

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Саратовский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского»

На правах рукописи

Баранов Станислав Владимирович

ХАОС В ФАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ СИСТЕМ
С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ,
ГЕНЕРИРУЮЩИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ РАДИОИМПУЛЬСОВ

01.04.03 - Радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Саратов – 2010

Работа выполнена на базовой кафедре динамических систем факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор
Кузнецов Сергей Петрович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Постнов Дмитрий Энгелевич,
кандидат физико-математических наук, доцент
Розанов Александр Владимирович

Ведущая организация: Саратовский государственный технический университет

Защита состоится «25» ноября 2010 г. в 15:30 на заседании диссертационного совета по специальности 01.04.03 – радиофизика при Саратовском государственном университете им. Н.Г. Чернышевского по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, III корпус, ауд. 34.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке СГУ.

Автореферат разослан ____ _____ 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,



Аникин В.М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Большое внимание исследователей в области радиофизики и электроники, физики, биологии и медицины, других дисциплин привлечено к изучению и выявлению перспектив практического использования сложной динамики нелинейных систем и, в том числе, динамического хаоса.

В частности, ведется активная работа по проблеме применения хаотических сигналов в информационно-коммуникационных системах [Дмитриев А.С., Панас А.И., *Динамический хаос: новые носители информации для систем связи*, М.: Физматлит, 2002]. При этом аргументы в пользу данного направления выглядят весьма убедительно (большая информационная емкость сигналов, возможность управления динамикой посредством малых возмущений, разнообразие методов ввода информации в сигнал, богатые возможности кодирования для защиты передаваемой информации).

В этом контексте представляет особый интерес класс систем с запаздывающей обратной связью, в которых хаос и другие феномены сложной динамики реализуются на основе простых и естественных схем. Именно к этому классу можно отнести одно из ныне хорошо известных устройств, так называемый шумотрон, представляющий собой кольцевую систему, содержащую в качестве активных элементов лампы бегущей волны, и разработанный в 60-е годы под руководством В.Я. Кислова в ИРЭ АН СССР для использования в системах радиопротиводействия [Кислов В.Я., Залогин Н.Н., Мясин Е.А., *Радиотехника и электроника*, 24, 1979, 1118].

В последнее время появились примеры физически реализуемых систем, в которых хаотическая динамика обусловлена присутствием однородно гиперболических аттракторов [Кузнецов С.П., *Известия вузов – ПНД*, 17, 2009, № 4, 5]. Их характерным и привлекательным свойством является структурная устойчивость – нечувствительность характеристик сложной динамики к вариациям функций и параметров, определяющих систему [Синай Я.Г., в кн.: *Нелинейные волны*, М.: Наука, 1979, с.192]. Общий принцип, положенный в основу функционирования систем, имеющих в качестве аттрактора так называемый соленоид Смейла-Вильямса, состоит в манипуляции фазами колебаний при передаче возбуждения между парциальными осцилляторами, которые становятся активными попеременно, с тем, чтобы трансформация фаз отвечала итерациям отображений с нужным типом сложной динамики [Kuznetsov S.P., *Phys. Rev. Lett.*, 95, 2005, 144101].

В качестве альтернативы, для реализации принципа манипуляции фазами при передаче возбуждения, можно обратиться к системам с запаздыванием. В этом случае достаточно иметь один активный элемент – осциллятор, который попеременно пребывает в стадии активности или затухания, а передача возбуждения с надлежащей трансформацией фазы осуществляется от

одной стадии активности к другой с использованием цепи запаздывающей обратной связи.

Представляется, что с точки зрения практической реализации, эти системы проще, чем класс систем на основе попеременно возбуждающихся осцилляторов. С математической точки зрения они сложнее, поскольку наличие запаздывания означает формально бесконечную размерность фазового пространства. Аккуратный математический анализ природы аттракторов в таких системах, в том числе строгое обоснование гипотезы гиперболичности, представляется трудной проблемой, требующей разработки новых подходов.

Сама идея использования систем с запаздыванием для построения генераторов хаоса с гиперболическим аттрактором является новой и перспективной, но к настоящему времени она еще не может считаться в достаточной степени проработанной. Недавно были предложены первые подобные системы, которые, однако, с точки зрения практической реализации выглядят достаточно усложненными: для их функционирования требуются внешние источники для модуляции параметра надкритичности и генерации вспомогательного сигнала. В работе [Кузнецов С.П., Пономаренко В.И., *Письма в ЖТФ*, т.34, 2008, вып.18, 1-8] опубликованы результаты эксперимента по реализации странного аттрактора типа Смейла-Вильямса в радиотехническом генераторе, но в плане теоретическом и численном предложенная система не была достаточно подробно изучена. Другой вариант схемы на основе осциллятора с модуляцией добротности был рассмотрен в статье [Kuznetsov S.P., Pikovskiy A.S., *Europhysics Letters*, 84, 2008, 10013]. Актуальной задачей представляется предложить и исследовать новые схемы систем с запаздыванием, которые будут простыми с точки зрения практической реализации.

Цель диссертационной работы состоит в том, чтобы разработать новые схемы с запаздыванием с хаотической фазовой динамикой, предложить соответствующие модельные уравнения, продемонстрировать сложную динамику в численных расчетах, проанализировать характеристики реализующихся режимов и провести сравнение полученных результатов с экспериментом.

Объекты исследования

В работе исследуются модели систем с запаздыванием, генерирующих сигналы в виде последовательностей радиоимпульсов с хаотической фазовой динамикой.

Научная новизна работы

1. В диссертации развивается идея реализации гиперболических аттракторов в системах с запаздыванием, что представляет интересное и важное направление в нелинейной динамике, как новый подход к получению хаотических режимов, характеризующихся наличием структурной устойчивости.

