычев, Ю. Н. Алгебра 9 класс. : учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. – М. : Просвещение. – 2013. – 287 с.
2. Макарычев, Ю. Н. Алгебра 9 класс. : учебник / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова. – М. : Просвещение. – 2018. – 287 с.
3. Мерзляк, А. Г. Алгебра. 9 кл. : учебник / А. Г. Мерзляк, В. М. Поляков. – М. : Российский учебник. – 2018. – 368 с.
4. Капитонова, Т. А. Изучение темы «Уравнения и неравенства с параметрами» в школьном курсе математики (пропедевтический этап) / Т. А. Капитонова, Ю. А. Овечкина // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно-методических трудов: Выпуск 7. – Саратов : ИЦ «Наука». – 2009. – С. 41-46.
5. Грищенко, Е. В. Применение интеллект-карт при решении задач с параметрами / Е. В. Грищенко // Научный потенциал. – 2015. – № 1 (18). – С. 29–33.
6. Высоцкий, В. С. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ / В. С. Высоцкий. – М. : Научный мир, 2011. – 316 с.

ПОНЯТИЕ ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ

*Егорова Анастасия Андреевна,
студентка механико-
математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

*Лебедева Светлана Владимировна,
старший преподаватель кафедры
математики и методики её преподавания
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Выделим из задач школьного курса математики те, в которых требуется так или иначе найти (измерить, вычислить) площадь плоской фигуры ограниченной некоторой линией; будем называть такие задачи задачами на вычисление площади. Из введённого определения следует структура задач на вычисление площади, представленная компонентами [1]:

А – условие задачи, содержащее описание фигуры – её модель: вербальную (словесное описание), математическую (на математическом языке, например, на языке формул или координатном), графическую (рисунок или чертёж);

В – требование задачи: *найти (измерить, вычислить) площадь данной фигуры;*

С – базис решения задачи, то есть теоретическая и практическая основа, необходимая для обоснования решения: теория измерения площадей плоских фигур, а также классическая и аналитическая геометрии;

Д – способ, определяющий процесс решения задачи, то есть способ действия по преобразованию условия задачи для выполнения требования.

В зависимости от способа представления условия задачи на вычисление площадей можно выделить:

– символизированные [математические] задачи, например, задача 1: «найти площадь фигуры, заданной точками её вершин $(3;0)$, $(-3;0)$, $(0;-3)$, $(0;3)$ »;

– текстовые математические задачи; например, задача 2: «длина стороны квадрата равна a , каждые две его противоположные вершины служат вершинами двух равных ромбов; найти площадь общей части ромбов, если площадь каждого из них равна половине площади квадрата»;

– текстовые практические задачи; например, задача 3: «прямоугольное основание садового домика 6×8 (м^2); крыша наклонена под углом 45° к основанию; найти площадь крыши [укажите приближенное значение, равное целому числу квадратных метров]»;

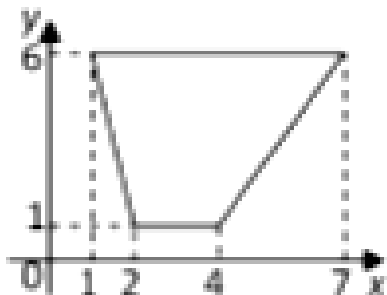


Рисунок 1 – Чертеж к задаче 4

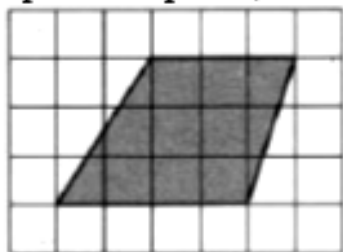


Рисунок 2 – Данные условия задачи 5

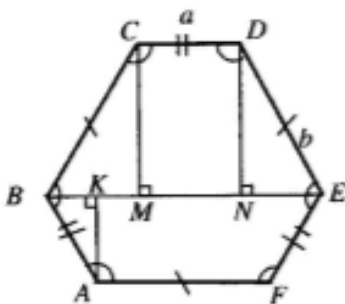


Рисунок 3 – Равноугольно-правильный шестиугольник

– задачи на готовых чертежах; например, задача 4: «вычислить площадь трапеции, изображенной на рисунке 1»;

– задачи на клетчатой бумаге; например, задача 5: «на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция; найти ее площадь (рисунок 2)».

В зависимости от требования задачи на вычисление площадей можно выделить:

– задачи, сформулированные в общем виде (задачи на «вывод» формул), например, задача 6.1: «найдите площадь треугольника по стороне a и прилежащим к ней углам γ и β » или задача 6.2: «в параллелограмме ABCD точка K – середина AB, точка M – середина CD; CK и BM пересекаются в точке P; AM и DK пересекаются в точке N; найти площадь четырехугольника KPMN, если площадь треугольника BCP равна S»; задача 6.3:

В равноугольно-полуправильном шестиугольнике ABCDEF (рисунок 3) $AB = CD = EF = a$; $BC = DE = FA = b$. Вычислите его площадь.

– частные задачи (на нахождение значения площади), например, задача 7.1: «вычислить площадь треугольника с вершинами в основания биссектрис треугольника со сторонами 5, 6 и 7» или задача 7.2: «найдите площадь треугольника со сторонами 5, 6 и $\sqrt{7}$ »;

– задачи на поиск/обоснование нового метода/способа вычисления, например, задача 8.1: «найдите площадь трапеции, диагонали которой перпендикулярны и равны m и n »; – сводится к «преобразованию» трапеции в равнобедренный треугольник; задача 8.2: «докажите формулу Герона для площади треугольника: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где a, b, c – длины сторон треугольника, p – полупериметр»;

– задачи на изменение значения площади при изменении линейных или угловых размеров фигуры, например, задача 9.1: «как изменится площадь равностороннего треугольника при увеличении боковой стороны в 2 раза?»; задача 9.2: «как изменится площадь равностороннего треугольника при уменьшении угла при основании в 2 раза?»;

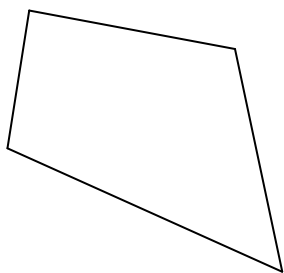


Рисунок 4 – Четырёхугольник

– практические задачи на выбор и измерение линейных и угловых размеров фигуры с последующим вычислением её площади, например, задача 10: «вычислите площадь четырёхугольника, изображенного на рисунке 4, проведя как можно меньше измерений с помощью линейки и транспортира».



Рисунок 5 – Вычисление площади с помощью палетки

В зависимости от способа решения задачи на измерение площадей можно выделить:

– задачи, решаемые исключительно теоретическими методами, например, задача 11: «на сторонах AB, BC , и CA треугольника ABC взяты точки K, L и M так, что $AK=2KB, 2BL=3LC, 3CM=4MA$; площадь треугольника ABC равна 35; чему равны площади треугольников AKM, BKL, CLM, KLM ?»;

– задачи, решаемые исключительно практическими методами, например, задача 12: «найти площадь фигуры, изображенной на рисунке 5»;

– задачи, решаемые теоретическими методами после найденного практического решения, например, задача 13.1: «Через точку, взятую на диагонали AC параллелограмма ABCD, проведены прямые, параллельные его сторонам. Данный параллелограмм делится ими на 4 четырёхугольника. Два из них пересекаются диагональю AC, третий имеет площадь, равную 5; чему равна площадь четвёртого?», задача 13.2: «найти площадь выпуклого четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны и равны d_1 и d_2 ».

Базис решения задачи на измерение площади определяет выбранные метод, способ и/или приёмы решения.

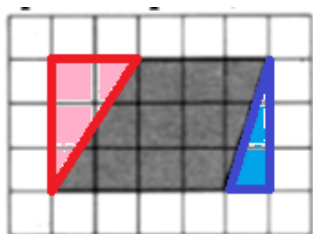


Рисунок 6 – Способ «вписывания» в прямоугольник

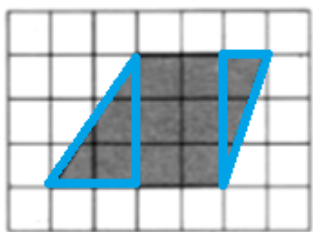


Рисунок 7 – Способ «выделения» прямоугольника

Вычисления с использованием клетчатой бумаги или палетки проводятся: (а) для любых многоугольников с вершинами в узлах сетки клетчатой бумаги – точные вычисления; (б) для любых других плоских фигур – приближенные вычисления.

Покажем, как следует подходить к решению задач типа (а) на примере задачи 5: «на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция; найти ее площадь (рисунок 2).

Способ 1. Вписываем данную фигуру в прямоугольник (рисунок 6), площадь которого вычисляется умножением длины на ширину (в нашем случае, она равна 15), затем находим площади «лишних» прямоугольных треугольников, как половины произведения их катетов (в нашем случае, площадь большего треугольника равна 3, меньшего – 1,5). И, наконец, вычисляем из площади прямоугольника площади «лишних» треугольников и получаем площадь искомой фигуры; для нашей фигуры площадь равна 10,5.

Способ 2. Выделяем из нашего многоугольника прямоугольники (рисунок 7), площади которых легко найти, затем находим площади «оставшихся» прямоугольных треугольников, и все значения площадей складываем (а нашем случае получаем: $6 + 3 + 1,5 = 10,5$).

Способ 3 – комбинация 1 и 2.

Способ 4 основан на разбиении только на прямоугольные треугольники.

Способ 5 – формула Пика: площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна $B + \frac{\Gamma}{2} - 1$, где B – количество целочисленных узлов внутри многоугольника, а Γ – количество целочисленных узлов на границе многоугольника [4].

Для нашей фигуры расчётная формула выглядит так: $7 + 9/2 - 1 = 10,5$.

Покажем, как следует подходить к решению задач типа (б) на примере задачи 12: «найти площадь фигуры, изображенной на рисунке 5».

Способ 6. При измерении подсчитывается число квадратиков (а значит, и их площадь) целиком содержащихся в фигуре, а также примерная площадь квадратиков, частично входящих в измеряемую фигуру. Суммируя подсчеты, находят приближенное значение площади фигуры. Точность такого измерения невелика, но во многих случаях она устраивает измеряющего. Для нашей фигуры, изображённой на рисунке 5, формула для вычисления площади будет выглядеть так: $22 + 13/2 + 12/4 \approx 31,5$.

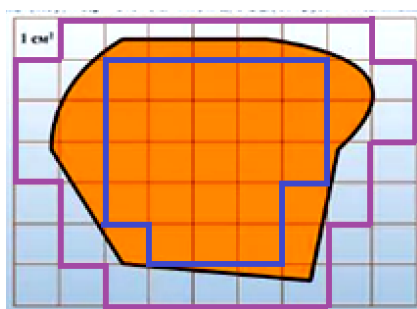


Рисунок 8 – Способ 6 вычисления площади

Способ 7. Находим среднее арифметическое между вписанным клетчатым многоугольником и описанным клетчатым многоугольником (их определения интуитивно понятны) – рисунок 8:
 $(51 + 22) : 2 = 36,5$

Кстати, такое измерение площадей наводит на мысль определить понятие площади с помощью покрытия ее квадратной сеткой с последующим измельчением единичного квадрата. Так можно определить понятие площади в школах и классах с углуб-

ленным изучением математики, а также на внеклассных и факультативных занятиях математикой.

Рассматриваем плоскую ограниченную фигуру. Поместим ее в некоторый квадрат (ограниченность!). Разделим сторону квадрата на n (на рис. 7 $n=4$) равных частей и через точки деления проведем прямые, параллельные сторонам квадрата. Фигура покрывается квадратной сеткой. Подсчитаем площадь квадратов, целиком содержащихся в фигуре (s_1), и площадь квадратиков, имеющих с ней хотя бы одну общую точку (S_1). В нашем случае $s_1 = 4$ условных единиц, $S_1 = 16$. Затем каждую новую единицу деления разделим на то же число равных частей, опять через точки деления проводим прямые, параллельные сторонам выбранного квадрата, получим более мелкую квадратную сетку. Вновь подсчитаем площадь квадратиков, целиком содержащихся в фигуре (s_2), и (отдельно) площади квадратиков, имеющих с фигурой хотя бы одну общую точку (S_2). Припишем полученные площади к уже выписанным значениям (для больших квадратиков), будем продолжать процесс деления неограниченно, получим две последовательности площадей квадратиков: целиком содержащихся в фигуре и имеющих с фигурой хотя бы одну общую точку. Первая – неубывающая и ограниченная сверху, вторая – невозрастающая и ограниченная снизу. По теореме о пределе монотонной ограниченной последовательности обе они имеют пределы. Если эти пределы равны, то каждый из них называется площадью фигуры, а сама фигура называется квадратуемой. В рассмотренном случае можно записать символически:

$$\left. \begin{array}{l} S_1, S_2, \dots, S_n, \dots \rightarrow S \\ s_1, s_2, \dots, s_n, \dots \rightarrow S \end{array} \right| \begin{array}{l} S=S - \text{площадь} \\ S \neq s - \text{нет площади} \end{array}$$

Это утверждение и принимается за определение площади [2].

Метод разрезания и складывания основан на принципах проведения простых геометрических построений и использования простейших свойств площади. Так, например, если удастся разбить два многоугольника на одинаковые час-

ти, то отсюда вытекает, что их площади равны. Иногда проще дополнить фигуры некоторыми одинаковыми частями, чтобы убедиться, что они равновелики.

Способ 1 сводится к следующим операциям: (а) фигура разбивается на такие фигуры, площадь которых умеем вычислять; (б) находим площадь каждой фигуры, на которые разбили данную; (в) находим сумму площадей фигур; полученная сумма и является площадью данной фигуры.

Способ 2 сводится к следующим операциям: (а) данная фигура разбивается на фигуры, из которых (б) составляется новая фигура, площадь которой умеем находить; (в) площадь новой фигуры является площадью исходной.

Решим задачу 13 методом разрезания (метод выбран исходя из описания фигуры, площадь которой требуется найти, путём деления на части некоторой данной).

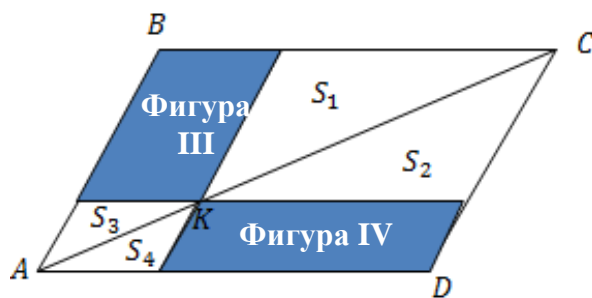


Рисунок 9 – Графическая модель задачи 13

Решение начинаем с выполнения условия – построения – делим диагональ параллелограмма на два треугольника ABC и ADC (треугольники равны по «трём сторонам», значит и их площади тоже равны $S_{ABC} =$

S_{ADC}), берём на диагонали точку, через которую проводим параллельные сторонам прямые; эти прямые разбивают наш параллелограмм на 4 фигуры – рисунок 9; площадь третьей фигуры равна 5; требуется найти S – площадь четвертой фигуры.

Фигура I – параллелограмм, площадь которого равна сумме площадей двух равных треугольников, поэтому: $S_1 = S_2$ фигура II – тоже параллелограмм, площадь которого равна сумме площадей двух равных треугольников, поэтому: $S_3 = S_4$ (диагонали параллелограммов KC и AK делят их соответственно на два равных треугольника).

С учётом разбиений и свойства аддитивности площади, равенство $S_{ABC} = S_{ADC}$ можно переписать как $S_1 + S_3 + 5 = S_2 + S_4 + S$.

А с учётом равенств: $S_1 = S_2$ и $S_3 = S_4$, делаем вывод, что площадь четвёртой фигуры $S = 5$.

Алгебраический метод основан на использовании уравнений, неравенств и их систем, составленных по условию задачи на основании теорем геометрии. Например, в задаче 14: «Найти площадь параллелограмма $ABCD$ с диагональю AC и центром O окружности, вписанной в треугольник ABC ; расстояния от O до точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 8 и 7»;

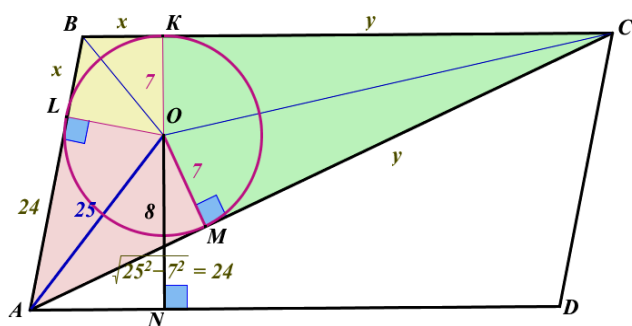


Рисунок 10 – Графическая модель задачи 14

точки A и прямых AD и AC соответственно равны 25, 8 и 7»; – достаточно выразить площадь параллелограмма $ABCD$ двумя способами (рисунок 10) для того, чтобы составить разрешающую алгебраическую

модель задачи: $15(x + y) = 2(x + y + 24) \cdot 7$, где [с учётом введённых на рисунке 7 обозначений] $BC = x + y$, $AB = x + 24$, $KN = 15$ – высота к BC , $x + y + 24$ – полупериметр треугольника ABC , $OK = 7$ – радиус вписанной в ABC окружности. Разрешающая модель – уравнение – позволяет найти длину $BC = x + y$, а затем и площадь параллелограмма: $BC = 14 \cdot 24$, $S = 14 \cdot 24 \cdot 15 = 5040$.

Литература

1. Лебедева, С. В. Информационный подход к решению задач школьного курса математики: информационная модель задачи / С. В. Лебедева, В. В. Пилипенко // Научно-методические проблемы инновационного педагогического образования : Сборник научных трудов Тринадцатой Международной очно-заочной научно-методической конференции : В 2 ч. Ч. 2. – Саратов : Изд-во СРОО «Центр «Просвещение». – 2018. – С. 5-12.
2. Канин, Е. С. Площади фигур и их вычисление в основной школе / Е. С. Канин // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. – 2006. – № 8. – С. 235-244.

ВАРИАНТ ОРГАНИЗАЦИИ ГРУППОВОЙ РАБОТЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ АЛГЕБРЫ

*Ерамян Альвина Нельсоновна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

В соответствии с действующим государственным стандартом метапредметные результаты освоения основной образовательной программы основного общего образования должны отражать «умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе» [1, с. 7].

Групповую работу определяют как форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных групп, работающих как над общими, так и над специфическими заданиями [2].

В зависимости от количественного состава участников группы, выделяют следующие виды групповой работы:

- работа в малых группах (парная работа);
- работа в средних группах (работа в группах из 3-4 человек);
- работа в больших группах (работа в группах их 5-10 человек).

В зависимости от качественного состава, группы формируются как:

- 1) разнородные (в группе есть сильные и слабые ученики);
- 2) случайные (группа образованна случайным образом);
- 3) по интересам (при составлении группы учитываются предпочтения учащихся);
- 4) однородные (группа состоит из учеников с одинаковым уровнем знаний) [3].

Выделяют следующие принципы организации групповой работы:

1. Учитывать уровень образовательных возможностей учащихся;
2. Учитывать особенности состава группы;
3. Составлять задания исключительно для совместного поиска решения;

4. Распределять роли между участниками группы;
5. Организовывать коммуникацию в группе и между группами;
6. Анализировать способ деятельности [4].

