

На правах рукописи

СТАНКЕВИЧ Наталия Владимировна

**СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ВОЗБУЖДАЕМЫХ ИМПУЛЬСАМИ
ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ**

01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Саратов – 2011

Работа выполнена на базовой кафедре динамических систем факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Кузнецов Александр Петрович.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Вадивасова Татьяна Евгеньевна
кандидат физико-математических наук, доцент
Розанов Александр Владимирович

Ведущая организация: Саратовский государственный
технический университет

Защита состоится «17» февраля 2011 г. в 15:30 на заседании диссертационного совета Д212.243.01 при Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, III корпус, ауд. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке им. В.А. Артисевич Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского.

Автореферат разослан _____ 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



В.М. Аникин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность задачи

Ситуации, когда динамическая система подвержена периодическому внешнему воздействию, широко распространены в радиофизике, электронике, биологии, химии и других областях естествознания.^{1,2} Изучению систем с внешним воздействием посвящено большое количество работ. Одно из активно развивающихся научных направлений связано с проблемой воздействия внешних сигналов на нелинейные системы, и в частности, с развитием и обобщением представлений о феномене синхронизации, выявлением и классификацией типов соответствующих режимов в зависимости от характера динамики подвергаемой воздействию системы и от характера внешнего сигнала. Например, если автономная система демонстрирует режим автоколебаний, то при подаче на нее внешнего сигнала можно говорить о классической синхронизации. Если автономная система находится в режиме хаоса, можно исследовать хаотическую синхронизацию внешним воздействием. Также, подавая внешнее воздействие на систему, находящуюся в каком-либо неустойчивом режиме, можно рассматривать задачи о стабилизации режимов внешним сигналом и т.д.

Среди задач о системах с внешним воздействием в отдельный класс можно выделить задачи, когда внешнее воздействие носит характер коротких по длительности, но значительных по амплитуде импульсов. Подобные задачи привлекательны как с точки зрения приложений, поскольку многие процессы в радиофизике, радиотехнике, электронике, биофизике и др. характеризуются наличием импульсного воздействия, так и существенны для теории колебаний и нелинейной динамики с позиции возможной специфики картины синхронизации и проявления новых колебательных эффектов, не имеющих аналогов в случае гармонического сигнала. Кроме того, случай импульсного внешнего воздействия позволяет существенно продвинуться в аналитическом исследовании задачи, поскольку в промежутке между импульсами система оказывается автономной и использование в промежутках между импульсами приближенных методов приводит к более простым дискретным моделям, демонстрирующим, однако, сложное поведение. Наконец, для таких систем четко разделяются стадии воздействия и отклика, что облегчает интерпретацию результатов.

К изучению систем с импульсным возбуждением обращались многие авторы. Например, еще В.И. Арнольд для обоснования существования языков синхронизации на плоскости параметров использовал воздействие сигналов в форме различных типов импульсов. Именно такие системы облегчали качественное понимание происходящих процессов. Для анализа систем с импульсным возбуждением является существенной модель воздействия в виде коротких, но значительных по амплитуде импульсов, которые представляют-

¹ Пиковский А., Розенблом М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносерв. 2003. 494 с.

² Глас Л., Мэки М. От часов к хаосу. Ритмы жизни. М.: Мир. 1991. 248 с.

ся последовательностью δ -функций. Классической в такой постановке является задача о воздействии периодической последовательностью δ -функций на автоколебательный осциллятор Ван дер Поля, такая система названа маятником Ю.И. Неймарка.³ Подобная система изучалась известными исследователями биологических систем Л. Глассом, Е. Дингом и другими авторами.⁴ Для нее были выявлены многие аспекты теории синхронизации импульсами. Одной из эталонных моделей теории консервативного хаоса также является система в виде ротатора под действием импульсов (отображение Чирикова-Тейлора)⁵. В работах Парлица⁶ исследованы условия синхронизации хаоса для целого класса динамических систем, управляемых хаотическими импульсами, и предложена технология цифровой передачи данных. Совсем недавно была продемонстрирована возможность реализации странного нехаотического аттрактора в системе двух связанных подталкиваемых импульсами ротаторов.⁷

Таким образом, опираясь на все вышеуказанные примеры, можно сказать, что задачи о системах с импульсным воздействием являются многоплановыми, современными и имеют большое прикладное значение. Несмотря на то, что изучению систем с импульсным воздействием посвящено достаточно много работ, все же множество вопросов остается не исследованными. Так, например, если рассматривать вопрос о синхронизации автоколебательной системы с предельным циклом, то практически все работы относятся к случаю, когда внешнему воздействию подвергалась двумерная динамическая система. Что будет происходить при увеличении размерности фазового пространства? Как изменится картина синхронизации при изменении направления действия импульсов? Какие новые эффекты проявятся в системе? Очень слабо в литературе освещен вопрос сравнительного анализа гармонического и импульсного возбуждения динамических систем.

Важным и открытым остается вопрос о поведении под импульсным воздействием систем, характеризующихся квазипериодической динамикой. В связи с этим отметим, что первый «взгляд» на теорию турбулентности с позиций (на современном языке) теории бифуркаций был дан в рамках теории Ландау-Хопфа, основанной на идее последовательного включения все большего количества невзаимодействующих квазипериодических движений.^{8,9} Однако получаемые в рамках теории динамического хаоса и теории бифуркаций результаты поставили под сомнение эту гипотезу. Согласно Рюэлю и Такенсу, в системах с последовательно возникающими в результате бифуркаций компонентами, квазипериодические движения, отвечающие аттракто-

³ Ланда П.С. Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит. 1997. 247 с.

⁴ Glass L., Sun J. // Phys. Rev., 1994, Vol.50, No. 6, p.5077; Glass L. et.al. // Phys. Rev. A, 1983, No. 29, p. 1348; Ding E.J. // Phys. Rev., 1986, Vol.A34, No.4, p.3547; Ding E.J. // Phys. Rev., 1987, Vol.A35, No.6, p.2669; Ding E.J. // Phys. Rev., 1987, Vol.A36, No.3, p.1488; Ding E.J. // Physica Scripta, 1988, Vol.38, p.9

⁵ Заславский Г.М. Физика хаоса в гамильтониановых системах. Москва-Ижевск, 2004, 288с.