2. Проведено подробное исследование системы, на основе осциллятора ван дер Поля с модуляцией параметра и нелинейным преобразованием сигнала в цепи запаздывающей обратной связи. Обнаружена возможность реализации в ней гиперхаоса с различным количеством положительных показателей Ляпунова, а также жесткого возбуждения и гистерезиса.

3. Предложена новая схема, генерирующая последовательность радиоимпульсов с хаотической фазовой динамикой, на основе осциллятора ван дер Поля с двумя линиями задержки, в которой не требуется модуляция параметра, и проведено исследование хаотической динамики в ней, включая сравнение с результатами радиофизического эксперимента.

4. Предложена новая схема автономной системы с запаздыванием, основанная на модели «накопление-сброс», генерирующая радиоимпульсы с хаотической фазовой динамикой, и продемонстрировано ее функционирование в численных экспериментах.

Теоретическая и практическая значимость результатов

Наиболее значимым теоретическим результатом, полученным в ходе выполнения диссертационной работы, является обнаружение гиперхаотических режимов в фазовой динамике систем с запаздыванием, генерирующих последовательности радиоимпульсов. Гиперхаотические режимы, характеризующиеся наличием двух и более положительных показателей Ляпунова, могут оказаться предпочтительными с точки зрения практического использования по сравнению с хаотической динамикой с одним положительным показателем. Также в качестве практических преимуществ рассмотренных в диссертации систем с запаздыванием, следует указать следующие особенности. Во-первых, структурная устойчивость реализующегося хаотического режима, связанная с предполагаемой гиперболической природой аттрактора. Во-вторых, фазовая природа хаоса, которая, как можно полагать, будет преимуществом при использовании предложенных систем в схемах скрытой передачи информации. В-третьих, простота реализации систем с запаздыванием в сравнении с предложенными ранее системами на основе двух или более активных элементов.

Достоверность полученных результатов и выводов подтверждается их хорошей согласованностью между собой, с результатами других авторов и результатами радиофизического эксперимента.

На защиту выносятся следующие **положения и результаты**:

1. В системе с запаздыванием, основанной на осцилляторе ван дер Поля с модуляцией параметра и вспомогательным опорным сигналом, возможна реализация гиперхаотических режимов с различным количеством положительных показателей Ляпунова. Количество положительных показателей Ляпунова можно задавать, регулируя отношение времени задержки к периоду модуляции радиоимпульсов.
2. В новой схеме на базе осциллятора ван дер Поля с двумя линиями задержки возможна генерация последовательности радиоимпульсов с хаотической фазовой динамикой, демонстрирующая признаки, характерные для гиперболического аттрактора; при этом для функционирования системы требуется единственный внешний сигнал, обеспечивающий модуляцию параметра надкритичности.
3. Предложена новая схема системы с запаздыванием, основанная на модели «накопление-сброс». Система генерирует сигнал в виде последовательности радиоимпульсов с хаотической фазовой динамикой и является

автономной, то есть для ее работы не требуется использование внешних сигналов.

Структура и объем диссертации

Работа содержит 107 страниц, из них 69 страниц основного текста, 31 страница иллюстраций и список литературы из 74 наименований на 7 страницах.

Личный вклад соискателя

Лично соискателем разработаны методы исследования, проведено программирование задач и выполнены компьютерные расчеты. В работах, выполненных в соавторстве, постановка задач и интерпретация результатов осуществлялась совместно с соавторами.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации представлялись на ежегодных научно-практических школах-конференциях «Нелинейные дни в Саратове для молодых» (2006 и 2009 гг.), научных конференциях для молодых ученых «Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика» (Саратов, 2007 и 2010 гг.), а также на научном семинаре базовой кафедры динамических систем.

По результатам диссертации опубликовано 6 работ, из них статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК – 2, статей в сборниках – 1, тезисов докладов – 3.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, сформулирована цель исследования, научная новизна, научно-практическая значимость полученных результатов и основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена исследованию динамики системы основанной на осцилляторе ван дер Поля с запаздыванием и вспомогательным сигналом. В начале главы проведен обзор опубликованных работ по темам, смежным с темой данной диссертации. На качественном уровне изложен принцип работы исследуемой модели, динамика которой описывается уравнением

$$\ddot{x} - (A \cos(2\pi t / T) - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon x(t - \tau)\dot{x}(t - \tau) \cos \omega_0 t. \quad (1)$$

Здесь x – обобщенная координата осциллятора ван дер Поля; ε – параметр, определяющийся глубиной запаздывающей обратной связи и амплитудой вспомогательного опорного сигнала; величина A определяет глубину модуляции параметра, ответственного за возбуждение осциллятора. Начальные условия для системы с запаздыванием подразумевают задание функции $x(t)$ на отрезке $[-\tau, 0]$, что соответствует бесконечномерному пространству состояний системы.

Выберем время задержки так, что

$$\tau = (k - \frac{1}{2})T, \quad (2)$$

где k – целое положительное число. Тогда отображение, определяющее фазы последовательных цугов колебаний, будет иметь вид

$$\varphi_n = 2\varphi_{n-k} + \text{const.} \quad (3)$$

В частном случае $k=1$ оно представляет собой растягивающее отображение окружности, или отображение Бернулли. При $k \geq 2$ соотношение (3) интерпретируется как отображение на k -мерном торе: вектор $\mathbf{v}_{n-1} = (\varphi_{n-1}, \dots, \varphi_{n-k})$ отображается в вектор $\mathbf{v}_n = (\varphi_n, \dots, \varphi_{n-k+1})$. Оно обладает специфическим вырождением, а именно, полная последовательность фаз φ_n составлена из k независимых подпоследовательностей, так что в процессе временной эволюции их члены чередуются. За k шагов имеет место удвоение малого возмущения членов подпоследовательностей. Поэтому у отображения (3) имеется k одинаковых показателей Ляпунова, величины которых даются выражением $\Lambda_i = k^{-1} \ln 2$, $i=1, \dots, k$.