В качестве примера рассмотрим вариант работы в малых группах. Для организации работы в группах по 3 человека была выбрана тема «Системы двух линейных уравнений с двумя переменными».

Рассадки групп по 3 человека можно представить несколькими способами. На рисунке 1 изображён способ, который требует предварительной подготовки классной комнаты [5]. При таком способе на двух партах можно разместить две группы.

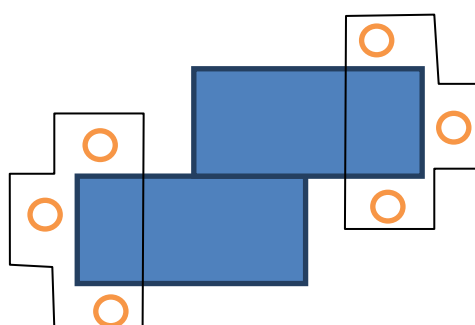


Рисунок 1 – Рассадка групп из трёх человек с перестановкой парт

На рисунке 2 изображён способ рассадки двух групп на трёх партах, при котором перестановка парт не требуется. На рисунке 3 изображён способ рассадки четырёх групп на трёх партах.

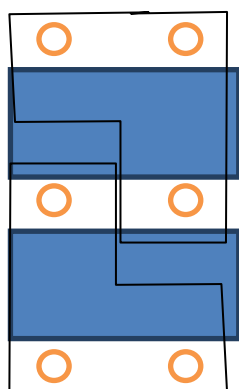


Рисунок 2 – Рассадка групп из трёх человек без перестановки парт

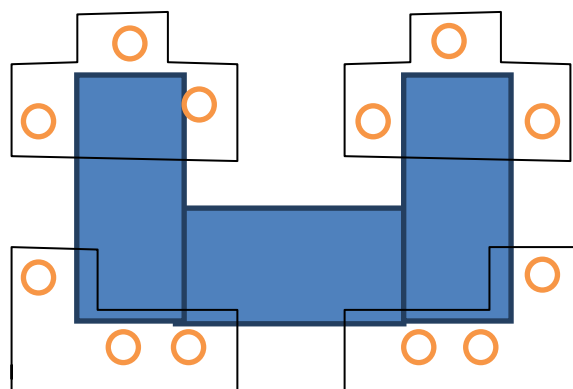


Рисунок 3 – Рассадка четырёх групп на трёх партах

Учащиеся класса делятся на группы по 3 человека, каждой из которых даётся система двух линейных уравнений с двумя переменными.

$$\begin{cases} 3x - 12 = 2y, \\ x + 2y = -4. \end{cases}$$

На выбор учащимся предлагается распределить между собой три способа решения этой системы: 1) метод подстановки; 2) метод алгебраического сложения; 3) графический метод.

Первый ученик решает систему методом подстановки.

Решение:

1) Выразить y из уравнения $3x - 2y = 12$: $3x - 12 = 2y$; $y = (3x - 12)/2$.

2) Подставить найденное выражение вместо y во второе уравнение системы: $x + 2 \cdot (3x - 12)/2 = -4$.

3) Решить полученное уравнение: $x + 3x - 12 = -4$; $4x = 8$; $x = 2$.

4) Подставить найденное значение x в формулу $y = (3x - 12)/2$:

$y = (3 \cdot 2 - 12)/2$; $y = -6/2$; $y = -3$.

5) Пара $x = 2$ и $y = -3$ – единственное решение заданной системы.

Ответ: $(2; -3)$.

Второй ученик решает систему методом алгебраического сложения.

Решение:

1) Сложить уравнение $3x - 2y = 12$ с уравнением $x + 2y = -4$:

$3x - 2y + x + 2y = 12 + (-4)$; $4x = 8$; $x = 2$.

2) Подставить найденное значение $x = 2$ в первое уравнение заданной системы, т. е. в уравнение $3x - 2y = 12$:

$3 \cdot 2 - 2y = 12$; $-2y = 6$; $y = -3$.

3) Пара $x = 2$ и $y = -3$ – единственное решение заданной системы.

Ответ: $(2; -3)$.

Третий ученик решает систему графическим методом.

Решение: 1) Найти значения y при двух значениях x в первом уравнении $3x - 2y = 12$. Из уравнения $3x - 2y = 12$ находим, при $x = 0$, $y = -6$; при $x = 2$, $y = -3$.

2) Найти значения y при двух значениях x в уравнении $x + 2y = -4$:

Из уравнения $x + 2y = -4$ находим, что при $x = 0$, $y = -2$; при $x = 2$, $y = -3$.

3) Построить графики двух уравнений по точкам (рисунок 4)

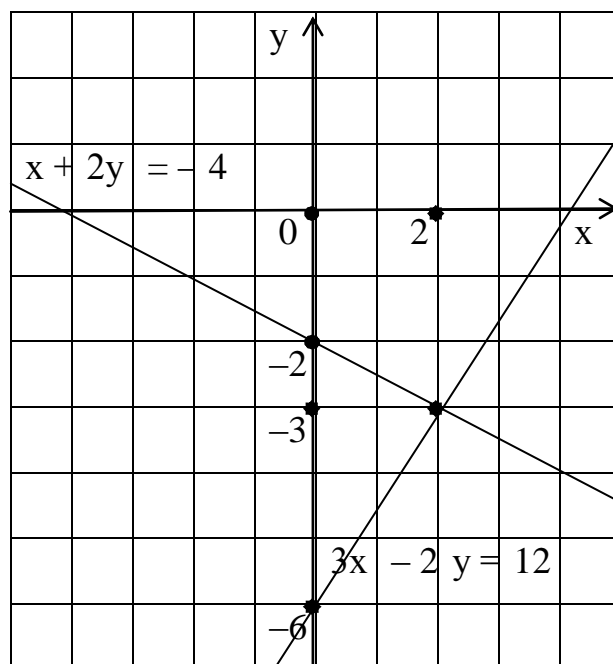


Рисунок 4 – Графики уравнений $3x - 2y = 12$ и $x + 2y = -4$

4) Поскольку графики пересекаются в точке с координатами $(2; -3)$, эта пара значений и есть единственное решение заданной системы уравнений.

Ответ: $(2; -3)$.

При правильном решении системы уравнений, у учащихся должны совпасть ответы.

После выполнения данного задания учащимся даётся ещё одна система, но метод решения следует выбрать отличный от предыдущего. По выполнении данного задания учащиеся вновь сверяют ответы.

После решения второй системы учащиеся приступают к решению третьей, используя оставшийся неиспробованный метод для каждого.

При возникновении сложностей в использовании способов решения, которыми другие члены группы уже овладели, учащиеся обращаются за помощью друг к другу.

Каждый член группы должен быть готов к объяснению решения каждого задания. Учитываться будет скорость выполнения заданий, правильность решений, чёткость и логичность объяснений и аккуратность оформления решений в тетради.

Литература

1. Федеральные государственные образовательные стандарты основного общего образования [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс] : [сайт]. – URL: <https://fgos.ru/> (дата обращения: 07.04.2019).
2. Коджаспирова, Г. М. Педагогический словарь / Г. М. Коджаспирова, А. Ю. Коджаспирова. – М. : Академия, 2005. – С. 45.
3. Уваров, А. Ю. Состав групп / А. Ю. Уваров. Групповая работа: кооперация в обучении. – М. : МИРОС, 2001. – 224 с.
4. Сорокатая, Е. А. Содержание и виды групповой учебной деятельности студентов / Е. А. Сорокатая // Молодой ученый. – 2015. – № 6. – С. 686-689.
5. Рыбакова, Т.В. Некоторые аспекты организации интерактивного обучения математике / Т. В. Рыбакова // Математика в школе. – 2018. – № 8. – С. 57-63.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АЛГОРИТМОВ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ В 7 КЛАССЕ

*Лоскутова Валерия Владимировна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Алгоритмы в обучении могут выступать как в роли искомым результатов урока и как вспомогательное средство обучения. Работать с алгоритмами на уроке можно двумя методами: (1) учащиеся вместе с учителем составляют алгоритм; (2) учащимся дается готовый алгоритм.

Рассмотрим, как можно организовать работу по созданию учащимися алгоритма на уроке алгебры в 7 классе на примере темы «Решение задач с помощью уравнений». Будет использоваться учебник «Алгебра. 7 класс» [1] и методическое пособие для учителя [2].

Тема: Решение задач с помощью уравнений.

Учитель: Начнём урок с проверки домашнего задания – задачи №157.

Задача № 157 (*Старинная задача*). Послан человек из Москвы в Вологду и велено ему проходить во всякий день по 40 вёрст. На следующий день вслед ему был послан другой человек и велено ему проходить по 45 вёрст в день. Через сколько дней второй догонит первого?

Решение. Пусть второй человек догонит первого через x дней, тогда за эти дни он пройдет $45 \cdot x$ верст. Первый человек, так как он шел на день дольше, пройдет $40 \cdot (x+1)$ верст. Зная, что они пройдут одинаковое расстояние, составим и решим уравнение:

$$45 \cdot x = 40 \cdot (x + 1); 45 \cdot x = 40 \cdot x + 40; 5 \cdot x = 40; x = 8.$$

Значит, второй человек догонит первого через 8 дней.

Ответ: через 8 дней.

Далее учитель выясняет, кто из учащихся решил задачу таким же способом; кто – по-другому (например, за неизвестную кто-то обозначил количество дней, в течение которых находился в пути первый человек).

После проверки домашнего задания учитель организует работу по «созданию» алгоритма в процессе совместного обсуждения хода (процесса) решения задачи № 157.

Вопросы учителя:

- 1) С чего мы начинаем решать задачу алгебраическим методом?
- 2) Что мы обозначает за неизвестное?
- 3) Какие еще могут быть варианты при введении неизвестной?
- 4) Что мы делаем после того, как ввели неизвестную и т.д.

В результате на уроке алгебры семиклассники приходят, например, к такому варианту алгоритмического предписания.

1. Прочесть задачу.
2. Обозначить неизвестную в задаче величину буквой.
3. Используя эту букву, записать другие величины в задаче.
4. Составить уравнение по условию задачи.
5. Решить полученное уравнение.
6. Найти требуемые по условию задачи величины.
7. Записать ответ.

Для организации работы на уроке по усвоению алгоритма полезно использовать варианты «с ошибкой», с избыточными и недостающими элементами алгоритма.

Например, на этапе усвоения алгоритмического предписания по теме «Решение задач с помощью уравнений», можно учащимся предложить упражнение, например, интерактивное, с добавленным «элементом» – «Решение задачи по действиям», являющимся явно лишним при решении задачи алгебраическим методом; либо убрать один из «элементов» – «Решить полученное уравнение» или «Составить уравнение по условию задачи».

Рассмотрим вариант организации работы на уроке, когда учащимся дается готовый алгоритм.

Тема: Системы линейных уравнений. Метод алгебраического сложения.

Цель: Рассмотреть понятие системы линейных уравнений. Рассмотреть

способ сложения для решения систем линейных уравнений.

Планируемые результаты: научиться применять способ сложения для решения систем линейных уравнений.

Учитель сообщает тему и цель урока и предлагает решить систему двух линейных уравнений с двумя переменными:
$$\begin{cases} 2x + y = 15, \\ x - y = 3 \end{cases}.$$

Учитель диктует семиклассникам алгоритм (в словесной форме) решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными x и y .

Словесная форма записи.

1. Уравняйте коэффициенты при одной из переменных, например, x .
2. Вычтите из первого уравнения второе.
3. В результате вычитания получите линейное уравнение с одной переменной y . К нему применяем алгоритм решения линейного уравнения с одной переменной.
4. Находим значение переменной y .
5. Найденное значение y подставляем в любое уравнение исходной системы, например, во второе уравнение.
6. После подстановки получаем линейное уравнение с одной переменной x . К нему применяем алгоритм решения линейного уравнения с одной переменной.
7. Находим значение переменной x .
8. В ответ записываем пару чисел $(x; y)$.

Далее обсуждается и записывается на доске ход решения системы (самим учителем или одним из учеников). С целью лучшего запоминания нового алгоритма, ученикам предлагается решить ту же систему, но поменяв переменные x и y местами (в пунктах 1-7).

После выполнения задания учитель предлагает семиклассникам записать алгоритм в других формах, например в форме блок-схемы.

Учитель подводит итоги урока и для закрепления материала дает домашнее задание: решить из учебника [1] №1082 (б, г) и/или №1084 (в, д, е).

Очень важно для отработки умения работы с алгоритмами давать учащимся на уроках разные формы записи алгоритмов, переходя от одной формы записи к другой. Например, при использовании словесной формы переходить к блок-схеме, формуле или табличному способу и наоборот.

Литература

1. . Алгебра. 7 класс. Учебник для школ и классов с углубленным изучением математики / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков и др. – М. : Мнемозина, 2013. – 384 с.
2. Рурукин, А. Н. Поурочные разработки по алгебре. 7 класс / А. Н. Рурукин. – М. : ВАКО, 2016. – 352 с.

МАТЕМАТИКА И ЛИТЕРАТУРА – ДВЕ ГРАНИ ТАЛАНТА

*Монакова Анастасия Владимировна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

В 1982 году в издательстве Советская Россия вышел сборник стихов учёных-поэтов «Муза в храме науки», в 1988 году вышло второе, дополненное и переработанное, издание этого сборника, первые строки введения которого как нельзя лучше отражают значимость выбранной нами для исследования темы:

«Поэзия и наука с момента своего зарождения неразрывно, органически связаны между собой. В познании жизни, в практической деятельности человека они шли рука об руку, взаимодействуя между собой, и тем способствовали прогрессу общества. Так, ещё на заре человеческой цивилизации поэзия предоставляла в распоряжение науки свои «технические средства» для лаконичного выражения её открытий и находок в виде афоризмов, пословиц, загадок, пример и других форм устного фольклора. Известно, что Древнем мире, да и в средневековье, и позднее многие научные труды излагались в стихотворной форме, и это не было единичным явлением. Сошлёмся, для примера, хотя бы на яркого представителя Древнего Рима философа и писателя Лукреция, сочинившего свою знаменитую книгу «О природе вещей»¹ в стихах.

Нам хорошо известна популяризация многих своих научных трудов гением русской науки М. В. Ломоносовым средствами поэзии. Полагаю, что читателям хорошо известен его научно-популярный трактат «О пользе стекла», написанный стихами. Наука, со своей стороны, питала поэзию своими открытиями, познаниями природы вещей, а следовательно, оплодотворяла и окрыляла поэтическую мысль, что, в свою очередь, давало возможность гениальным поэтам делать такие предсказания, которые находили научное обоснование только через сотни и даже тысячи лет. Так, например, материалистические мысли Лукреция о строении вещества нашли строгое научное обоснование только через тысячелетия» [1, с. 3].

¹ Лукреций, О природе вещей. – М., Л., 1945.

Поэтами были многие восточные ученые-энциклопедисты средневековья.

Великий математик и философ *Омар Хайям* (1048-1122 гг.) был известен в Европе сначала как поэт; его четверостишия «Рубаи» – одна из самых сложных жанровых форм таджикско-персидской поэзии: объем рубаи – четыре строки, три из которых (редко четыре) рифмуются между собой; каждое четверостишие Хайяма – это и маленькая поэма, и философский трактат одновременно:

*Мне мудрость не была чужда земная,
Ища разгадки тайн, не ведал сна я.
За семьдесят перевалило мне,
Что ж я узнал!? – Что ничего не знаю.*

Из всех наук Хайяма сильнее всего увлекала математика; он завершил построение геометрической теории кубических уравнений, стал автором трактатов «Трудные вопросы математики» и «Объяснения трудного в заключениях Эвклида», принесших ему известность и признание математического таланта. Он был великим математиком и одаренным поэтом.

Французский математик *Пьер Ферма* (1601-1665 гг.) – юрист по профессии, один из создателей аналитической геометрии и теории чисел, автор известных трудов по теории вероятностей, исчислению бесконечно малых и оптике, а также прекрасный знаток античной литературы, писавший стихи на разных языках.

*У юности первый и легкий подъем.
До неба открылись просторы.
Мы песни признанья любимым поем,
Все в жизни – далекие горы.
Пусть там, в поднебесье, и холод и лед,
Под солнцем снега не согрелись.
На склоны и скалы нас властно зовет
Вершины манящая прелесть.
К высотам познанья! За кручей обрыв!
Дороги орлам незнакомы.
Пройдет человек лишь, но прежде открыв
Природы и Чисел законы.
Искателей истин судьба нелегка,
Но тень их достанет в веках облака².*

² «Из числа ненайденных стихотворений на французском, испанском и латинском языках периода 1625-1659 годов в «переводе» автора данного романа» – стихи и цитата из

В 1703 году в России вышел в свет знаменитый учебник «Арифметика» Леонтия Филипповича Магницкого (1669-1739 гг.). Внимательное ознакомление с предисловием учебника «Арифметики» и самой «Арифметикой» показывает, что Магницкий, несомненно, был одним из выдающихся русских людей своего времени не только по своим математическим познаниям, но и по общему образованию. Так, второе предисловие его «Арифметики» написано по всем правилам риторики, а стихотворения, имеющиеся в начале книги и в различных её частях, указывают на знакомство автора с пиитикой³:

*Число есть бесконечно, умомъ намъ недотечно.
Или кто знаетъ конца кромѣ всѣхъ Бога творца
Нѣсть бо намъ опредѣлено, тѣмъ есть и бездѣльно
Множайшихъ чиселъ искати, и болше сей писати
Превосходной таблицы умовъ нашихъ границы
Наще кому треба, счисляти что внутрь неба
Довлѣтъ числа сего, и вѣщемъ всѣмъ міра сего.*

Гениальный русский ученый, творец идей новой науки во многих областях Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765 гг.) на собственном примере доказал, что человек может заниматься наукой и одновременно искусством, физикой и литературой. Ломоносов описал стили языка с нескольких сторон; создал схему деления литературного языка на три стиля – «высокий», «средний» и «низкий»; придал некоторым словам современный вид (удачно переделал «оризонт» на горизонт, «квадратуум» на квадрат, «ваторпас» на ватерпас и т. д.). Личность Ломоносова, его научная и литературная деятельность сыграли первостепенную роль в развитии сознания русского общества и оставили глубокий след в истории русской культуры.

Ломоносов глубоко понимал значение математики для изучения других наук и развития ума. Его оригинальные учебные руководства по естественным и математическим дисциплинам заложили основы методики преподавания как

первой книги «Острее шпаги», посвященной описанию жизни и достижений Пьера Ферма, научно-фантастического романа-гипотезы «Клокочущая пустота» Александра Казанцева.

