

На правах рукописи



Бойкова Ольга Алексеевна

**Метод квазипотенциала
в исследовании спектров экзотических атомов**

01.04.05 – оптика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико – математических наук

Саратов – 2012

Работа выполнена на кафедре теоретической физики
физического факультета Саратовского государственного университета
имени Н.Г. Чернышевского

Научный руководитель: доктор физико–математических наук,
профессор Тюхтяев Юрий Николаевич
Научный консультант: доктор физико–математических наук,
профессор Фаустов Рудольф Николаевич
Официальные оппоненты: Мельников Леонид Аркадьевич, доктор
физико–математических наук, профессор,
Саратовский государственный технический
университет, заведующий кафедрой
“Приборостроение”
Кочубей Вячеслав Иванович доктор физико–
математических наук, профессор, Саратовский
государственный университет, профессор
кафедры оптики и биофотоники
Ведущая организация: Объединенный институт ядерных
исследований (г. Дубна, Московская область)

Защита состоится " 30 " мая 2012 г. в 18 ч. 00 мин. на заседании
диссертационного совета Д212.243.01 в Саратовском государственном
университете имени Н.Г. Чернышевского по адресу: 410012, г. Саратов,
ул. Астраханская, 83.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке
Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского.

Автореферат разослан " 26 " апреля 2012 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Аникин Валерий Михайлович

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Первыми успехами теории Бора было объяснение найденных на опыте закономерностей в спектре водорода и вычисление значений постоянной Ридберга (R). По Бору $R = 109737,42 \text{ см}^{-1}$, эксперимент же давал величину $R = 109677,76 \text{ см}^{-1}$. Считалось, что данные теории и эксперимента находились в хорошем согласии.

В последующее десятилетие на этой основе была создана нерелятивистская квантовая механика, а также теория Дирака. Открытие собственного механического момента частиц – спина – привело к появлению двух важнейших направлений спектроскопии одиночного атома: к задачам о сверхтонком расщеплении уровней энергии и тонкой структуре.

Впечатляет разительное увеличение точности результатов измерения постоянной Ридберга (табл. 1).

Таблица. 1. Экспериментальные значения постоянной Ридберга.

Год определения	Значение R , см^{-1}
1986	109737,3150(11)
1987	109737,31571(7)
1992	109737,3156841(42)
1998	109737,31568549(83)
2006	109737,31568527(73)

Возрастание точности связано с интенсивным развитием экспериментальных методов исследования (радиоспектроскопия, двухфотонная лазерная спектроскопия, эксперименты с ультрахолодными атомами).

Успехи физики элементарных частиц во второй половине прошлого века расширили и углубили представление об атоме. Кроме обычных электронных атомов были открыты и исследуются мюонные, пионные, каонные и прочие атомы. Простейшим из мюонных атомов является мюонный водород, в котором величина боровского радиуса приблизительно в 207 раз меньше, чем в водороде. Поэтому соответствующие нижним энергетическим уровням мюонные “орбиты” расположены значительно ближе к ядру. С такой особенностью строения связано применение мюонного водорода в ядерной физике при изучении распределения заряда в ядре. Своеобразно поведение мюонного водорода в веществе. Вследствие “экранирования” положительного заряда ядра отрицательным зарядом мюона, атомы мюонного водорода способны проникать сквозь электронные оболочки атомов, что обеспечивает возможность их широкого практического использования в физической химии, физики твердого тела и медицинской физике.

Экспериментальные исследования мюонного водорода планомерно

ведутся в настоящее время. Они связаны с измерением лэмбовского сдвига и сверхтонкого расщепления основного уровня энергии. Проводимые эксперименты позволят получить высокоточные значения таких физических параметров частиц, как массы мюона и протона, магнитный момент мюона, зарядовый радиус протона. Интерес к физике антиводорода приобрел реалистический характер после того, как в 1995 году в ЦЕРН на накопителе антипротонов LEAR были впервые “синтезированы” атомы антиводорода. Исследование антиводорода неразрывно связано с пониманием фундаментальных свойств материи и прежде всего – симметрии, которая находит свое отражение в СРТ–теореме. Проверка СРТ инвариантности в планируемых экспериментах будет проводиться в сравнении параметров частиц и античастиц.

В физике антиводорода наблюдаются два направления экспериментальных исследований. Одно из них основывается на использовании накопителей антипротонов и позитронов и должно обеспечить генерацию потоков антиводорода в диапазоне скоростей 0,03–0,3 скорости света. Другое направление связано с “поштучным” образованием атомов антиводорода в ловушках антипротонов и позитронов при ультранизких энергиях и последующем удержании их в магнитных ловушках. Для повышения рекомбинации антиводорода из холодной антипротон – позитронной плазмы было предложено использовать лазерно–стимулирующий механизм с участием квазистационарных состояний позитрона. Такие состояния возникают при совместном действии кулоновского поля антипротона и сильного магнитного поля ловушки. Использование атомов антиводорода как тестового объекта позволит с высокой точностью провести сравнение электрических зарядов антипротона и позитрона, измерить сверхтонкую структуру и лэмбовский сдвиг в антиводороде.