Таким образом, на основе качественных рассуждений о принципе работы рассматриваемой системы, сделано предположение о том, что при определенном выборе параметров в ней должен реализовываться аттрактор типа Смейла-Вильямса, а также высказано предположение о гиперболичности такого аттрактора.

Проведено подробное численное исследование динамики рассматриваемой модели для значений параметров $\omega_0=2\pi$, $\varepsilon=0.3$, $T=24$, $A=3$, $\tau=12$. Построены зависимости динамической переменной от времени (рис. 1.а), фазовые портреты аттрактора в сечении Пуанкаре. Рассчитаны диаграммы динамики фаз на последовательных стадиях активности системы (рис. 1.б), которые подтверждают, что динамика на аттракторе с хорошей степенью точности подчиняется отображениям для фазовой переменной (3). Полученные спектры мощности имеют вид характерный для хаотических режимов.

Для расчета показателей Ляпунова использовался метод, основанный на алгоритме Бенеттина, с модификациями, соответствующими системе с запаздыванием. Получены значения показателей Ляпунова: $\Lambda_1 = 0.691$, $\Lambda_2 = -4.892$, $\Lambda_3 = -5.186$, $\Lambda_4 = -5.379$, $\Lambda_5 = -5.532$, $\Lambda_6 = -5.641$. Оценка размерности по формуле Каплана-Йорке дает $D = 1.141$.

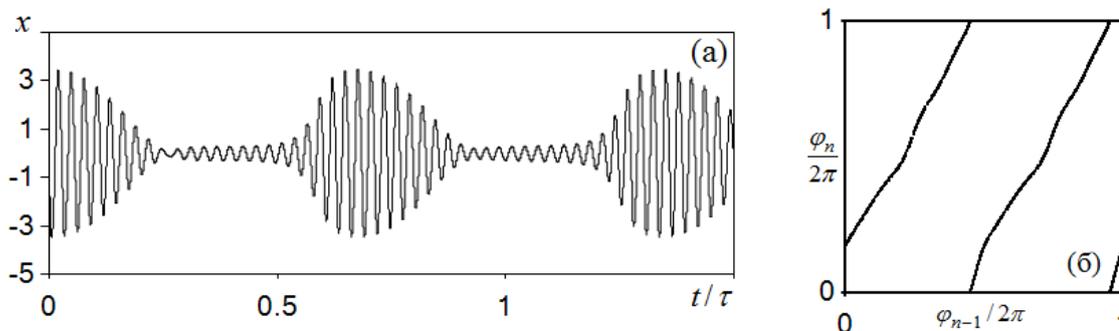


Рис. 1. Зависимость обобщенной координаты осциллятора от времени (а) и диаграмма, иллюстрирующая динамику фаз на последовательных стадиях активности осциллятора (б)

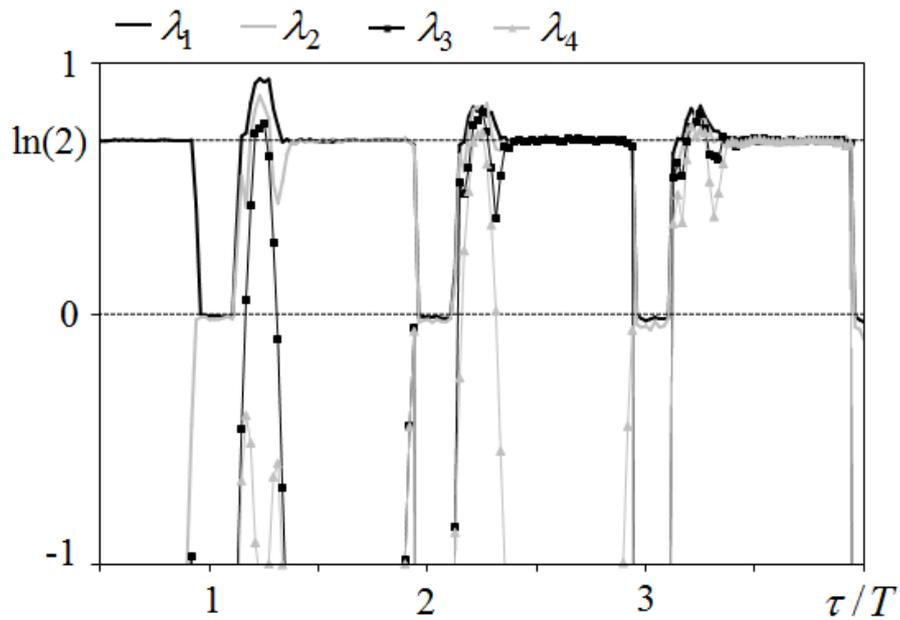


Рис. 2. Зависимость первых четырех показателей Ляпунова от времени задержки τ в формуле (1) при $\omega_0=2\pi$, $\varepsilon=0.3$, $T=24$, $A=3$