³ «Арифметика» Леонтия Магницкого [Электронный ресурс] / Образование, наука, культура : библиографическая энциклопедия [Электронный ресурс] : [Сайт] – URL: http://dates.gnpbu.ru/3-8/Arifmetika_Magnitskiy/arifmetika_magnitskiy.html

науки. Называя математику «прекраснейшей наукой», Ломоносов признавал за ней «первенство в человеческом знании»:

*Нас больше таковы идеи веселят,
Как, божий некогда описывая град,
Вечерний Августин⁴ душою веселился.
О коль великим он восторгом бы пленился,
Когда б разумну тварь толь тесно не включал,
Под нами б жителей как здесь не отрицал,
Без Математики вселенной бы не мерил!
Что есть Америка, напрасно он не верил...*

Создатель неевклидовой геометрии, в 1827-46 гг. ректор Казанского университета *Николай Иванович Лобачевский* (1792-1856 гг.) в поэзии усматривал математические закономерности: «Поэт следует своему чувству, между тем, он незримо руководствуется законами математики». До нас дошла почти, что легендарная история о том, что и сам Лобачевский писал стихи, а в более зрелом возрасте – чем-то вроде эпиграмм. О написании Лобачевским эпиграмм говорит Великопольский, брат жены Лобачевского. А вот отрывок стихотворения «Разлив Волги при Казани», которое приписывают самому Лобачевскому:

*Царица рек в торжественном теченье
К далеким Каспия обширного водам,
Ты уклоняешься к Казани на свиданье
С ней древней матерью Татарским городам!⁵*

Известно, что *Михаил Юрьевич Лермонтов* (1814-1841 гг.) великий русский поэт и прозаик, талантливый художник и драматург был большим любителем математики и в своих вольных переездах из одного места службы в другое всегда возил с собой учебник математики. Алексей Александрович Лопухин, товарищ Лермонтова по кавалерийскому училищу, близко знавший поэта, сообщает о нем следующее: «Лермонтов постоянно искал новой деятельности и никогда не отдавался весь тому высокому поэтическому творчеству, которое обессмертило его имя и которое, казалось, должно было поглотить его всецело. Постоянно

⁴ *Августин* (354-430 гг), глава западного («вечернего») богословия, в книге «О граде божием» отрицал существование антиподов, то есть людей, живущих на другом полушарии

⁵ Вообще, это только легенда. Сотрудники музея Лобачевского, по крайней мере, не нашли источников, подтверждающих авторство Лобачевского к вышеприведённым строкам. Но, что-то, наверное, в этом есть. – https://libweb.kpfu.ru/virt_vust/068/2_glava_2.htm

меня занятия, он со свойственной ему страстью, с полным увлечением отдавался новому делу. Таким образом, он одно время исключительно занимался математикой. Однажды, приехав в Москву к Лопухину, Лермонтов заперся в кабинете и до поздней ночи сидел над решением какой-то математической задачи. Не решив ее, Лермонтов, измученный, заснул. Задачу эту он решил во сне. Ему приснилось, что пришел какой-то математик и подсказал ему решение задачи. Он даже нарисовал портрет этого математика. Оказалось, что он очень похож на изобретателя логарифмов – шотландского математика Джона Непера (1550–1617)». Этот портрет после Великой Октябрьской революции поступил Пушкинский Дом Академии наук, где и хранится в настоящее время [2, с. 60-61].

Значительное место занимает математика в жизни, произведениях и практической деятельности гениального русского писателя *Льва Николаевича Толстого* (1828-1910 гг.). Он размышлял над понятием числа, мнимой единицы, бесконечно больших и бесконечно малых. Прочитав роман «Гипатия» о женщине-математике из Александрии, рекомендовал переиздать его на русском языке. Толстой проявлял интерес к выдающимся русским математикам Н. И. Лобачевскому и С. В. Ковалевской. Организовав в своем имении Ясная Поляна школу для крестьянских детей, он сам преподавал в ней; выпустил несколько изданий «Азбуки», которые содержали и сведения по арифметике. А в 1874 году вышла его «Арифметика»; в книге содержались методические указания для учителя. Толстой был против размещения в учебниках усложненных задач и громоздких правил; сам придумывал условия к задачам и нередко предлагал наиболее интересные своим гостям. Математические понятия Л. Н. Толстой использовал для блестящих афоризмов о характерах людей, познании, истине: «Человек подобен дроби, числитель есть то, что он есть, а знаменатель – то, что он о себе думает. Чем больше знаменатель, тем меньше дробь»; «Страх смерти обратно пропорционален хорошей жизни» или «Степень правдивости человека есть указатель степени его нравственного совершенства».

По словам И. Л. Галинской у *Льюиса Кэрролла* (настоящее имя – Чарльз Лютвидж Доджсон – английский писатель, математик, логик, философ, диа-

кон и фотограф, 1832-1898), «соединялись стихии, казалось бы, совершенно несовместимые: приверженность, с одной стороны, к таким наукам, как математика и алгебраическая логика (в оксфордском колледже «Крайст-Черч» – «Церковь Христова», все преподаватели которого могли быть только духовными лицами, он являлся едва ли не образцом педагога и ученого), а с другой стороны, нежелание до конца жизни принять священнический сан (он так и оставался диаконом) ввиду беззаветной своей любви к театру, к атмосфере спектаклей и обществу актеров! Наконец, и это, конечно, главное, Льюис Кэрролл был натурой художественной, то есть и поэтом (без стихов которого давно уже немислима антология английской поэзии), и прозаиком, и эссеистом» [3, с. 3].

*He thought he saw an Elephant
That practised on a fife:
He looked again, and found it was
A letter from his wife.
«At length I realize,» – he said,
«The bitterness of Life!»*

*Ему казалось – на трубе
Увидел он Слона.
Он посмотрел – то был Чепец,
Что выжила жена.
И он сказал: «Я в первый раз
Узнал, как жизнь сложна»⁶*

Софья Васильевна Ковалевская (1850-1891 гг.) – русский математик и механик, первая в России и в Северной Европе женщина-профессор и первая в мире женщина – профессор математики, а также автор нескольких художественных произведений, среди которых повести «Нигилистка» и «Воспоминания детства» – служение математике представляла себе неотрывным от служения литературе. «Мне кажется, – говорила она, – что поэт должен видеть то, чего не видят другие, видеть глубже других. И это должен математик».

*Если ты в жизни хотя на мгновенье
Истину в сердце твоём ощутил,
Если луч правды сквозь мрак и сомненье
Ярким сияньем твой путь озарил:
Что бы в решенье своём неизменном
Рок ни назначил тебе впереди,
Память об этом мгновенье священном
Вечно храни, как святыню, в груди.*

⁶ «Песня безумного садовника» («The Mad Gardener's Song»), отрывок. Перевод Дины Орловской

Борис Анастасьевич Кордемский (1907-1999 гг.) – талантливый педагог, незаурядный методист и выдающийся популяризатор научной занимательности – многие годы преподавал математику в разных (от средних школ до военной академии) учебных заведениях России. Последнюю свою книгу он назвал «Математические завлекалки»; в ней одиннадцать глав (разделов), содержащих более четырехсот занимательных математических миниатюр – сказок и фантазий, вопросов и эссе: «В котором часу ложился спать Онегин? Эта деталь в описании деревенской жизни Онегина, по-видимому, не интересовала А. С. Пушкина. Однако некоторые «не дошедшие до нас» сведения позволяют точно ответить на поставленный вопрос. Несомненно, у Онегина были карманные часы⁷. Он имел обыкновение заводить их до отказа 2 раза в день: утром в 9.30 и ночью, ложась спать. Утром приходилось делать 11 полных оборотов головки часов, а ночью – 9. Этих сведений достаточно, чтобы вычислить, в котором же часу ложился спать Онегин?» [4].

Как видим, многие поэты и писатели являются математиками в душе, а многим математикам свойственны литературные таланты, не говоря уже о популяризаторах науки, которые этими талантами должны обладать обязательно.

Литературно-математические традиции продолжают и наши современники, публикуя свои произведения в журналах «Квант» ([5], [6], [7] и др.), «Наука и жизнь» ([8], [9], [10] и др.) и пр. Не отстают от них учителя математики и их ученики, представляя своё литературное математическое творчество в газете/журнале «Математика» ([11], [12], [13] и др.).

Исследования последних лет (2015-2019 гг.), посвящённых проблемам развития литературного математического творчества учащихся, можно условно разделить на следующие направления:

– взаимосвязь между литературой и математикой [14], [15], [16] и др.;

⁷ Онегин едет на бульвар /И там гуляет на просторе, / Пока недремлющий брегет / Не прозвонит ему обед. – А. С. Пушкин. Евгений Онегин : Роман в стихах. Глава I. Строфа XV. Брегет – карманные часы с боем, названные именем их создателя механика Бреге.

– малые литературные формы с элементами математического содержания [17], [18], [19] и др.;

– математическая сказка как средство развития литературного математического творчества учащихся [20], [21], [22] и др.;

– «математическая драматургия» [23], [24], [25] и др.;

– сказочные задачи [26], [27], [28].

Замечательный опыт развития детского литературного творчества принадлежит известному итальянскому сказочнику Джанни Родари. В его книге «Грамматика фантазии», которая представляет собой увлекательное произведение о способах приобщения детей к словесному творчеству, содержится описание 22-х приемов сочинения оригинальных текстов, способствующих развитию с самого раннего детства творческого начала в человеке и средств его выражения. В предисловии к своей книге Родари писал: «Я с огромным удовольствием узнал, что у нас, в Италии, моя книга используется как пособие по методике преподавания математики (в Пизанском университете). Более того, некоторые математики толковали о ней на своем всеитальянском конгрессе. Я посетовал, что в юности недостаточно занимался математикой. И еще лучше понял: математика вездесуща, она присутствует даже в сказках; кое-какие догадки, на сей счет, у меня мелькали. Поэтому пусть простит мне читатель, если я на вопрос ребенка: «Что надо делать и как работать, чтобы стать сказочником?» – неоднократно отвечал: «Учи, как следует, математику» [29, С. 9].

Советский педагог-новатор Василий Александрович Сухомлинский писал: «Я не представляю обучение в школе не только без слушания, но и без создания сказок» [30, С. 33], а его ученики достигали значительных успехов в сочинении стихов и сказок. Книга Сухомлинского «Сердце отдаю детям» – своеобразная энциклопедия педагогических приёмов воспитания, художественное произведение с философским началом, основанным на глубоком осмыслении педагогической практики, актуальных задач школы, потребностей общественного развития.

Следует отметить также диссертационные исследования, так или иначе связанные с литературным математическим творчеством:

Шабалиной Надежды Константиновны «Педагогические условия применения дидактических стихов и сказок в процессе обучения предметам естественно-математического цикла» (2000), которая через доказательство частных гипотез («Применение дидактических стихов и сказок помогает: облегчить формирование понятий об изучаемых объектах, их свойствах, применимости, законах взаимодействия; шире, чем обычно, индивидуализировать сферы деятельности учащихся, находя каждому задачу по его склонностям, возможностям и интересу; ставить и решать на уроках по предметам естественно-математического цикла вопросы морали, этики, философии; выявлять (диагностировать) склонности, способности, умения каждого ребенка средствами отдельных предметов и способствовать их развитию» [31, с. 10]) обосновывает гипотезу исследования: «если дидактические стихи, сказки, загадки использовать в процессе обучения как содержательный и технологический компонент образования, то это может способствовать: формированию личности, ориентированной на саморазвитие и творчество; интеграции знаний из различных предметных областей и созданию целостной научной картины мира; гармонизации развития мышления и расширению спектра ассоциаций через раскрытие многозначности любых явлений в науке, природе и практике» [31, с. 9]. Новизна этой диссертационной работы заключается в следующем: «активизирован психолого-эмоциональный фактор, позволяющий совместно с познанием научных сведений ввести в учебный процесс морально-этическую и эстетическую компоненту, интегрируя таким образом обучение и воспитание; расширена свобода выбора учащимися формы и содержания учебной деятельности, что способствует развитию индивидуальных творческих способностей в соответствии с личными потребностями каждого» [31, с. 11];

Хусаиновой Зухры Измайловны «Проектирование творческой деятельности учащихся как технология гуманитарно ориентированного обучения математике» (2001), разделившей все виды творческих работ по математике в старших

классах на три группы: творческая задача, проект и математическое эссе, причём эссе впервые рассматривается в качестве творческой работы по математике [32];

Мухамедьяновой Раили Равильевны «Содержание и методические особенности обучения младших подростков сочинению дидактических сказок по математике как средству овладения предметом и развития творчества» (2008 г.), которая подтверждала гипотезу: «учебно-творческая деятельность младших подростков по сочинению дидактических сказок будет способствовать повышению качества предметных знаний, развитию творчества и мотивации учения математике, если организовать пропедевтическое обучение четвероклассников сочинению дидактических сказок на основе интеграции их теоретико-литературных и математических знаний и умений; в 5-6 классах, соблюдая предметность, систематически и мотивированно включать школьников в эту учебно-творческую деятельность в процессе обучения математике» [33, с. 4].

Итак, очевидно, в мировой практике накоплен обширный научный, методический и литературный материал по различным проблемам взаимосвязи литературы и математики, однако не выявлено сколько-нибудь значимых научных трудов по целенаправленной организации деятельности учащихся в различных направлениях работы с жанрами литературного математического творчества. Эта проблематика ещё ждёт своего исследователя...

Литература

1. Муза в храме науки : Сборник стихотворений / Сост., автор предисл., примеч. и библиогр. справок член СП СССР, проф. В. Ф. Ноздрев. – М. : Сов. Россия, 1988. – 448 с.
2. Депман, И. Я. Из истории математики : [Для ст. возраста] / проф. И. Депман. – М. ; Л. : изд-во и 2-я ф-ка дет. книги Детгиза, 1950 (Ленинград). – 116 с. – (В помощь школьнику).
3. Галинская, И. Л. Льюис Кэрролл и загадки его текстов / Галинская И. Л.; Рос. АН, ИНИОН. – М. : ИНИОН, 1995. – 76 с.
4. Морозов, Ю. Занимательная математика / Ю. Морозов // Наука и жизнь. – 2001. – № 3. – С.42-43.
5. Лиман, М. М. Заспорили два друга / М. М. Лиман // Квант. – 1971. – № 5. – С. 39.
6. Вагутен, В. Н. Задачи о графах, или Сказка «Иван-царевич и Серый Волк» / В. Н. Вагутен // Квант. – 1974. – № 11. – С. 23-29, 59.
7. Тъмеладзе, З. Я. Следствие ведет Ферма / З. Я. Тъмеладзе // Квант. – 1978. – № 8. – С. 18-22.

8. Дышлис, А. Литература и математика / А. Дышлис // Наука и жизнь. –1999. – № 11. – С. 42.
9. Курчатов, В. Разгадка громкого преступления, или история о том, как Шерлок Холмс использовал математические методы выбора оптимальных решений / В. Курчатов // Наука и жизнь. – 2001. – № 3. – С. 124-127.
10. Силенгинский, А. Борода и математика / А. Силенгинский // Наука и жизнь. – 2018. – № 6. – С. 35.
11. Яценко, И. Посадил дед репку / Т. Кутузова, И. Яценко // Математика. – 2009. – № 20. – С. 48.
12. Филипповский, Г. Десять новогодних маршрутов барона Мюнхгаузена / Г. Филипповский // Математика. – 2011. – № 1. – С. 42-46.
13. Махров, И. По сказочным тропинкам математики / В. Махров, Н. Сныткина, В. Сныткина // Математика. – 2016. – № 5-6. – С. 4-10.
14. Волобуева, Т. А. Математика в литературе / Т. А. Волобуева, С. А. Данилова // Студенчество России: век XXI. Сборник материалов III Молодёжной научно-практической конференции. – 2016. – С. 82-83.
15. Логунова, Т. В. Использование взаимосвязей математики и литературы при обучении математики в основной школе / Т. В. Логунова // Журнал «Актуальные проблемы современного образования». – 2017. – № 1(22). – С. 151-158.
16. Малоиван, А. В. Математика в литературе / А. В. Малоиван // Научно-издательский центр «Мир науки» (ИП Вострецов Александр Ильич) (Нефтекамск), 2017. – С. 12-17.
17. Мазаева, К. И. Значение устного народного творчества в формировании интереса к математике у младших школьников / К. И. Мазаева // Этнопедагогика как фактор сохранения российской идентичности : сборник материалов Международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Г. Н. Волкова / Отв. ред. С . Л. Михеева. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т. – 2017. – С. 30-35.
18. Войтенкова, Ю. М. Использование литературных произведений в процессе развития элементарных математических представлений у дошкольников / Ю. М. Войтенкова, Г. Ю. Чиркунова // Научные достижения и открытия современной молодежи : Сборник статей IV Международной научно-практической конференции. – 2018. – С. 240-244.
19. Муртазина, Н. А. Занимательные задачи как инструмент эмоциональной поддержки школьника на уроке математики / Н. А. Муртазина // Начальная школа: Проблемы и перспективы, ценности и инновации. – 2016. – № 9. – С. 179-184.
20. Жексимбаева, Д. М. Математическая сказка как средство математического развития дошкольников / Д. М. Жексимбаева // Инновационные механизмы решения проблем научного развития : Сборник статей по итогам Международной научно-практической конференции. – 2018. – С. 14-17.
21. Егорченко, Н. С. Математическая сказка в развитии логического мышления дошкольника / Н. С. Егорченко // Образовательные инновации: опыт и перспективы : Сборник

материалов межрегиональной (с международным участием) научно-практической конференции. Под редакцией Е.А. Рязанцевой, Л.Ю. Петровой, Н.В. Стребковой. – 2018. – С. 192-196.

22. Переверзева, С. А. Дидактические сказки в процессе обучения математике младших подростков / С. А. Переверзева // Актуальные проблемы модернизации математического и естественнонаучного образования : Сборник научных трудов по материалам Всероссийской научно-методической конференции. Под редакцией М. А. Ляшко . – 2018. С. 148-150.

23. Чикалова, Н. С. Математическая сказка «Путешествие на фрегате капитана единицы» / Н. С. Чикалова, Г. П. Смирнова // В мире научных открытий : Материалы XX Международной научно-практической конференции : Сборник научных трудов. Центр научной мысли; научный ред. И. А. Рудакова. – 2016. – С. 142-150.

24. Попп, А.И. Развитие исследовательской деятельности школьников методом театральных постановок / А. И. Попп, А. А. Савичева, Г. П. Смирнова, Н. С. Чикалова // Актуальные проблемы современного образования. –2017. –№ 2 (23). – С. 62-79.

25. Смирнова, Г. П. Театральная деятельность во внеурочной работе по математике в средней школе / Г. П. Смирнова, Н. С. Чикалова // Актуальные проблемы образования.– 2016.– №2 (21).– С. 236-244.

26. Хващевская, Д. С. Использование задач со сказочным сюжетом на уроках математики в начальной школе / Д. С. Хващевская // XI Машеровские чтения : сборник научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых; И.М. Прищепа (гл. ред.). – Витебск : Витебский государственный университет имени П.М.Машерова.– 2017.– С. 478-480.

27. Барина, Е. Е. К вопросу о нарративности текстовой задачи / Е. Е. Барина // Критика и семиотика. – 2016. – № 1. – С. 110-117.

28. Аксенова, Е. ТРИЗ-педагогика на уроках математики / Е. Аксенова, Н. Аксенова // Математика. – 2018. – № 8(796). – С. 41-44.

29. Родари, Д. Грамматика фантазии / Д. Родари. – М. : Детская литература, 1979. – 212 с.

30. Сухомлинский, В.А. Сердце отдаю детям. / В. А. Сухомлинский. – Киев: Радянська школа, 1969. – С. 33.

31. Шабалина, Н. К. Педагогические условия применения дидактических стихов и сказок в процессе обучения предметам естественно-математического цикла Текст.: дис. канд. пед. наук / Н.К. Шабалина. –Новосибирск, 2000. – 223 с.