В конце прошлого века в сверхтонкой структуре уровней энергии водорода неожиданно обнаружилось значительное расхождение между теорией и экспериментом. На повторение экспериментальных измерений были потрачены огромные средства, так как уже тогда планировался переход к квантовым эталонам, одним из которых мог стать эталон частоты водородного лазера. Возник вопрос, правильно ли применяется теория возмущений при расчете спектра водорода, или ошибка вызвана неточностью определения входящих в уравнения констант. Оказалось, ошибка вызвана неточностью значения постоянной тонкой структуры, взятой из более ранних источников.

В связи с развитием и совершенствованием методов получения и исследования холодных атомов (доплеровское и субдоплеровское охлаждение, испарительное охлаждение, рамановское охлаждение и другое) лазерная спектроскопия позволяет выполнить прецизионные измерения спектроскопических параметров с рекордной точностью.

Например, частота двухфотонного перехода в атоме водорода по измерениям 1997 года составила

$$\nu_{1s-2s}(1997г.) = 2\,466\,061\,413\,187,34(84) \text{ кГц} . \quad (1)$$

а по данным на 2000 год измерения выполнены уже до десятков Гц

$$\nu_{1s-2s}(2000г.) = 2\,466\,061\,413\,187\,103(46) \text{ Гц} . \quad (2)$$

Итак, исследование спектров экзотических атомов является одной из областей, где фундаментальные и прикладные вопросы переплетаются чрезвычайно тесно. Применение лазерной физики холодных атомов к исследованию тонких эффектов взаимодействий в связанных состояниях частиц является экспериментальным стимулом повышения точности теоретических результатов. Теоретическое исследование спектров одиночных атомов с требуемой точностью может быть выполнено только на основе квантовой теории, одним из методов которой является применяемый в данной работе квазипотенциальный подход.

В качестве **объектов исследования** выбраны двухчастичные экзотические атомы: антиводород, позитроний, мюоний, мюонный водород.

Цель диссертационной работы состоит в описании тонкой и сверхтонкой структуры спектров на основе метода квазипотенциала. Для достижения указанной цели решались **следующие задачи**

1. Получение аналитического выражения для определения поправок к кулоновскому уровню энергии экзотического атома, обусловленных взаимодействием как спиновых, так и орбитальных моментов фермионов.
2. Сравнительный анализ результатов исследования электромагнитного взаимодействия в группе экзотических атомов.
3. Изучение аннигиляционного канала взаимодействия в атоме позитрония.
4. Анализ причин различия результатов для поправки $\alpha^6 \ln \alpha$ в сверхтонкий сдвиг спектров мюонного водорода и позитрония при исследовании однофотонного взаимодействия.
5. Изучение тонкой структуры спектров атомов мюония и мюонного водорода на основе сходства спектров экзотических атомов и устранение аномального вклада $\alpha^5 \ln \alpha$.
6. Уточнение теории возмущений, позволяющей в квазипотенциальном подходе получить логарифмические поправки $\alpha^6 \ln \alpha$ при исследовании тонких сдвигов уровней энергии.
7. Анализ двухфотонных аннигиляционных диаграмм и определение вероятности распада парапозитрония и его времени жизни.

Научная новизна работы состоит в следующем

1. Установлена симметрия квазипотенциала по массам взаимодействующих частиц, указывающая на сходство спектров экзотических атомов.

2. Исследованы индивидуальные особенности спектра позитрония в прямом, так и в аннигиляционном каналах взаимодействия.
3. Построена квазипотенциальная теория возмущений для прецизионного исследования спектров экзотических атомов, свободная от инфракрасных расходимостей.
4. Исследованы два варианта построения квазипотенциала при анализе энергетических спектров экзотических атомов и обоснована необходимость использования релятивистской амплитуды рассеяния.
5. Детально решена задача описания тонкой структуры уровней энергии атома мюония. Впервые в квазипотенциальном подходе доказана компенсация логарифмических вкладов $\alpha^6 \ln \alpha$.
6. Выполнен сравнительный анализ аналитических выражений для сверхтонкого сдвига в спектрах мюонного водорода и позитрония. Получена значительная поправка к сверхтонкому сдвигу основного уровня энергии в мюонном водороде, составляющая $0,021 \text{ МэВ}$.
7. Впервые в квазипотенциальном подходе получено аналитическое выражение и выполнен расчет сверхтонкого сдвига основного уровня энергии в антиводороде.
8. Доказана необходимость учета нормировочных факторов при расчете логарифмических поправок порядка $\alpha^6 \ln \alpha$ к энергетическим сдвигам экзотических атомов.

К теоретически значимым результатам диссертации относятся следующие

1. Развитие математического аппарата теории возмущений, свободной от расходимостей до порядка $\alpha^6 \ln \alpha$.
2. Вычисление логарифмической поправки порядка $\alpha^6 \ln \alpha$ к сверхтонкому расщеплению основного уровня энергии мюонного водорода на основе анализа эффекта запаздывания при исследовании однофотонного взаимодействия.