⁶ T. Stojanovski, L. Kocarev, A.Parlitz // Phys. Rev. E, 1996, 54(2), p. 2128; U.Parlitz, L.Kocarev, T.Stojanovski, L.Junge //Physica D, 1997, 109, p. 139

⁷ T.Mitsui, Y.Aizawa // Phys. Rev. E, 2010, 52, p. 046210

⁸ Ландау Л.Д. // ДАН СССР, 1944, т.44, №8, с. 339

⁹ Hopf E.A. // Communications on Pure and Applied Mathematics, 1948, Vol.1, p.303

рам в виде торов, имеют место, как типичные, при количестве составляющих не более трех, а при большем их количестве должен возникать странный аттрактор.¹⁰ Конкретные численные расчеты, выполненные для модельных систем рядом авторов, не вполне соответствуют этому утверждению, поскольку в определенных ситуациях торы сохраняются.¹¹ Вопрос о том, как происходит переход к хаосу, и какую роль играет количество вовлеченных в динамику степеней свободы остается, в значительной мере не проясненным.

В последнее время был опубликован ряд новых результатов, касающихся автономной квазипериодической динамики и синхронизации квазипериодических режимов. В работах В.С. Анищенко с коллегами¹² предложен и исследован автономный радиофизический генератор квазипериодических колебаний, исследованы такие феномены, как удвоения торов в этом генераторе, динамика связанных генераторов и др. Однако вопрос о возможности и свойствах генератора квазипериодических колебаний с размерностью фазового пространства, равной трем, исследован очень мало: так известный пример на основе схемы Чуа¹³ относится к специфическому случаю с кусочно-линейной характеристикой. Поэтому представляется существенным поиск в русле базовых моделей теории колебаний простой трехмерной модели автономного генератора квазипериодических колебаний и исследование картины его синхронизации импульсным сигналом в различных режимах. Еще один круг вопросов, привлечших внимание в настоящее время, касается исследования синхронизации режимов захвата и биений в системе связанных осцилляторов Ван дер Поля.¹⁴ Однако рассмотрение было ограничено случаем фазового приближения и гармонического сигнала малой амплитуды. В этом плане интересно провести исследование непосредственно исходной системы в случае импульсного сигнала, амплитуда которого может быть велика.

Таким образом, все вышесказанное обосновывает актуальность исследований в этой области и служит основанием для постановки цели и задач диссертационного исследования.

Целью диссертационной работы является выявление специфики сложной динамики возбуждаемых импульсами динамических систем при постепенном увеличении размерности фазового пространства.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие **основные задачи**:

1. Выявление особенностей поведения трехмерных динамических систем под импульсным воздействием, выявление новых эффектов в таких системах.

¹⁰ Рюэль Д., Такенс Ф. О природе турбулентности. М.: Мир. 1981. 117 с.

¹¹ Tavakol R., Tworkovsky A. // Phys. Lett. A, 1984, Vol.100, No.6, p.273

¹² Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И. Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний. Москва-Ижевск. 2008. 144 с.; Anishchenko V., Nikolaev S., Kurths J. // CHAOS, 2008, Vol.18, p.037123;

¹³ Nishiuchi Y., Ueta T., Kawakami H. // Chaos, Solutions & Fractals, 2006, Vol.27, No.4, p.941

¹⁴ Anishchenko V., Astakhov S., Vadivasova T. // Europhysics Letters, 2009, Vol.86, p.30003; Кузнецов А.П., Са-таев И.Р., Тюрюкина Л.В. // Изв. ВУЗов. ПНД, 2010, т.18, №4, с.17

2. Разработка простейшей модели автономной трехмерной динамической системы, демонстрирующей квазипериодическое поведение, и использование ее для исследования картины синхронизации квазипериодических режимов внешним импульсным сигналом.

3. Изучение особенностей поведения систем двух диссипативно связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля-Дуффинга под импульсным воздействием, выявление новых эффектов, исследование условий возникновения двух- и трехчастотных квазипериодических режимов.

Научная новизна работы:

В диссертационной работе впервые

- Исследовано устройство плоскости параметров период – амплитуда воздействия возбуждаемой импульсами системы Ресслера в различных режимах автономной системы. Проведен сравнительный анализ степени стабилизации хаотического режима в такой системе импульсным и гармоническим сигналом для различных направлений действий внешней силы в трехмерном фазовом пространстве. Обнаружен эффект стабилизации внешним периодическим импульсным воздействием режима «убегающей» фазовой траектории в системе Ресслера до порога бифуркации седло-узел с возникновением устойчивых квазипериодических и периодических режимов.
- Предложена автономная трехмерная модель генератора квазипериодических колебаний, представляющая собой гибрид генератора релаксационных колебаний и автогенератора с жестким возбуждением. На плоскости управляющих параметров такой автономной системы выявлены область квазипериодических режимов со встроенной системой языков Арнольда, ограниченная линией бифуркации Неймарка-Сакера, и область хаотических режимов.
- Проведено исследование предложенного генератора под импульсным воздействием. Построены карты динамических режимов на плоскости период – амплитуда внешнего воздействия. В их устройстве выявлены мелкомасштабная и крупномасштабная структуры, связанные с существованием двух несоизмеримых временных масштабов квазипериодического сигнала автономной системы. Показана возможность реализации трехчастотных торов в такой системе.
- Проведено исследование устройства плоскости параметров период – амплитуда воздействия возбуждаемых импульсами связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля-Дуффинга. Обнаружены отличия от известных результатов для аналогичной системы в фазовом приближении с гармоническим воздействием. Эти отличия проявляются в разрушении высокочастотной области трехчастотной квазипериодичности в окрестности основного резонанса. Помимо этого, области трехчастотных торов могут наблюдаться также в окрестности языков периодических режимов более высокого порядка. При этом они образуют характерные кольцеобразные структуры. В случае биений авто-

номных осцилляторов появляются области хаоса, которые возникают преимущественно на границах областей двух и трехчастотных торов.

- В численном и радиофизическом эксперименте обнаружен эффект «вымирания» квазипериодических режимов в системе диссипативно связанных осцилляторов Ван дер Поля под импульсным воздействием по следующему сценарию. С ростом частотной расстройки осцилляторов в момент перехода автономной системы из режима взаимного захвата в режим гибели колебаний, области квазипериодических режимов на плоскости период – амплитуда воздействия образуют острова. При этом возникновение квазипериодических режимов носит пороговый по амплитуде характер. При увеличении частотной расстройки осцилляторов острова постепенно уменьшаются в размерах, и поэтапно «вымирают».

