

На правах рукописи

ДАНИЛОВ Дмитрий Игоревич

МОДЕЛЬНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С
ВЫРАЖЕННОЙ ОСНОВНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ
КОМПОНЕНТОЙ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ
ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2013

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” на кафедре физики открытых систем факультета нелинейных процессов.

Научный руководитель:

Короновский Алексей Александрович, д.ф.–м.н., профессор, ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”, профессор кафедры физики открытых систем

Официальные оппоненты:

Селезнев Евгений Петрович, д.ф.–м.н., доцент, ФГБУН “Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН”, Саратовский филиал, заместитель директора по научной работе

Павлов Алексей Николаевич, д.ф.–м.н., профессор, ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики

Ведущая организация: Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород

Защита состоится “17” октября 2013 г. в 18 часов 00 минут в 34 ауд. III корпуса СГУ на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 по специальности 01.04.03 в Саратовском государственном университете (410012, г. Саратов, ул.Астраханская, 83).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Саратовского государственного университета (Саратов, ул. Университетская, 42).

Автореферат разослан “28” августа 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



В.М. Аникин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Нелинейные динамические системы, демонстрирующие сложное поведение, являются важнейшими объектами для изучения и привлекают пристальное внимание исследователей в самых разных областях науки и техники. Одним из наиболее интересных типов динамики для исследования является случай систем, находящейся под внешним воздействием¹, а также случай взаимосвязанных двух или нескольких систем². В таких случаях может наблюдаться явление синхронизации³ — подстройки ритмов колебаний взаимодействующих систем друг под друга. Синхронное поведение уже давно вызывает интерес у современных ученых; при этом изначально под синхронным режимом понималась синхронизация периодических колебаний. Впоследствии явление синхронизации было обнаружено в самых разных системах, демонстрирующих более сложные типы колебаний, в частности, хаотические колебания. Интерес к явлению синхронизации обусловлен широким кругом практических задач, для решения которых необходимо понимание синхронного поведения, — физических, астрономических, химических, задач скрытой передачи информации, экологических биологических и т.д.⁴

В настоящее время известно и хорошо изучено несколько различных типов синхронного поведения взаимодействующих хаотических систем. К таким типам хаотической синхронизации относятся фазовая, обобщенная, синхронизация с запаздыванием и полная хаотическая синхронизация. Каждый из этих типов синхронного поведения хаотических систем характеризуется своими особенностями, и для изучения каждого из них используются свои методы анализа и диагностики. Поэтому одним из интересных и важных вопросов, возникающих при исследовании сложной динамики взаимодействующих систем, является описание всех этих типов синхронного поведения с единых позиций. На данный момент для решения такой задачи было предложено

¹В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова, Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний, М.–Ижевск: Научно-издательский центр “Регулярная и хаотическая динамика”, 2008; Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов, И.В. Сысоев, Е.П. Селезнев, Письма в ЖТФ, 29 (19) (2003) 69–76.

²В.В. Астахов, Б.П. Безручко, В.И. Пономаренко, Е.П. Селезнев, Радиотехника и электроника, 36 (11) (1991) 2167–2171; В.П. Пономаренко, В.В. Матросов, Радиотехника и электроника, 29 (6) (2006) 1125–1133; В.П. Пономаренко, В.В. Матросов, Радиотехника и электроника, 38 (4) (1993) 711–720.

³В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, Регулярные и хаотические автоколебания. Синхронизация и влияние флуктуаций, Издательский Дом “Интеллект”, 2009; В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова и др., Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах, М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003; V.S. Anishchenko, T.E. Vadivasova, D.E. Postnov, M.A. Safonova, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 2 (3) (1992) 633–644; А.С. Пиковский, М.Г. Розенблюм, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.: Техносфера, 2003.

⁴D. Smirnov, U.B. Barnikol, T.T. Barnikol, B.P. Bezruchko, C. Hauptmann, C. Buehrle, M. Maarouf, V. Sturm, H.-J. Freund, P.A. Tass, *Europhysics Letters* 83 (2008) 20003; A.S. Karavaev, M.D. Prokhorov, V.I. Ponomarenko, A.R. Kiselev, V.I. Gridnev, E.I. Ruban, B.P. Bezruchko, *Chaos* 19 (2009) 033112; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, *Успехи физических наук*, 179 (12) (2009) 1281–1310.

несколько различных подходов, среди которых можно назвать рассмотрение данных типов хаотической синхронизации с позиций теории информации⁵, синхронизацию временных масштабов⁶, а также синхронизацию спектральных компонент⁷. При помощи подхода, связанного с описанием поведения взаимодействующих систем с позиций синхронизации спектральных компонент, все вышеперечисленные типы синхронизации были изучены достаточно подробно, однако вопрос “А что происходит с точки зрения такого подхода при переходе от асинхронной динамики к режиму синхронизации?” до сих пор оставался открытым. Поэтому в настоящей работе большое внимание уделено исследованию вопроса о том, что наблюдается при таком переходе с позиций синхронизации спектральных компонент в случае взаимодействующих хаотических систем с выраженной основной спектральной компонентой.

Известно, что переход от асинхронного поведения к синхронному часто происходит через режим перемежаемости — режим, при котором различные типы колебательного поведения чередуются во времени при фиксированных значениях управляющих параметров. В частности, вблизи границы установления синхронного режима во временной реализации исследуемой системы могут наблюдаться участки синхронного поведения (так называемые “ламинарные фазы”, чередующиеся с участками асинхронной динамики (“турбулентные фазы”). В данной работе выявлены закономерности, присущие переходу между режимами перемежаемости и фазовой хаотической синхронизации с точки зрения спектральных компонент Фурье–спектров взаимодействующих систем. Также в работе освещается важный вопрос о том, будут ли такие закономерности справедливы для систем различных типов, поэтому в качестве объектов для исследования рассматриваются системы разных классов — системы с потоковым и с дискретным временем.