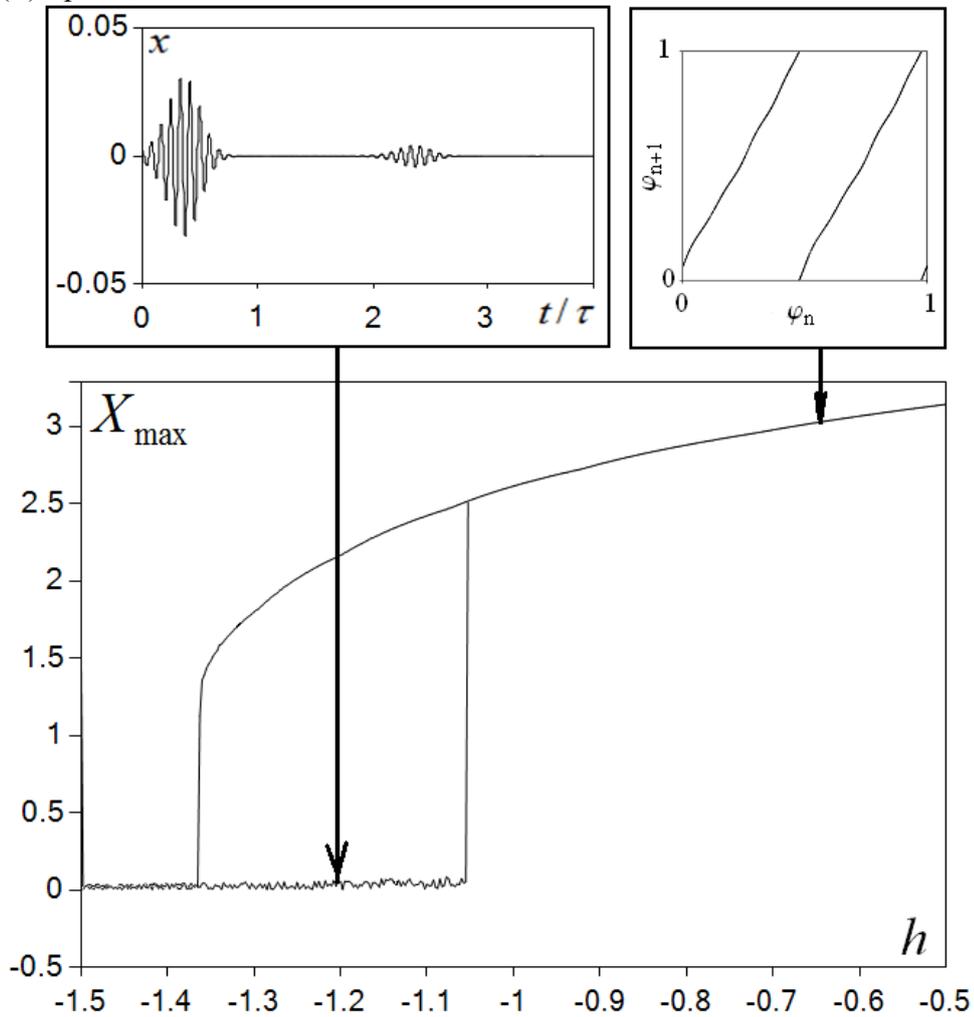


Рис. 3. Диаграмма, иллюстрирующая жесткое возбуждение и гистерезис в исследуемой системе. Показана зависимость максимального значения амплитуды колебаний от параметра h . Движение по параметру осуществляется слева направо вдоль нижней ветви, а затем справа налево вдоль верхней ветви петли гистерезиса

На рис. 2 показана зависимость четырех старших показателей Ляпунова от величины времени запаздывания τ при фиксированных остальных параметрах. На графике можно видеть четыре зоны генерации хаоса, соответственно, с числом положительных показателей Ляпунова от одного до четырех. Центры зон приблизительно соответствуют выполнению соотношения (2). Это подтверждает развитые представления о наличии режимов гиперхаоса и механизме их возникновения.

В исследуемой системе обнаружено жесткое возбуждение и гистерезис. Для исследования и демонстрации этого явления модель модифицирована, а именно, в исходное уравнение добавлено дополнительное слагаемое h , которое позволяет регулировать отношение длительности стадий возбуждения осциллятора к длительности стадий затухания:

$$\ddot{x} - (h + A \cos(2\pi t/T) - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon x(t - \tau)\dot{x}(t - \tau) \cos \omega_0 t. \quad (4)$$

Явление гистерезиса иллюстрируется диаграммой на рис. 3. Вверху на врезках представлена зависимость динамической переменной от времени при затухании сигнала и итерационная диаграмма для фаз для режима хаотической генерации.

Результаты анализа и численных расчетов, представленных в первой главе диссертации, качественно хорошо согласуются с экспериментальными данными из статьи [С.П. Кузнецов, В.И. Пономаренко, *Письма в ЖТФ*, т.34, 2008, вып.18, 1-8].

Во второй главе предложена схема, в которой введена цепь дополнительной запаздывающей связи. Уравнение, описывающее ее динамику, выглядит следующим образом:

$$\ddot{x} - (A \cos(2\pi t/T) + h - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon x(t - \frac{1}{2}T)x(t - \frac{3}{2}T)\dot{x}(t - \frac{3}{2}T). \quad (5)$$

Здесь x – обобщенная координата осциллятора ван дер Поля; ε – параметр, характеризующий глубину запаздывающей обратной связи; величина A определяет глубину модуляции параметра, ответственного за возбуждение осциллятора, относительно среднего уровня, заданного величиной h .

На качественном уровне дано объяснение принципа работы модели. Функционирование системы состоит в том, что осциллятор демонстрирует последовательно сменяющие друг друга стадии возбуждения и затухания. При этом фаза колебаний на каждой новой стадии возбуждения выражается через фазы на предыдущих стадиях согласно выражению

$$\varphi_{n+1} = -\varphi_n + 2\varphi_{n-1} + \eta \pmod{2\pi}, \quad (6)$$

где η – некоторая константа. Для разности фаз $\Delta\varphi_n = \varphi_n - \varphi_{n-1}$ будет иметь место растягивающее отображение окружности (отображение Бернулли)

$$\Delta\varphi_{n+1} = -2\Delta\varphi_n \pmod{2\pi}. \quad (7)$$

Исходя из этих рассуждений сделано предположение о том, что при определенном выборе параметров в системе должен реализовываться аттрактор типа Смейла-Вильямса, а также высказано предположение о частичной гиперболичности такого аттрактора.