Научно-практическая значимость результатов

Обнаруженные в диссертации эффекты, проявляющиеся в многомерных системах под импульсным воздействием, дополняют раздел теории синхронизации в рамках теории колебаний и могут быть включены в соответствующие образовательные программы. Результаты, полученные для системы Ресслера, могут быть распространены на другие трехмерные динамические системы. Разработанный и исследованный в диссертации генератор квазипериодических колебаний может служить базой для формирования системы моделей для дальнейших исследований автономной и неавтономной динамики с многомерными торами. Такое развитие может идти как по традиционному пути (связанные системы, цепочки генераторов и др.), так и по пути модификации системы с целью построения генераторов с автономной трех (и более) частотной динамикой. Результаты, полученные во второй главе, использованы в учебном процессе на факультете нелинейных процессов СГУ в рамках курса «Теория синхронизации» и в учебном пособии¹⁵. Также результаты диссертации использованы при выполнении научно-исследовательских работ по грантам РФФИ, Федерального агентства по науке и инновациям и Министерства образования и науки РФ в СГУ и Саратовском филиале Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Достоверность научных выводов подтверждается соответствием результатов, полученных различными методами (карты динамических режимов, карты ляпуновских показателей, Фурье-спектры, портреты аттракторов, аналитические оценки и др.), а также радиофизических экспериментов.

На защиту выносятся следующие положения:

1. В системе Ресслера в автоколебательном режиме картина синхронизации внешними импульсами зависит от направления действия импульса

¹⁵ А.П.Кузнецов, Ю.П. Емельянова, И.Р. Сатаев, Л.В. Тюрюкина. Синхронизация в задачах. Саратов: ООО Издательский центр «Наука», 2010, с.243-249.

в фазовом пространстве. В случае, когда все фазовые траектории автономной системы являются «убегающими» на бесконечность, периодическое импульсное воздействие может стабилизировать режим с возникновением устойчивых периодических, квазипериодических и хаотических колебаний, а также эффекта удвоения торов.

2. На основе гибрида генератора релаксационных колебаний и автогенератора с жестким возбуждением можно реализовать автономный генератор квазипериодических колебаний с трехмерным фазовым пространством, демонстрирующий также режимы внутренней синхронизации и хаоса. При подаче импульсного воздействия на такой генератор в режиме квазипериодических колебаний на плоскости параметров воздействия имеют место мелкомасштабные и крупномасштабные структуры, обусловленные наличием двух несоизмеримых временных масштабов в автономной системе.
3. В системе возбуждаемых периодическим импульсным воздействием двух диссипативно связанных осцилляторов Ван дер Поля, в отличие от системы с гармоническим возбуждением в фазовом приближении, области трехчастотных торов могут наблюдаться и в окрестности языков периодических режимов более высокого порядка. При этом они образуют характерные кольцеобразные структуры. В случае биений автономных осцилляторов появляются области хаоса, которые возникают преимущественно на границах областей двух и трехчастотных торов. В случае когда возбуждаемая система переходит из режима захвата в режим «гибели колебаний», в численном и радиофизическом эксперименте наблюдается возникновение островов квазипериодических режимов и эффект их последовательного исчезновения.

Личный вклад соискателя

В работах [3, 7, 11] автору принадлежит постановка задачи, ее численное решение; совместно с соавторами проведено объяснение и интерпретация полученных результатов. В совместных работах [1-2, 4-5, 9-10] автором выполнено программирование всех задач и проведены численные эксперименты. Объяснение и интерпретация полученных результатов проведено совместно с соавторами. В работах [6, 8] автором проведено численное исследование системы методом карт динамических режимов.

Апробация работы и публикации

Основные результаты работы докладывались на: научных школах-конференциях «Нелинейные дни в Саратове для молодых» (Россия, Саратов, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009); всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Россия, Нижний Новгород, 2005); зимних школах-семинарах по СВЧ электронике и радиофизике (Россия, Саратов, 2006, 2009); всероссийской школе-семинаре «Волновые явления в неоднородных средах» (Россия, Звенигород, 2006); международных школах-семинарах Foundations & Advances in Nonlinear Science (Беларусь,

Минск, 2006, 2008); I-V конференциях молодых ученых «Нанофотоника, наноэлектроника и нелинейная физика» (Россия, Саратов, 2006-2010); школе-семинаре «Динамический хаос и его приложения» (Россия, Звенигород, 2007); международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур» (Россия, Саратов, 2007); научной школе «Нелинейные волны» (Россия, Нижний Новгород, 2008); международной школе-семинаре «StatInfo» (Россия, Саратов, 2009); международной конференции «Dynamics Days Europe» (Germany, Goettingen, 2009), а также на научных семинарах базовой кафедры динамических систем Саратовского государственного университета и лаборатории теоретической нелинейной динамики Саратовского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН.

По теме диссертационной работы в международной и российской печати опубликовано 36 работ (из них 11 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК, и 25 публикаций в сборниках материалов конференций).

Структура и объем диссертации

Работа содержит 170 страниц текста с иллюстрациями и список литературы из 133 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Основной текст диссертации состоит из введения, трех глав и заключения

Во введении обосновывается актуальность работы, определяются цели исследования, ставятся основные задачи, раскрывается научная новизна полученных результатов и формулируются положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию эффектов, проявляющихся в трехмерных динамических системах под внешним воздействием на примере эталонной в нелинейной динамике системы Ресслера:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - z, \\ \dot{y} &= x + py, \\ \dot{z} &= q + z(x - r),\end{aligned}\tag{1}$$

где x, y, z – динамические переменные системы, p, q, r – управляющие параметры.

Сначала исследуется автоколебательный режим с предельным циклом под импульсным воздействием и зависимость картины синхронизации для данной системы от направления действия импульсов. Импульсное воздействие реализуется в виде периодической последовательности δ -функций: $A \sum \delta(t - nT)$, где A – амплитуда внешних импульсов и T – период их следования. При этом внешнее воздействие можно добавить поочередно в каждое из трех уравнений, так что реализуются ситуации различного направления действия импульсов.

На рис.1 показаны карты динамических режимов системы (1) с внешним импульсным воздействием на плоскости период T – амплитуда A воздейст-

вия. На этих и на всех последующих картах динамических режимов выбрана следующая цветовая палитра: белый цвет отвечает режиму периода 1, светло-серый – режиму периода 2 и т.д., черный – хаотическим и квазипериодическим режимам. Одним из оттенков серого отмечена и подписана область «разбегания» траекторий на бесконечность. Рис.1а относится к случаю, когда воздействие осуществляется вдоль оси x , а рис.1б – вдоль оси z . Периоды режимов, отмеченных на карте, определялись в стробоскопическом сечении, проводимом через период воздействия.