32. Хусаинова, З.И. Проектирование творческой деятельности учащихся как технология гуманитарно-ориентированного обучения математике Текст.: автореф. дис. . канд. пед. наук / З.И. Хусаинова. – М., 2001. – 18 с.

33. Мухамедьянова, Р. Р. Содержание и методические особенности обучения младших подростков сочинению дидактических сказок по математике как средству овладения предметом и развития творчества : автореферат дис. ... кандидата педагогических наук : 13.00.02 / Мухамедьянова Раиля Равильевна; [Место защиты: Ом. гос. пед. ун-т]. – Омск, 2008. – 20 с.

ЗАДАЧИ РЕАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ В КУРСЕ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

*Мускатина Анастасия Павловна,
студентка механико-
математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

*Лебедева Светлана Владимировна,
старший преподаватель кафедры
математики и методики её преподавания
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

В повседневной жизни люди постоянно сталкиваются с решением тех или иных практических задач. Зачастую им приходится прилагать много усилий для разрешения возникших трудностей реальной жизни: они не знают с чего начать, как действовать, какое решение лучше предпринять, как произвести необходимые вычисления. Для того, чтобы в реальной жизни ученики могли не бояться встретившихся на их пути проблем, необходимо в школьном курсе рассматривать такие задачи, которые будут отражать реальную действительность и к решению которых можно применить кроме практических математические методы. Будем именовать такие задачи задачами реальной математики, и рассматривать их как подкласс практических задач.

В стандартах образования многих государств подчеркивается чрезвычайная значимость связи школьной математики с жизненными ситуациями. Впервые программа под названием «Обучение реалистичной математике» появилась в Нидерландах в середине 1970-х годов, а затем многие страны подхватили эту идею и продолжили разработки в этом направлении. Так, в США и в Великобритании в 1996 году была создана программа «Математика в контексте». В 1997 г. были введены новые стандарты образования в Норвегии, в них изучение «обыденной» математики стоит в одном ряду с усвоением арифметики, алгебры и геометрии [1].

В отечественной методике обучения математике термины «реальная математика» и «задачи реальной математики» возникли относительно недавно с включением в тексты ГИА и ЕГЭ 2010 года следующих требований (умений), проверяемых заданиями экзаменационной работы:

«5 Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

5.1 Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

5.2 Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин.

5.3 Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

6 Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

6.1 Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

6.2 Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

6.3 Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения» [2, с. 3].

Именно с 2010 года в периодической печати (газета/журнал «Математика») стал появляться термин «задачи с реальным сюжетом», «задачи с реальными данными», «реальная математика» и т.п. Так, в статье «Экзамен для девятиклассников: содержание алгебраической подготовки» читаем:

«4. Значительна доля заданий учебной темы «Числа», направленных на проверку умения практического применения знаний. <...>

5. Практический контекст может также выражаться в задачах с реальными данными, представленными в стандартном виде, результат действий с которыми выражается приближённо. <...>

б. Одно из базовых умений, имеющих и важное практическое значение, это владение понятием процента, умение выполнять процентные вычисления. <...> В серии задач этой группы – задачи с реальным сюжетом, связанные с выполнением несложных процентных расчётов, особенностью которых является необходимость выбора из условия нужных данных» [3, с. 39-40]

Наиболее полезной оказалась статья «Реальная математика» [4], в которой проанализировано содержание заданий раздела «Реальная математика» ОГЭ, оценены возможности этих заданий для проверки прикладных умений школьников в соответствии с кодификатором требований к уровню подготовки учащихся для проведения основного государственного экзамена по математике, а также показаны возможности для составления задач на практические приложения математики, которые могут быть интересны школьникам.

Возникновение «новых» терминов связано, в первую очередь с изменением Федеральных стандартов общего образования (2009-2011 гг.), в которых в соответствии с глобальным трендом сделан акцент на формировании у учащихся умений использовать знания в повседневной жизни. Так, в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования (2010 г.) прописаны следующие требования к освоению учащимися школьной программы по математике: «Изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить осознание значения математики и информатики в повседневной жизни» [5, с. 11], а предметные результаты по математике должны отражать «умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученные результаты» и «умение применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин» [5, с. 12]. Стандарты образования определяют требования к предметным результатам, а разработка учебных планов, программ и учебно-методических материалов должна осуществляться с учетом «Фундаментального ядра содержания общего образования» (2011 г.), в котором разъясняется концепция новых стандартов, и цель изучения математики в школе определяет-

ся следующим образом: «Математика позволяет успешно решать практические задачи: оптимизировать семейный бюджет и правильно распределять время, критически ориентироваться в статистической, экономической и логической информации, правильно оценивать рентабельность возможных деловых партнеров и предложений, проводить несложные инженерные и технические расчеты для практических задач» [6, с. 35].

На схеме (рисунок 1) показана взаимосвязь между задачами школьного курса математики и указано место задач реальной математики в системе задач.



Рисунок 1 – классификация задач школьного курса математики

Основным принципиальным отличием практико-ориентированной задачи от задачи реальной математики можно считать общий характер первых и конкретный характер вторых.

Например, задача 1: «В жилом доме, в котором есть одно-, двух- и трёхкомнатные квартиры, всего 260 квартир. Известно, что трехкомнатных квартир на 10 меньше, чем двухкомнатных и на 5 больше, чем однокомнатных. Необходимо найти количество однокомнатных квартир» – практико-ориентированная, а задача 2: «В доме № 5 по улице Ипподромная (г. Саратов) всего 100 квартир. Известно, что трехкомнатных квартир на 25 меньше, чем двухкомнатных, которых на 25 больше, чем однокомнатных. Сколько однокомнатных квартир в этом доме?» – задача с реальными данными.

Примером *исторической задачи реальной математики* можно считать задачу 3: «На вопрос о том, сколько у него учеников, древнегреческий математик Пифагор ответил так: «Половина моих учеников изучает математику, четверть изучает природу, седьмая часть проводит время в молчаливом размышлении, остальную часть составляют три девы». Сколько учеников было у Пифагора?».

Бытовые задачи «о прошлом» – задачи, сформулированные самими учениками на основании реальных фактов или реальных сюжетов (событий). *Бытовые задачи «о будущем»* – задачи, в которых ученикам предлагается решить задачу, которую возможно предстоит решить в жизни, например, задача 4: «Ты хочешь подарить маме букет на день рождения. Герберы стоят 65 рублей за штуку. Из какого наибольшего числа цветов ты можешь купить букет, если у тебя есть 300 рублей?».

И, наконец, если составленную учеником самостоятельно задачу реальной математики учитель предлагает классу для решения, то эта задача становится *задачей, рассказанной участником событий*.

Итак, исторические задачи, задачи «о будущем» и задачи, рассказанные участниками событий – данные для решения задачи (авторами учебником и пособий для учащихся, организаторами математических конкурсов и олимпиад, учителем), а бытовые задачи – сформулированные учеником самостоятельно.

Кроме всего, задачи реальной математики могут быть количественными и качественными, учебными (в случае если они являются приведёнными) и раз-

вивающими (качественные и неприведённые количественные задачи). Так, например, задача 5: «Как связано расстояние до горизонта с изменением высоты, на которой находится наблюдатель?» – качественная развивающая.

Задача 6: «Есть желание купить 12 шоколадок для одноклассниц по 37 рублей каждая, сколько вариантов дать сдачу с пятисотрублёвой купюры, если имеются купюры номиналом 200, 100 и 50 рублей и монеты номиналом в 10, 5, 2 и 1 рубль?» – количественная развивающая.

Задача 7: «Какая сумма (в рублях) будет напечатана в кассовом чеке, если стоимость рубашки 1420 рублей, и вы оплачиваете её по дисконтной карте с 10 %-ной скидкой?» – количественная учебная.

К задаче реальной математики можно предъявить ряд требований [7]:

1) она должна обладать познавательной ценностью и оказывать воспитывающее влияние на обучающихся;

2) ученикам должен быть понятен нематематический материал задачи. В третьих;

3) в задаче обязательно должны быть реальные ситуации и /или реальные числовые данные и отношения, задаваемые вопросы и полученные ответы, которые ученики могли бы наблюдать в настоящей жизни;

4) задача реальной математики должна отражать математическую и нематематическую проблему и их взаимосвязь.

В статье М. Егуповой [4, с. 20] число требований к задаче реальной математики больше:

1. Требования к фабуле задачи.

Отражение в тексте задачи реального объекта, его свойств.

Демонстрация в фабуле задачи связи математики с другими науками, практическими областями деятельности.

Наличие в тексте задачи проблемы или свойств объекта, для изучения которых действительно необходимо применить математику.

Соответствие фабулы возрастным особенностям (познавательным интересам, ведущему типу деятельности) школьника.

Доступность фабулы для понимания учащимся: используемые нематематические термины известны школьникам в результате изучения других дисциплин, легко определяемы или интуитивно ясны.

2. Требования к математическому содержанию задачи.

Математическая содержательность решения задачи.

Соответствие численных данных задачи реальным значениям.

Соответствие фактических данных, сделанных допущений и упрощений реальному процессу, объекту, ситуации, описанным в задаче.

Единство задач на приложения и задач, широко применяемых в преподавании математики в школе.

Литература

1. Система образования в Норвегии [Электронный ресурс] – URL: <http://dic.edu.ru> (дата обращения: 16.03.2019).

2. Единый государственный экзамен по математике : Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике : для составления контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2010 года. Утверждено директором Федерального института педагогических измерений А. Г. Ершовым : Приказ 25-П от 21.07.2009. 3 с.

3. Кузнецова, Л. Экзамен для девятиклассников: содержание алгебраической подготовки. Лекция 2 / Л. Кузнецова, С. Суворова, Л. Рослова // Математика. – 2010. – № 18 (465). – С. 36-45.

4. Егупова, М. Реальная математика / М. Егупова // Математика. – 2017. – № 3. – С. 19-22.

5. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (утверждено приказом Министерства образования и науки РФ от 17 декабря 2010 г. № 1897).

6. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В. В. Козлова, А. М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М. : Просвещение, 2011. – 79 с. – (Стандарты второго поколения).

7. Вагин, В. В. Роль и место задач с практическим содержанием в процессе обучения математике // Материалы IX Международной студенческой научной конференции «Студенческий научный форум» – URL: <https://scienceforum.ru/2017/article/2017030362> (дата обращения: 16.03.2019).

ОСНОВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, ФОРМЫ И СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ СТУДЕНТОВ ВУЗОВ, ПОЗВОЛЯЮЩИЕ РЕАЛИЗОВАТЬ ЦЕЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ БУДУЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

*Потапова Алёна Игоревна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Базовые теоретико-методологические основы обучения математике в любом учебном заведении, и в том числе, в ВУЗе, включают в себя цели, задачи, принципы, методы и подходы, в соответствии с которыми строится процесс изучения математики, а также технологии, формы и средства реализации указанных структурных компонентов методической системы обучения математике.

Е. Г. Плотникова [1] все основные цели обучения математике в ВУЗе подразделяет на пять групп: общекультурные; общеобразовательные; научные (собственно математические); прикладные, в том числе профессионально-ориентированные; воспитательные.

Наличие общекультурных целей обучения обусловлено тем, что математика является уникальным элементом культуры. На ее основе базируются многие способы познания объективного мира; кроме того, многие знания и науки об объективном мире так или иначе связаны с математикой. Здесь следует заметить, что общекультурные цели обучения математике присутствуют на всех уровнях образования и заключаются в том, что у человека формируется определенная культура.

Общеобразовательные цели заключаются в формировании определенных математических знаний, умений и навыков.

Что касается научных целей обучения математике, то они важны, прежде всего, для познания и развития математики как науки. В этом случае достижение научных целей обучения математике приводит к необходимости изучения методологии математики, а также к техническим аспектам ее изучения – освоению ее методов.

Прикладные цели обучения математике имеют исключительно практическую направленность, то есть их реализация направлена на то, чтобы сформировать способность применения математических знаний и навыков на практике в самых разных областях деятельности, и, прежде всего, в сфере своей профессиональной деятельности (профессионально-ориентированные цели изучения математики).

В качестве особой группы Н. Г. Плотникова выделяет цели воспитания и формирования личности будущих профессионалов, но поскольку воспитательные и общекультурные цели между собой довольно близки, их условно их можно объединить в одну группу.

При обучении математике в системе высшего профессионального образования, определяющую роль в целеполагании является направление и профиль основной образовательной программы (ООП), который разрабатывается с учётом принятых профессиональных стандартов.

Сравним в указанном контексте (цели и задачи изучения математики) несколько профессиональных стандартов (с сайта ClassinForm.Ru), которые могут быть положены в основу ООП ВО – таблица 1. Выбор профстандартов осуществлялся с учётом: (1) наличия у абитуриентов, поступающих на соответствующие направления подготовки, сертификата о сдаче профильного ЕГЭ по математике; (2) региональных особенностей (ВУЗы Поволжья).

Анализируя данные таблицы 1, приходим к следующим выводам:

1) Цели изучения математики будущими педагогами-математиками – общекультурные/воспитательные; общеобразовательные; [научные], профессионально-ориентированные.

Предметная подготовка будущих учителей математики в учебном плане ООП ВО 2018 года (44.03.01, квалификация – бакалавр, форма обучения – очная) (https://www.sgu.ru/sites/default/files/education/op/44.03.01_oop_po_matematicheskoe_obrazovanie.pdf) представлена следующими дисциплинами и учебной практикой, входящими в вариативную часть:

Таблица 1 – Сравнительный анализ профессиональных стандартов

Профстандарт: 01.001 Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель) ¹	Профстандарт: 02.020 Врач-кибернетик ²	Профстандарт: 10.008 Архитектор ³	Профстандарт: 19.021 Специалист по промысловой геологии ⁴
Трудовая функция			
Модуль «Предметное обучение. Математика»	Выполнение статистического учета и составление отчетности медицинской организации	Обеспечение разработки авторского концептуального архитектурного проекта	Составление текущих и перспективных планов по проведению геолого-промысловых работ
Трудовые действия			
<p>1. Формирование способности к логическому рассуждению ...</p> <p>2. Формирование способности к постижению основ математических моделей реального объекта / процесса ...</p> <p>3. Формирование конкретных знаний, умений и навыков в области математики и информатики.</p> <p>4. Формирование внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ)</p> <p>5. Формирование у обучающихся умения проверять математическое доказательство ...</p> <p>6. Формирование у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий.</p> <p>7. Формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью ...</p> <p>8. Содействие в подготовке обучающихся к участию в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах ...</p> <p>9. Формирование и поддержание высокой мотивации и развитие способности обучающихся к</p>	<p>1. Осуществление статистического учета и подготовка статистической информации о деятельности медицинской организации ..</p> <p>2. Составление плана работы и отчета о своей работе, проведение анализа своей деятельности.</p> <p>3. Проведение анализа показателей общественного здоровья и здравоохранения.</p> <p>4. Оказание консультативной помощи сотрудникам медицинской организации по вопросам медицинской статистики.</p> <p>5. Проведение занятий по вопросам медицинской статистики в целях повышения квалификации медицинских работников медицинской организации.</p>	<p>1. Сбор, обработка и документальное оформление данных для задания на разработку концептуального архитектурного проекта.</p> <p>2. Анализ научно-технической информации и обработка результатов предпроектных исследований</p> <p>3. Подготовка типовых и примерных вариантов для разработки отдельных архитектурных и объемно-планировочных решений</p> <p>4. Проверка комплектности и оценка качества исходных данных, данных задания на проектирование объекта капитального строительства и данных задания на разработку архитектурного раздела проектной документации</p> <p>5. Подготовка демонстрационных материалов для представления концептуального архитектурного проекта заказчику, включая текстовые, графические и объемные материалы.</p>	<p>1. Сбор геолого-промысловой информации в соответствии с программой работ организации на нефтегазовых месторождениях.</p> <p>2. Комплексование данных геоинформационной системы, результатов бурения и испытания скважин при эксплуатации месторождения.</p> <p>3. Анализ полученной и обработанной геолого-промысловой информации, отбраковка некачественных данных.</p> <p>4. Систематизация полученной и обработанной геологической информации.</p> <p>5. Подготовка технической документации эксплуатационной скважины.</p>

¹ <https://classinform.ru/profstandarty/01.001-pedagog-vospitatel-uchitel.html>

² <https://classinform.ru/profstandarty/02.020-vrach-kibernetik.html>

³ <https://classinform.ru/profstandarty/10.008-arhitektork.html>

⁴ <https://classinform.ru/profstandarty/19.021-spetcialist-po-promyslovoi-geologii.html>

<p>занятиям математикой ...</p> <p>10. Консультирование обучающихся по выбору профессий и специальностей, где особо необходимы знания математики.</p> <p>11. Содействие формированию у обучающихся позитивных эмоций от математической деятельности ...</p> <p>12. Формирование представлений обучающихся о полезности знаний математики вне зависимости от избранной профессии или специальности.</p> <p>13. Ведение диалога с обучающимся или группой обучающихся в процессе решения задачи ...</p>			
Необходимые умения			
<p>1. Совместно с обучающимися строить логические рассуждения ...</p> <p>2. Анализировать предлагаемое обучающимся рассуждение с результатом ...</p> <p>3. Формировать у обучающихся убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства ...</p> <p>4. Решать задачи элементарной математики соответствующей ступени образования ...</p> <p>5. Совместно с обучающимися применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, реорганизации, трансформации.</p> <p>6. Совместно с обучающимися проводить анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применить математический аппарат и математические инструменты ...</p> <p>7. Совместно с обучающимися создавать и использовать наглядные представления математических объектов и процессов ...</p> <p>8. Организовывать исследования ...</p>	<p>1. Рассчитывать показатели, характеризующие деятельность медицинской организации, показатели общественного здоровья и здравоохранения.</p> <p>2. Составлять план работы и отчет о своей работе, анализировать свою деятельность</p> <p>3. Анализировать данные статистической отчетности.</p> <p>4. Готовить статистические отчеты медицинской организации.</p> <p>5. Использовать информационные системы и данные информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».</p> <p>6. Оказывать консультативную помощь медицинским работникам медицинской организации по вопросам медицинской статистики.</p>	<p>1. Осуществлять сбор, обработку и анализ данных об объективных условиях района застройки...</p> <p>2. Осуществлять сбор, обработку и анализ данных о социально-культурных и историко-архитектурных условиях района застройки...</p> <p>3. Проводить предпроектные исследования...</p> <p>4. Осуществлять поиск, обработку и анализ данных об аналогичных по функциональному назначению, месту застройки и условиям проектирования объектах капитального строительства.</p> <p>5. Использовать средства и методы работы с библиографическими и иконографическими источниками.</p> <p>6. Оформлять результаты работ по сбору, обработке и анализу данных, необходимых для разработки архитектурной концепции.</p> <p>7. Оформлять описания и обоснования функционально-планировочных, объемно-пространственных, художественных, стилевых и других решений, по-</p>	<p>1. Применять требования нормативных документов при сборе и систематизации геолого-промысловых данных.</p> <p>2. Собирать информацию для подготовки геологических отчетов.</p> <p>3. Подготавливать геологическую информацию для дальнейшей обработки.</p> <p>4. Обрабатывать по утвержденной методике геологическую.</p> <p>5. Анализировать и систематизировать полученную геологическую информацию, вести базу промысловых данных.</p> <p>6. Оценивать качество исследований в области промысловой геологии.</p> <p>7. Контролировать выполнение и результаты сбора, анализа, систематизации и обобщения геологической информации.</p> <p>8. Пользоваться оргтехникой и программными продуктами.</p>