Еще одним важнейшим для исследования классом систем являются пространственно–распределенные системы — системы с бесконечным числом степеней свободы. Многие реальные радиофизические системы, так же как и системы из других областей науки и техники, относятся к данному классу систем. Динамика в пространственно–распределенных системах зачастую принципиально отличается от динамики в конечномерных системах. Тем не менее, многие фундаментальные явления, такие как синхронизация хаотических колебаний и перемежающееся поведение, можно наблюдать как в пространственно–распределенных, так и в конечномерных системах. Поэтому интересно проверить, будут ли закономерности, выявленные для конечномер-

⁵A. Shabunin, V. Demidov, V. Astakhov, V.S. Anishchenko, Phys. Rev. E 65 (2002) 056215; А.В. Шабунин, В.Е. Демидов, В.В. Астахов, В.С. Анищенко, Письма в ЖТФ 27 (11) (2001) 78

⁶A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, Physica D 206 (3–4) (2005) 252–264.

⁷V.S. Anishchenko, T.E. Vadivasova, D.E. Postnov, M.A. Safonova, Synchronization of chaos, Int. J. Bifurcation and Chaos, 2 (3) (1992) 633–644; А.Е. Нрамов, А.А. Короновский, М.К. Куровская, О.И. Москаленко, Phys. Rev. E 71 (5) (2005) 056204.

ных систем, наблюдаться в случае пространственно–распределенных систем. В настоящей диссертационной работе приводятся результаты исследования динамики пространственно–распределенных систем на примере однонаправленно связанных диодов Пирса вблизи границы установления синхронного режима с точки зрения спектральных компонент, а также проводится сопоставление полученных результатов с аналогичными результатами для конечномерных систем.

Как уже отмечалось выше, переход от асинхронной динамики к синхронной для хаотических систем, как правило, сопровождается перемежаемостью. Явление перемежаемости, как и хаотическая синхронизация, является фундаментальным нелинейным явлением, представляющим значительную важность для изучения. К настоящему времени известно несколько типов перемежающегося поведения: перемежаемость типов I–III, on–off перемежаемость, перемежаемость игольного ушка, перемежаемость кольца. Перемежающееся поведение, наблюдающееся вблизи границ установления синхронных режимов, в подавляющем большинстве случаев изучалось для систем с малым числом степеней свободы. Очевидно, что возникает вопрос о том, будут ли закономерности, выявленные для систем с сосредоточенными параметрами, наблюдаться в случае пространственно–распределенных систем. В частности, следует отметить, что для связанных диодов Пирса тип перемежающегося поведения до настоящего времени не был известен, несмотря на то, что диод Пирса — это классическая радиофизическая модельная система. Результаты соответствующего исследования приведены в данной работе.

Очевидно, что при изучении перемежающегося поведения важное значение имеет способ определения типа перемежаемости. Определение того, какой именно тип перемежаемости реализуется в системе, как правило, осуществляется с помощью анализа статистических характеристик, таких как распределение длительностей ламинарных фаз при фиксированных значениях управляющих параметров, а также зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности. Очевидно, что для получения подобных статистических характеристик необходимы эффективные методы выделения ламинарных фаз из временной реализации рассматриваемой системы. В работе М.О. Журавлева с соавторами⁸ предложен метод выделения ламинарных и турбулентных фаз для перемежающегося поведения осцилляторов, находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации, на основании результатов которого затем можно определить тип перемежаемости по виду распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарной фазы от параметра надкритичности. Как было установлено в ходе проведения исследований, этот метод дает хорошие результаты при анализе систем с малым числом степеней свободы, однако

⁸М.О. Журавлев, М.К. Куровская, О.И. Москаленко, Письма в ЖТФ 36 (10) (2010) 31–38.

он не всегда корректно работает в случае пространственно–распределенных систем со сложной динамикой, как, например, рассматриваемая в настоящей работе пространственно–распределенная система, состоящая из двух однонаправленно связанных диодов Пирса. Диод Пирса⁹ является важнейшим объектом для исследования, так как это классическая модельная радиофизическая система, часто используемая в современных исследованиях. Соответственно, важным представляется создание метода, при помощи которого можно было бы успешно определять тип перемежающегося поведения в сложных хаотических системах, таких как диод Пирса. В диссертационной работе предлагается такой метод, являющийся модификацией метода, описанного в вышеупомянутой работе.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно утверждать, что в области сложного поведения нелинейных хаотических систем круг вопросов, требующих дальнейшего изучения, достаточно широк. Детальному изучению описанных выше вопросов и посвящена настоящая диссертационная работа. Соответственно, с учетом сказанного можно сделать вывод о том, что тема данной диссертационной работы является важной и актуальной для радиофизики, нелинейной динамики и современной теории нелинейных колебаний и волн.

Цель диссертационной работы. Целью настоящей диссертационной работы является выявление закономерностей поведения связанных хаотических осцилляторов вблизи границы установления режима фазовой хаотической синхронизации с точки зрения спектральных компонент, а также определение типа динамики вблизи перехода к режиму фазовой хаотической синхронизации в пространственно–распределенных системах на примере двух однонаправленно связанных диодов Пирса. При этом основными вопросами, рассмотренными в данной работе, являются следующие:

- изучение связанных классических конечномерных систем (как с поточковым, так и с дискретным временем) при переходе от асинхронного поведения к синхронному с точки зрения синхронизации спектральных компонент;
- изучение поведения пространственно–распределенных систем вблизи границы фазовой хаотической синхронизации;
- сопоставление полученных результатов для различных классов систем — пространственно–распределенных и конечномерных, выявление общих закономерностей;

⁹ Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков, Т. 2, М.: Физматлит, 2004.

- создание метода выделения ламинарных и турбулентных фаз в режиме перемежаемости для пространственно–распределенных хаотических систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации, для которых известные методы дают некорректные результаты;
- определение типов перемежаемости, наблюдаемых в однонаправленно связанных диодах Пирса.