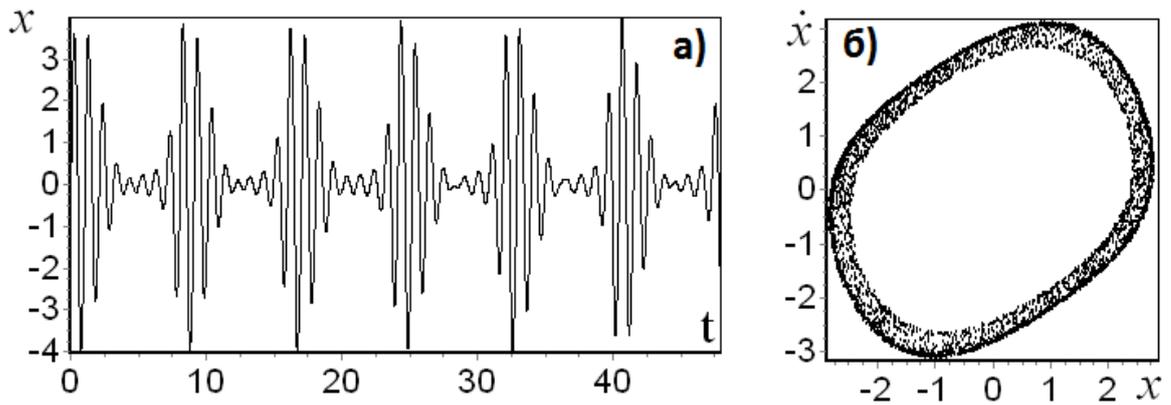


Рис. 4. Зависимость обобщенной координаты осциллятора от времени (а) и стробоскопическое отображение (б) по результатам численного решения уравнения (5) при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4$, $h=0$, $\varepsilon=0.05$

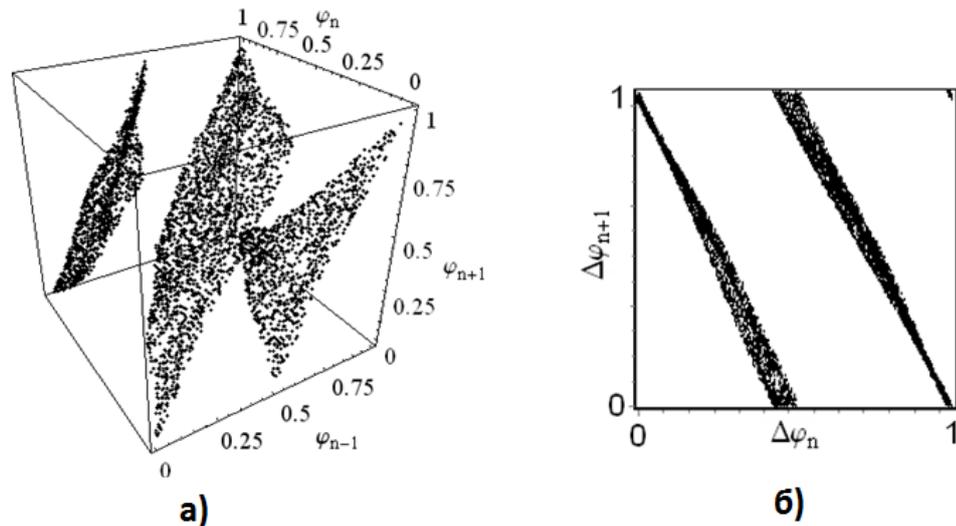


Рис. 5. Диаграммы, иллюстрирующие трансформацию фазы (а) и разности фаз (б) на последовательных стадиях активности осциллятора в режиме хаотической генерации в системе (5) при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4$, $h=0$, $\varepsilon=0.05$

Проведено подробное численное исследование предложенной модели. Построены зависимости динамической переменной от времени (рис.4а), фазовые портреты аттрактора в сечении Пуанкаре (рис.4б).

Рассчитанные диаграммы динамики фаз и разности фаз на последовательных стадиях активности системы (рис.5), удовлетворяют условиям (8) и (9). Получены следующие значения показателей Ляпунова: $\Lambda_1 = 0.69333$, $\Lambda_2 = 0.00002$, $\Lambda_3 = -1.13994$, $\Lambda_4 = -1.33343$, $\Lambda_5 = -3.80704$. Оценка размерности по формуле Каплана-Йорке дает $D = 2.6080$. По зависимости динамической переменной от времени рассчитан спектр мощности сигнала, который имеет вид характерный для хаотического режима генерации.

На рис. 6 представлен график рассчитанной зависимости показателей Ляпунова от параметра надкритичности, подтверждающий грубость системы и гипотезу о гиперболичности аттрактора.