<p>9. Проводить различия между точным и приближенным математическим доказательством ...</p> <p>10. Владеть основными математическими компьютерными инструментами ...</p> <p>11. Квалифицированно набирать математический текст.</p> <p>12. Использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся.</p> <p>13. Обеспечивать помощь обучающимся, не освоившим необходимый материал (из всего курса математики) ...</p>		<p>ложенных в основу архитектурной концепции.</p> <p>8. Выбирать и применять оптимальные формы и методы изображения и моделирования архитектурной формы и пространства.</p> <p>9. Использовать средства автоматизации архитектурно-строительного проектирования и компьютерного моделирования.</p>	
Необходимые знания			
<p>1. Основы математической теории и перспективных направлений развития современной математики.</p> <p>2. Представление о широком спектре приложений математики и знание доступных обучающимся математических элементов этих приложений.</p> <p>3. Теория и методика преподавания математики</p>	<p>1. Теория и методы статистики.</p> <p>2. Статистические методы обработки данных, в том числе с использованием информационных систем и информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».</p> <p>3. Методики проведения сплошных и выборочных исследований, в том числе исследования мнения населения (пациентов).</p> <p>4. Расчет, оценка и анализ показателей общественного здоровья и здравоохранения</p>	<p>1. Основные виды требований к различным типам объектов капитального строительства, включая социальные, эстетические, функционально-технологические, эргономические и экономические требования</p> <p>2. Основные источники получения информации в архитектурно-строительном проектировании...</p> <p>3. Средства и методы сбора и обработки данных об объективных условиях участка застройки...</p> <p>4. Методы сбора и анализа данных о социально-культурных условиях района застройки...</p> <p>5. Региональные и местные архитектурные традиции.</p> <p>6. Виды и методы проведения предпроектных исследований...</p> <p>7. Средства и методы работы с библиографическими и иконографическими источниками.</p> <p>8. Средства и методы архитектурно-строительного проектирования.</p> <p>9. Основы архитектурной композиции и закономерности визуального</p>	<p>1. Законодательство Российской Федерации, нормы и правила в области промышленности геологии.</p> <p>2. Правила учета и хранения геологических материалов.</p> <p>3. Правила систематизации геологической информации.</p> <p>4. Правила оформления геологической документации.</p> <p>5. Правила и программное обеспечение обработки геологической информации.</p> <p>6. Техника и технология проведения испытаний эксплуатационных скважин.</p> <p>7. Особенности проведения изысканий в области промышленной геологии.</p>

		восприятия. 10. Методы наглядного изображения и моделирования архитектурной формы и пространства. 11. Основные способы выражения авторского архитектурного замысла, включая графические, макетные, компьютерного моделирования, вербальные, видео. 12. Особенности восприятия различных форм представления концептуального архитектурного проекта архитекторами, специалистами в области строительства, а также лицами, не владеющими профессиональной культурой. 13. Основные средства автоматизации архитектурно-строительного проектирования и компьютерного моделирования.	
Примечание. В позициях, заканчивающихся многоточием, выписаны только основные аспекты, без конкретизации и пояснений; позиции, заканчивающиеся точкой, приведены без сокращений			

Алгебра; цели: познакомить с основными понятиями и методами общей алгебры, привить навыки применения этих методов для решения отдельных задач; научить решать системы линейных уравнений, познакомить с основными задачами и методами их решений, встречающихся в теории многочленов и теории квадратичных форм; изучить свойства линейных операторов; познакомить с основными понятиями теории групп, колец и полей.

Геометрия; цели: обеспечение знаниями в области геометрии в тех её разделах и в тех объёмах, которых будет достаточно для решения будущим учителем математики педагогических и научно-методических задач по преподаванию курса геометрии, как в базовой, так и в профильной школе; обеспечение знаниями в области истории развития геометрии и формирования её основных методов, включая основной метод всей математической науки – аксиоматический метод; формирование способности развивать у своих будущих учеников пространственное представление, логику мышления, интереса к изучению математических наук, формированию у них начальных представлений о разделах высшей математики, о сферах её применения в самых разнообразных областях

науки и практики; систематизация и углубление знаний элементарной геометрии, освоение и систематизация основных методов решения геометрических задач; знакомство с основными направлениями современной геометрии.

Элементы комбинаторики и теории вероятностей; цели: развитие профессиональных компетенций в области изучения, анализа и применения современных математических и педагогических теорий; формирование базовых представлений о стохастической линии в формате основного общего образования, в частности изучение методов комбинаторного анализа, методов построения вероятностных моделей; методов статистической обработки данных; а также формирование навыков применения экспериментальных и теоретических методов исследования в профессиональной деятельности.

Теория функций комплексного переменного; цели: ознакомление обучающихся с понятиями, фактами и методами, составляющими теоретические основы комплексного анализа; получение обучающимися знаний по теории функций комплексного переменного, необходимых для понимания её приложений к математическим и прикладным дисциплинам (таким как математический анализ, дифференциальные уравнения, алгебраическая топология, функциональный анализ и др.), ознакомление обучающихся с математическим аппаратом и выработка способности его использования в профессиональной и исследовательской деятельности.

Математический анализ; цели: овладение методами дифференциального и интегрального исчисления в объёме, необходимом для изучения всех последующих курсов, использующих аппарат непрерывной математики.

Дисциплина по выбору «Элементарная математика»; цели: приращение знаний в области наиболее близкой содержанию школьного курса математики – элементарной математики и применение полученных знаний в области педагогической деятельности для решения следующих профессиональных задач: осуществление педагогической деятельности по реализации образовательного процесса по математике в образовательных организациях основного

общего, среднего общего образования; преподавание по дополнительным общеобразовательным программам (по математике).

Дисциплина по выбору «Практикум по решению математических задач»; цели: развитие умений по решению математических учебных задач элементарной математики и применения приобретенных умений в области педагогической деятельности: (1) организации обучения в сфере образования с использованием технологий, отражающих специфику предметной области «математика»; (2) осуществление профессионального самообразования и личностного роста, проектирование дальнейшего образовательного маршрута и профессиональной карьеры, так и в области культурно-просветительской; (3) популяризация математических знаний.

Практика по получению первичных профессиональных умений и навыков, в том числе, первичных умений и навыков научно-исследовательской деятельности (профильная практика); цели: обеспечение готовности бакалавров педагогического образования (профиль «математическое образование») к профессиональной деятельности; формирование профессиональных компетенций. Задачами учебной практики являются: формирование конкретных знаний, направленных на решение теоретических и практических задач в области элементарной математики; выработка умения формулировать суждения и выводы, логически последовательно и доказательно их излагать; адаптация теоретического математического материала из области «элементарной математики» для осуществления культурно-просветительской деятельности в области школьного математического образования.

Указанные дисциплины призваны формировать следующие компетенции: способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3 (кроме дисциплин по выбору и профильной практики));

способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-6 (профильная практика));

готовность реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).

Набор компетенций и их детализация в Картах компетенций (https://www.sgu.ru/sites/default/files/education/method/2017/44.03.01_po_karty_kompetenci.pdf) позволяют сделать вывод о потенциальной возможности достижения общекультурных/воспитательных; общеобразовательных; научных и профессионально-ориентированных целей профессиональной подготовки будущих учителей математики (следующих из Профстандарта).

2) Цели изучения математики будущими врачами-кибернетиками – прикладные (профессионально-ориентированные) – формирование у студентов теоретических, операциональных и практических математических знаний, необходимых для успешного овладения медико-биологическими дисциплинами. Эти цели определяют содержание математического образования – изучение математической статистики [в совокупности с комбинаторикой и теорией вероятностей] и, возможно, дифференциального и интегрального исчисления (один из теоретических базисов математической статистики).

Рассмотрим ОПОП ВО направления подготовки 30.05.03 – Медицинская кибернетика, разработанную в Институте фундаментальной медицины и биологии Казанского (Приволжского) федерального университета (https://kpfu.ru/portal/docs/F1208508351/OPOP.30.05.03.Medicinchkaya.kibernetka.2016_ilovepdf_compressed.pdf). Предметная область «Математика» представлена в учебном плане ОПОП тремя дисциплинами, входящими в базовую часть. Это «Математика», «Дифференциальное и интегральное исчисление» и «Теория вероятностей и математическая статистика», призванные формировать следующие общекультурные (ОК), обще-профессиональные (ОПК) и профессиональные (ПК) компетенции (целевая компетентностная модель):

способность к абстрактному мышлению, анализу и синтезу (ОК-1); готовность решать стандартные задачи профессиональной деятельности с использованием информационных, библиографических ресурсов, медико-биологической терминологии, информационно-коммуникационных технологий

и учётом основных требований информационной безопасности (ОПК-1); способность и готовность анализировать результаты собственной деятельности для предотвращения профессиональных ошибок (ОПК-3); готовность к использованию основных физико-химических, математических и иных естественнонаучных понятий и методов при решении профессиональных задач (ОПК-5); готовность к применению системного анализа в изучении биологических и организационных систем (ПК-7, системно-аналитическая деятельность); готовность к созданию математических и эвристических моделей физиологических систем для исследования свойств и поведения систем организма, внедрению их в автоматизированные системы слежения, анализа механизма действия лекарственных средств и немедикаментозных способов лечения, экспертных систем, решения задач идентификации параметров по экспериментальным и клиническим данным, выявления информативных признаков при установке диагноза и прогнозирования течения заболевания (ПК-8, системно-аналитическая деятельность); готовность разрабатывать и внедрять современные информационные технологии в здравоохранении, применять математические методы и современные прикладные программные средства для обработки экспериментальных и клинко-диагностических данных, моделирования медико-биологических процессов (ПК-9, информационно-технологическая деятельность); готовность к оценке и применению технических и программных средств в здравоохранении (ПК-10, информационно-технологическая деятельность); готовность к формализации и структуризации различных типов медицинских данных для создания систем поддержки принятия медико-технологических и организационных решений (ПК-11, информационно-технологическая деятельность); готовность к участию в оценке качества оказания медицинской помощи с использованием основных медико-статистических показателей (ПК-13, организационно-управленческая деятельность); готовность к организации и осуществлению прикладных и практических проектов и иных мероприятий по изучению и моделированию физико-химических, биохимических, физиологических процессов и явлений, происходящих в клетке человека (ПК-14, научно-производственная

и проектная деятельность); готовность к проектированию автоматизированных систем различного назначения в здравоохранении (ПК-15, научно-производственная и проектная деятельность); способность к определению новых областей исследования и проблем в сфере разработки информационных технологий в медицине и здравоохранении (ПК-16, научно-исследовательская деятельность); способность к организации и проведению научных исследований, включая выбор цели и формулировку задач, планирование, подбор адекватных методов, сбор, обработку, анализ данных и публичное их представление с учётом требований информационной безопасности (ПК-17, научно-исследовательская деятельность).

Набор компетенций позволяет сделать вывод о расширении целей изучения математики будущими врачами-кибернетиками и включения в целевую модель указанной категории специалистов общекультурных (компетенция ОК) и общеобразовательных (компетенции ОПК-1 и ОПК-3) целей.

Поскольку на сайте Казанского (Приволжского) федерального университета не представлены рабочие программы дисциплин указанных в ОПОП ВО направления подготовки 30.05.03 – Медицинская кибернетика, рассмотрим ОПОП ВО направления подготовки 30.05.03 – Медицинская кибернетика, разработанную в Медицинском институте Пензенского государственного университета. (<https://pnzgu.ru/opop/spec/3702>).

Предметная область «Математика» представлена в учебном плане ОПОП дисциплинами, входящими в базовую часть: «Дифференциальное и интегральное исчисление» и «Математическая статистика», – формируемая компетенция ОПК-5,

и вариативную часть: «Вероятностные методы анализа и планирования медицинского эксперимента» – формируемые компетенции ПК-3 и ПК-17, курс по выбору «Теоретические основы медицинских измерений»; – формируемые компетенции ОПК-5 и ОПК-9,

Набор компетенций в ОПОП ГПУ – значительно меньше, чем в ОПОП КФУ и отличается на две:

готовность к применению специализированного оборудования и медицинских изделий, предусмотренных для использования в профессиональной сфере (ОПК-9);

способность и готовность к применению социально-гигиенических методики сбора и медико-статистического анализа информации о показателях здоровья взрослого населения и подростков (ПК-3).

Несмотря на это расширения целей в ОПОП ГПУ не происходят, цели изучения математики будущими врачами-кибернетиками остаются на уровне прикладных (профессионально ориентированных):

Целями освоения дисциплин «Дифференциальное и интегральное исчисление»⁵ и «Математическая статистика»⁶ являются: развитие у студентов логического и алгоритмического мышления; формирование у студентов математических знаний для успешного овладения общенаучными, техническими и медико-биологическими дисциплинами на необходимом научном уровне; выработку у студентов умения самостоятельно расширять математические знания и проводить математический анализ прикладных медицинских и инженерных задач;

Целями освоения дисциплины «Вероятностные методы анализа и планирования медицинского эксперимента»⁷ являются: формирование совокупных результатов образования в виде компетенций ПК-3 и ПК-17;

Целями освоения дисциплины «Теоретические основы медицинских измерений»⁸ является овладение знаниями и умениями организовывать измерительный эксперимент, пользоваться измерительными приборами, получать, обрабатывать и анализировать результаты естественнонаучных, медико-биологических, клинико-диагностических исследований.

⁵http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile_free.php/1073813/mod_resource/content/1/Рабочая%20программа.pdf

⁶http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile_free.php/1073812/mod_resource/content/1/Рабочая%20программа.pdf

⁷http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile_free.php/535794/mod_resource/content/1/С%201.2.2%20Вероятностные%20методы%20анализа%20и%20планирования.pdf

⁸http://moodle.pnzgu.ru/pluginfile_free.php/539215/mod_resource/content/1/ТОМИ.pdf

3) Цели изучения математики будущими архитекторами – прикладные (профессионально-ориентированные).

Рассмотрим ООП ВО направления подготовки 07.03.01 – Архитектура (профили подготовки: «Архитектурное проектирование жилых и общественных зданий», «Архитектурно-конструктивное проектирование зданий», «(Градостроительное проектирование»)), разработанную в Волгоградском государственном техническом университете (<http://www.vstu.ru/sveden/education/>). В учебном плане математический блок представлен двумя дисциплинами базовой части учебных планов:

Математика. Изучение дисциплины должно обеспечить бакалавра математическими знаниями, необходимыми для изучения ряда общенаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, создать фундамент математического образования, необходимый для получения профессиональных компетенций архитектора, воспитать математическую культуру и понимание роли математики в различных сферах профессиональной деятельности. Основными задачами данного курса являются: формирование математического мышления; усвоение основных математических законов, методов математического исследования. Освоение учебной дисциплины предполагает изучение основных разделов: Раздел 1 Алгебра. Раздел 2 Аналитическая геометрия. Раздел 3 Математический анализ (дифференциальное исчисление функции 1-й переменной). Раздел 4 Математический анализ (интегральное исчисление функции одной переменной). Изучение дисциплины должно помочь обучающемуся освоить элементы следующей компетенции: умением использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК-1)⁹.

Начертательная геометрия. Основной целью изучения начертательной геометрии для студентов является овладение графическими методами решения архитектурных и инженерных задач, приобретение графической грамотности.

⁹ http://www.vstu.ru/upload/sveden/education/Annot_07.03.01_A_APZHOZ_O_NOR_FAGR_AZiS_2017.pdf

Для достижения поставленной цели студент должен решить ряд задач:

- 1) овладение методами изображения пространственных форм на плоскости;
- 2) изучение способов графического решения ряда практических задач;
- 3) умение использовать способы достижения большей наглядности изображения объектов;
- 4) развитие геометрической логики и пространственного воображения;
- 5) развитие способности мыслить пространственными образами.

Освоение учебной дисциплины предполагает изучение основных разделов: Ортогональные проекции; Аксонометрические проекции; Проекции с числовыми отметками. Изучение дисциплины должно помочь обучающемуся освоить элементы следующих компетенций: умение критически оценивать свои достоинства и недостатки, находить пути и выбирать средства развития достоинств и устранения недостатков (ОК-12); способность грамотно представлять архитектурный замысел, передавать идеи и проектные предложения, изучать, разрабатывать, формализовать и транслировать их в ходе совместной деятельности средствами устной и письменной речи, макетирования, ручной и компьютерной графики, количественных оценок (ПК-9).

Наличествует расширение целей математического образования будущих архитекторов до общеобразовательных (структура и содержание дисциплины «Математика») и воспитательных (наличие компетенции ОК-12 в целевой модели дисциплины «Начертательная геометрия»).

4) Цели изучения математики будущими геологами – прикладные (профессионально-ориентированные).

Рассмотрим ООП ВО направления подготовки 21.05.02 – Прикладная геология, разработанную в 2016 году в СГУ им. Н. Г. Чернышевского (<https://www.sgu.ru/structure/geological/courses/bachelor-geologiya-nefti-i-gaza>).

В учебный план включены две математические дисциплины:

Математика; цель: ознакомление с основными математическими понятиями, привитие математической культуры, необходимой для работы в области геологии, связанной, в частности, с построением математических моделей различных процессов и математической обработкой геологической информации.

Формируемая компетенция – способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1).

Математические методы моделирования в геологии; цель: знакомство с элементарной статистикой; изучение основных методов статистической обработки данных и спецификой их применения в геологических науках; приобретение устойчивых практических навыков по использованию статистических методов для анализа различных видов геологических и геофизических материалов. Формируемые компетенции: способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1); готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала (ОК-3); применение основных методов, способов и средств получения, хранения и обработки информации, наличие навыков работы с компьютером как средством управления информацией (ОПК-8); способность осуществлять поиски и разведку месторождений нефти, газа, газового конденсата (ПСК¹⁰-3.1).

Набор компетенций позволяет сделать вывод о расширении целей изучения математики будущими геологами и включения в целевую модель указанной категории специалистов общекультурных (компетенция ОК) и общеобразовательных (перечень знаний и умений, а также наличие компетенции ОПК-8) целей.

Рассмотренные нами заданные профессиональными стандартами цели и их реализация в ООП подготовки будущих бакалавров/специалистов (на примере четырёх направлений подготовки) позволяют сделать вывод о роли математического образования в становлении современного профессионала. И эта роль не сводится к утилитарному применению математических знаний в профессиональной деятельности; она гораздо шире и охватывает все аспекты профессионального становления: общекультурный/воспитательный, общеобразовательный, научный и, собственно, профессионально-ориентированный.

Эта многофункциональность математического образования будущих профессионалов делает избыточным предметное содержание дисциплин математи-

¹⁰ профессионально-специализированная компетенция

ческого цикла, усвоить которое студент может только при условии системно-деятельностного подхода к организации его обучения [2].

При этом следует придерживаться следующих принципов:

«1. Проживание как обязательный компонент образования. При этом проживание может быть непосредственным (естественным или искусственно организованным), протекающим в явной, «живой» форме, а может быть задействовано в опосредованной форме, в форме жизненного опыта учащихся, который актуализируется и обращается на наличную ситуацию, подлежащую освоению или пониманию.

2. Рефлексия как обязательная составляющая учебно-воспитательного процесса.