Изучение данных вопросов, проведенное в настоящей работе, позволяет продвинуться в понимании того, каким образом происходит переход от асинхронного режима к синхронному с точки зрения поведения спектральных компонент для систем различных классов, характеризующихся выраженной основной спектральной компонентой, а также прояснить некоторые вопросы, связанные с перемежаемостью пространственно–распределенных систем, находящихся вблизи границы режима фазовой хаотической синхронизации.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Поведение основных спектральных компонент эталонных конечномерных и пространственно–распределенных систем, обладающих выраженной основной спектральной частотой, вблизи границы установления режима фазовой хаотической синхронизации подчиняется одной и той же универсальной закономерности. Данная закономерность заключается в инвариантности вида зависимости дисперсии распределений разности фаз, вводимых при помощи преобразования Фурье на основной спектральной компоненте, от величины, определяемой параметром надкритичности и длительностью анализируемого временного ряда.
2. При помощи анализа скользящего среднего разности фаз взаимодействующих осцилляторов возможно выделить ламинарные и турбулентные фазы из временных реализаций связанных хаотических осцилляторов, демонстрирующих перемежающееся поведение вблизи границы установления режима фазовой хаотической синхронизации.
3. Система двух однонаправленно связанных диодов Пирса при значении параметра надкритичности из области, прилегающей к области синхронной динамики, демонстрирует перемежающееся поведение, которое подчиняется закономерностям, свойственным как для перемежаемости игольного ушка, так и для перемежаемости типа I в закритической области в присутствии шума.

Научная новизна. Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. В частности, в рамках настоящей работы впервые получены следующие результаты:

- установлена закономерность поведения спектральных компонент эталонных конечномерных и пространственно–распределенных систем при переходе от асинхронной динамики к режиму фазовой хаотической синхронизации, заключающаяся в инвариантности зависимости дисперсии распределений разности фаз, вводимых при помощи преобразования Фурье на основной спектральной компоненте, от величины, определяемой параметром надкритичности и длительностью анализируемого временного ряда; показано, что системы, обладающие ярко выраженной основной частотой в Фурье–спектре, подчиняются одной и той же закономерности;
- предложен модифицированный метод выделения ламинарных и турбулентных фаз в режиме перемежаемости для пространственно–распределенных систем, демонстрирующих хаотическое поведение, находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации, заключающийся во введении в рассмотрение скользящего среднего разности мгновенных фаз взаимодействующих осцилляторов;
- получены зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности для двух однонаправленно связанных диодов Пирса, проведено сопоставление с теоретическими зависимостями, соответствующими различным типам перемежающегося поведения;
- определены типы перемежающегося поведения, наблюдающиеся в однонаправленно связанных диодах Пирса; показано, что данное поведение может быть описано и как перемежаемость игольного ушка, и как перемежаемость типа I в присутствии шума.

Научная и практическая значимость работы. Диссертация решает важную научную задачу, состоящую в определении закономерностей поведения неавтономных хаотических колебательных систем с выраженной основной спектральной компонентой вблизи границы установления режима фазовой синхронизации. Исследования в работе проводились на примере эталонных нелинейных динамических систем, таких как система Ресслера, отображение окружности, диод Пирса. Благодаря тому, что полученные результаты являются довольно общими, можно ожидать, что они окажутся справедливыми для других систем, в частности, для различных реальных систем — радиофизических, биологических, физиологических и т.д. Результаты данной диссертационной работы позволяют продвинуться в понимании особенностей поведения нелинейных хаотических систем с выраженной основной спектральной компонентой, демонстрирующих синхронное или перемежающееся поведение. В частности, исследования динамики пространственно–распределенных систем имеют большое как теоретическое, так и практиче-

ское значение, поскольку исследуемая система — диод Пирса — является базовой радиофизической моделью, и это позволяет предполагать, что полученные для данной системы результаты будут также справедливы для подобных реальных радиофизических систем (например, для низковольтных виркаторов). Тот факт, что были выявлены аналогичные закономерности для пространственно-распределенных и конечномерных систем, означает, что найденная закономерность обладает большой степенью общности, и, следовательно, применима к широкому кругу сложных систем.

Предложенная модификация метода выделения ламинарных и турбулентных фаз позволяет эффективно проводить анализ временных реализаций сложных пространственно-распределенных систем, демонстрирующих режим перемежаемости. С учетом того, что изучение перемежающегося поведения систем (прежде всего, систем с бесконечномерным фазовым пространством) является важнейшей задачей, находящей применение в различных практических исследованиях, например, при анализе активности головного мозга¹⁰, можно ожидать, что предложенный модифицированный метод будет востребован при исследовании систем с бесконечномерным фазовым пространством, демонстрирующих явление перемежаемости.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием математических процедур, уравнений, методов и подходов, строго обоснованных в научной литературе, апробированных при проведении научных исследований. Достоверность полученных результатов подтверждается их воспроизводимостью, сопоставлением аналитических и численных результатов, а также отсутствием противоречий с общепризнанными достоверными результатами, опубликованными в известной научной литературе.

Личный вклад. Представленные в диссертации результаты получены лично соискателем, им проведены все аналитические и численные расчеты. Постановка задач, разработка методов их решения, а также объяснение результатов были осуществлены автором совместно с научным руководителем.

Апробация работы.

Результаты диссертационной работы неоднократно докладывались на все-российских и международных научных конференциях и семинарах и опубликованы в сборниках тезисов докладов: IX Международной школы “Хаотические автоколебания и образование структур” — ХАОС-2010 (Саратов, октябрь 2010), XII Всероссийской школы-семинара “Физика и применение микроволн (Волны-2011)” (Звенигород, май 2011), XV Международной школы-семинара по электронике сверхвысоких частот и радиофизике (Саратов, февраль 2012), XIII Всероссийской школы-семинара “Физика и применение микроволн (Волны-2012)” (Звенигород, май 2012), III Всероссийского научно-

¹⁰J.L. Perez Velazquez, et al., European Journal of Neuroscience. 11 (1999) 2571; A.E. Hramov, et al., Chaos. 16 (2006) 043111.