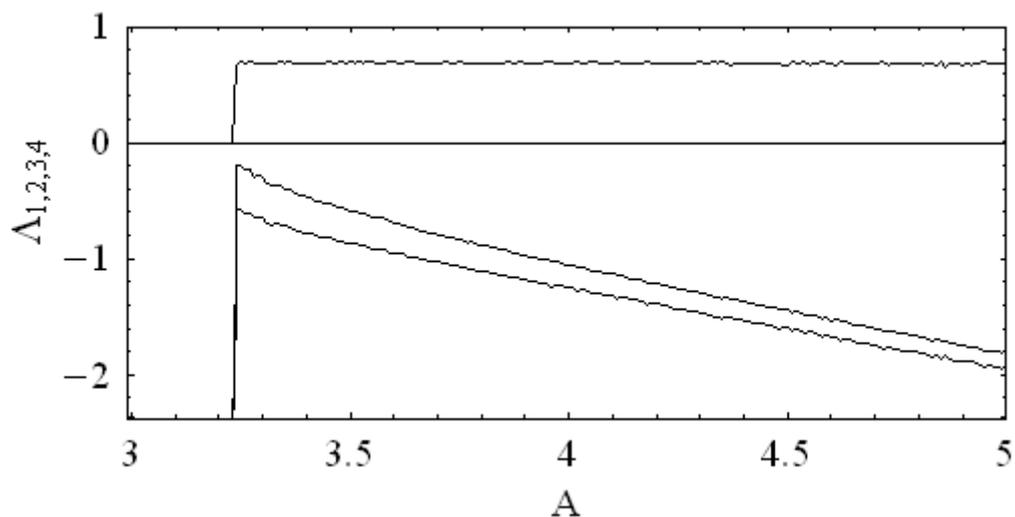


Рис. 6. Зависимость первых четырех показателей Ляпунова от параметра глубины модуляции A при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $h=0$, $\varepsilon=0.05$

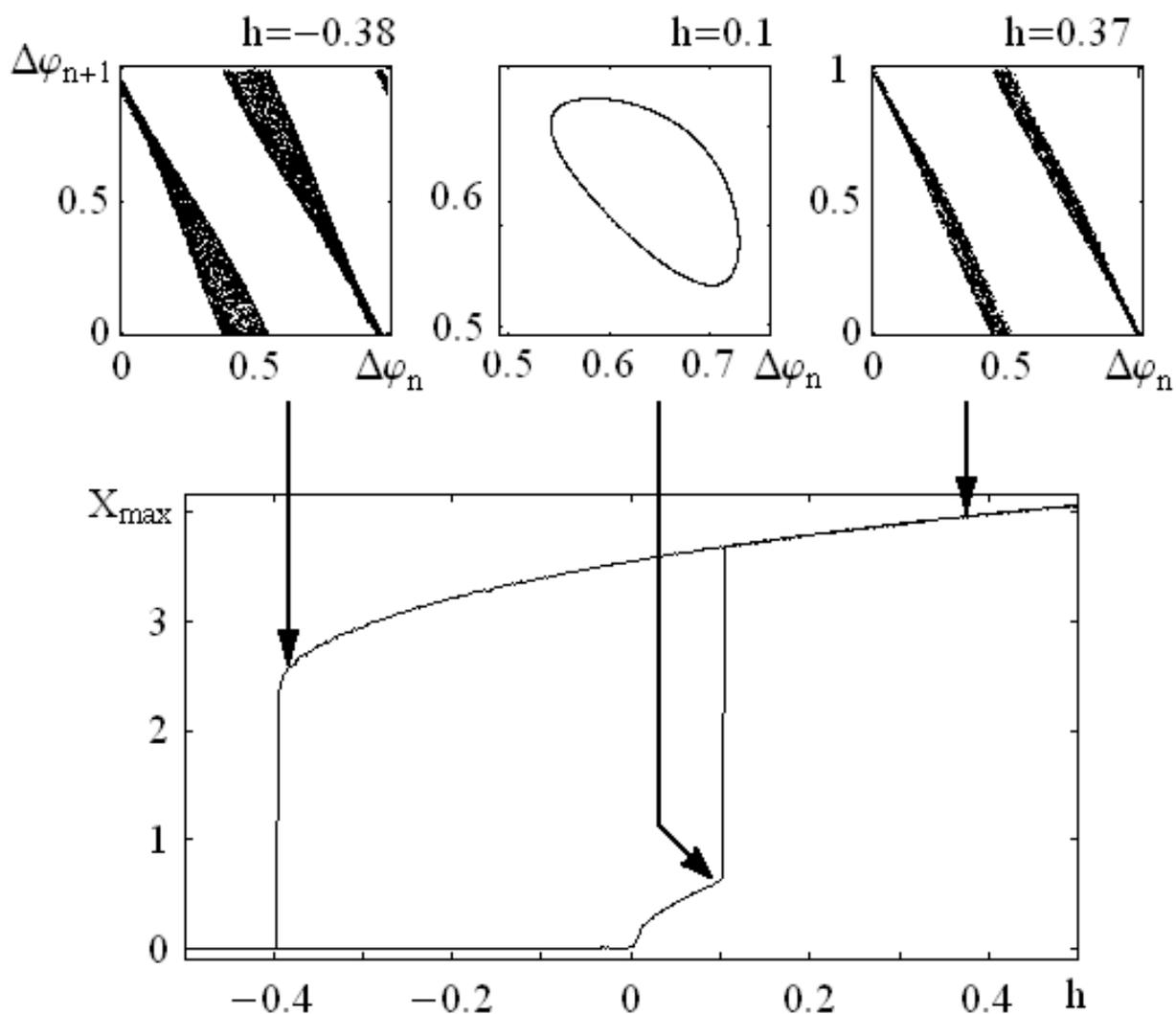


Рис. 7. Диаграмма, иллюстрирующая жесткое возбуждение и гистерезис в исследуемой системе. Показана зависимость максимального значения амплитуды колебаний от параметра h при $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $A=4$, $\varepsilon=0.05$. Движение по параметру осуществляется слева направо вдоль нижней ветви, а затем справа налево вдоль верхней ветви петли гистерезиса

В исследуемой системе обнаружено жесткое возбуждение и гистерезис (рис. 7). Приведены результаты радиофизического эксперимента, проведенного в рамках совместной работы с В.И. Пономаренко [1], которые хорошо согласуются с представленными в диссертации результатами численных расчетов.