3. Первичность мышления, понимания и рефлексии относительно знания. Знание только тогда становится достоянием индивида, когда оно является результатом его собственного мышления, понимания и рефлексии.

4. Приоритет понимания над знанием и узнаванием. Понимание предполагает преодоление непонимания (как правило, осознанного) и получение нового знания, тогда как узнавание («использование знаний») во всякой новой ситуации заставляет видеть лишь старое, уже имеющееся знание.

5. Приоритет действия (действования) над поведением. Действие предполагает наличие цели (проекта), анализ ситуации, осмысленный относительно цели и ситуации выбор средств деятельности и т. д., тогда как поведение протекает бесцельно и неосмысленно, осуществляясь в логике причинности, а не в логике цели.

6. Приоритет творческой деятельности над репродуктивной.

7. Принцип добровольности (отсутствие насилия) <...> предполагает добровольно взятые на себя определенные обязательства.

8. Принцип осмысленности и осознанности. Смысл всех происходящих событий и совершаемых поступков должен быть понятен ученику. Специально проводится работа, ставящая целью формирование у ученика витальной по-

требности в таком осмыслении, а также средств, приемов, норм и опыта такого осмысления.

9. Принцип ориентировки на зону ближайшего развития.

10. Принцип организации образовательной среды (микросоциума) как важнейшего способа и средства обучения и воспитания.

11. Принцип большей ценности вопросов, проблем, «ученого незнания», чем ответов, готовых решений, догматического знания.

12. Отношение к ученику как к личности <...> Ученик равен учителю как личность и имеет все права личности, которые принято считать таковыми в цивилизованном мире.

13. Принцип диалогичности, позиционности и плюралистичности <...> предполагается, что не существует решений и знаний, которые были бы маркированы как «истинные» и непререкаемо «правильные». Всякое знание и правило действует в ограниченном пространстве, которое, например, может быть очерчено определенным подходом, мировоззрением, позицией и т.д. Недопустима идеология «борьбы с неправильными точками зрения», всякая точка зрения имеет право на существование и имеет свою более или менее ограниченную «правильность», адекватность.

14. Принцип единства и свободы культуры <...> подразумевает стремление к «золотой середине» – между «абсолютностью», догматичностью культуры («зачем мне мыслить, если я знаю») и «аккультуранностью» творчества и мышления («зачем мне знать, если я могу придумать»)» [3].

Перечисленные принципы требуют инновационных подходов к организации (формам и средствам, а также технологиям в целом) изучения математических дисциплин в вузе.

В современной литературе посвященной вопросам обучения математике в ВУЗах, чаще всего рассматриваются следующие образовательные технологии: эмпирическая (Традиционные методики); алгоритмическая (Модульно-блочные технологии); стохастическая (Интегральные технологии).

«Наиболее актуальными и интересными в настоящее время являются интегральные технологии. Они предполагают, что основной учебный период – это цикл учебных занятий. Используемые при этом методы обучения – объяснительно-иллюстративный, эвристический, проблемный, а организационными методами обучения являются лекции, практические занятия и семинары. Причём особое место в реализации интегральных технологий занимает такая форма учебного занятия, как семинар-практикум. Она характеризуется сочетанием работы части учебной группы в кратковременных подгруппах с задачами разных уровней и фронтальной работы преподавателя с остальной частью группы. Диагностируется текущее состояние через систему срезовых работ с бинарной оценкой, обязательной фиксацией и обработкой результатов для проектирования следующего учебного занятия. Оценочная система – рейтинг, представляет собой комбинацию относительной и абсолютной количественных шкал. Интегральная технология предполагает трехуровневое планирование результатов обучения: минимальный, общий, продвинутый и строится на основе информационно-деятельностного подхода. Одним из основных элементов интегральных технологий обучения являются компьютерные технологии обучения. Компьютерная технология обучения определяется как совокупность знаний компьютерных средств, а также методик, регламентирующих их использование в обучении» [4, с. 101].

Перспективным направлением развития современного высшего профессионального образования является более широкое использование в учебном процессе возможностей электронного обучения и постепенный переход от традиционных методов и технологий к обучению на основе web-поддержки и далее к смешанному обучению студентов. Одной из моделей смешанного обучения является технология «Перевернутый класс» (flipped classroom), сочетающая традиционное и дистанционное образования. По мнению австралийских ученых технологии «перевернутого обучения» полностью отвечают трем психологическим потребностям студентов, рассматриваемым теорией самодетерминации: 1) в автономии, которая представляет собой стремление человека чувствовать себя

инициатором собственных действий, а также самостоятельно контролировать свое поведение; 2) в компетентности, под которой подразумевают желание человека достичь определенных внутренних и внешних результатов, а также его стремление быть эффективным в чем-либо; 3) во взаимосвязи с другими людьми, что означает стремление человека к установлению надежных партнерских отношений, основанных на чувстве принадлежности к какой-либо общности [5].

Литература

1. Плотникова, Е. Г. Концептуальные положения процесса обучения математике в ВУЗе / Е. Г. Плотникова // Высшее образование сегодня. – 2011. – № 3. – С. 48-51.
2. Кларин, М. В. Инструмент инновационного образования: организационно-деятельностная педагогика // Непрерывное образование: XXI век. – 2016. – № 1 (13). – С. 86-103.
3. Принципы, лежащие в основе концепции Новой гуманитарной школы [Электронный ресурс] : Новая гуманитарная школа [Сайт]. – URL: http://school-1.ru/articles/kонсерсуа_ngs.htm (дата обращения 24.05.2019).
4. Чомаева, Л. Х., Толмачева, Е. И. Технологии профессионально-ориентированного обучения математике в современном ВУЗе // Мир науки, культуры, образования. – 2016. – Т. 61. – № 6. – С. 100-102.
5. Воробьев, А. Е., Мурзаева, А. К. Основы технологии «Перевернутого обучения» в вузах // Вестник БГУ. Образование. Личность. Общество. – 2018. – №1. – С. 18-31.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ

*Федорова Олеся Вячеславовна,
студентка механико-
математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

*Лебедева Светлана Владимировна,
старший преподаватель кафедры
математики и методики её преподавания
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

На всём протяжении обучения в школе задача помогает ученикам правильно понимать математические понятия и взаимосвязи в окружающем мире, развивать логическое мышление, формировать внутри- и межпредметные связи: «решение сюжетных задач разных типов на все арифметические действия; применение способа поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию; составление плана решения задачи, выделение этапов ее решения, интерпретация вычислительных результатов в задаче, исследование полученного решения задачи; <...> решение логических задач; <...> умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат» [1], [2].

Олимпиадные задачи на движение – задачи повышенной трудности, предлагающиеся школьникам на математических олимпиадах разного уровня – обладают рядом особенностей;

1) олимпиадные текстовые задачи на движение преимущественно имеют место в олимпиадных материалах 5-9 класса [3], [4];

2) описываемое в задаче движение может быть лишь отвлекающим фоном, которое никак или почти никак не влияет на решение;

3) формулировки олимпиадных текстовых задач на движение имеют простую нередко занимательную формулировку [5].

Особый интерес представляют задачи на движение по замкнутой линии, традиционно относящиеся к олимпиадным задачам. Разделим эти задачи, в зависимости от вида замкнутой линии на задачи на «движение по кру-

гу/окружности» и задачи на движение по замкнутой линии, не являющейся окружностью. Задачи второго типа будем рассматривать в самом общем виде.

Задачи на движение по кругу в зависимости от использованных величин можно разделить на следующие три подкласса:

I. В задаче используются линейные величины (линейная скорость, длина окружности);

II. В задаче используются величины, связанные со временем – период (частота);

III. В задаче используются величины, связанные с углами (угол поворота, угловая скорость).

С другой стороны, все задачи на движение по замкнутой линии можно разделить по количеству участников движения и характеру направления движения: (а) движение одного объекта; (б) движение двух и более объектов по одной линии в одном или в разных направлениях; (в) движение двух и более объектов по концентрическим окружностям в одном или в разных направлениях и т.п..

Также можно выделить задачи, в которых движение происходит из одной или из разных точек, старт объектов происходит в одно время или с интервалом.

Один из подходов к решению задач по замкнутой линии основан на сведении движения по замкнутой линии к движению по прямой. Покажем на примерах.

Задача 1. На круговой дорожке из одной точки в противоположных направлениях стартовали одновременно Эля на велосипеде и Соня пешком. Скорость Эли в три раза больше скорости Сони. Эля проехала несколько кругов и за это время встретила Соню 20 раз. Сколько кругов проехала Эля?

Решение.

Для наглядности «развернем» круговую дорожку в отрезок и разделим его на 4 части (скорости девочек относятся, как 3: 1). Концы отрезка являются одной и той же точкой на окружности – точкой старта.

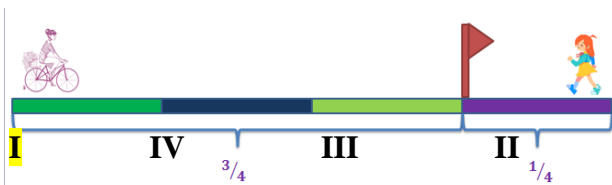


Рисунок 1

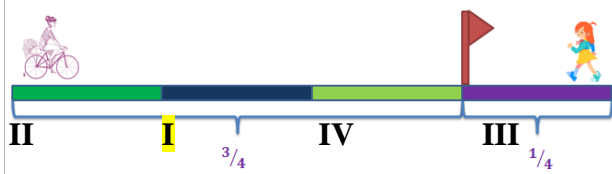


Рисунок 2

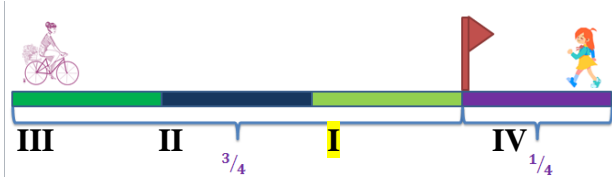


Рисунок 3

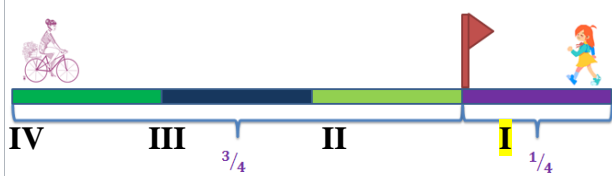


Рисунок 4

Так как сначала девочки двигаются навстречу друг другу из точки I, и скорость Эли в три раза больше скорости Сони, то встреча произойдет в точке II, обозначенной флажком – рисунок 1.

Затем они продолжают движение из точки II и встретятся в точке III (новая точка старта), при этом Эля начнет движение по второму кругу (так как пересекла точку I) – рисунок 2.

Продолжая движение из точки III до встречи в точке IV (новая точка старта), Эля начнет третий круг (так как опять пересекла точку I) – рисунок 3.

Продолжая движение из точки IV, девочки встретятся в точке I (первая точка старта), к этому моменту Эля проедет три круга (трижды пересекла точку I), а Соня один круг (ни разу до встречи не пересекла точку I), причём девочки встретятся 4 раза – рисунок 4.

После чего ситуация будет повторяться, образуя цикл. Повторим ещё раз: за 1 цикл произойдёт 4 встречи, Эля проедет 3 круга, Соня пройдёт 1 круг.

Сформулируем вопрос: сколько циклов требуется для 20 встреч?
 $20 : 4 = 5$.

Узнаем, какие результаты описывают движение девочек за 5 циклов.
 за 5 циклов произойдёт 20 встреч, Эля проедет 15 кругов, Соня пройдёт 5 кругов.

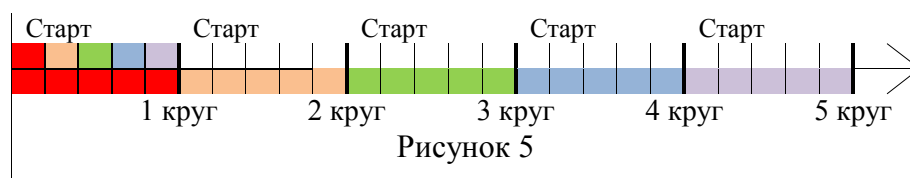
Итак, всё свелось к задачам на пропорциональность величин.

Ответ. Эля проехала 15 кругов.

Задача 2. По круговой дорожке в одном направлении движутся Соня на ходулях и малыш Федя на велосипеде. Скорость Феде в пять раз больше Сони,

и поэтому время от времени он ее обгоняет. В скольких разных точках дорожки будут происходить обгоны?

Информационная модель второй задачи существенно отличается от модели первой, так как движение двух объектов в одном направлении позволяет использовать в качестве модели координатный луч с единичным отрезком в «1 круг» – рисунок 5.



Причём, пересечение одним из участников движения отметки в целое число единичных отрезков означает «обгон».

На рисунке 5 «над» координатным лучом показано движение Сони, «под» координатным лучом – движение Фёды (отдельным цветом) за единицу времени. Модель позволяет сделать выводы:

1. Соня проходит круг за то же время, что Федя – 5 кругов.
2. После этого они встречаются в точке старта.
3. За это время Федя 4 раза обгонит Соню (в точках $1/5$, $2/5$, $3/5$ и $4/5$).
4. Затем всё повторяется.

Ответ. Обгоны будут происходить в четырёх разных точках дорожки.

Следует сказать, что для второй задачи можно было бы построить модель такую же, как и в первой задаче, но разные модели описывают разные ситуации движения, поэтому мы считаем целесообразным построение на первых порах, разных моделей. В дальнейшем этот подход будет использоваться только в случае затруднений при решении задач по замкнутой линии. Учащиеся должны освоить и другие подходы к решению задач, описанные, например, в статье [6].

Литература

6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] : (на 17 декабря 2010 года) // Министерство образования и науки Российской Федерации [Электронный ресурс] : [сайт] – URL: <https://минобрнауки.рф/документы/938> (дата обращения 15.11.2018). Загл. с экрана. – Яз. рус.

7. Приказ о внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] : (на 31 декабря 2015) // Министерство образования и науки РФ [Электронный ресурс] : [сайт]. – URL: <https://минобрнауки.рф/документы/8034> (дата обращения 15.11.2018). Загл. с экрана. – Яз. рус.
8. Катаева Т.В., Ульянова И. В. Решение олимпиадных текстовых задач на движение / Т.В. Катаева , И. В. Ульянова // Учебный эксперимент в образовании / Мордов. гос. пед. ин-т им. М.Е. Евсевьева, Саранск, 2018. – С. 24–29.
9. Математические олимпиады 5-6 класс : учебно-методическое пособие для учителей общеобразовательных школ / А.В. Фарков – М. : Экзамен, 2013. – 192 с.
10. Коллективная познавательная деятельность и воспитание школьников: из опыта работы / М.Д. Виноградова, И.Б. Первин – М. : Просвещение, 1977. – 159 с.
11. Лебедева, С. В. Некоторые аспекты обучения решению олимпиадных задач / С. В. Лебедева // Современные тенденции развития системы образования : Сборник трудов Международной научно-практической конференции. Чебоксары : ИД «Среда». 2018. С. 265-268.

ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА КАК ОСНОВНАЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ЕДИНИЦА ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

*Хасаханова Зизаг Руслановна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Основной содержательной единицей школьной математической олимпиады, как и математической олимпиады более высокого уровня, является олимпиадная задача. Разберёмся с этим понятием подробнее. В таблице 1 приведены различные определения олимпиадной задачи, в том числе задачи для школьной олимпиады по математике.

Таблица 1 – Определение олимпиадной задачи (задачи математической олимпиады школьников)

Автор	Издание	Определение/классификация задач
И. С. Петраков	[1, с. 7]	Из 5 задач, предполагаемых каждому участнику олимпиады, примерно: 1-2 задачи – посильны для большинства участников олимпиады, на школьных олимпиадах это примерно задачи на уровне наиболее сложных задач текущих контрольных работ; 2-3 задачи – повышенной трудности; их может решить не более половины участников; 1-2 задачи – сложные «с изюминкой», требующие очень хорошей математической подготовки, более широкого математического кругозора, особой математической смекалки и твёрдых навыков в решении нестандартных задач. Для школьной олимпиады подбирают задачи с учётом общего математического развития, качества математической подготовки соответствующего класса/школы
	[1, с. 12]	Задачи школьной олимпиады для 4/5 класса «более близкие к программному материалу, к тематике тех задач, которые дети решали в течение учебного года в классе. Но в задачах должны быть и элемент занимательности, новизны, оригинальности и своеобразия»
В. Н. Русанов	[2, с. 5]	Задачи не должны дублировать материал учебника и во многих случаях они носят нестандартный характер и иногда могут соответствовать принципу опережающего обучения. Эффективны простые задачи, требующие неожиданного поворота мысли. В комплекте из 4 задач пара задач, нетрудных для большинства учащихся, и одна – потруднее, с «изюминкой». Расчёт такой: каждый участник решил хотя бы одну задачу, большинство справились бы с двумя, и несколько решили все задачи. Нужны достаточно интересные задачи: практические задания или задачи отвлечённого характера полезные для дальнейшего умственного развития. Целесообразно в задачах прибегать к образам из окружающего мира, а иногда к сказочным сюжетам. Не надо пренебрегать и игровыми ситуациями.
А. Н. Саженков, Т. В. Саженкова	[3, с. 4]	Ряд классических результатов элементарной математики <i>Классификация задач по идее (путь к решению задачи) и методу (алгоритму) решения</i>

Продолжение таблицы 1

Автор	Издание	Определение/классификация задач
П. В Чулков	[4, с. 5]	1) задачи разного уровня трудности, чтобы каждый мог что-то решить; 2) задачи, при всей их нестандартности и занимательности, должны опираться на пройденный школьниками программные материалы и быть достаточно разнообразными по тематике, чтобы учащиеся могли сделать выбор с учетом своих пристрастий. В 5 классе это задачи на действия с натуральными числами с небольшими вкраплениями «олимпиадных» идеи: принципа Дирихле, четности, логики, разрезание и т. д. В 6 классе – примеры на: делимость, дроби и проценты, задачи на движение и процессы, пропедевтика геометрии.
П. М. Горев	[5, с. 3]	Большинство задач командной (команды по 3 человека) олимпиады по геометрическому конструированию носят творческий характер и являются заданиями открытого (имеют размытые условия, из которых недостаточно ясно как действовать, что использовать при решении, но в общем виде понятен требуемый результат) или частично открытого типа. Такие задачи предполагают разнообразие путей решения, которые не являются линейными: двигаясь по ним, попутно приходится преодолевать возникающие препятствия. Вариантов решений много, они либо применимы к достижению требуемого результата, либо нет. Учебные задачи частично открытого типа в школьной практике встречаются как задачи «под звездочкой» или как задачи творческого характера. В задачах указанного типа может встречаться закрытый характер условия, решения и ответа вместе, а может – каждого по отдельности.
Л. П. Квашко	[6, с. 60]	Эти задачи имеют нестандартную форму или содержание, неизвестные школьникам способы решения или область применения.
А. О. Келдибекова	[7, с. 40,45]	Олимпиадные – задачи с неизвестным способом решения, нестандартные, содержание которых соответствует логической структуре математической компетентности творческого уровня (охватывает все стадии познавательного процесса таксономии Блума: <i>знание – понимание – применение – анализ – синтез – оценка</i>): – составленные на основе программ по математике для общеобразовательных учебных учреждений, в качестве сложных допускаются задачи, тематика которых входит в программы кружков и школы олимпийского резерва; – разного уровня сложности из разделов школьной математики, изученных к моменту проведения олимпиады: арифметика, алгебра, тригонометрия, комбинаторика, теория чисел, геометрия, математический анализ; – задачи с нарастающим уровнем сложности; – на построение новых для ученика логических конструкций.