практического форума “Экология: синтез естественно–научного, технического и гуманитарного знания” (Саратов, октябрь 2012), XIV Всероссийской школы-семинара “Физика и применение микроволн (Волны–2013)” (Можайск, май 2013), всего 6 публикаций в трудах конференций. Результаты, изложенные в диссертационной работе, обсуждались на расширенных научных семинарах кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении научно–исследовательских работ по проектам Федеральной целевой программы “Научные и научно–педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (соглашения № 14.В37.21.0751 от 27 августа 2012 г. и № 14.В37.21.1207 от 18 сентября 2012 г.).

Публикации. Результаты работы опубликованы в центральных реферируемых научных журналах (3 статьи), рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук, а также в трудах конференций (6 тезисов докладов).

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Она содержит 150 страниц текста, включая 25 иллюстраций. Список литературы содержит 158 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность темы данной диссертации, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Также введение содержит основные положения и результаты, выносимые на защиту, и сведения об апробации результатов и публикациях.

Первая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования перехода от асинхронного режима к синхронному с точки зрения синхронизации спектральных компонент в эталонных конечномерных системах. В первом разделе главы рассматриваются основные типы синхронного поведения и методы их описания с единых позиций, а также некоторые связанные с этими понятиями важные моменты, в частности, различные способы введения фазы колебаний. Эта информация необходима для понимания и логичного изложения дальнейшего материала. В разделе 1.1 также описывается современное состояние изучаемой в данной главе проблемы и формулируются основные вопросы, решению которых посвящены следующие разделы.

В разделе 1.2 рассматривается поведение основных спектральных компонент связанных нелинейных систем с потоковым временем на примере двух однонаправленно связанных систем Ресслера, находящихся вблизи границы

установления режима фазовой хаотической синхронизации. Данная система описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, & \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varkappa(x_d - x_r), \\ \dot{y}_d &= \omega_d x_d + a y_d, & \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r, \\ \dot{z}_d &= p + z_d(x_d - c), & \dot{z}_r &= p + z_r(x_r - c).\end{aligned}$$

В данных уравнениях индекс d соответствует ведущей системе, а индекс r — ведомой. Параметры систем выбраны следующим образом: $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10.0$. Параметры $\omega_d = 0.93$ и $\omega_r = 0.95$ определяют собственную частоту ведущей и ведомой систем соответственно, а \varkappa — параметр, отвечающий за связь между системами. В ходе работы было получено значение параметра связи, соответствующее границе установления синхронного режима: $\varkappa_{PS} \approx 0.041$.

Как следует из проведенного рассмотрения, распределение разностей фаз основных спектральных компонент спектров Фурье взаимодействующих систем (полученных по временным рядам конечной длины) имеет вид функций Гаусса (Рис. 1), что обусловлено конечной длиной анализируемого временного интервала и хаотической динамикой рассматриваемых систем. Из рисунка видно, что вид распределений зависит от длины временного интервала, по которому рассчитывается преобразование Фурье. Показано, что с уменьшением величины параметра связи между взаимодействующими системами вблизи порога возникновения режима фазовой хаотической синхронизации распределения разности фаз основных спектральных компонент Фурье-спектров взаимодействующих осцилляторов также имеют аналогичную форму распределений Гаусса. Установлено также, что чем больше интенсивность параметра связи, тем меньшей величиной дисперсии характеризуются данные распределения. При этом пересечение границы фазовой хаотической синхронизации не приводит ни к каким видимым качественным изменениям анализируемой величины, поскольку как выше, так и ниже порога фазовой синхронизации виды распределений оказываются качественно эквивалентны (граница фазовой хаотической синхронизации в этом случае $\varkappa_{PS} \approx 0.041$). В то же время очевидно, что происходят количественные изменения в анализируемых распределениях разностей фаз. Тем не менее ответить на вопрос, существуют ли здесь какие-либо количественные закономерности, к сожалению, в рамках аналитического решения этой задачи для связанных осцилляторов Ресслера представляется невозможным из-за достаточной сложности анализируемой системы. Однако можно провести соответствующее исследование на более простых модельных примерах, допускающих в то же самое время аналитическое рассмотрение.

Раздел 1.3 посвящен исследованию этого вопроса на примере систем другого класса — систем с дискретным временем. В качестве исследуемой системы

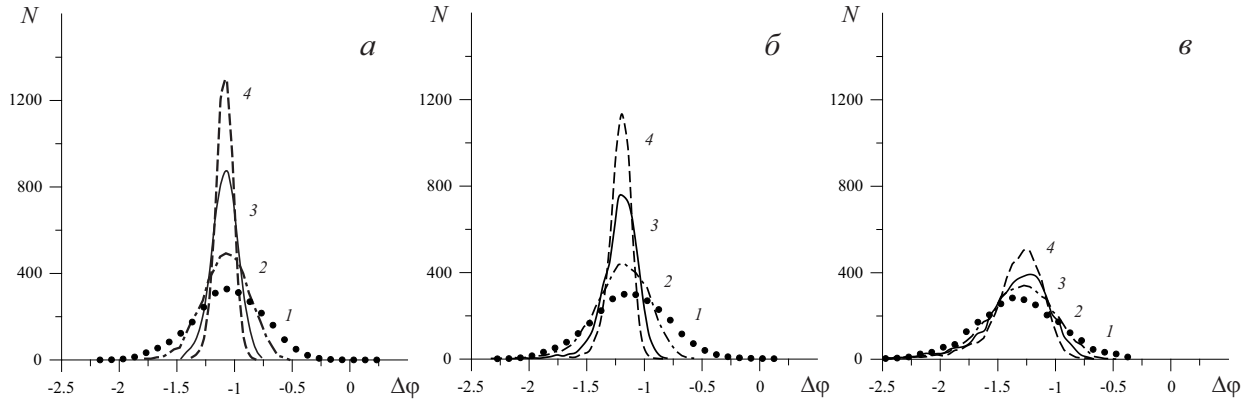


Рисунок 1 — Распределение разности фаз основных спектральных компонент систем Ресслера, введенных как угол поворота на фазовой плоскости (1), а также рассчитанных при помощи преобразования Фурье для разных значений анализируемого интервала времени: $T = 100$ (2), $T = 600$ (3), $T = 1600$ (4), для значений параметра связи: (а) $\varepsilon = 0.043$, (б) $\varepsilon = 0.040$, (в) $\varepsilon = 0.038$.