Практическая значимость работы состоит

1. в применении квазипотенциальной теории к решению спектроскопических задач описания тонкой и сверхтонкой структуры различных экзотических атомов, позволяющей обеспечить высокую точность результатов;
2. в возможности прецизионных сравнений данных квазипотенциальной теории и эксперимента для атомов антиводорода и мюонного водорода.

Основные результаты и положения, выносимые на защиту

- 1) Вычислена квантовоэлектродинамическая поправка к сверхтонкому сдвигу основного уровня энергии мюонного водорода, которая составила $0,021 \text{ МэВ}$.
- 2) При вычислении тонких сдвигов в спектрах экзотических атомов применима методика устранения инфракрасных особенностей посредством обрезания импульсов в низкочастотной области.

- 3) Доказана компенсация anomalously больших логарифмических по α вкладов в тонкий сдвиг уровней энергии экзотических атомов.
- 4) Метод квазипотенциала применим к анализу взаимодействий в двухчастичных экзотических атомах, как в прямом, так и в аннигиляционном каналах.

Апробация работы.

Основные материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

1. XI International school for young scientists and students on optics, laser physics and biophysics (сентябрь 2007 г.);
2. Научный семинар “Избранные вопросы физики экстремальных состояний материи” (июль 2007 г.);
3. Одиннадцатая международная молодежная научная школа “Когерентная оптика и оптическая спектроскопия” (октябрь 2007 г.);
4. XII International school for young scientists and students on optics, laser physics and biophysics (сентябрь 2008 г.);
5. Научная сессия–конференция ОФН РАН “Физика фундаментальных взаимодействий” (декабрь 2008 г.);
6. XIII International school for young scientists and students on optics, laser physics and biophysics (сентябрь 2009 г.);
7. XIV International school for young scientists and students on optics, laser physics and biophysics (сентябрь 2010 г.).

Достоверность научных результатов диссертации обеспечивается использованием строгих математических методов расчета и подтверждается согласием полученных результатов с экспериментальными данными и результатами других авторов.

Личный вклад диссертанта и результаты, полученные совместно с другими исследователями. Все основные результаты диссертации получены автором лично или в соавторстве. Большая часть задач, решаемых в диссертации, была предложена научным руководителем д.ф.–м.н., профессором Ю.Н. Тюхтяевым и научным консультантом д.ф.–м.н., профессором Р.Н. Фаустовым.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 12 работ, из которых 5 в журналах, входящих в перечень ВАК РФ (ниже в списке отмечены звездочкой).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и библиографии. Работа изложена на 128 страницах, содержит 16 рисунков, 4 таблицы и список литературы из 63 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дан краткий обзор по экзотическим атомам и спектроскопии одиночного атома, как о задаче на связанные состояния системы двух частиц. Формулируется цель диссертации, отмечаются

преимущества квазипотенциального метода в решении задач диссертации, заключающиеся в его универсальности и симметрии по отношению к массам частиц, входящих в состав экзотических атомов. Аргументируется актуальность задачи об исследовании экзотических атомов. Отмечается, что повышение точности теоретических результатов стимулируется развитием и совершенствованием как экспериментальной базы ускорительной техники, так и лазерной физики холодных атомов.

В главе I приводится схема проведения эксперимента по образованию атомов антиводорода, доказавшего существование их как физического объекта. Описаны два направления экспериментальных исследований атомов антиводорода, среди которых особое место занимают различные способы лазерного охлаждения атомов, позволяющие достичь ультранизких температур. После решения задачи “синтезирования” атомов антиводорода на первый план выходит проблема измерения спектроскопических параметров частиц и античастиц, а также сверхтонкого расщепления основного уровня в атоме антиводорода. В связи с этим задача теоретического описания энергетического спектра атома антиводорода приобретает особую актуальность.

Основными источниками информации об уровнях энергии связанной системы двух частиц является функция Грина, которая удовлетворяет уравнению Бете–Солпитера

$$G = G_0 + G_0 T G_0, \quad T = K + K G K, \quad (3)$$

где G_0 – функция Грина невзаимодействующих частиц, G – полная функция Грина, K – ядро взаимодействия, T – амплитуда рассеяния частиц.

Решение задачи описания энергетического спектра опирается на квазипотенциальное уравнение

$$(E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p}) \varphi(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int V(\vec{p}, \vec{q}, E) \varphi(\vec{q}) d^3 q, \quad (4)$$

где V – релятивистский квазипотенциал. Учитывая, что сверхтонкое расщепление является следствием взаимодействия спиновых магнитных моментов антипротона и позитрона, выделяем часть квазипотенциала, зависящую от произведения операторов спина античастиц (ΔV^{hfs})

$$V^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = v_c + \Delta V^{hfs}, \quad (5)$$

где v_c – кулоновский потенциал, который выбирается в качестве нулевого приближения основного квазипотенциала.