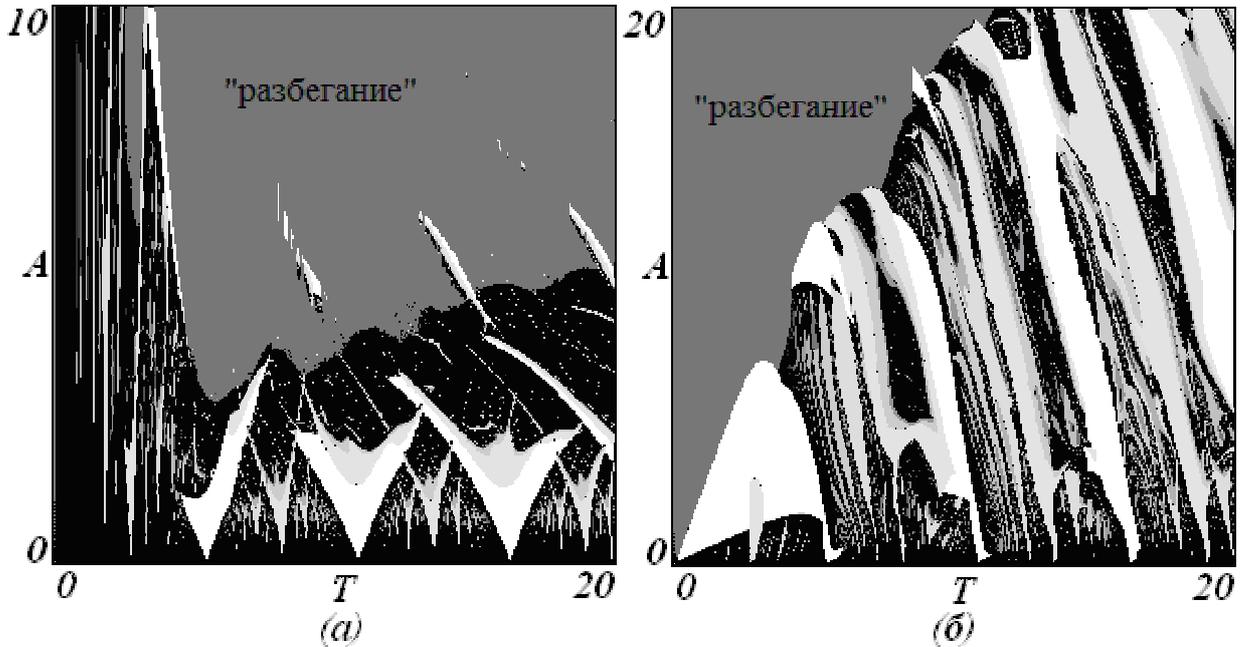


Рис. 1. Карты динамических режимов неавтономной системы Ресслера в случае воздействия импульсов вдоль оси x (а) и вдоль оси z (б), при $p=0.1$, $q=0.2$, $r=1.5$.

Нетрудно видеть, что на рис.1а система языков синхронизации качественно близка случаю двумерных неизохронных систем и стандартному синус-отображению окружности. Имеется, однако, и отличие – в трехмерной системе появляется область убегания траектории на бесконечность, отвечающая достаточно большой амплитуде импульсов. В свою очередь, рис.1б дает совершенно другую, специфическую картину языков синхронизации. Причина состоит в том, что в автономной трехмерной системе бифуркация Андронова-Хопфа "разыгрывается", фактически, на некоторой поверхности, вложенной в третье измерение. Поэтому действие импульсов в пределах этой поверхности (для системы Ресслера она близка к плоскости (x, y)) дает картину синхронизации близкую к той, что имеет место для двумерных систем под импульсным воздействием. Однако есть третье, трансверсальное к указанной поверхности направление. Картина синхронизации при действии импульсов в этом направлении оказывается иной.

В трехмерных динамических системах возможны и другие специфические колебательные режимы, инициированные внешним воздействием.

На рис.2 показана карта динамических режимов системы Ресслера под импульсным воздействием на плоскости параметров амплитуда – период внешнего воздействия в случае, когда в автономной системе вообще нет

неподвижных точек, и все фазовые траектории «убегают» на бесконечность. Можно видеть, что наряду с областью убегания траекторий, однако, возможны и устойчивые режимы. Так имеет место система языков синхронизации разной кратности. Внутри языков можно видеть области удвоенного периода. Вне языков реализуются квазипериодические режимы. Причина состоит в том, что в трехмерных системах неподвижные точки характеризуются не двумя, а тремя собственными числами. Поэтому в результате седло-узловой бифуркации могут слиться и исчезнуть, например, устойчивый фокус и седло-фокус. После слияния точек такого типа создается поток фазовых траекторий «с вращением», и у системы сохраняется некоторый внутренний ритм. Такая ситуация не имеет аналога в двумерных системах, и создает определенные предпосылки для возникновения устойчивых колебательных режимов разного типа, инициированных импульсным сигналом. Для данного случая был рассчитан полный спектр показателей Ляпунова, построены бассейны притяжения стабилизированных аттракторов и фазовые портреты. В системе на примере траекторий, отвечающих стробоскопическому сечению Пуанкаре через период внешнего воздействия, обнаружены удвоения торов, инициированные импульсами.

Далее исследуется ситуация, когда система Ресслера находится в режиме хаоса. Раздел 3.3 посвящен сравнительному анализу особенностей стабилизации хаоса в трехмерной системе различными типами сигнала, импульсным и гармоническим. Представлены карты режимов, бифуркационные деревья, фазовые портреты, проведен анализ спектра показателей Ляпунова. Показано, что для системы Ресслера наиболее эффективной стабилизации удастся добиться импульсным сигналом, подавая его на третью переменную системы (1) – z . На картах в режимах с импульсным воздействием, в отличие от случая гармонического сигнала, наблюдается целая система периодических областей, отвечающих разным значениям амплитуды сигнала. Это свидетельствует о том, что импульсный сигнал предпочтительнее с точки зрения стабилизации хаоса.