рассматривается отображение окружности под воздействием шума:

$$x_{n+1} = x_n + 2\Omega(1 - \cos x_n) - \varepsilon + \xi_n, \quad (\text{mod } 2\pi),$$

где ε — управляющий параметр, $\Omega = 0.1$, ξ_n — δ -коррелированный белый шум с нулевым средним [$\langle \xi_n \rangle = 0$, $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n - m)$]. Данная система является очень удобной модельной системой для описания широкого ряда процессов, происходящих вблизи границы возникновения синхронного режима в динамических системах с потоковым временем. В этом случае переменная x играет роль фазы анализируемого сигнала. Фактически, можно говорить о том, что переменная x представляет собой фазу сигнала в анализируемой системе с потоковым временем, взятую через характерный временной интервал внешнего воздействия. Аналогом разности фаз основных спектральных компонент спектров Фурье взаимодействующих хаотических осцилляторов с потоковым временем является усреднение динамической переменной x по некоторому интервалу дискретного времени. В этом разделе показывается, что распределения значений переменной x имеют вид распределений Гаусса (рис. 2, а), как это наблюдалось для систем с потоковым временем, рассмотренных в разделе 1.2, и, точно также, при увеличении параметра надкритичности величина дисперсии данных распределений уменьшается.

Для выявления количественных закономерностей в поведении рассматриваемой системы в этом же разделе проведено аналитическое рассмотрение, на основании которого предложены нормировки, в которых следует ожидать проявления универсального характера эволюции рассматриваемых распределений при изменении значений управляющего параметра. Показано, что, действительно, с учетом предложенных нормировок поведение нормированной дисперсии рассматриваемых распределений оказывается количественно

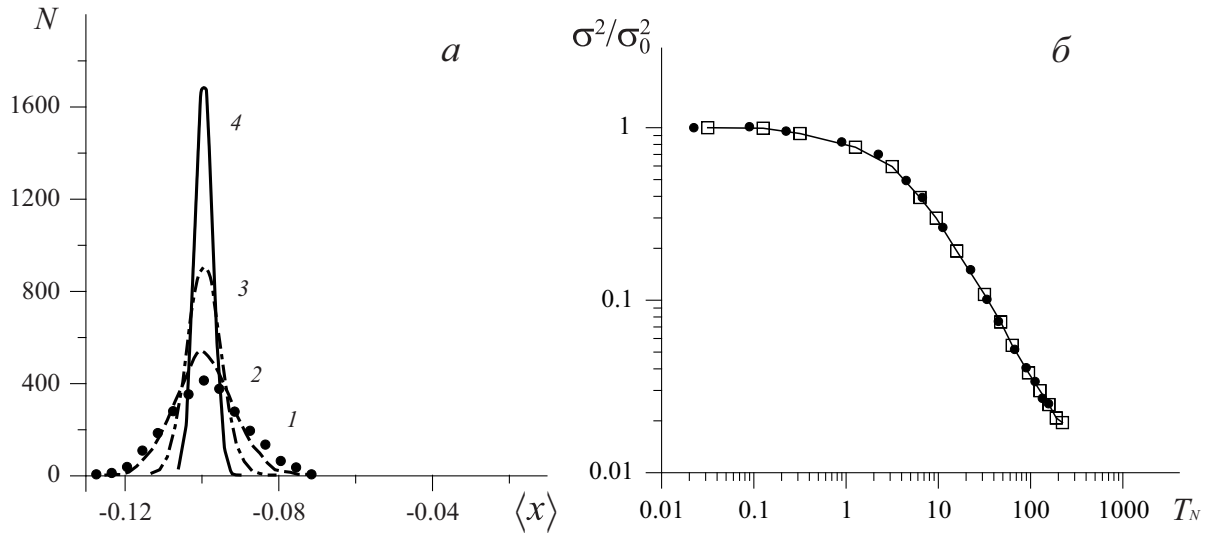


Рисунок 2 — (а) Распределение усредненной величины x_n отображения окружности при значении управляющего параметра $\varepsilon = 5 \times 10^{-4}$ для длины интервала дискретного времени $K = 1$ (1), $K = 100$ (2), $K = 500$ (3), $K = 2000$ (4). (б) Зависимости нормированной величины дисперсии распределений величины x_n отображения окружности от нормированной длины интервала дискретного времени T_N при значениях управляющего параметра $\varepsilon = 5 \times 10^{-4}$ (точки) $\varepsilon = 0.001$ (квадраты).

идентичным для различных значений параметра надкритичности. На рис. 2, б приведены зависимости дисперсии распределений от нормированной длины интервала дискретного времени для различных значений параметра связи. Видно, что полученные кривые с учетом нормировки практически совпадают друг с другом.

Для того, чтобы убедиться в едином характере поведения систем с потоковым и с дискретным временем вблизи границы синхронизации, в разделе 1.4 проводится сопоставление полученных в предшествующих разделах результатов. Рассматриваемые системы принадлежат к разным классам, однако известно, что потоковые системы можно привести к отображениям при помощи сечения Пуанкаре. Соответственно, свойства потоковых систем связаны со свойствами отображений. В данном разделе показывается, что полученные для исследуемых систем зависимости хорошо ложатся на определенную кривую (рис. 3), которая, очевидно, является универсальной и описывает как поведение осцилляторов с потоковым временем, так и динамику систем с дискретным временем при любом значении управляющего параметра, принадлежащем изучаемой области значений. При этом необходимо заметить, что параметры надкритичности в потоковой системе и отображении также имеют разные характерные масштабы, поэтому для корректного сопоставления результатов исследования отображения окружности и связанных систем Ресслера была произведена еще одна перенормировка времени.

Раздел 1.5 содержит выводы по первой главе.