В третьей главе вводится в рассмотрение автономная система с запаздыванием, для функционирования которой, в отличие от систем из первых двух глав, не требуется внешних сигналов. Описаны этапы построения предложенной схемы на основе модельной системы «накопление-сброс». В результате получено следующее уравнение, описывающее динамику системы:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\omega_0 y + (z + r - r^2 / 2)x + \varepsilon x(t - T)y(t - T), \\ \dot{y} &= -\omega_0 x + (z + r - r^2 / 2)y, \\ \dot{z} &= \mu - r, \\ r &= x^2 + y^2.\end{aligned}\tag{8}$$

На качественном уровне изложен принцип работы модели, исходя из которого сделано предположение о том, что при определенном выборе параметров в системе должен реализовываться аттрактор типа Смейла-Вильямса, а также высказано предположение о гиперболичности такого аттрактора.

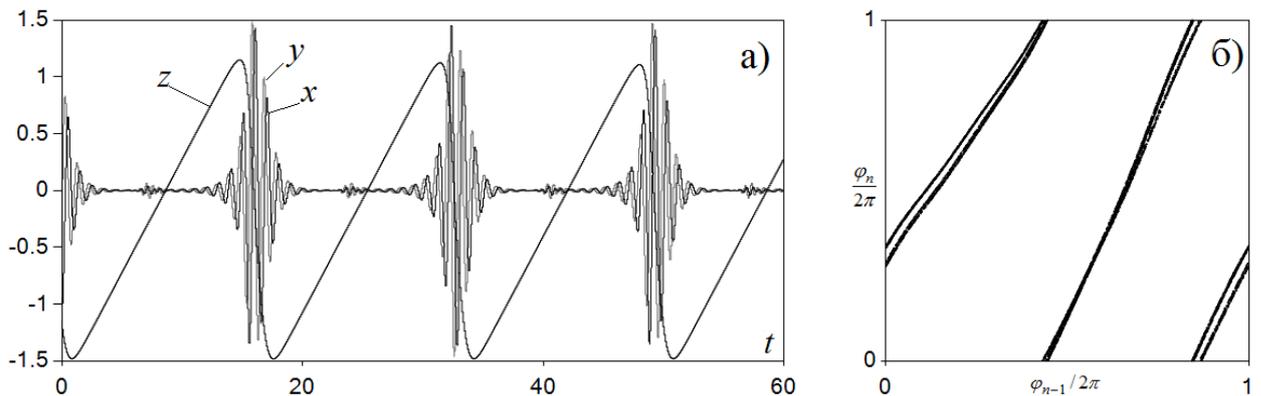


Рис. 8. Зависимости обобщенных координат осциллятора от времени (а) и диаграмма (б), иллюстрирующая трансформацию фазы на последовательных стадиях активности осциллятора

Проведено подробное численное исследование предложенной модели. Расчеты показывают, что ожидаемый тип хаотической фазовой динамики реализуется в достаточно широком диапазоне изменения параметров. Для детального анализа выбран случай $\omega_0=2\pi$, $T=8$, $\mu=0.2$, $\varepsilon=0.5$. На рис. 8а показаны зависимости обобщенных координат осциллятора от времени при указанных параметрах в режиме генерации хаоса. Процесс имеет вид последовательности радиоимпульсов, следующих друг за другом. Фаза заполнения от импульса к импульсу меняется хаотическим образом. На рис. 8б показана итерационная диаграмма для фаз, демонстрирующая приблизительное сходство функции $\varphi_{n+1} = f(\varphi_n)$ с растягивающим отображением окружности, которое демонстрирует хаотическую динамику с показателем Ляпунова, равным $\ln 2$.

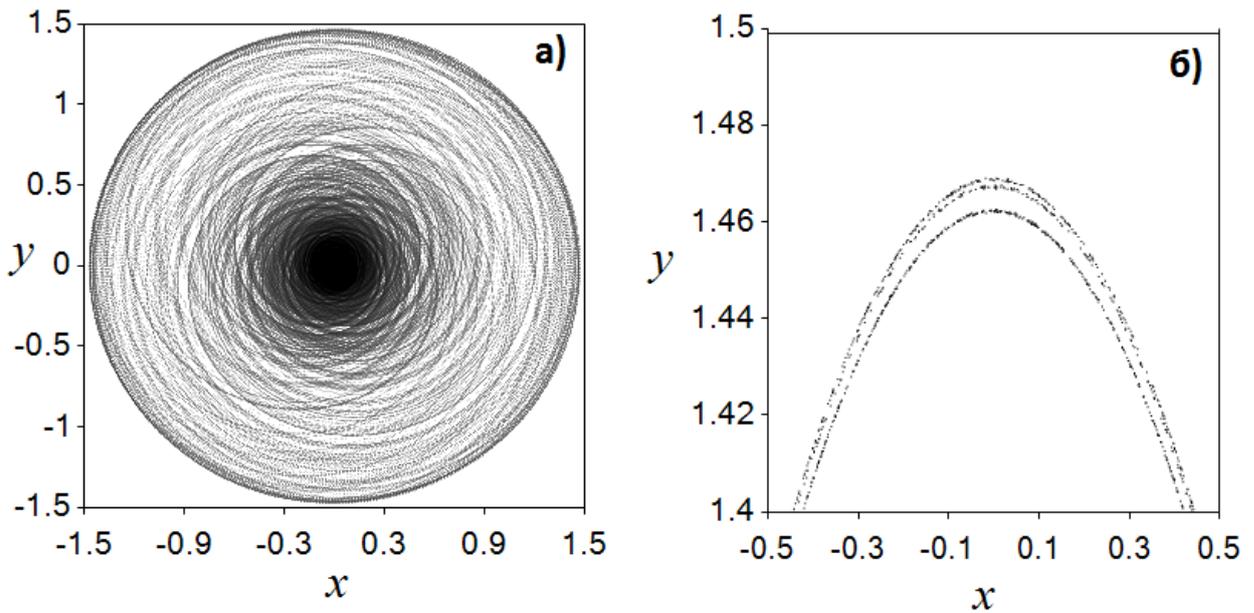


Рис. 9. Портрет аттрактора (а) в проекции на плоскость (x, y) и портрет аттрактора в стробоскопическом сечении (б)