Во второй главе предлагается простая модель трехмерного автономного генератора, демонстрирующего квазипериодическое поведение, представляющая собой «гибрид» генератора с жестким возбуждением и генератора релаксационных колебаний:

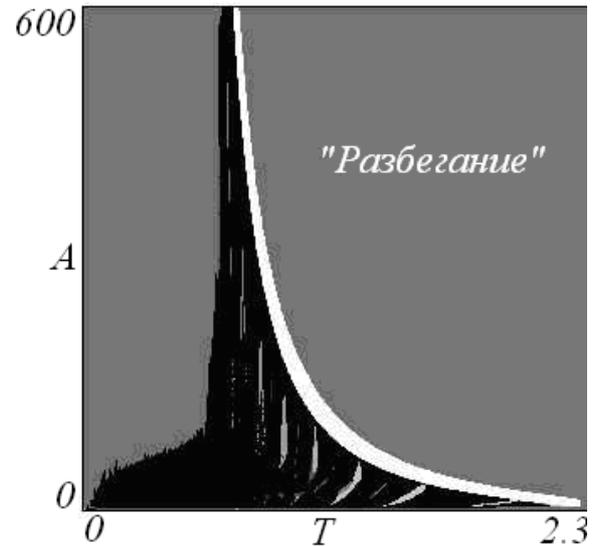


Рис. 2. Карта динамических режимов неавтономной системы Ресслера в случае воздействия импульсов вдоль оси x , при $p=0.2, q=0.2, r=0.2$.

$$\ddot{x} - (\lambda + z + x^2 - \frac{1}{2}x^4)\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (2)$$

$$\dot{z} = \mu - x^2.$$

Здесь x - обобщенная координата, относящаяся к автоколебательному элементу, а ω_0 - частота его собственных колебаний. Множитель перед производной \dot{x} содержит параметр λ , характеризующий глубину положительной обратной связи в автогенераторе, нелинейный член x^2 , стимулирующий возбуждение колебаний, и член x^4 , отвечающий за насыщение при больших амплитудах. Нелинейность, соответствующая комбинации двух последних членов, обеспечивает жесткое возбуждение автогенератора, обусловленное присутствием субкритической бифуркации Андронова-Хопфа. Параметр λ входит в уравнение вместе с аддитивной добавкой z , которая характеризует состояние накопительного элемента, а эволюция этой переменной во времени задается вторым уравнением.

Система (2) имеет два независимых временных масштаба. В качестве одного фигурирует характерное время восстановления состояния накопительного элемента $\tau \sim \mu^{-1}$, а в качестве второго – основной период колебаний автогенератора, $T = 2\pi/\omega_0$. Соответственно, при определенном подборе управляющих параметров система (2) может демонстрировать квазипериодические колебания. Представлены примеры временных реализаций, фазовых портретов, сечений Пуанкаре, Фурье спектров, иллюстрирующих автономную квазипериодическую динамику.

На рисунке 3 показана карта старшего показателя Ляпунова для системы (2). Карта построена следующим образом: для каждой точки плоскости параметров рассчитывался спектр показателей Ляпунова и в зависимости от величины двух старших показателей определялся цвет точки на плоскости. Серый цвет отвечает хаосу ($\Lambda_1 > 0, \Lambda_2 = 0$), белый – квазипериодическому режиму ($\Lambda_{1,2} = 0$), а черный – регулярной динамике ($\Lambda_1 = 0, \Lambda_2 < 0$). Как видно из рисунка, помимо непосредственно квазипериодических режимов, в численных расчетах продемонстрированы другие характерные явления, в том числе внутренний резонанс, соответствующий языкам Арнольда на плоскости параметров, и переход от квазипериодической динамики к хаосу через разрушение инвариантной кривой в сечении Пуанкаре.

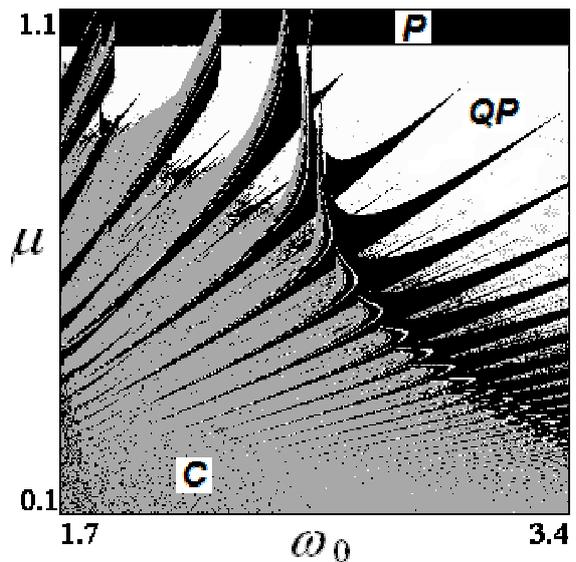


Рис. 3. Карта старшего показателя Ляпунова системы (2) при $\lambda=0$, P - периодические, QP - квазипериодические, C – хаотические режимы.

Сформулированная система позволяет поставить задачу о синхронизации автономных квазипериодических колебаний внешним сигналом. В контексте синхронизации квазипериодических движений возникает, по меньшей мере, три постановки задачи:

- синхронизация резонансного цикла на торе, $\Lambda < 0$,
- синхронизация квазипериодического режима с несоизмеримыми частотами, $\Lambda = 0$;
- синхронизация режима начинающей разрушаться инвариантной кривой, $\Lambda > 0$.

В диссертационной работе в разделе 2.2 рассмотрены все три задачи. Особо интересными оказались результаты в случае, когда внешнее импульсное воздействие подается на квазипериодические колебания. На рисунке 4 представлена карта режимов для системы (2) под импульсным воздействием¹⁶ на традиционной для неавтономных систем плоскости параметров период – амплитуда воздействия (T, A). Из рис.4 можно видеть, что карта имеет своеобразную организацию. Имеется множество языков основного пе-