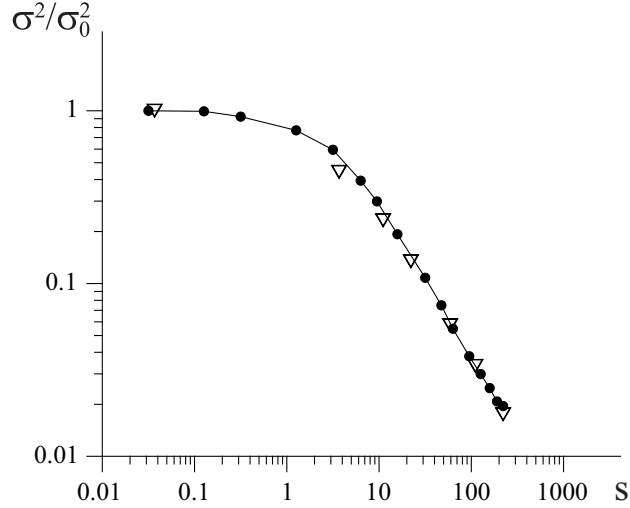


Рисунок 3 — Зависимости нормированной величины дисперсии от нормированной длины временного интервала. Линия с точками соответствует отображению окружности при значении управляющего параметра $\varepsilon = 0.001$, треугольники — системам Ресслера при значении параметра связи $\varkappa = 0.043$. Здесь s — параметр времени, отнормированный для корректного сопоставления систем с потоковым и с дискретным временем.

Во **второй главе** рассматривается поведение пространственно-распределенных систем вблизи границы фазовой хаотической синхронизации с точки зрения синхронизации спектральных компонент. В качестве модельной пространственно-распределенной системы с бесконечномерным фазовым пространством выбрана эталонная модель нелинейной динамики и электроники сверхвысоких частот — диод Пирса. Целью подобного изучения является рассмотрение вопроса о том, наблюдается ли в системах с бесконечномерным фазовым пространством закономерность синхронизации основных спектральных компонент, подобная той, которая была рассмотрена в первой главе диссертационной работы.

В разделе 2.1 описывается выбранная модельная система — диод Пирса, при этом описание дается на примере автономной системы. В разделе 2.2 рассматриваются два однонаправленно связанных диода Пирса. В рамках гидродинамического приближения однонаправленно связанные диоды Пирса описываются системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона:

$$\frac{\partial \nu_{1,2}}{\partial t} = -\nu_{1,2} \frac{\partial \nu_{1,2}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x}, \quad \frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_{1,2} \nu_{1,2})}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} = -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1)$$

с граничными условиями:

$$\nu_{1,2}(0, t) = 1, \quad \rho_{1,2}(0, t) = 1, \quad \varphi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (1)$$

где φ — безразмерный потенциал поля пространственного заряда, ρ — безразмерная плотность заряда, ν — безразмерная скорость потока, x — безразмерная координата и t — безразмерное время. Индексы 1 и 2 обозначают ведущую

и ведомую системы соответственно. Управляющим параметром, характеризующим динамику каждой системы, является параметр Пирса α — невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте, $\alpha_1 = 2.858\pi$, $\alpha_2 = 2.862\pi$.

Однонаправленная связь между системами осуществляется при помощи изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \varphi_1(1, t) = 0, \\ \varphi_2(1, t) = \varepsilon(\rho_2(1, t) - \rho_1(1, t)). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь ε — коэффициент связи между системами, $\rho_{1,2}(1, t)$ — колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой из систем.

На примере данной системы изучается вопрос о закономерностях, которые будут наблюдаться для основных спектральных компонент при установлении синхронного режима. Показывается, что полученные распределения разности фаз, введенных при помощи преобразования Фурье, как и в случае систем с малым числом степеней свободы, имеют вид распределений Гаусса (рис. 4, *a*) и демонстрируют те же самые тенденции при изменении интенсивности связи, которые наблюдались для систем с малым числом степеней свободы. Зависимости нормированной величины дисперсии от нормированной длины временного интервала, по которому рассчитывалось преобразование Фурье, совпадают при различных значениях параметра надкритичности вблизи границы фазовой хаотической синхронизации (рис. 4, *б*) и имеют вид, аналогичный зависимостям, полученным ранее для конечномерных систем.

С учетом того, что при анализе поведения систем использовались временные реализации, полученные в одной точке пространства системы (выбранной произвольно), и гипотетически существует возможность того, что результаты могут отличаться для разных точек пространства исследуемой системы, для подтверждения общности результатов в разделе 2.3 проведено аналогичное рассмотрение для другой точки пространства и показано, что полученные результаты не зависят от того, из какой точки пространства системы снимается временная реализация.

В разделе 2.4 проводится сопоставление результатов, полученных для конечномерных и для пространственно-распределенных систем. Показано, что для всех трех рассмотренных систем разных классов, а именно, для осцилляторов Ресслера, отображения окружности и диодов Пирса полученные зависимости ложатся на некоторую кривую, которая является универсальной. На основании этого можно утверждать, что поведение основных спектральных компонент конечномерных систем и пространственно-распределенных систем