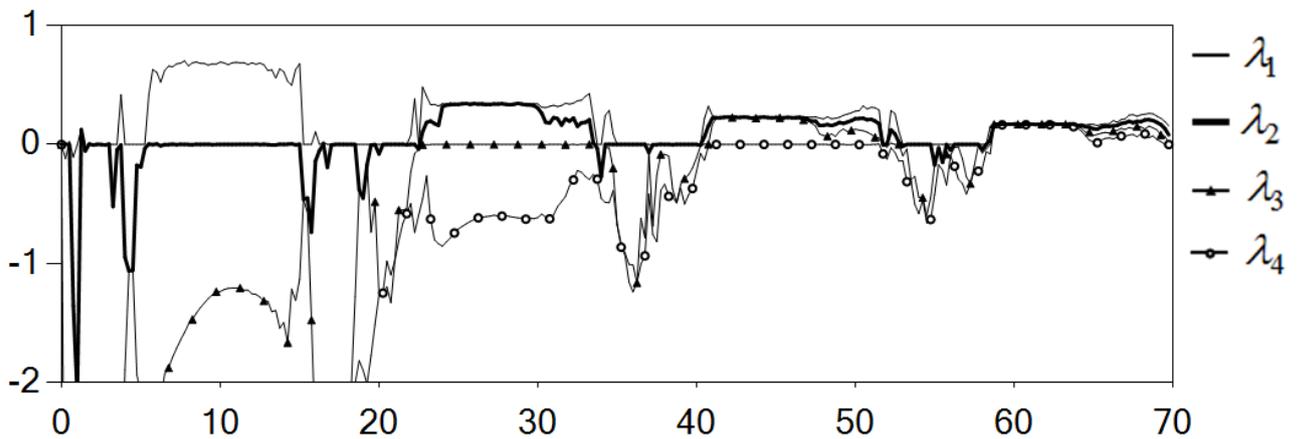


Рис. 10. Зависимость первых 4х показателей Ляпунова от времени запаздывания T

Аттрактор системы с запаздыванием представляет собой объект в бесконечномерном пространстве. На рис. 9.а показан портрет аттрактора в проекции на плоскость, где по осям координат отложены обобщенные координаты (x, y) . На фазовом портрете аттрактора в стробоскопическом сечении Пуанкаре (рис. 9.б) обнаруживается фрактальная структура, присущая аттрактору типа Смейла-Вильямса.

Получены значения четырех первых показателей Ляпунова: $\Lambda_1 = 0.69288$, $\Lambda_2 = 0.00010$, $\Lambda_3 = -1.50456$, $\Lambda_4 = -9.32217$ и проведена оценка размерности по формуле Каплана-Йорке $D \approx 2.46$. Построены графики зависимости показателей Ляпунова от времени задержки в цепи обратной связи (рис.10), показывающие наличие режимов гиперхаоса. По зависимостям динамических переменных от времени рассчитаны спектры мощности генерируемого сигнала.

Основные результаты и выводы

Три главы диссертации посвящены последовательным этапам конструирования систем с запаздыванием, генерирующих радиоимпульсы с хаотической фазой. Система, рассмотренная в первой главе, самая простая в плане понимания принципа ее работы. Для функционирования системы требуется два внешних сигнала, что представляет очевидное неудобство с точки зрения возможного практического использования. Во второй главе проведено усложнение схемы за счет ввода дополнительной линии задержки. Это позволило избавиться от необходимости использования внешнего сигнала, ответственного за преобразование фазы, что делает практическую реализацию схемы существенно проще. Система, предложенная в третьей главе, автономна, и вообще не требует для своего функционирования внешних сигналов. Также она характеризуется относительно низкой степенью нелинейности, что, несомненно, является преимуществом этой схемы с точки зрения радиотехнической реализации. Результаты исследования свидетельствуют, что рассмотренные системы обладают структурной устойчивостью, т.е. нечувствительностью реализующихся в них хаотических режимов к вариации параметров и характеристик элементов, что представляется важным преимуществом с точки зрения возможного практического применения.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- [1] С.В. Баранов, С.П. Кузнецов, В.И. Пономаренко. Хаос в фазовой динамике осциллятора Ван-дер-Поля с модулированной добротностью и дополнительной запаздывающей обратной связью. Известия вузов – Прикладная нелинейная динамика, т.18, 2010, №1, С. 11-23.
- [2] С.В. Баранов, С.П. Кузнецов. Гиперхаос в системе с запаздывающей обратной связью на основе осциллятора ван дер Поля с модулированной добротностью. Известия вузов – Прикладная нелинейная динамика, т.18, 2010, № 4, С. 101-110.
- [3] С.В. Баранов. Генерация радиоимпульсов с хаотической фазовой динамикой в автономной модельной системе с запаздыванием. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. V Конференция молодых ученых. 6-8 сентября 2010 г. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2010, С. 13-15.
- [4] С.В. Баранов. Анализ динамических систем с применением локальных ляпуновских показателей. В сб.: Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2006. Материалы научной школы-конференции. Саратов, РИО журнала «Известия вузов – ПНД», 2007, С. 105-108.
- [5] С.В. Баранов. Статистические характеристики локальных показателей Ляпунова в модельных отображениях. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. II Конференция молодых ученых. 14-17 мая 2007 г. Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2007, С. 68-69.
- [6] С.В. Баранов. Хаос в фазовой динамике осциллятора Ван-дер-Поля с модулированной обратной связью. Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика. Тезисы докладов IV конференции молодых ученых. 7-9 сентября 2009 г. Изд-во Саратовского университета, 2009, С. 13-15.