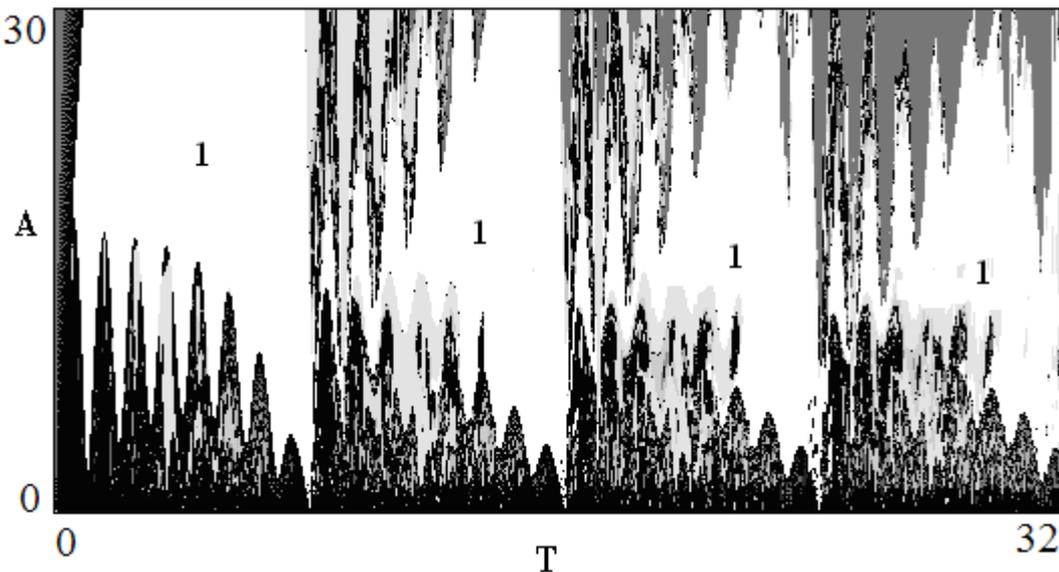


Рис. 4. Карта динамических режимов неавтономной системы (2), при $\lambda=0, \mu=0.9, \omega_0=2\pi$. риода 1, которые следуют примерно через равные интервалы $T \approx 1$. С другой стороны, языки сгруппированы в группы примерно по семь-восемь языков, которые дают еще один период на карте $T \approx 8$. Данные мелкомасштабная и крупномасштабная структуры связаны с двумя несоизмеримыми временными масштабами квазипериодического сигнала автономной системы. Также для данной системы показана возможность реализации режимов, отвечающих не только двух, но и трехчастотных торам.

При переходе автономной системы в хаотический режим, отвечающий разрушению тора в автономной системе, наблюдается частичное, но не полное разрушение крупномасштабных структур. Обнаружена также возможность синхронизации хаотического режима импульсным сигналом, в резуль-

¹⁶ Физически оправданной является ситуация, когда внешний сигнал непосредственно воздействует на генератор с жестким возбуждением.

тате которой возникают довольно широкие окна периодичности с режимами долгопериодической динамики.

Третья глава посвящена исследованию системы двух диссипативно связанных осцилляторов Ван дер Поля под импульсным воздействием:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x + \mu(\dot{x} - \dot{y}) &= A \sum \delta(t - nT), \\ \ddot{y} - (\lambda - y^2)\dot{y} + (1 + \Delta)y + \mu(\dot{y} - \dot{x}) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где x, y – динамические переменный первого и второго осцилляторов, λ – параметр, отвечающий за бифуркации Андронова-Хопфа (отрицательное трение) в автономных осцилляторах; Δ – их относительная частотная расстройка; μ – коэффициент диссипативной связи, A – амплитуда, T – период внешнего воздействия. В ходе исследования изучалось устройство плоскости период – амплитуда воздействия при изменениях параметров автономной системы, отвечающих различным маршрутам на плоскости величина связи – частотная расстройка.

Сначала изучена ситуация, когда в автономной системе расстройка $\Delta=0$, так что без внешнего воздействия наблюдается синхронизация с соотношением частот 1:1. В случае сильной связи картина синхронизации близка к той, что имеет место для одиночного осциллятора Ван дер Поля под импульсным воздействием. С уменьшением связи языки синхронизации становятся уже, и начинают доминировать квазипериодические режимы.

Далее рассмотрены случаи, когда в автономной системе происходит выход из основного языка синхронизации в область квазипериодических режимов для слабой и умеренной силы связи. На рисунке 5 представлены две карты показателей Ляпунова связанных осцилляторов Ван дер Поля под импульсным воздействием (3) в случае слабой связи, когда в автономной системе реализуется режим захвата (а) и биений (б). На картах разными цветами обозначены области периодических режимов, двух- и трехчастотной квазипериодичности (торов) и хаоса. В работе проведен сравнительный анализ полученных результатов с известными для аналогичной системы под гармоническим воздействием в фазовом приближении. При этом выявлен ряд существенных отличий. Так на рис.5а наблюдается только одна область трехчастотной квазипериодичности, в то время как для системы в фазовом приближении таких областей две, расположенных симметричным образом относительно основного языка синхронизации. В рассматриваемом случае левая область трехчастотных торов разрушается с образованием очень узких языков высокопериодических режимов. С увеличением параметра связи исчезает и вторая область трехчастотной квазипериодичности, однако образуется новая область трехчастотных торов, организованная в виде кольцевой структуры на базе языков синхронизации высших порядков. Еще одним из наиболее значимых отличий является появление на карте областей хаотических режимов, которые отсутствовали в фазовом приближении. С увеличением силы связи области хаотических режимов увеличиваются в размерах.

