

На правах рукописи



РЫБАЛОВА Елена Владиславовна

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ И ВНЕШНИХ
ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ И
СИНХРОНИЗАЦИЮ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ
СТРУКТУР В АНСАМБЛЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ОСЦИЛЛЯТОРОВ

1.3.4. – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Саратов — 2023

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиофизики и нелинейной динамики **Стрелкова Галина Ивановна.**

Официальные оппоненты:

Ряшко Лев Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург, кафедра теоретической и математической физики, профессор

Станкевич Наталия Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»», г. Нижний Новгород, международная лаборатория динамических систем и приложений, младший научный сотрудник

Ведущая организация: ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», г. Нижний Новгород

Защита состоится «20» октября 2023 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.392.01 на базе ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, X корпус, аудитория 511.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/24-2-392-01/kandidatskaya-dissertaciya-rybalovoy-elenu>.

Автореферат разослан «___» июля 2023 года.

Учёный секретарь диссертационного совета, д.ф.-м.н., доцент



Сысоев
Илья Вячеславович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Одной из главных задач, которые решает радиопизика и нелинейная динамика, являются исследования динамики сложных ансамблей, установление условий и механизмов формирования пространственно-временных режимов, выявление эффектов их подавления или поддержания, а также изучение явлений синхронизации различных сложных структур в многослойных сетях. В связи с тем, что в реальных системах всегда существуют шумы и различные неоднородности, дополнительной задачей является исследование устойчивости пространственно-временных структур к возмущениям различной природы. Известно, что шум может оказывать как конструктивное, так и деструктивное влияние на пространственно-временную динамику систем¹. Неоднородность также оказывает большое влияние на разнообразие пространственно-временных режимов сетей² и может быть жизненно важным компонентом способности нейронных сетей (мозга) адаптироваться к новым условиям (обучаться)³.

В последнее время вопросам влияния шумов и неоднородностей на динамику сетей уделяется особое внимание в связи с открытием новых режимов частичной синхронизации в сетях связанных систем, а именно химерных состояний⁴ и уединенных состояний⁵. Химерное состояние характеризуется сосуществованием в одном ансамбле синхронных и асинхронных кластеров из конечного числа осцилляторов. Химерные состояния были исследованы теоретически, численно, наблюдались экспериментально⁶ и играют важную роль в реальных системах⁷. Устойчивость химерных состояний к шумовым возмущениям исследовалась в нелокально связанных сетях осцилляторов с дискретным⁸ и непрерывным временем⁹. *Тем не менее до сих пор не до конца понятно, как зависит вероятность наблюдения химерных состояний в*

¹Benzi R. et al., Jour. Phys. A. **14**(11), L453, 1981; Horsthemke W., Lefever R., Noise-induced transitions: theory and applications in physics, chemistry, and biology. 164-200, 1984; Pikovsky A. S., Kurths J., Phys. Rev. Lett. **78**(5), 775, 1997; Anishchenko V. S. et al., Physics-Uspexhi. **42**(1), 7, 1999; Goldobin D. S., Pikovsky A. Phys. Rev. E. **71**(4), 045201, 2005; McDonnell M. D., Ward L. M. Nat. Rev. Neurosci. **12**(7), 415-425, 2011.

²Tessone C. J. et al., Phys. Rev. E. **75**(1), 016203, 2007; Lafuerza L. F. et al., Phys. Rev. Lett. **105**(8), 084101, 2010; Klinshov V., Franović I., Phys. Rev. E. **100**(6), 062211, 2019.

³Perez-Nieves N. et al., Nat. Commun. **12**(1), 5791, 2021.

⁴Kuramoto Y., Battogtokh D., Nonl. Phen. Comp. Syst. **5**(4), 380-385, 2002; Abrams D. M., Strogatz S. H., Phys. Rev. Lett. **93**(17), 174102, 2004.

⁵Maistrenko Y., et al., Phys. Rev. E. **89**(6), 060901, 2014; Jaros P., et al., Phys. Rev. E. **91**(2), 022907, 2015.

⁶Zakharova A. Chimera Patterns in Networks. – Cham: Springer, 2020; Schöll E., Eur. Phys. J.: Spec. **225**, 891-919, 2016; Schöll E., Nova Acta Leop. **425**, 67-95, 2020.

⁷Schöll E., EPL. **136**(1), 18001, 2022; Wang B., et al., Sci. Rep. **6**(1), 1-11, 2016; González-Avella J. C., et al., Phys. A: Stat. Mech. **399**, 24-30, 2014.

⁸Malchow A.K., et al., Phys. Rev. E. **98**(1), 012217, 2018; Bukh A.V., et al., Regul. Chaotic Dyn. **23**, 325-338, 2018.

⁹Omelchenko I., et al., Phys. Rev. E. **91**(2), 022917, 2015; Loos S.A.M., et al., Phys. Rev. E. **93**(1), 012209, 2016.