Согласно теории возмущения первая поправка от возмущения ΔV^{hfs} по кулоновским функциям определяется выражением

$$\Delta E^{hfs} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int \frac{e^2}{4m_1 m_2} \varphi(\vec{p}) w_1^* w_2^* \{ (\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) - \frac{(\vec{k} \vec{\sigma}_1)(\vec{k} \vec{\sigma}_2)}{k^2} \} w_1 w_2 \varphi(\vec{q}) d^3 p d^3 q, \quad (6)$$

где $\vec{k} = \vec{p} - \vec{q}$, $\vec{\sigma}$ – матрицы Паули, w_i – спиновые функции

взаимодействующих частиц. Вычисления приводят к результату

$$\Delta E^{hfs} = \frac{8 \alpha^4 \mu^3}{3 m_1 m_2}. \quad (7)$$

При сравнении полученного результата с энергией сверхтонкого расщепления основного уровня водорода E_F получаем, считая эквивалентными массы соответствующих частиц и античастиц.

$$\Delta E^{hfs} = E_F. \quad (8)$$

Электромагнитная часть взаимодействия в антиводороде становится идентичной водороду. Поэтому, для атома водорода и экзотического атома – антиводорода выражение E_F формулы Ферми оказывается общим.

В главе II приводятся схемы спектров атомов водорода и позитрония, отмечаются их качественные отличия, что объясняется наличием двух состояний позитрония (ортопозитроний и парапозитроний) и эффектом аннигиляции.

Наличие аннигиляционного канала взаимодействия в атоме позитрония обуславливает дополнительный вклад в сверхтонкое расщепление основного уровня энергии, который определяется выражением

$$\Delta E_e = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \varphi(\vec{p}) V_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) \varphi(\vec{q}) d^3 p d^3 q, \quad (9)$$

$$V_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = T_e^{(2)}(\vec{p}, \vec{q}) = -\frac{e^2}{4E^2} [\bar{u}_1^+(\vec{p}) \gamma^\mu u_2^+(-\vec{p})] [\bar{u}_2^-(\vec{q}) \gamma^\mu u_1^-(\vec{q})] \quad (10)$$

Особенностью всех обменных диаграмм, и рассматриваемой в частности, является тот факт, что в квадратных скобках стоят спиноры, относящиеся к различным частицам. По этой причине невозможно приписать вершинным функциям индекс той или иной частицы. Однако, с помощью преобразования Фирца можно привести обменные взаимодействия к взаимодействиям прямого канала. Последующий анализ показывает, что величина, содержащая скалярное произведение матриц Паули и соответствующая сверхтонкому расщеплению в аннигиляционном канале, приводит к результату

$$\Delta E_e = \frac{\alpha^3 \mu^3}{\pi} \frac{e^2}{8m^2} \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle \Big|_{s=0}^{s=1} = \frac{1}{4} \alpha^4 m. \quad (11)$$

Значит, виртуальные превращения фотона в электрон – позитронную пару и пары электрон – позитрон в фотон оказывают существенное влияние на электромагнитное взаимодействие частиц в релятивистской теории и составляют 75% от аналогичного результата в прямом канале.

Полная поправка к основному уровню энергии позитрония за счет сверхтонкого расщепления с точностью α^4 равна

$$\Delta E^{th} = 2,0338 \times 10^5 \text{ МГц}. \quad (12)$$

Последняя величина была измерена экспериментально с помощью эффекта Зеемана в позитронии. Эксперимент с большой точностью дает значение

$$\Delta E^{exp} = 2,0336 \pm 0,0002 \times 10^5 \text{ МГц}. \quad (13)$$

Сравнение теоретического и экспериментального значений является одним из важнейших подтверждений основных положений квантовой электродинамики и достоверности полученных результатов.

В главе III излагается квазипотенциальный подход к описанию двухчастичной фермионной системы с различными массами. Анализируем два способа построения квазипотенциала: на основе физической амплитуды

$$T_+(\vec{p}, \vec{q}, E) = u_1^*(\vec{p}) u_2^*(-\vec{p}) T(p_0 = 0, q_0 = 0, \vec{p}, \vec{q}, E) u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}). \quad (14)$$

и релятивистской амплитуды рассеяния $T(\vec{p}, \vec{q}, p_0, q_0, E)$ с помощью оператора

$$\tau_0 = F^{-1} T_0^+ F^{-1}. \quad (15)$$

Вопрос о выборе способа построения квазипотенциала на основе выражений (14) и (15) решается с позиции полноты описания связанной системы двух частиц для получения результата требуемой точности.

При рассмотрении кулоновского однофотонного взаимодействия в сверхтонком расщеплении выявлено, что оба способа построения квазипотенциала приводят к идентичному результату

$$\Delta E_c^{hfs} = \frac{1}{4} E_F \frac{\alpha^2 \mu^2}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}, \quad (16)$$

Однако, при исследовании обмена одним поперечным фотоном (ядро K_T) выявляется различие в значении логарифмических поправок $\alpha^6 \ln \alpha$. Строгие аналитические расчеты показывают, что причина различия связана с учетом эффекта запаздывания при взаимодействии фермионов в экзотическом атоме. Детальное сравнение новых поправок $\alpha^6 \ln \alpha$, полученных для мюонного водорода в квазипотенциальном подходе, с ранее известными вкладами для позитрония свидетельствует о достоверности полученных результатов. При этом восстанавливается общность результата поправки $\alpha^6 \ln \alpha$ при исследовании электромагнитного взаимодействия в группе экзотических атомов.