Продолжение таблицы 1

Автор	Издание	Определение/классификация задач
С.В. Лебедева	[8, с. 95]	<p>Под задачей математической олимпиады для школьников будем понимать стандартную для учащихся определённой возрастной категории (алгоритмическую) задачу повышенной трудности, имеющую помимо стандартного «красивое» оригинальное решение, и нестандартные задачи по формулировке и/или по методам их решения.</p> <p>Выделяют, таким образом:</p> <ul style="list-style-type: none"> – стандартные (алгоритмические) повышенной трудности, имеющие помимо стандартного, как правило, технически громоздкого решения, «красивое» оригинальное решение; – нестандартные по формулировке, но стандартные по методам решения; – стандартные по формулировке, но нестандартные по методам решения; – нестандартные по формулировке и методам решения; – занимательные задачи.
А. В. Фарков	[9, с. 278]	<p>Под олимпиадными задачами по математике будем понимать задачи повышенной трудности, нестандартные по формулировке или по методам их решения.</p> <p>Типология олимпиадных задач проводится в зависимости, от того, какой материал используется при их решении: (1) Задачи на применение специальных методов решения; (2) Задачи, использующие программный материал, но повышенной трудности; (3) Комбинированные задачи, которые используют программный материал и идеи, изучаемые на кружках, факультативах</p>
А.Я. Канель-Белов, А.К. Ковальджи	[10, с. 88]	<p>Это тип задач, занимающих промежуточное положение между школьными задачами и научными проблемами. Поскольку время на олимпиаде ограничено, желательно, чтобы отыскание пути к решению было главной трудностью, а оформление решения не требовало больших усилий</p>
Н. Г. Куприна	[11, с. 122]	<p>Создание ситуаций, моделирующих творческую, исследовательскую деятельность и позволяющих ребенку проявить самостоятельность, выступает важнейшим условием диагностики одаренности. Соответственно, олимпиадные задания, нацеленные на выявление и поддержку одаренных детей должны мотивировать детей к самостоятельным суждениям, творческому осмыслению заявленных вопросов.</p>
С. Б. Забелина, Н. А. Казаков	[12, с. 332]	<p>Рассмотрим специфику математических олимпиадных задач. Важной особенностью любой из таких задач является то, что для её решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Внешняя простота условий некоторых задач олимпиадного типа обманчива. Решение олимпиадных задач требует не только отличного знания предмета, но и наличие гибкого и развитого мышления. Любая олимпиадная задача должна носить творческий характер, и проверять не степень усвоения участником олимпиады различных разделов школьной математики, а его способность к нахождению решений новых для него задач. В олимпиаду должны входить задачи различной сложности, чтобы каждый участник мог проявить максимально свои способности. Формулировка олимпиадной задачи должна быть привлекательной, но очевидной для восприятия (иметь чёткую формулировку)</p>

Продолжение таблицы 1

Автор	Издание	Определение/классификация задач
А. Р. Тугузбаева	[13, с. 708]	Олимпиадная задача по математике представляет собой задачу повышенного уровня трудности, нестандартной как по формулировке, так и по методикам решения. Решение олимпиадных задач принципиальным образом отличается от решения общешкольных, даже очень сложных задач. Что обусловлено наличием разнообразных разделов: теорию игр, графы, уравнений в целых числах, принцип Дирихле, элементов теории чисел, четности, логических задач. Кроме, того с каждым годом олимпиадные задания усложняются из-за возрастания значения межпредметных связей, что влияет на необходимость обладания учеником не только теоретическими знаниями и практическими умениями, но и техническими знаниями и экспериментальными навыками и т.д. Олимпиадные задачи требуют нестандартного, комбинированного подхода в решении.

Анализируя понятия «задача математической олимпиады школьников» и «задача школьной математической олимпиады», можно сформулировать следующие выводы:

– задача школьной математической олимпиады обладает всеми признаками задачи математической олимпиады школьников, то есть: (1) занимают промежуточное положение между школьными задачами и научными проблемами; (2) математические олимпиадные задачи сформулированы в терминах одной теории и решаются методами нескольких теорий; практические олимпиадные задачи помимо метода математического моделирования допускают использование других методов (в том числе, практических); (3) относятся к одному из трёх уровней «олимпиадной сложности», которые определяются степенью трудности для решаемых: первый уровень позволяет решить задачу каждому участнику, второй – половине участников, третий – единицам (не более 5%); (4) теоретическим базисом задачи является программный материал (школьного курса математики для общеобразовательных учреждений, соответствующий определенному возрастному уровню участников), а также идеи и методы олимпиадной математики (содержание занятий математических кружков); (5) формулировка задачи должна мотивировать детей к самостоятельным суждениям и творческому осмыслению заявленных вопросов;

– задача школьной математической олимпиады обладает специфической особенностью: подбирается с учётом уровня общего математического развития и качества математической подготовки конкретного класса/школы. Именно эта особенность позволяет выделить задачу школьной математической олимпиады в отдельную категорию и изучать как самостоятельный объект.

Эта же особенность позволяет выделить важнейшую функцию задач школьной математической олимпиады – служить индикатором уровня сформированности познавательного интереса к математике школьников (позволяет выявить математически одарённых учащихся) и индикатором качества работы учителя математики.

Кроме того, задач школьной математической олимпиады позволяют и должны: повысить интерес к предмету, расширить сферу использования математики в жизни школьников, отработать на практике и проверить знание предмета, показать взаимосвязь между разными разделами математики; а сами школьные математические олимпиады – увлекать математикой всё новых и новых школьников, а, возможно, и их родителей (культурно-просветительская функция школьных математических олимпиад).

Основные принципы составления наборов задач для школьных олимпиад младших подростков хорошо описаны и иллюстрированы на примере Кубка Урала (Зародившись как домашний турнир ФМЛ № 31, он расширил свою географию и стал открытым для многих школ Тобольска, Белорецка, Озёрска, Снежинска, Магнитогорска, Екатеринбурга, Уфы, Тюмени и Челябинска [14, с. 117]) в статье «Олимпиадные задачи кубка Урала» [14]:

- наличие простых и сложных задач в варианте,
- вариация условий задачи в зависимости от класса,
- задачи с несколькими случаями (чтобы осваивали метод перебора),
- задачи с несколькими ответами (чтобы дети не считали первый найденный ответ единственно верным),
- возможность частично правильного (частного) решения,
- введение, хотя бы в одной задаче, новых понятий,

– модернизация классических задач.

В той же статье определена и тематика олимпиад:

– классические темы (числовые ребусы, задачи с числами и т.п.),

– логические парадоксы

– обязательность комбинаторики,

– обязательность геометрии (хотя бы разрезания),

– использование задач на принцип крайнего, принцип Дирихле, «оценку + пример» (специальное математическое рассуждение, которое применяется в некоторых задачах на нахождение наибольших или наименьших значений) и т.п. задачи традиционной олимпиадной тематики.

Эти же принципы можно использовать при разработке подготовительных задач для участников олимпиады. Кроме того, подготовительные задачи целесообразно объединять в серии по следующим признакам: принадлежности к одной сюжетной линии (например, в Кубке Урала, это реальные и виртуальные персонажи: Тёма, СеГе, ГуРу, ОлЮр [14], [15]), к определённым датам и числам (например, в задачах этого учебного года в качестве «центральных» могут выступать числа 2018 и 2019) и т.п.

Литература

1. Петраков, И. С. Математические олимпиады школьников : Пособие для учителей / И. С. Петраков. – М. : Просвещение, 1982. – 96 с.
2. Русанов, В. Н. Математические олимпиады младших школьников : Кн. для учителя : Из опыта работы (в сел. р-нах) / В. Н. Русанов. – М. : Просвещение, 1990. – 73 с.
3. Саженов, А. Н. Теория и практика решения олимпиадных задач по математике : Учебное пособие / А. Н. Саженов, Т. В. Саженова. – Барнаул : Изд-во Алтайского гос. ун-та, 2016. – 130 с.
4. Чулков, П. В. Математика : Школьные олимпиады : Метод, пособие. 5-6 кл. / П. В. Чулков. – М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2007. – 88 с.
5. Горев, П. М. Командная олимпиада по геометрическому конструированию в 8-9-х классах средней школы / П. М. Горев // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2016. – № 4. – С. 49-55.
6. Квашко, Л. П. Математическая олимпиада для школьников в вузе / Л. П. Квашко // Естественно-гуманитарные исследования. – 2016. – № 11 (1). – С. 59-64.

7. Келдибекова, А. О. Компетентностный подход к содержанию школьных олимпиадных задач по математике / А. О. Келдибекова // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 8. – С. 39-45.
8. Лебедева, С. В. Задачи математических олимпиад для школьников / С. В. Лебедева // Вестник современных исследований. – 2018. – № 7.1 (22). – С. 94-103.
9. Фарков, А. В. Типология олимпиадных задач по математике / А. В. Фарков // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации : Материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П.А. Ларичева. – 2017. – С. 277-279.
10. Канель-Белов, А.Я., Ковальджи, А.К. Как решают нестандартные задачи. 60-я Московская математическая олимпиада. Подготовительный сборник. – М. : МЦНМО. – 1997. – 96 с.
11. Куприна, Н. Г. Школьная олимпиада как форма выявления и поддержки детской одаренности / Н. Г. Куприна // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2013. – № 7 (11). – С. 121-125.
12. Забелина, С. Б. Методы решения олимпиадных задач / С. Б. Забелина, Н. А. Казаков // Актуальные вопросы научной и научно-педагогической деятельности молодых учёных : сборник научных трудов III Всероссийской заочной научно-практической конференции. под общ. ред. Е.А. Певцовой. –2016. – С. 331-340.
13. Тугузбаева, А. Р. Обучение решению олимпиадных задач школьников 5-6 классов / А. Р. Тугузбаева // Аллея науки. – 2018. – Т. 2. – № 3 (19). – С. 708-710.
14. Дмитриев, О. Ю. Олимпиадные задачи Кубка Урала / О. Ю. Дмитриев, Р. Г. Женодаров // Учим математике 5. – М. : МЦНМО. – 2015. – С. 117-123.
15. Дмитриев, О. Ю. Кубок Урала / О. Ю. Дмитриев, Р. Г. Женодаров // Математика. – 2014. – №10. – С. 44-48.

ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР ПО ТЕМЕ «ЗАДАЧИ В НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЛАХ»

*Чавычалова Анастасия Александровна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

Задачи, сформулированные на множестве натуральных чисел и имеющие решение на этом множестве, в школьном курсе математики занимают особое место. С них начинается знакомство школьников с математикой; одни позволяют усвоить теоретические положения школьного курса математики и отработать наиболее значимые алгоритмы, другие – выполняют познавательную функцию (помогают исследовать многие теоретико-числовые закономерности); третьи – формируют банк олимпиадных задач по математике. Они строги и занимательны, просты и сложны одновременно, они позволяют формировать и поддерживать интерес к предмету и уверенность в своих силах. Их роль и значение трудно переоценить. Они – объект нашего исследования.

Вопросами элементарной теории чисел, так или иначе, занимались все авторы учебников, задачников и методических пособий по арифметике для средних школ: И. К. Андронов, М. И. Башмаков, В. М. Брадис, Е. А. Бунимович, Н. Я. Виленкин, Г. В. Дорофеев, В. В. Козлов, А. П. Киселёва, А. Г. Мерзляк, А. Г. Мордкович, Г. К. Муравин, С. М. Никольский, Л. Г. Петерсон, И. Ф. Шарыгин и др.

Проблемой теоретико-числовой подготовки школьников (изучения элементарной теории чисел и её приложений к решению практических задач):

занимались

Магницкий Леонтий Филиппович (9[19].06.1669 – 19[30]10.1739) – создавший первую в России учебную энциклопедию по математике «Арифметика, сиречь наука числительная. С разных диалектов на славенский язык преведеная, и во едино собрана, и на две книги разделена. Сочинися сия книга чрез труды Леонтия Магницкаго повелением благочестивейшаго великаго Г[о]с[уда]ря нашего Царя и великаго Князя Петра Алексиевича всея великия и малыя и белыя

России самодержца. Книга издана в «б[о]госпасаемом ц[а]рствующем граде Москве» в Синодальной типографии в январе 1703 года» (указано полное название издания на первом листе книги) [1], по которому два столетия учились российские отроки. Указанные в заглавии две книги назывались: «Арифметика политика, или гражданская» и «Арифметика логистика не по гражданскому токмо, но и к движению небесных кругов принадлежащая». Первая книга состоит из пяти частей: I – сведения о нумерации, четыре арифметических действия с целыми числами, таблицы сложения и умножения десятичных чисел, денежный счет, меры и веса; II – действия с дробями; III-IV – практические задачи применительно к реалиям российской жизни; V – алгебраические правила в применении к морскому и военному делу, математические прогрессии и корни, десятичные дроби.

Киселев Андрей Петрович (30.11[12.12]1852 – 08.11.1940) – учитель Воронежского реального училища, создавший три классических учебника для средней школы: «Систематический курс арифметики» (1884 г.), «Элементарная алгебра», (1888 г.), «Элементарная геометрия»(1893 г.). Арифметика излагалась в учебнике как систематическая научная дисциплина, а не как набор правил для счета, необходимый для практической жизни и в первую очередь для денежных расчётов. «В изложении А. П. Киселева арифметика предстает как стройное, логически завершённое здание. Он начинает с целых (т. е. натуральных) чисел, их названий и обозначений (в частности, знакомит детей с римской и славянской нумерацией, а для особо интересующихся есть параграф о недесятичной позиционной записи чисел). Затем рассказывается о действиях над целыми числами, основных свойствах этих действий и способах их выполнения, и далее излагаются основные понятия теории делимости целых чисел. Эта теория, глубокая, изящная и вместе с тем простая, как нельзя лучше подходит для того, чтобы показать детям красоту математики и подготовить их к восприятию строгих логических рассуждений, с которыми им вскоре предстоит познакомиться в курсе геометрии. Потом идут обыкновенные дроби, десятичные дроби (в том числе периодические), проценты и пропорции. Кроме того, отдавая дань

традиции, А. П. Киселев включил в учебник изложение приемов решения некоторых типов арифметических задач, часто встречающихся в практике. Вошли в него также некоторые сведения, не относящиеся, строго говоря, к арифметике, но находящие себе в этом учебном предмете более естественное место, чем в любом другом: о мерах длины, площади и т. д. (русских и метрических), об измерении времени, календаре и летосчислении, о бывших тогда в обращении деньгах. И весь этот обширный материал был изложен сжато, четко и доступно для детского восприятия, ясным и прозрачным языком. Впоследствии учебник много раз переиздавался, и от издания к изданию автор вносил в него изменения, стремясь сделать его совершеннее»; – такую оценку учебнику дал Алексей Всеволодович Гладкий [2], доктор физико-математических наук, профессор, специалист в области математической логики и структурной лингвистики;

Перельман Яков Исидорович (22.11[04.12]1882 – 16.03.1942) – российский и советский математик, физик, журналист и педагог, основоположник жанра занимательной науки, автор более 1000 статей и заметок, 47 научно-популярных, 40 научно-познавательных книг, 18 школьных учебников и учебных пособий, среди них: «Занимательная математика», «Занимательная арифметика» [3];

Александр Яковлевич Хинчин (7(19).07.1894 – 18.11.1959) – советский математик (им получены основополагающие результаты в теории функций действительного переменного, теории чисел, теории вероятностей, статистической физике), выдающийся ученый и педагог, переработавший популярный учебник «Систематический курс арифметики» А. П. Киселева/ В основу своей работы над учебником «Арифметика» А.Я. Хинчин положил, по существу, те же принципы, из которых исходил А.П. Киселев, – систематичность, научную строгость, сжатость, ясность и доступность, – но провел их более последовательно. Он внес ряд изменений в расположение материала, часть исключил, в том числе шедшие от давней традиции разделы, посвященные особым приемам решения арифметических задач [4];

Берман Георгий Николаевич (? – 19.02.1949) – советский математик, автор учебников и научно-популярных книг, среди которых «Число и наука о нем: общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел» [5];

Воробьев Николай Николаевич (18.09.1925 – 14.07.1995) – советский и российский математик, специалист в области алгебры, математической логики и теории вероятностей, основатель советской школы в области теории игр, автор научно-популярных книг: «Теория рядов», «Числа Фибоначчи», «Теория делимости» [6], вышедшие несколькими изданиями;

Чистяков Василий Дмитриевич – советский педагог-математик и популяризатор, известен своими работами, такими как: «Три знаменитые задачи древности», «Материалы по истории математики в Китае и Индии», «Старинные задачи по элементарной математике» [7];

Серпинский Вацлав Франциск (14.03.1882 – 21.10.1969) – польский математик, известен трудами по теории множеств, теории чисел, теории функций. Автор 724 статей и 50 книг, среди них: «Что мы знаем и чего не знаем о простых числах», «О решении уравнений в целых числах», «о теории множеств», «250 задач по элементарной теории чисел», «Сто простых, но одновременно и трудных вопросов арифметики» [8];

Шевченко Иван Никитич (? .1894 – 27.05.1965) – советский математик-педагог. Написал учебники по арифметике, алгебре, геометрии и методические пособия: ценным пособием для учителей и студентов педагогических вызов является «Методика преподавания арифметики в V-VI классах» [9].

занимаются современные педагоги-математики:

Т. С. Волкова [10], Л. Н. Тимофеева [11], Е. П. Байкина [12] рассматривают задачи элементарной теории чисел в содержании профессиональной подготовки современного учителя математики;

Ю. С. Гапонова [13] рассматривает роль и место элементарной теории чисел в математическом образовании школьников;

Я. С. Гриншпон [14], [15], Ю. В. Джакубалиева, и З. Ж. Якубалиева [16] и др. описывают особенности решения теоретико-числовых задач при изучении математики и информатики в школе;

Е. Б. Елизаров [17], [18], Т. Ю. Заяц [19], О. Ю. Глухова [20], [21], В. А. Тестов [22], [23] С. В. Ядрышникова, Г. Е. Касьянова и А. В. Дорофеев [24] и др., обращаются к различным аспектам изучения элементарной теории делимости школьниками;

Ю. А. Анцупова, С. В. Корнев [25], Ш. Р. Гылычмырадов [26], А. Д. Елкина [27] и др. занимаются различным аспектам приложения теории сравнений в школьной математике;

М. Е. Сангалова [28], С. В. Лебедева [29], Л. М. Лихтарников [30], П. В. Чулков [31] и др. рассматривают олимпиадные задачи элементарной теории чисел;

А. А. Темербекова и А. А. Мачиева [32], А. Шень [33], А. С. Шмалий и Г. Х. Воистинова [34], А. С. Баданин и М.Ю. Сизова [35] и др. описывают возможности применения метода математической индукции к решению задач;

М. В. Старцева [36], Т. Н. Матыгина, Н. Л. Марголина и К. Е. Ширяев [37], Е. П. Гринько и А. Г. Головач [38], Л. Н. Шпилекова [39], А. Ф. Шабаева и Г. Н. Биккинина [40] и др. рассматривают методы решения диофантовых уравнений и применение таких уравнений в решении практических задач;

Ю. А. Дробышев [41] описывает некоторые виды теоретико-числовых задач, используемых на олимпиадах по математике для младших школьников (на основании двадцатипятилетнего опыта автора по проведению олимпиад для младших школьников в г. Калуга): задачи на разрядный состав числа, на деление нацело и с остатком, на поиск закономерностей, комбинаторные задачи, сюжетные задачи, числовые ребусы, связанные с восстановлением записи, задачи на принцип Дирихле, а также задачи, имеющие краеведческую направленность, старинные и исторические задачи.