сетях нелокально связанных хаотических осцилляторов от интенсивности аддитивного шума, силы связи и случайных начальных условий, а также неоднородного распределения управляющих параметров сети.

Для режима уединенных состояний характерно наличие одного или нескольких элементов (уединенных узлов), которые ведут себя отлично от других элементов сети. Уединенные состояния были обнаружены в сетях различных парциальных элементов и с различной топологией связей¹⁰. Однако, устойчивость уединенных состояний к внешним возмущениям и неоднородностям не была исследована, за исключением работы¹¹.

Помимо анализа химерных и уединенных состояний в отдельных ансамблях важной является задача об их синхронизации в многослойных сетях. Изучение явления синхронизации в сложных сетях имеет большое значение для приложений в различных областях исследований¹². В частности, синхронизация имеет решающее значение для работы мозга, так как может нести не только положительный эффект, но и нежелательный¹³. Ранее были обнаружены и исследованы различные формы синхронизации в сложных сетях, например, частичная и полная синхронизации, кластерная синхронизация, внешняя и взаимная синхронизации, взрывная и удаленная синхронизации¹⁴. В то же время, эффекты синхронизации химерных структур и уединенных состояний в многослойных сетях нелинейных осцилляторов, в том числе в присутствии шума и неоднородностей, изучены недостаточно и требуют более детального исследования.

На основании приведенных данных можно заключить, что анализ влияния неоднородностей и внешних возмущений на формирование и синхронизацию пространственно-временных структур в ансамблях нелинейных осцил-

¹⁰Maistrenko Y., et. al., Phys. Rev. E. **89**(6), 060901, 2014; Berner R. et al., Eur. Phys. J.: Spec. **229**, 2183-2203, 2020; Semenova N. et al., EPL. **112**(4), 40002, 2015; Semenova N., et. al., Eur. Phys. J.: Spec. **227**, 1173-1183, 2018; Mikhaylenko M. et al., Chaos. **29**(2), 023122, 2019; Schülen L. et al., Chaos, Solitons & Fractals. **145**, 110670, 2021.

¹¹Franović I. et al., Chaos. **32**(1), 011104, 2022.

¹²Afraimovich V. S. et al. Stability, structures and chaos in nonlinear synchronization networks. World Scientific, 1995; Osipov G. V. et al. Synchronization in oscillatory networks. – Springer Science & Business Media, 2007; Hagerstrom A. M. et al., Nat. Phys. **8**(9), 658-661, 2012; Larger L. et al., Nat. Commun. **6**(1), 7752, 2015; Totz J. F. et al., Phys. Rev. E. **92**(2), 022819, 2015; Hong S., Chun Y., Social Choice and Welfare. **34**(3), 441-454, 2010.

¹³Jirsa V. K. et al., Brain. **137**(8), 2210-2230, 2014; Uhlhaas P. J., Singer W., Neuron. **52**(1), 155-168, 2006; Hammond C. et al., Trends Neurosci. **30**(7), 357-364, 2007.

¹⁴Hasler M. et al., Phys. Rev. E. **58**(5), 6843, 1998; Poel W. et al., Phys. Rev. E. **91**(2), 022915, 2015; Boccaletti S. et al. Synchronization: from coupled systems to complex networks. – Cambridge University Press, 2018; Jalan S., Singh A., EPL. **113**(3), 30002, 2016; Bukh A. V. et al., Russ. J. Nonlinear Dyn. **14**(4), 419-433, 2018; Strelkova G. I. et al., Regul. Chaotic Dyn. **23**, 948-960, 2018; Jalan S. et al., Phys. Rev. E. **99**(6), 062305, 2019; Leyva I. et al., Sci. Rep. **8**(1), 8629, 2018; Shepelev I. A. et al., Chaos, Solitons & Fractals. **143**, 110545, 2021.

ляторов представляет интерес для радиофизики и теории колебаний и волн, что обосновывает важность и актуальность темы диссертационной работы.

Цель диссертационной работы. Целью работы является выявление особенностей эволюции пространственно-временных структур, в частности химерных и уединенных состояний, в одномерных ансамблях нелокально связанных нелинейных осцилляторов различной природы с дискретным и непрерывным временем под влиянием внешних шумовых возмущений и неоднородностей парциальных элементов и топологии связей, а также анализ эффектов вынужденной, взаимной и удаленной синхронизации таких структур в неоднородных двух- и трехслойных сетях.