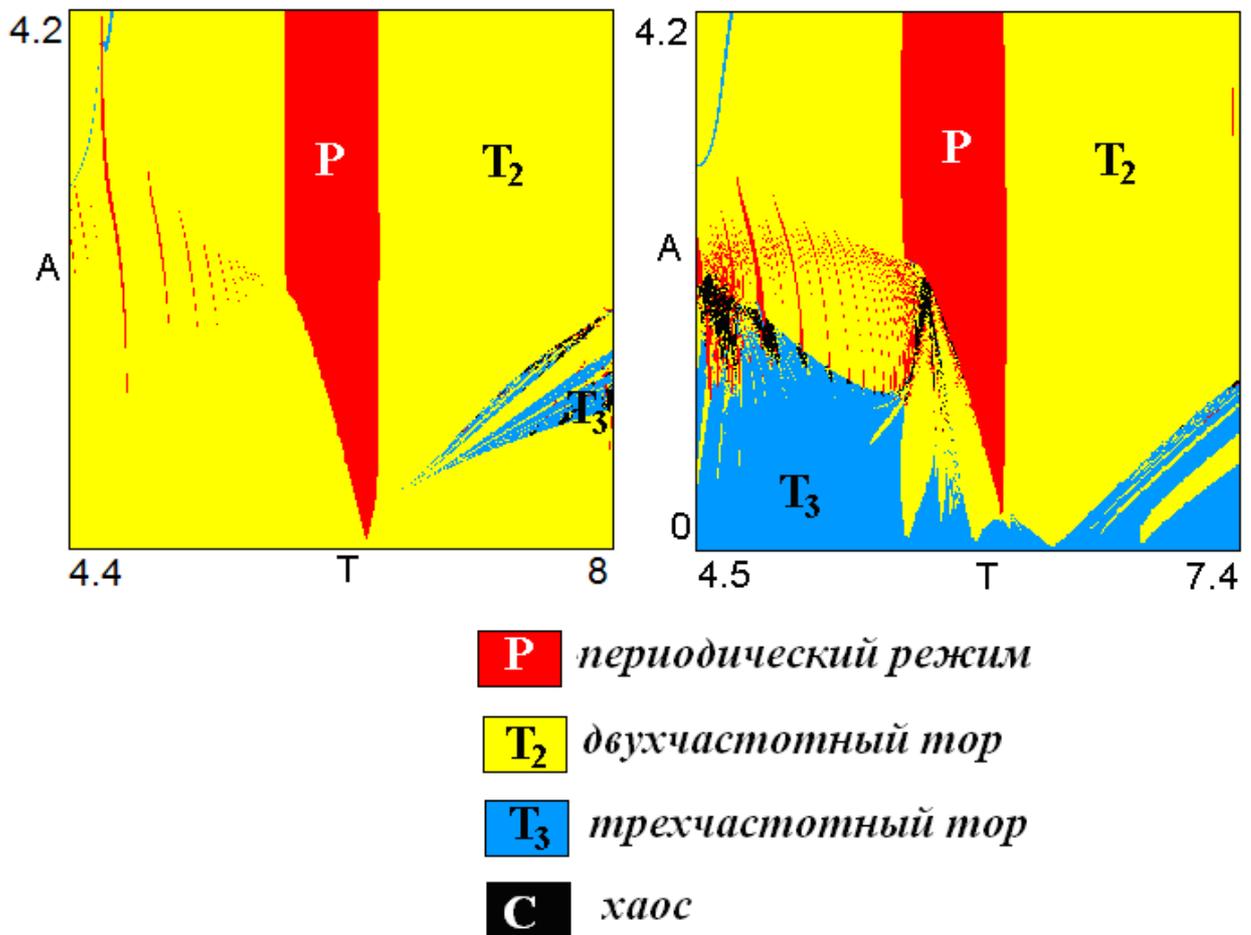


Рис. 5. Карты показателей Ляпунова системы (3) при $\lambda=1, \mu=0.1$, (а) – автономные генераторы находятся в режиме захвата, $\Delta=0.15$; (б) – автономные генераторы находятся в режиме биений, $\Delta=0.25$.

Последние два раздела диссертационной работы посвящены численному и экспериментальному исследованию эффекта «вымирания» квазипериодических режимов в возбуждаемой системе связанных осцилляторов Ван дер Поля, который наблюдается при переходе автономной системы из области основной синхронизации в область гибели колебаний. Данный эффект заключается в следующем: с ростом частотной расстройки осцилляторов в момент перехода автономной системы из режима взаимного захвата в режим гибели колебаний, области квазипериодических режимов на плоскости период – амплитуда воздействия образуют острова квазипериодических режимов. При этом возникновение квазипериодических режимов носит пороговый по амплитуде характер. При увеличении частотной расстройки осцилляторов острова постепенно уменьшаются в размерах, и поэтапно «вымирают». На рисунке 6 представлен один из характерных островов квазипериодических режимов. На рисунке 6а – остров, полученный в результате численного эксперимента, на рис. 6б – радиофизического эксперимента. Результаты численного и радиофизического эксперимента на качественном уровне хорошо согласуются. При продвижении вглубь области гибели колебаний, острова

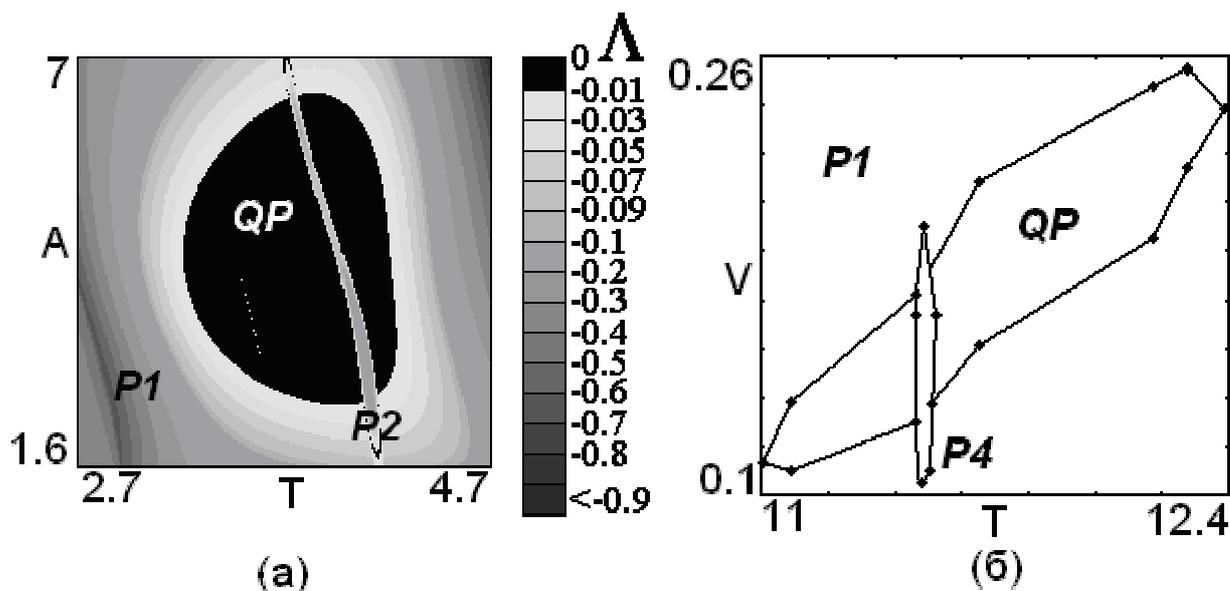


Рис. 6. (а) - карта динамических режимов системы (3), при $\lambda=1$, $\mu=1.3$, $\Delta=6$; (б) – экспериментальная карта динамических режимов двух связанных автогенераторов Ван дер Поля.

«вымирают» и неавтономная система демонстрирует только режим вынужденной синхронизации.

Основные результаты и выводы

1. На примере системы Ресслера показано, что картина синхронизации регулярного режима с предельным циклом, вложенным в трехмерное фазовое пространство, оказывается аналогичной традиционному синус-отображению окружности лишь, если импульсы действуют в плоскости, в которой в основном расположен предельный цикл. Если же внешние импульсы действуют перпендикулярно этой плоскости, имеет место иная, специфическая картина языков синхронизации и областей квазипериодических режимов.