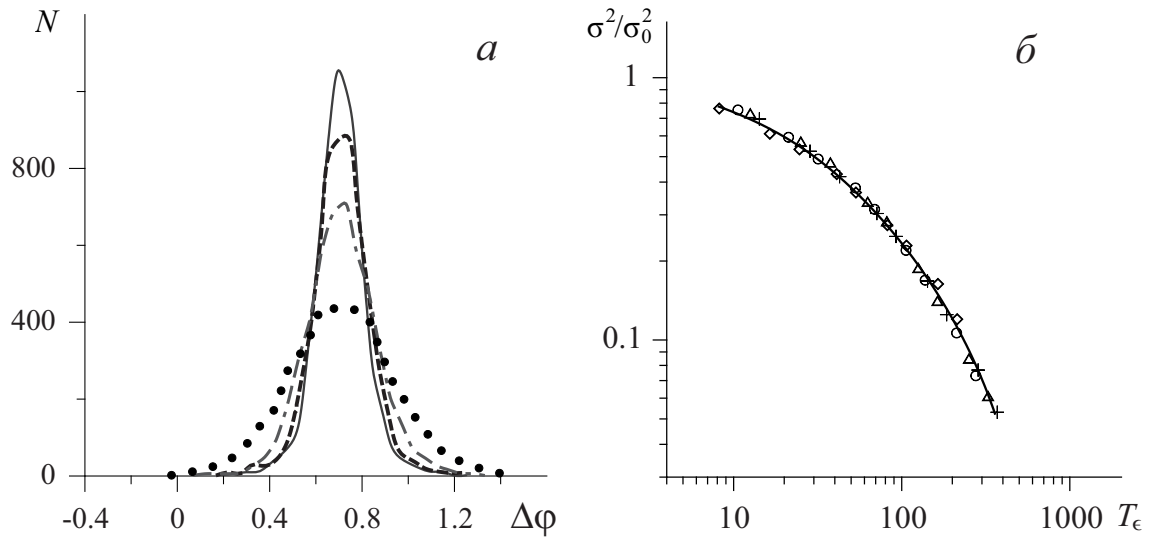


Рисунок 4 — (а) Распределения разности фаз двух однонаправленно связанных диодов Пирса при $\epsilon = 0.012$ для различных значений T : $T = 3900$ (сплошная линия); $T = 3000$ (пунктирная линия); $T = 1950$ (штрих-пунктирная линия); $T = 750$ (точки). (б) Зависимость значения дисперсии распределений разности фаз однонаправленно связанных диодов Пирса от нормированной длины анализируемого временного интервала T_ϵ для значения параметра связи $\epsilon = 0.008$ (ромбы), $\epsilon = 0.01$ (круги), $\epsilon = 0.012$ (треугольники), $\epsilon = 0.014$ (кресты).

с бесконечномерным фазовым пространством при любом значении управляющего параметра, принадлежащем изучаемой области значений, подчиняется универсальной закономерности.

В разделе 2.5 сформулированы выводы по данной главе.

Третья глава посвящена рассмотрению перемежающегося поведения в системах с бесконечномерным фазовым пространством вблизи границы установления режима фазовой хаотической синхронизации. В качестве модельной системы снова выбрана система двух однонаправленно связанных диодов Пирса.

В разделе 3.1 рассматриваются основные закономерности, характерные для перемежаемости игольного ушка (и, соответственно, для перемежаемости типа I в присутствии шума), что является необходимым для рассмотрения и классификации результатов, полученных при изучении перемежающегося поведения в однонаправленно связанных диодах Пирса, изложенных в следующих разделах настоящей главы. Раздел 3.2 посвящен описанию метода выделения ламинарных и турбулентных фаз в пространственно-распределенных системах. Предлагаемый метод позволяет осуществлять выделение ламинарных и турбулентных фаз в пространственно-распределенных системах со сложной динамикой, что потенциально дает возможность применения данного метода для анализа различных систем, демонстрирующих перемежающееся поведение. В разделе 3.3 описаны результаты изучения перемежающегося

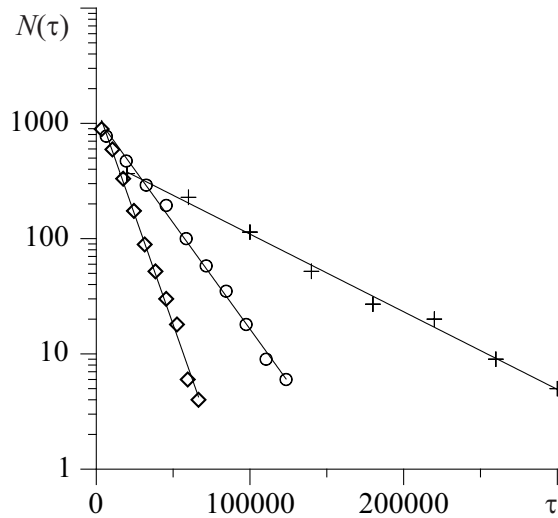


Рисунок 5 — Распределения длительности ламинарных фаз однонаправленно связанных диодов Пирса от времени. Точки, соответствующие значению параметра связи $\varepsilon = 0.0075$, показаны символами “ \diamond ”, значению $\varepsilon = 0.008$ — символами “ \circ ”, значению $\varepsilon = 0.0085$ — символами “+”.

поведения в системе, состоящей из двух однонаправленно связанных диодов Пирса, вблизи границы фазовой хаотической синхронизации. На рис. 5 показаны распределения длительности ламинарных фаз исследуемой системы для различных значений параметра надкритичности. Ламинарные фазы были выделены с применением метода, описанного в разделе 3.2. Также при помощи этого метода были получены зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности. Показано, что при сопоставлении численных результатов с теоретическими зависимостями, соответствующими режиму перемежаемости игольного ушка (рис. 6, *a*) и режиму перемежаемости типа I в присутствии шума (рис. 6, *b*), наблюдается отличное соответствие. Данный факт позволяет утверждать, что перемежающееся поведение двух связанных диодов Пирса может быть описано и как перемежаемость игольного ушка, и как перемежаемость типа I в присутствии шума в закритической области. Следовательно, в пространственно-распределенных системах вблизи границы фазовой хаотической синхронизации реализуется тот же самый тип перемежающегося поведения, что и в системах с малым числом степеней свободы. Полученные результаты являются дополнительным доказательством того, что перемежаемость игольного ушка и перемежаемость типа I с шумом являются одним и тем же типом динамики нелинейных систем.

Заключительные выводы по настоящей главе содержатся в последнем разделе 3.4.