Отличительной особенностью мюонного водорода в сравнении с лептонными атомами является наличие эффектов сильного взаимодействия, которые оказывают существенное влияние на энергетический спектр атома. Их учет связан как с поляризуемостью протона, так и с электрическим и магнитным форм факторами протона, характеризующими расщепление заряда и магнитного момента. Исследование поправок на структуру и поляризуемость ядра при анализе сверхтонкого расщепления в мюонном водороде выполнялось в работах других авторов. При этом анализ квантовоэлектродинамических поправок был выполнен на основе квазипотенциала, выраженного через амплитуду. Однако, как показало наше исследование, выбор амплитуды на основе оператора (15), позволяет учесть эффект запаздывания при взаимодействии фермионов. При этом логарифмическая поправка порядка α^6 в

сверхтонкий сдвиг основного уровня мюонного водорода оказывается весьма существенной и составляет

$$\Delta E^{hfs}(\alpha^6 \ln \alpha) = 0,021 \text{ МэВ}, \quad (17)$$

что совпадает по величине с вкладом электронной поляризации вакуума и поправкой на структуру ядра порядка α^6 .

Исследование зависимости тонкой структуры энергетического спектра экзотического атома от константы тонкой структуры α выполняется с выделением кинематической части квазипотенциала. Дальнейший анализ позволяет выделить ядро Брейта, которое обеспечивает наибольшую поправку в тонкий сдвиг, пропорциональную α^4 . Вычисление поправки к тонкому сдвигу от кулоновской части однофотонного взаимодействия основывается на выражении

$$\Delta E_c^{fs} = \langle \varphi_c(\vec{p}) | v_c N_p N_q (1 + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{1p}M_{1q}} + \frac{\vec{p}\vec{q}}{M_{2p}M_{2q}} + \frac{(\vec{p}\vec{q})^2}{M_{1p}M_{2p}M_{1q}M_{2q}}) - v_c | \varphi_c(\vec{q}) \rangle, \quad (18)$$

где $\varepsilon_{ip} = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2}$, $M_{ip} = \varepsilon_{ip} + m_i$, $N_p = \sqrt{\frac{(\varepsilon_{1p} + m_1)(\varepsilon_{2p} + m_2)}{4\varepsilon_{1p}\varepsilon_{2p}}}$, и приводит к выводу о наличии логарифмического вклада порядка α^6 .

$$\Delta E_c^{fs}(\alpha^6 \ln \alpha) = \frac{5}{4} \frac{\alpha^6 \mu^5}{m_1 m_2} \left(\frac{m_1}{m_2^3} + \frac{m_2}{m_1^3} \right) \ln \alpha^{-1}. \quad (19)$$

Вклад такого же порядка в тонкий сдвиг мюонного водорода выделяется при исследовании обмена поперечным фотоном (ядро K_T). Соответствующее аналитическое выражение принимает вид

$$\Delta E_T^{fs} = \frac{32}{\pi^2} \frac{\alpha^6 \mu^5}{m_1 m_2} \int_0^\infty \frac{p^2 N_p dp}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int_0^\infty \frac{q^2 N_q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \left\{ 1 - \frac{q^2}{M_{1q}^2} + \frac{p^2 + q^2}{2pq} \ln \frac{|p-q|}{(p+q)} - \frac{q^3}{2pM_{1q}^2} \ln \frac{|p-q|}{(p+q)} - \frac{pq}{2M_{1q}^2} \ln \frac{|p-q|}{(p+q)} \right\} dq. \quad (20)$$

Детальный анализ показывает, что полный логарифмический результат можно получить только при учете точного выражения нормировочных факторов, что было сделано впервые при исследовании поправок к тонкому сдвигу. Получен следующий результат

$$\Delta E_T^{fs}(\alpha^6 \ln \alpha) = 4 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \quad (21)$$

Повышение точности теоретического результата невозможно без опоры на ранее полученные данные и оценки границ применимости использованных ранее приближений. Решению данной задачи посвящена **четвертая глава**. Один из способов описания связанных состояний, широко применявшийся ранее в теории поля, связан с использованием амплитуды рассеяния вблизи массовой поверхности. При этом возникали проблемы, связанные со сходимостью ряда теории возмущений, которые решались с помощью введения параметра обрезания виртуального импульса в инфракрасной области. Это позволило учесть влияние