2. В трехмерной системе воздействие периодической последовательности δ -импульсов может стабилизировать режим, когда все фазовые траектории являются «убегающими». Такая стабилизация возможна до порога бифуркации рождения устойчивой и неустойчивой неподвижной точек, и приводит к возникновению в неавтономной системе устойчивых периодических и квазипериодических режимов. Обнаружено, что при уменьшении периода внешней силы можно наблюдать удвоения торов в сечении Пуанкаре.

3. Проведено исследование системы Ресслера в режиме ленточного и винтового хаоса под импульсным и гармоническим воздействием. Показано, что наиболее эффективной стабилизации хаоса можно добиться импульсным сигналом, подавая его вдоль направления третьей переменной.

4. Предложена простая модель автономного генератора квазипериодических колебаний с двумя независимыми частотами с аттрактором в виде тора, вложенного в трехмерное фазовое пространство.

5. Предложенная модель оказывается удобным объектом для постановки и исследования задач о синхронизации периодических, квазипериодических и хаотических колебаний. Если воздействие осуществляется на квазиперио-

дические колебания, то в устройстве плоскости период – амплитуда воздействия выявляется мелкомасштабная и крупномасштабная структура, связанные с двумя несоизмеримыми временными масштабами квазипериодического сигнала автономной системы. Для этого случая показана возможность реализации трехчастотных торов. При воздействии на хаотический режим наблюдается частичное, но не полное разрушение таких структур. В такой системе возможна стабилизация хаотического режима импульсным сигналом, в результате которой возникают широкие окна долгопериодических режимов.

6. Проведено исследование устройства плоскости параметров период – амплитуда воздействия системы связанных осцилляторов Ван дер Поля в случае, когда за счет увеличения частотной расстройки автономная система переходит из режима захвата в режим биений. Найдены области периодических движений, двух и трехчастотных торов, хаоса. Обнаружен ряд существенных отличий от случая гармонического воздействия в фазовом приближении.

7. Хотя при наличии большой диссипативной связи две связанные системы Ван дер Поля ведут себя как затухающий осциллятор (режим «гибели колебаний») внешнее импульсное воздействие выявляет присущие системе автоколебательные свойства. На плоскости период – амплитуда воздействия возникают острова квазипериодических режимов, которые пересекаются системой мелкомасштабных языков синхронизации. При этом возникновение квазипериодических режимов носит пороговый характер по амплитуде импульсов. При продвижении вглубь области гибели колебаний острова последовательно исчезают. Данный эффект был обнаружен как в численном, так и в радиофизическом эксперименте. Добавление в систему нелинейности по типу осциллятора Дуффинга приводит к обратному процессу: острова квазипериодических режимов увеличиваются в размерах и появляются новые.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- [1] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Особенности картины синхронизации импульсами в автоколебательной системе с трехмерным фазовым пространством // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып.8. С.41-47.
- [2] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Особенности картины синхронизации импульсами в системе с трехмерным фазовым пространством на примере системы Ресслера // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14. № 6. С. 43-53.
- [3] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Стабилизация внешними импульсами системы Ресслера в режиме «убегающей» траектории // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34, вып. 14. С. 68-74.
- [4] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Эффект «вымирания» квазипериодических режимов в системе диссипативно связанных осцилляторов Ван дер Поля с импульсным воздействием // Письма в ЖТФ, 2008. Т. 34, вып. 15. С. 22-27.
- [5] Кузнецов А.П., Роман Ю.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Синхронизация импульсами и синхронизация в связанных системах: новые аспекты классической задачи // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16. №3. С. 88-111.

- [6] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Связанные осцилляторы Ван дер Поля-Дуффинга: фазовая динамика и компьютерное моделирование // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2008. Т. 16. №4. С. 101-136.
- [7] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Стабилизация внешними импульсами и синхронный отклик в системе Ресслера до порога бифуркации седло-узел // Нелинейная динамика. 2009. Т. 5. №2. С. 253-264.
- [8] A.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich, L.V. Turukina. Coupled Van der Pol-Duffing oscillators: phase dynamics and structure of synchronization tongues // Physica D. 2009. V. 238. No.14. P.1203-1215.
- [9] A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich. A simple autonomous quasiperiodic self-oscillator // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations. 2010. No. 15. P. 1676-1681.
- [10] Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Станкевич Н.В. Автономный генератор квазипериодических колебаний // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. №2. С. 51-61.
- [11] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Чернышов Н.Ю. Стабилизация хаоса в системе Ресслера импульсным и гармоническим сигналом // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. №4. С. 3-16.
- [12] Кузнецов А.П., Селезнев Е.П., Станкевич Н.В. Два диссипативно связанных осциллятора Ван дер Поля с импульсным воздействием: численное исследование и эксперимент // Тезисы докладов V Всероссийской конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 2010. С. 69.
- [13] Станкевич Н.В. Генерация и синхронизация квазипериодических колебаний в автономной трехмерной динамической системе // Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2009: Сборник материалов научной школы-конференции. Саратов: ИЦ «Наука», 2010. С. 119.
- [14] Кузнецов С.П., Кузнецов А.П., Станкевич Н.В. Динамика автономного генератора квазипериодических колебаний // Тезисы докладов IV конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 2009. С. 114.
- [15] Кузнецов С.П., Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Чернышов Н.Ю. Синхронизация генератора квазипериодических колебаний короткими импульсами // Тезисы докладов IV конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 2009. С.144.
- [16] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Связанные осцилляторы Ван дер Поля-Дуффинга: фазовая динамика и компьютерное моделирование // Материалы Международной школы-семинара «StatInfo-2009». Саратов: ИЦ «Наука», 2009. С. 58.
- [17] A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich. A simple autonomous quasi-periodic self-oscillator. Dynamics Days Europe 2009 // Book of Abstracts. Goettingen, 2009. P. 251.
- [18] Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Станкевич Н.В. Автономный генератор квазипериодических колебаний // Материалы «XIII Зимней школы-семинара по электронике СВЧ и радиофизике». Саратов, 2009. С. 60.
- [19] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Синхронизация импульсами: от двумерных к трехмерным и четырехмерным моделям // Тезисы докладов III конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 2008. С. 76.
- [20] Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. Стабилизация импульсами и удвоения торов в системе Ресслера с «убегающей» траекторией // Тезисы докладов III конференции молодых ученых «Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов, 2008. С. 73.

СТАНКЕВИЧ Наталия Владимировна

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ВОЗБУЖДАЕМЫХ ИМПУЛЬСАМИ
ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВАН ДЕР ПОЛЯ

Специальность 01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

Подписано к печати 03.01.11г. Объем – 1 печатный лист
Тираж 100. Заказ
Отпечатано автором на лазерном принтере