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

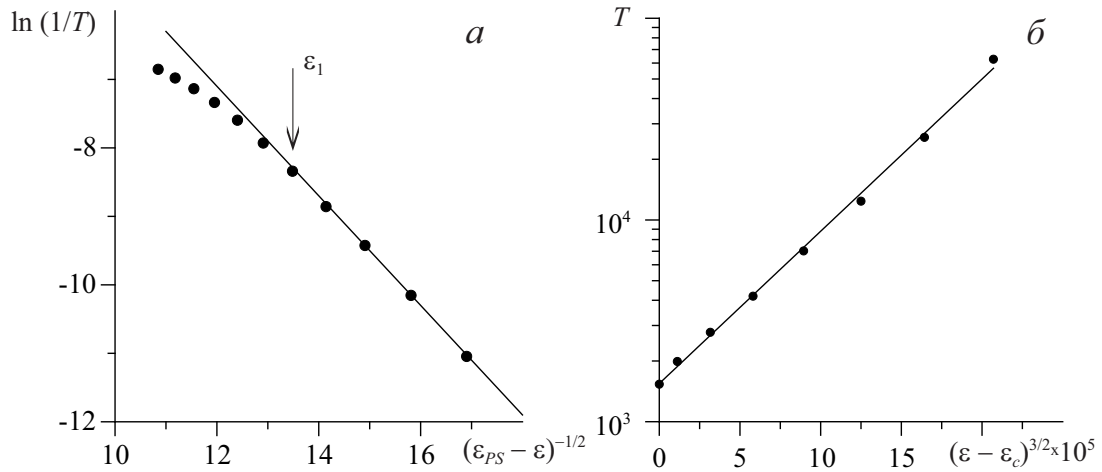


Рисунок 6 — (а) Зависимость величины $\ln(1/T)$ от параметра $(\epsilon_{PS} - \epsilon)^{-1/2}$. Критическое значение $\epsilon_{PS} = 0.012$. Стрелкой отмечена граница возникновения режима перемежаемости игольного ушка $\epsilon_1 = 0.0065$. Точки, полученные численно для двух однонаправленно связанных диодов Пирса, изображены символами “•”. Теоретическая зависимость для перемежаемости игольного ушка показана сплошной линией. (б) Зависимость средней длительности ламинарных фаз T от параметра $(\epsilon - \epsilon_c)^{3/2}$, ось ординат показана в логарифмическом масштабе. Критическое значение $\epsilon_c = 0.005$. Точки, полученные численно для двух однонаправленно связанных диодов Пирса, изображены символами “•”. Теоретическая зависимость для перемежаемости типа I в присутствии шума показана сплошной линией.

Основные результаты и выводы

1. Обнаружена закономерность поведения основных спектральных компонент эталонных конечномерных и пространственно–распределенных систем вблизи границы установления режима фазовой хаотической синхронизации. Данная закономерность заключается в инвариантности зависимости дисперсии распределений разности фаз, вводимых при помощи преобразования Фурье на основной спектральной компоненте, от величины, определяемой параметром надкритичности и длительностью анализируемого временного ряда.
2. Предложен модифицированный метод для выделения ламинарных и турбулентных фаз в режиме перемежаемости из временных реализаций систем, демонстрирующих сложное поведение, в частности, для пространственно–распределенных систем.
3. Для двух однонаправленно связанных диодов Пирса, находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации и демонстрирующих перемежающееся поведение, распределения длительностей ламинарных фаз при различных значениях параметра надкритичности подчиняются экспоненциальному закону.

4. Определены типы перемежающегося поведения, которое демонстрирует система, состоящая из двух однонаправленно связанных диодов Пирса; показано, что такое поведение можно трактовать и как перемежаемость игольного ушка, и как перемежаемость типа I в присутствии шума.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- [1] Данилов Д.И., Короносский А.А. Универсальная закономерность синхронизации основных спектральных компонент взаимодействующих осцилляторов // Известия РАН. Серия физическая. 2011. Т. 75. №12. С. 1709–1712.
- [2] Данилов Д.И., Короновский А.А. Поведение спектральных компонент связанных диодов Пирса вблизи границы фазовой синхронизации // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20. №1. С. 105–111.
- [3] Данилов Д.И., Короновский А.А. Закономерности поведения спектральных компонент в пространственно-распределенных системах, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации // Известия РАН. Серия физическая. 2012. Т. 76. №12. С. 1500–1502.
- [4] Данилов Д.И., Москаленко О.И. Спектры связанных хаотических осцилляторов, находящихся в режиме перемежаемости игольного ушка // Материалы IX Международной школы “ХАОС–2010”. Саратов. 2010. С. 115–116.
- [5] Данилов Д.И., Короновский А.А. О поведении основной спектральной компоненты хаотических осцилляторов, находящихся в режиме перемежаемости игольного ушка // Труды школы–семинара “Волны–2011”. Звенигород. 2011. С. 7–11.
- [6] Данилов Д.И. Синхронизация спектральных компонент связанных диодов Пирса в области границы фазовой синхронизации // Материалы XV международной школы–семинара по электронике сверхвысоких частот и радиофизике. Саратов. 2012. С. 33.
- [7] Данилов Д.И., Короновский А.А. Пространственные аспекты поведения спектральных компонент связанных диодов Пирса // Труды школы–семинара “Волны–2012”. Звенигород. 2012. С. 11–14.
- [8] Данилов Д.И., Короновский А.А. Модифицированный метод выделения ламинарных и турбулентных фаз в перемежающихся временных реализациях // Материалы III Всероссийского научно–практического форума “Экология: синтез естественно–научного, технического и гуманитарного знания”. Саратов. 2012. С. 321–322.
- [9] Данилов Д.И., Короновский А.А. Перемежаемость типа I с шумом и перемежаемость игольного ушка в пространственно–распределенных системах // Труды школы–семинара “Волны–2013”. Звенигород. 2013. С. 17–19.

ДАНИЛОВ Дмитрий Игоревич

МОДЕЛЬНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ С
ВЫРАЖЕННОЙ ОСНОВНОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ
КОМПОНЕНТОЙ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ
ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Автореферат

Подписано к печати 01.08.2013. Формат 60 × 84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура "Times"

Усл. печ. л. 1,39 (1,5). Тираж 100 экз. Заказ 55Т.

Отпечатано с готового оригинал-макета

Типография СГУ.

410012, Саратов, Большая Казачья, 112а, корпус 8.