движения ядра на тонкую структуру спектра водородоподобного атома с точностью α^5 . Однако, анализ ранее выполненных исследований показал неполноту полученного результата, что в частности выражается в отсутствии одного из вкладов порядка $\alpha^5\beta^{-1}$. Величина этого вклада сравнима с основным вкладом в тонкий сдвиг порядка α^4 , который хорошо известен. Как выяснено в ходе исследований, при определении квазипотенциала ранее не была выделена и проанализирована кинематическая часть квазипотенциала. В результате выделения кинематической части квазипотенциала поправка от одно- и двухфотонных взаимодействий фермионов определяется следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta E &= \langle \varphi_c | \Delta V_{1\gamma} + V_{kin} + \Delta V_{2\gamma} + (\Delta V_{1\gamma} + V_{kin}) F (\Delta V_{1\gamma} + V_{kin}) | \varphi_c \rangle = \\ &= \Delta E^2 + \langle \varphi_c | \Delta V_{1\gamma} F V_{kin} + V_{kin} F \Delta V_{1\gamma} | \varphi_c \rangle, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\Delta V_{1\gamma} = V_{1\gamma} - v_c = (K_c)_+ - v_c + (K_T)_+$, $\Delta V_{2\gamma} = T_{cc} - V_{1\gamma} F V_{1\gamma}$, $F = (2\pi)^3 (E - \varepsilon_{1p} - \varepsilon_{2p})$.

Данное выражение содержит не только потерянную ранее часть вклада, но и компенсирующий данную поправку результат. Итак, несмотря на отсутствие в конечном результате дополнительного вклада, получено аналитическое выражение, которое не содержит аномальных членов и позволяет исследовать поправки высших порядков.

Вычисление поправок высших порядков к тонкому сдвигу в спектре одиночного атома требует анализа точной зависимости амплитуды взаимодействия от энергии и импульсов частиц. В результате аналитическое выражение для расчета тонких сдвигов от кулоновских двухфотонных взаимодействий принимает следующий вид

$$\Delta E_{cc}^{par} = \Delta E_{par}^{(1)} + \Delta E_{par}^{(2)}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{par}^{(1)} &= 2 \frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6} \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(\vec{k} - \vec{q})^2 (\vec{k} - \vec{p})^2} u_1^*(\vec{p}) u_2^*(-\vec{p}) \\ &\left(\frac{A_1^+(\vec{k}) A_2^-(-\vec{k})}{(\varepsilon_{1k} - m_1 - \varepsilon_{2k} - m_2)} + \frac{A_1^-(\vec{k}) A_2^+(-\vec{k})}{(\varepsilon_{2k} - m_2 - \varepsilon_{1k} - m_1)} - \frac{2 A_1^-(\vec{k}) A_2^-(-\vec{k})}{(\varepsilon_{2k} + m_2 + \varepsilon_{1k} + m_1)} \right) u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}) \end{aligned}, \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{par}^{(2)} &= 2 \frac{\alpha^7 \mu^5}{\pi^6} \int \frac{d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{d^3 k}{(\vec{k} - \vec{q})^2 (\vec{k} - \vec{p})^2} \{ u_1^*(\vec{p}) u_2^*(-\vec{p}) \\ &\left(\frac{\varepsilon_{2k}(\varepsilon_{1k} + m_1) A_1^+(\vec{k}) A_2^-(-\vec{k})}{(m_1 + m_2) k^2} + \frac{\varepsilon_{1k}(\varepsilon_{2k} + m_2) A_1^-(\vec{k}) A_2^+(-\vec{k})}{(m_1 + m_2) k^2} + \frac{A_1^-(\vec{k}) A_2^-(-\vec{k})}{(\varepsilon_{2k} + m_2 + \varepsilon_{1k} + m_1)} \right) \\ &\left(1 + \frac{(\varepsilon_{1k} + m_1)(\varepsilon_{2k} + m_2)}{k^2} \right) \} u_1(\vec{q}) u_2(-\vec{q}) - \frac{\vec{p}\vec{q}}{(\varepsilon_{1k} - m_1 + \varepsilon_{2k} - m_2)} \left(\frac{1}{M_{1p} M_{1q}} + \frac{1}{M_{2p} M_{2q}} \right) \} \end{aligned}, \quad (25)$$

где Λ^\pm – проекционные операторы. Последующий анализ позволил выделить из полного выражения (23) часть, ответственную за вклады порядка α^5 , и поправки, начиная с шестого порядка по α . Использование δ -приближения позволяет привести данное выражение к виду, удобному для сравнения с другими авторами. Совпадение аналитических выражений

квазипотенциального подхода и методов других авторов, является одним из критериев достоверности выполненного анализа.

В главе V продолжено обсуждение вопроса о сходимости ряда теории возмущений. При рассмотрении однофотонного взаимодействия в позитронии после вычисления матричной структуры получено аналитическое выражение для сверхтонкого расщепления основного уровня. Его анализ показал, что основной вклад порядка α^4 можно получить, используя δ -приближение кулоновских волновых функций. Повышение точности результата приводит к поправке пятого порядка по α , содержащей логарифмический фактор. Если при расчете соответствующего аналитического выражения применить δ -приближение, то возникает необходимость введения параметра обрезания в области малых импульсов.

$$\Delta E^{ps} = -\frac{2\alpha}{\pi} E_F m \int_{\varepsilon}^{\infty} \frac{dq}{(\varepsilon_q + q - m)(\varepsilon_q + m)}. \quad (26)$$

В связи с этим анализируются границы малого параметра обрезания ε и рассматриваются варианты значений параметра в виде различных степеней α . В работе выявлена зависимость величины логарифмического вклада порядка α^5 от конкретного выбора параметра ε и показано, что наличие такого вклада вызвано не введением параметра обрезания, а детальным учетом эффекта запаздывания. Такой вывод корректирует полученный ранее результат другой работы.