И. К. Кондаурова и Л. Н. Матершева [42] представляют опыт использования задач, составленных на основе историко-краеведческого и фольклорного материала Саратовской области;

Л. П. Терскова [43] рассматривает один из вариантов организации математического кружка, предлагает примерный план занятий курса, дает рекомендации по подбору материала для занятий; содержание кружковой работы предполагает обучение решению задач на движение и работу, на стоимость арифметическим способом; старинные задачи (из различных старинных книг и учебников), в решении которых используются методы: «обратный ход», «проигрывание задачной ситуации, «предположение».

Г. С. Ларина [44] подробно описывает и характеризует практические задачи, особо выделяя класс задач реальной математики (ситуационно значимы, требуют математического моделирования, обладают новизной формулировки);

В. В. Мирошин [45] разбирает задачи С6 на делимость натуральных чисел, представленные в заданиях ЕГЭ по математике;

А. И. Островский и Б. А. Кордемский [46] рассматривают применение некоторых геометрических (графических и графико-вычислительных) приемов к решению разнообразных арифметических и алгебраических задач.

Достаточное внимание теоретико-числовой подготовке уделялось в своё время в периодических изданиях:

в журнале «Математика в школе» по интересующей нас тематике за 1937-1966 годы в разделе «Общие вопросы преподавания арифметики» размещено 10 статей в подразделе «Общие вопросы организации обучения арифметике», [47, с. 127-128], 22 статьи в подразделе «Целые числа и их делимость. Система мер» [47, с. 124-126], и 61 статья в подразделе «Арифметические задачи» [47, с. 131-135]; за 1990-2004 размещены 11 статей в разделе «Частная методика преподавания математике» (подраздел «Арифметика» [48, с. 28]);

в газете/журнале «Математика» (просмотрен архив газеты с 2009 по 2017 годы) 13 статей [49]-[61] посвящены различным теоретико-числовым вопросам, в том числе решению задач в натуральных числах;

в журнале «Квант» разных лет можно найти статьи, посвящённые теоретико-числовой тематике [62], [63], [64], [65], [66] и др.

Несмотря на имеющиеся исследования и публикации, посвящённые теоретико-числовым задачам и другим задачам в натуральных числах в математическом образовании школьников, целостного изложения теории и практики задач в натуральных числах в современной методической литературе не представлено.

Литература

1. Магницкий, Л. Ф. Арифметика Магницкого : Точное воспроизведение подлинника : С прил. ст. П. Баранова (Биогр. сведения о Магницком и ист. значение его Арифметики). [Вып. 1] – Москва : П. Баранов, 1914. – 86 с.
2. Гладкий, А. В. Об учебнике арифметики А. П. Киселева / А. В. Гладкий // Новый педагогический журнал. – 1997. – № 4.
3. Перельман, Я. И. Занимательная арифметика : Загадки и диковинки в мире чисел / Я. И. Перельман. – М. : Русанов, 1994. – 206 с. – (Серия «Занимательная наука»).
4. Хинчин А. Я. О так называемых «задачах на соображение» в курсе арифметики / А. Я. Хинчин // Педагогические статьи. Под ред. акад. Б. В. Гнеденко ; Акад. пед. наук РСФСР. – М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР/ – 1963. – С. 161-170.
5. Берман, Г. Н. Число и наука о нем : Общедоступные очерки по арифметике натуральных чисел / Г. Н. Берман. – М. ; Ленинград : Гостехиздат. – 1948. – 164 с.
6. Воробьев, Н. Н. Признаки делимости / Н. Н. Воробьев. – М. : Наука. – 1980. – 94 с. (Попул. лекции по математике. Вып. 39).
7. Чистяков, В. Д. Старинные задачи по элементарной математике / В. Д. Чистяков. – Минск : Высш. Школа/ – 1966. – 340 с.
8. Серпинский, В. Сто простых, но одновременно и трудных вопросов арифметики ; На границе геометрии и арифметики : Пособие для учителей / Пер. с польского, предисл. и примеч. В. А. Голубева. – М. : Учпедгиз. – 1961. – 75 с.
9. Шевченко, И. Н. Методика преподавания арифметики в V-VI классах / Акад. пед. наук РСФСР. Ин-т общего и политехн. образования. – М. : Изд-во Акад. пед. наук РСФСР. – 1961. – 390 с.
10. Волкова, Т. С. Задачи элементарной теории чисел в содержании профессиональной подготовки современного учителя математики / Т. С. Волкова // Вестник Томского государственного педагогического университета. – Томск: Изд-во Томского гос. пед. ун-та. – 2015. – №7(160). – С 85-89.
11. Тимофеева, Л. Н. Об арифметической составляющей математического образования будущего учителя математики / Л.Н. Тимофеева, Г.Г. Хамов // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона : Периодический межвузовский сборник

научно-методических работ. – Киров: Изд-во Вечтомова Евгения Михайловича. – 2015. – С 184-189.

12. Байкина, Е. П. Теория чисел в предметно-методической подготовке учителя математики // Новая наука как результат инновационного развития общества : сборник статей Международной научно-практической конференции: в 17 частях. Том 2. – 2017. – С. 11-13.

13. Гапонова, Ю. С. Роль и место элементарной теории чисел в математическом образовании школьников / Ю. С. Гапонова // Концепция «Общества знаний» в современной науке : Сборник статей Международной научно-практической конференции. – Уфа: ООО «Аэтерна». – 2018. – С 98-103.

14. Гриншпон, Я. С. Особенности решения теоретико-числовых задач при изучении математики и информатики в школе / Я. С. Гриншпон, Д. Д. Лемешко // Н. И. Лобачевский и математическое образование в России: Материалы Международного форума по математическому образованию, посвященного 225-летию Н.И. Лобачевского. Ответ. ред. Л.Р. Шакирова. – Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) фед. ун-та. – 2017. – С 60-64.

15. Гриншпон, Я. С. Особенности обучения школьников решению задач повышенной сложности по математике / Я. С. Гриншпон, А. Г. Подстригич // Вестник Томского государственного педагогического университета. – 2015. – № 8 (161). – С. 48-52.

16. Джакубалиева, Ю. В. Использование эвристик при решении задач в натуральных числах / Ю. В. Джакубалиева, З. Ж. Якубалиева // Педагогический опыт : от теории к практике : Сборник материалов III Международной научно-практической конференции. – 2017. – С. 101-103.

17. Елизаров, Е. Б. Теория делимости и четно-простые числа / Е.Б. Елизаров // Форум молодых ученых. – Саратов: ООО «Институт управления и социально-экономического развития». – 2017. – №5(9). – С 703-730.

18. Елизаров, Е. Б. Теория делимости и простые числа / Е.Б. Елизаров // Теория и практика современной науки. – Саратов: ООО «Институт управления и социально-экономического развития». – 2016. – № 6-1(12). – С 376-404.

19. Заяц, Т. Ю. Применение элементов теории делимости на практике / Т. Ю. Заяц // Исследовательская деятельность в образовательном пространстве региона. Материалы II Региональной научно-практической конференции: в 2 частях. – Славянск-на-Кубани: Изд-во филиала ФГБОУ ВПО «Кубанский гос. ун-т» в г. Славянске-на-Кубани. – 2014. – С 214-216.

20. Глухова, О. Ю. Элективный курс «Теория делимости» / О.Ю. Глухова // Электронный научно-образовательный вестник «Здоровье и образование в XXI веке». – М. : Сообщество молодых врачей и организаторов здравоохранения. – 2017. – Т.19. – № 6. С 11-15.

21. Глухова, О. Ю. Теория делимости / О. Ю. Глухова // XIX Международные научные чтения (памяти Ухтомского А.А.) : Сборник статей Международной научно-практической конференции. – М. : ООО «Европейский фонд инновационного развития». – 2017. – С 103-107.

22. Тестов, В. А. Теория делимости и ее приложения к школьному курсу математики. / В. А. Тестов. – М. : МПГУ. – 1997. – 92 с.

23. Тестов, В. А. Величины, числа, неравенства: стратегия обучения / В. А. Тестов ; М-во образования и науки РФ, Вологод. ин-т развития образования, Вологод. гос. пед. ун-т. – Вологда : Вологод. ин-т развития образования. – 2005. – 130 с.
24. Ядрышникова, С. В. Методические особенности изучения признаков делимости в школьном курсе математики / С. В. Ядрышникова, Г. Е. Касьянова, А. В. Дорофеев // Проектирование и реализация математического образования в школе и ВУЗе : Сборник научных трудов.– 2015. – С. 74-79.
25. Анцупова, Ю. А. Теория сравнений на уроках математики / Ю. А. Анцупова, С. В. Корнев // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. – 2016. – № 5-2. – С. 10-11.
26. Гылычмырадов, Ш. Р. Некоторые приложения теории сравнений в школьной математике / Ш. Р. Гылычмырадов // Современные проблемы математического образования.– 2017. – С. 100-103.
27. Елкина, А. Д. Некоторые вопросы теории сравнений в школьном курсе математики / А. Д. Елкина // Студенческая наука и XXI век. – 2017. – № 15. С. 259-260.
28. Сангалова, М.Е. Совокупность задач на представление натуральных чисел для подготовки школьников к олимпиадам / М.Е. Сангалова // Задачные конструкции математического развития школьников : Сборник статей участников научно-методического семинара. Под общ. ред. С. В. Арюткиной, С. В. Капалкова. – 2015. – С 66-70.
29. Лебедева, С. В. Некоторые аспекты обучения решению олимпиадных задач // С. В. Лебедева // Современные тенденции развития системы образования : Сборник трудов Международной научно-практической конференции. – 2018. – С. 265-268.
30. Лихтарников, Л. М. Числовые ребусы и способы их решения : Для учащихся нач. шк. / Л. М. Лихтарников. – СПб. : Лань : МИК. – 1996. – 123 с.
31. Чулков, П. В. Математика. Школьные олимпиады : Метод. пособие. 5-6 кл. / П. В. Чулков. – М. : Изд-во НЦ ЭНАС. – 2001. – 82 с.
32. Темербекова, А.А. Метод математической индукции как эффективный метод доказательств гипотез / А.А. Темербекова, А.А. Мачиева // Информация и образование: границы коммуникаций. – Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского гос. ун-та. – 2018. – № 10(18). – С 226-227.
33. Шень, А. Математическая индукция / А. Шень. – М.: МЦНМО. – 2007. – 32 с.
34. Шмалий, А. С. Применение математической индукции при решении различных задач / А. С. Шмалий, Г. Х. Воистинова // Аллея науки. Издательский центр «Quantum»: Изд-во ИП Шелистов Денис Александрович. – 2018. – №1(17). – С 810-813.
35. Баданин, А. С. Применение метода математической индукции к решению задач на делимость натуральных чисел / А. С. Баданин, М. Ю. Сизова // Юный ученый. – 2015. – № 2 (2). – С. 84-86.
36. Старцева, М. В. Применение теории диофантовых уравнений при решении практических задач (профильный уровень математики) / М.В. Старцева // Школа молодых уче-

ных по проблемам естественных наук : Сборник материалов областного профильного семинара. – Елец: Изд-во Елецкого гос. ун-та им. И.А. Бунина. – 2018. – С 35-38.

37. Матыгина, Т. Н. К вопросу о соотношении общего и специального при обучении математике: диофантовы уравнения / Т. Н. Матыгина, Н. Л. Марголина, К.Е. Ширяев // Ярославский педагогический вестник. – Ярославль: Изд-во Ярославского гос. пед. ун-та им. К.Д. Ушинского. – 2017. – № 6. – С 100-108.

38. Гринько, Е. П. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам / Е. П. Гринько, А. Г. Головач // Брест: БрГУ имени А.С. Пушкина. – 2013. – 180 с.

39. Шпилекова, Л. Н. Методика решений диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам / Л.Н. Шпилекова // Информация и образование: границы коммуникаций. – Горно-Алтайск: Изд-во Горно-Алтайского гос. ун-та. – 2016. – №8(16). – С 177-178.

40. Шабаева, А. Ф. Обучение учащихся решению уравнений в целых числах как средство развития логического мышления / А. Ф. Шабаева, Г. Н. Биккинина // Проблемы и перспективы технологического образования на современном этапе : Сборник материалов VII Международной заочной научно-практической конференции. – Уфа: Башкирский гос. ун-т. – 2017. – С. 243-245.

41. Дробышев, Ю. А. О развитии обучающихся средствами математики / Ю. А. Дробышев // Актуальные проблемы обучения математике : Сборник научных трудов. Под ред. Ю.А. Дробышева.. – Калуга, 2014. – С. 43-49.

42. Кондаурова, И. К. Математические задачи с использованием историко- краеведческого и фольклорного материала / И. К. Кондаурова, Л. Н. Матершева // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации : Материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П.А. Ларичева. – 2017. – С. 220-223.

43. Терскова, Л. П. Организация кружка «Математика в задачах» для учащихся 5 классов / Л. П. Терскова // Научно-методический электронный журнал Концепт. – 2015. – № Т17. – С. 101-105.

44. Ларина, Г. С. Анализ практических задач по математике: теоретическая модель и опыт применения на уроках / Г. С. Ларина // Вопросы образования. – 2016. – № 3. – С. 151-168.

45. Мирошин, В. В. Делимость натуральных чисел в задачах С6 единого государственного экзамена по математике / В. В. Мирошин // Математика в школе. 2011. № 3. С. 21-29.

46. Островский, А. И. Геометрия помогает арифметике / А. И. Островский, Б. А. Кордемский. М. : Физматгиз, 1960. 168 с.

47. Айзенберг, А. К. Тематический указатель статей журнала «Математика в школе». (1937-1966 гг.) [Текст] / М-во нар. образования Тадж. ССР. Душанбин. гос. пед. ин-т им. Т. Г. Шевченко. – Душанбе : [б. и.], 1970. – 194 с.

48. Бусев, В. М. «Математика в школе» за 15 лет : темат. указ. ст. журн. за 1990-2004 гг. / В. М. Бусев. – Ярославль : Александр Рутмана (AR), 2005. – 76 с.

49. Шабат, Г. Простые делители оберквадратов / Г. Шабат, А. Сбитнев // Математика. – 2009. – № 1(663). – 1-15.01.2009. – С. 43-46.
50. Щетников, А. Учебный курс «История элементарной алгебры» / А. Щетников // Математика. – 2009. – № 8(670). – 16-30.04.2009. – С. 31-33
51. Жарковская, Н. Такие разные шифры : теория чисел (стенгазета для любознательных) / Н. Жарковская // Математика. – 2010. – № 22(708). – 16-30.11.2010. – С. 24-25.
52. Авилов, Н Треугольные числа / Н. Авилов // Математика. – 2011. – № 2(712). – 16-31.01.2011. – С. 47.
53. Жарковская, Н. Алгоритм Евклида (стенгазета для любознательных) / Н. Жарковская // Математика. – 2012. – № 8(735). – 1-30.09.2012. – С. 32-33.
54. Жарковская, Н. Алгоритм Евклида (стенгазета для любознательных) / Н. Жарковская // Математика. – 2012. – № 9(736). – 1-31.10.2012. – С. 32-33.
55. Фалин, Г. Избранные задачи на делимость целых чисел / Г. Фалин, А. Фалин // Математика. – 2013. – № 5(743). 1-31.05.2013. – С. 43-50.
56. Потапов, М. Задачи на максимум и минимум / М. Потапов, А. Шевкин // Математика. – 2013. – № 7(745). 1-31.08.2013. – С. 35-39.
57. Фалин, Г. Остатки при делении полного квадрата на натуральное число / Г. Фалин // Математика. – 2014. – № 2(751). – 1-28.02.2014. – С. 32-33.
58. Канин, Е. Полный перебор и неопределенные уравнения / Е. Канин // Математика. – 2014. – № 5(754). – 1-31.05.2014. – С. 31-36.
59. Прокофьев, А. Последовательности чисел в задачах С6 ЕГЭ / А. Прокофьев // Математика. – 2015. – № 1(760). – 1-31.01.2015. – С. 17-26.
60. Шестаков, С. Задачи с целочисленными неизвестными : делимость и логический перебор / С. Шестаков // Математика. – 2017. – № 2(779). – 1-28.02.2017. – С. 36-42.
61. Шестаков, С. Задачи с целочисленными неизвестными : текстовые задачи / С. Шестаков // Математика. – 2017. – № 3(780). – 1-31.03.2017. – С. 36-42.
62. Кордемский, Б. А. Так или не так действовал Ферма / Б. А. Кордемский // Квант. – 1972. – № 7. – С. 11-13
63. Виленкин, Н. Я. Сравнения и классы вычетов / Н. Я. Виленкин // Квант. – 1978. – № 10. – С. 4-8
64. Гальперин, Г. А. Просто о простых числах / Г. А. Гальперин // Квант. – 1987. – № 4. – С. 9-14, 38.
65. Радемахер, Г. Об одном свойстве числа 30 / Радемахер Г., Теплиц О. // Квант. – 1992. – № 3. – С. 6-11.
66. Котляр, Б. Сколько у числа делителей? / Б. Котляр // Квант. – 1994. – № 4. – С. 15-18.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Арнаутова Я.Е.</i> Использование свойств площади при решении задач на ОГЭ и ЕГЭ	3
<i>Ванеева Е.С.</i> Проект математической студии «Конструирование геометрических тел».....	6
<i>Дорофеева Е.П.</i> Факультативный курс «Задачи с параметрами» для учащихся 9 класса.....	15
<i>Егорова А.А., Лебедева С.В.</i> Понятие задачи на вычисление площади.....	20
<i>Ермаков А.Н.</i> Вариант организации групповой работы при изучении алгебры	28
<i>Лоскутова В.В.</i> Методические рекомендации по использованию алгоритмов на уроках алгебры в 7 классе.....	33
<i>Монахова А.В.</i> Математика и литература – две грани таланта	37
<i>Мускатина А.П., Лебедева С.В.</i> Задачи реальной математики в курсе основной школы	49
<i>Потапова А.И.</i> Основные технологии, формы и средства обучения математике студентов вузов, позволяющие реализовать цели математического образования, соответствующие будущей профессиональной деятельности	56
<i>Федорова О.С., Лебедева С.В.</i> Об одном подходе к решению олимпиадных задач на движение	75
<i>Хасаханова З.Р.</i> Олимпиадная задача как основная содержательная единица школьной математической олимпиады.....	80
<i>Чавычалова А.А.</i> Литературный обзор по теме «Задачи в натуральных числах».....	87

Научно-методическое издание

Коллектив авторов

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Выпуск 17

Работа издана в авторской редакции

На обложке – картина Henriette Browne – A Girl Writing; The Pet Goldfinch

Подписано в печать 24.09.2019

Бумага типографская офсет.

Усл. печ. л. 6,1875

Формат 60 × 84 ¹/₁₆

Гарнитура Times

Тираж 30 экз.

Распространяется бесплатно