Для достижения поставленной цели определены и сформулированы **основные задачи** диссертационного исследования:

1. Анализ влияния аддитивного шума различной статистики на вероятность установления химерных и уединенных состояний в ансамблях нелокально связанных нелинейных осцилляторов;
2. Выявление особенностей динамики ансамблей нелокально связанных отображений при шумовой модуляции управляющих параметров парциальных элементов и силы связи между элементами;
3. Анализ времени жизни химерных структур в ансамблях нелокально связанных отображений при введении в систему аддитивного шума;
4. Установление особенностей взаимодействия химерных и уединенных состояний в двухслойных системах связанных ансамблей нелокально связанных нелинейных осцилляторов при различном типе межслойной связи и введении неоднородностей в межслойную связь;
5. Анализ полной и удаленной синхронизации химерных и уединенных состояний в трехслойной системе с различным типом парциальных элементов во внешних слоях и передающем слое, а также выявление особенностей перехода к синхронизации при различной динамике передающего слоя.

Основные положения, выносимые на защиту

1. В ансамблях хаотических отображений с нелокальным взаимодействием, демонстрирующих в отсутствие шума режим химерных состояний, введение независимых источников как аддитивного, так и мультипликативного (модулирующего параметры элементов) белого шума с гауссовым или равномерным распределением приводит к резонансноподобному эффекту: существует ненулевая оптимальная интенсивность шума, при которой вероятность установления химерных состояний становится максимальной и увеличивается интервал значений силы связи, в котором имеют место данные структуры. Кроме того, существует

«резонансное» значение силы связи, соответствующее наибольшему диапазону изменения интенсивности шума, в котором химерные состояния реализуются с высокой (близкой к 1) вероятностью.

2. В ансамблях хаотических отображений с нелокальным взаимодействием, демонстрирующих в отсутствие шума режим уединенных состояний, введение независимых источников как аддитивного, так и мультипликативного (модулирующего параметры элементов или коэффициенты связи) белого шума с гауссовым или равномерным распределением приводит к уменьшению (вплоть до 0) интервала значений силы связи, в котором устанавливаются уединенные состояния, при увеличении интенсивности шума.
3. В неоднородных двухслойных сетях нелокально связанных хаотических отображений в случае неразрезанной и слабо разрезанной ($< 50\%$ элементов сети не связаны) межслойной связи имеет место эффективная (с заданной точностью) вынужденная и взаимная синхронизация сложных пространственно-временных структур, включая химерные и уединенные состояния. При этом эффективная взаимная синхронизация наблюдается в конечном диапазоне значений силы межслойной связи, а ширина этого диапазона и порог синхронизации по силе межслойной связи не зависят от степени разреженности. Сильно разреженная межслойная связь ($> 50\%$ элементов сети не связаны) приводит к уменьшению степени синхронизации и к рассинхронизации элементов сетей. Порог синхронизации и ширина области эффективной вынужденной синхронизации по параметру степени разреженности и силе межслойной связи зависят от пространственно-временного режима управляющего ансамбля.
4. В неоднородной трехслойной сети нелокально связанных хаотических отображений, в которой внешние слои взаимно связаны только со средним (передающим) слоем и их динамика принципиально отличается от динамики передающего слоя, возможно установление удаленной и полной синхронизации химерных и уединенных состояний. При этом динамика всей сети определяется преимущественно структурами, реализующимися во внешних слоях. Наличие уединенных состояний в передающем слое препятствует полной синхронизации сети, но не влияет на удаленную синхронизацию внешних слоев. В случае реализации химерных структур в передающем слое сети полная и удаленная синхронизация наблюдаются в большем диапазоне изменения межслойной связи.

Научная новизна. Диссертационная работа содержит решение принципиально новых радиофизических задач анализа установления, существо-

вания, подавления и синхронизации химерных и уединенных состояний в ансамблях нелокально связанных нелинейных осцилляторов с дискретным и непрерывным временем. Постановка задачи по исследованию свойств сложных пространственно-временных структур в присутствии шумовых возмущений и неоднородностей в управляющих параметрах является приоритетной. Результаты диссертации находятся в соответствии с уже установившимися представлениями в этой области знаний, гармонично расширяя и дополняя их. Несомненная новизна основных результатов работы подтверждается их публикацией в целом ряде научных статей в высокорейтинговых отечественных и зарубежных физических журналах с высоким импакт-фактором, входящих в международные и российские системы цитирования Web of Science, Scopus, РИНЦ. Содержание диссертационной работы соответствует паспорту специальности «1.3.4. – Радиофизика».