Далее, опираясь на сходство спектров экзотических атомов, исследуется аналитическое выражение для аналогичной поправки $\alpha^5 \ln \alpha$ к энергетическому сдвигу в мюоном водороде.

$$\begin{aligned} \Delta E^{hfs}(\alpha^5 \ln \alpha) = & -\frac{2}{3m^2} \frac{\alpha^3 \mu^2}{\pi^3} \langle \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \rangle |\varphi(0)|^2 \int \frac{N_p d^3 p}{(p^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \int \frac{N_q d^3 q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_q}{(q^2 + \alpha^2 \mu^2)^2} \frac{(\vec{p} - \vec{q})^2}{|\vec{p} - \vec{q}|} \left(\frac{1}{M_{1p} M_{2q}} + \frac{1}{M_{1q} M_{2p}} \right) \\ & \left(\frac{1}{(\varepsilon_{1p} - E_1 - E_2 + \varepsilon_{2q} + |\vec{p} - \vec{q}|)} + \frac{1}{(\varepsilon_{1q} - E_1 - E_2 + \varepsilon_{2p} + |\vec{p} - \vec{q}|)} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

В результате детальных расчетов получается следующий результат

$$\Delta E^{hfs}(\alpha^5 \ln \alpha) = \frac{2\alpha}{\pi} E_F \ln \alpha, \quad (28)$$

который замедляет сходимость ряда теории возмущений. Однако вклад противоположного знака такой же величины следует от учета перекрестного обмена двумя фотонами (ядро K_{CT}) и компенсирует результат (28).

Для решения задачи описания спектров экзотических атомов с более высокой точностью применяется способ построения квазипотенциала, основанный на учете точной зависимости амплитуды рассеяния от энергии и импульсов частиц. Он открывает возможность вычисления поправок

более высокого порядка по α , что является необходимым для сравнения теоретических результатов с прецизионными измерениями лазерной спектроскопии.

Исследование логарифмических поправок шестого порядка по α к тонкому сдвигу в спектре экзотического атома выполнено для одно- и двухфотонных взаимодействий.

$$\Delta E = \langle \varphi_c | (K_T)_+ + (T_{cT})_+ - v_c F(K_T)_+ + (T_{Tc})_+ - (K_T)_+ F v_c + (K_{TT})_+ + V_{kin} F(K_T)_+ + (K_T)_+ F V_{kin} | \varphi_c \rangle, \quad (29)$$

где T_{Tc} , T_{cT} соответствуют двухфотонным перекрестным обменам кулоновским и поперечными фотонами. Первоначально анализ выполняется без учета импульсной зависимости нормировочных множителей ($N_p = N_q = 1$). При этом показано, что суммарная логарифмическая поправка ΔE оказывается равной нулю. Однако, учет импульсной зависимости N_p и N_q для однофотонного взаимодействия в атоме мюония, приводит к удвоению первоначального результата

$$\Delta E_T^{fs}(\alpha^6 \ln \alpha) = \Delta E_T^{(1)}(N_p N_q = 1) + \Delta E_T^{(2)}(N_p N_q \neq 1), \quad (30)$$

$$\text{где } \Delta E_T^{(1)} = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}, \quad \Delta E_T^{(2)} = 2 \frac{\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}.$$

Отметим, что исследование логарифмических вкладов $\alpha^6 \ln \alpha$ для позитрония было проведено в работах других авторов, где суммарный вклад такого порядка от взаимодействия в прямом канале отсутствовал. Аналогичный результат ожидаем и в случае мюония. Вместе с тем вопрос о компенсации логарифмических вкладов связан с корректностью квазипотенциального подхода к исследованию величины тонкого сдвига в спектре экзотического атома.

Продолжая анализ поправок при $N_p N_q \neq 1$, получаем следующие дополнительные вклады

$$\Delta E_1^{fs} = -\langle \varphi_c | (K_T)_+ F v_c | \varphi_c \rangle = -\frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}, \quad (31)$$

$$\Delta E_2^{fs} = -\langle \varphi_c | (K_T)_+ F V_{kin} | \varphi_c \rangle = -\frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}, \quad (32)$$

$$\Delta E_{cT}^{fs} = \langle \varphi_c | (\overline{K_c G_0 K_T})_+ + (\overline{K_T G_0 K_c})_+ | \varphi_c \rangle = \frac{3\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \quad (33)$$

Тогда суммарный логарифмический вклад в тонкий сдвиг для выражения (29) с учетом точной зависимости нормировочных факторов оказывается

$$\Delta E^{fs} = \frac{2\alpha^6 \mu^3}{m_1 m_2} \ln \alpha^{-1}. \quad (34)$$

и компенсируется учетом вклада от обмена двумя поперечными фотонами. Таким образом, подтверждается справедливость вывода об отсутствии логарифмических поправок ($\alpha^6 \ln \alpha$) в итоговом выражении для тонкого

сдвига и корректность построенной в квазипотенциальном подходе теории возмущений.

Отметим, что сравнение полученных результатов с работами других авторов позволило определить границы применимости техники Фелла при исследовании логарифмических вкладов. Техника вычислений, предложенная Феллом, дает точный результат только для поправок, пропорциональных $\alpha^6 \ln \alpha$. Квазипотенциальный подход позволяет выйти за пределы техники Фелла, выделить вклады сопутствующие логарифмическим.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы выполненных исследований.

Основные результаты и выводы

1. Впервые в квазипотенциальном подходе рассчитана величина сверхтонкого расщепления основного уровня энергии спектра антиводорода.
2. Показано, что энергия Ферми для атома позитрония определяет только часть сверхтонкого расщепления, относящуюся к прямому каналу взаимодействий. Другая часть, связанная с аннигиляционным каналом, вычислена с помощью теоремы Фирца.
3. Рассмотрены два варианта построения квазипотенциала. Показано, что в низшем порядке по константе тонкой структуры α оба варианта дают идентичное значение величины тонкого сдвига, которое хорошо согласуется с экспериментальными данными. В более высоких порядках α результаты различаются, что связано с учетом эффекта запаздывания.
4. В качестве апробации развитого в диссертации метода квазипотенциала проведено устранение аномальных вкладов $\alpha^5 \ln \alpha$ и установлено значение величины тонкого сдвига в спектре одиночного атома в пятом порядке по α . Результаты расчетов совпадают с известными данными теории и эксперимента.
5. Впервые в квазипотенциальном подходе обоснована компенсация вкладов $\alpha^6 \ln \alpha$ в тонкий сдвиг уровней энергии при электромагнитном взаимодействии фермионов. Показана возможность повышения точности расчетов при исследовании спектров экзотических атомов методом квазипотенциала.

Список работ, опубликованных по теме диссертации

- 1*. Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н., Фаустов Р.Н. Особенности квазипотенциального подхода к исследованию высших по константе тонкой структуры поправок к тонким сдвигам уровней энергии водорода // Ядерная физика. 2010. Vol.73. №6. P.1024–1032.
- 2*. Boikova O.A., Kleshchevskaya S.V., Tyukhtyaev Y.N., Faustov R.N. Special features of the quasipotential approach to studying higher order corrections in the fine constant to fine shift of hydrogen energy levels // Physics of atomic nuclei. 2010. Vol.73. №6. P.988–995.

- 3*. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Тюхтяев Ю.Н. Электромагнитное взаимодействие в мюонии и мюоном водороде // Известия Саратовского университета. 2011. Т.11, вып.1. С.54–59.
- 4*. Бойкова О.А., Тюхтяев Ю.Н. Квазипотенциальная теория ряда экзотических атомов // Известия Саратовского университета. 2011. Т.11, вып.1. С.31–37.
- 5*. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Тюхтяев Ю.Н. Исследование тонких сдвигов уровней энергии в водородоподобных атомах с точностью до $\alpha^6 \ln \alpha^{-1}$ методом квазипотенциала // Известия Саратовского университета. 2011. Т.10, вып.2. С.55–62.
6. Boikova N.A., Boikova O.A., Kleshchevskaya S.V., Tyukhtyaev Y.N. On the possibility of precise correction calculations to the effect of nuclear motion influence on fine energy shifts of hydrogen-like atoms // SPIE Laser physics and photonics, spectroscopy and molecular modeling VII 2006. Vol.6537. P.19–1–19–8.
7. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. К вопросу о новых вкладах в тонкий сдвиг уровней энергии водородоподобных атомов с точностью до шестого порядка по константе тонкой структуры // Теоретическая физика. 2007. Т.8. С.124–129.
8. Бойкова О.А., Бойкова Н.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. Квазипотенциальная теория в задаче о тонком сдвиге уровней энергии водородоподобных атомов // Когерентная оптика и оптическая спектроскопия. Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова–Ленина, 2007. С.217–221.
9. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. Исследование поправок к тонкому сдвигу уровней энергии в водородоподобных атомах // Известия Саратовского университета. 2008. Т.8, вып.2. С.42–46.
10. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. Исследование поправок к известному значению тонкого сдвига в высших порядках теории возмущений // Проблемы оптической физики SFM–2007. Саратов: Новый ветер, 2008. С.145–151.
11. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Клещевская С.В., Тюхтяев Ю.Н. Исследование аномально больших логарифмических вкладов при решении задачи об отдаче ядра квазипотенциальным методом // Проблемы оптической физики и биофотоники. Саратов: Новый ветер, 2009. С.118–124.
12. Бойкова Н.А., Бойкова О.А., Тюхтяев Ю.Н. Квазипотенциальный подход к исследованию тонкого расщепления энергетических уровней в водородоподобных атомах // Проблемы оптической физики и биофотоники. Саратов: Новый ветер, 2009. С.126–131.