В работе впервые получены следующие научные результаты:

1. В ансамблях нелокально связанных хаотических отображений введение аддитивного шума (с равномерным или нормальным распределением) способно увеличить вероятность установления и наблюдения фазовых химер. При этом наблюдается резонансо-подобный эффект, который характеризуется существованием оптимальной (ненулевой) интенсивности аддитивного шума, при которой вероятность наблюдения фазовых химер возрастает до максимума. Показано, что в отсутствие шумового возбуждения вероятность установления данных пространственно-временных структур не достигает 100%. Более того, резонансо-подобный эффект также установлен по силе связи: существует оптимальное значение силы связи между элементами, при которой вероятность установления фазовых химер максимальна.
2. Разработана методика на основе расчета коэффициента взаимной корреляции, позволяющая в автоматическом режиме определять наличие фазовых химер и уединенных состояний (количество уединенных узлов) в ансамблях нелокально связанных хаотических отображений при аддитивном и/или мультипликативном введении шумовых возмущений и проводить анализ эволюции этих структур при использовании большого набора различных реализаций начальных значений динамических переменных, а также реализаций шума, что способствует получению статистически достоверных результатов при численных исследованиях.
3. Впервые проанализирована устойчивость уединенных состояний к аддитивным и мультипликативным источникам шума. Показано, что воздействие аддитивного шума (с равномерным или нормальным распределением) в ансамблях связанных нелинейных осцилляторов приводит к

уменьшению интервала наблюдения уединенных состояний по силе связи между элементами при увеличении интенсивности шума. Вместе с этим, увеличение интенсивности шума ведет к уменьшению количества уединенных узлов в ансамбле преимущественно только на границах интервала существования уединенных состояний по параметру силы связи. Подобные эффекты также наблюдаются при постоянной шумовой модуляции управляющих параметров ансамблей. С другой стороны, показано, что, фиксированное неоднородное распределение силы связи или параметров локальной динамики парциальных элементов может привести к увеличению интервала наблюдения уединенных состояний и их количества.

4. Предложен метод оценки степени синхронизации пространственно-временных структур в двух- и трехслойных сетях ансамблей нелокально связанных нелинейных осцилляторов, основанный на сочетании расчета локальной и глобальной ошибки синхронизации, где под локальной ошибкой понимается квадрат разности для всех пар связанных элементов, усредненный по времени, а под глобальной квадрат разности для всех пар связанных элементов, усредненный по времени и по ансамблю элементов. Данные количественные показатели позволяют четко диагностировать эффекты полной и кластерной синхронизации, что особенно важно при исследовании эффектов синхронизации химерных и уединенных состояний в многослойных сетях.
5. Показано, что разреженность межслойной связи в двухслойной сети ансамблей нелокально связанных хаотических отображений приводит к тому, что пространственные профили взаимодействующих колец расщепляются на отдельные части, связанные с динамикой связанных и несвязанных узлов. При этом увеличение силы и радиуса внутрислойной связи не приводит к «сглаживанию» мгновенных пространственных профилей синхронных структур в ансамблях. Проиллюстрирована возможность установления вынужденной и взаимной синхронизации (на профилях связанных элементов) сложных пространственно-временных структур, включая химеры и уединенные состояния, в случае неразрезанной и слаборазрезанной межслойной связи. Увеличение количества отсутствующих связей ($> 50\%$ всех элементов сети) сильно снижает степень синхронизации и даже приводит к рассинхронизации элементов сетей.
6. Обнаружены и описаны эффекты удаленной и полной синхронизации химерных и уединенных состояний в неоднородной трехслойной сети нелокально связанных хаотических отображений, в которой присутствует связь (взаимная) только между соседними слоями (средним и внеш-

ними), а динамика внешних слоев принципиально отличается от динамики передающего (среднего) слоя. Показано, что динамика трехслойной системы определяется преимущественно структурами, реализующимися во внешних слоях. Выделены особенности пространственно-временного поведения такой системы при различных типах установившихся структур в передающем (среднем) слое. Установлено, что наличие режима уединенных состояний в передающем слое приводит к реализации только удаленной синхронизации, при этом полная синхронизация структур не достигается. В случае реализации химерных структур в передающем слое сети полная и удаленная синхронизация имеют место в большем диапазоне изменения межслойной связи.

Научная и практическая значимость. Результаты диссертационного исследования влияния внешних шумовых воздействий и неоднородностей на пространственно-временную динамику сложных ансамблей нелинейных осцилляторов и эффекты синхронизации сложных структур вносят вклад в область радиофизики и нелинейной теории колебаний. Научные результаты, полученные в ходе выполнения работы, носят, прежде всего, фундаментальный характер. В частности, выявление особенностей реакций сложных систем на внешние воздействия обеспечивают возможность эффективного управления динамикой и эффектами синхронизации. Прикладная значимость диссертационной работы обусловлена возможностями применения полученных результатов при анализе работы систем передачи информации, инфокоммуникационных и телерадиовещательных комплексов, энергетических систем, биологических систем, в которых наблюдается взаимодействие большого количества парциальных систем и наличие внутренних и внешних шумов. Подобное многокомпонентное взаимодействие приводит к установлению различных пространственно-временных структур, которые могут как улучшать, так и препятствовать нормальному функционированию системы. Результаты исследований, приведенные в данной диссертационной работе, способствуют более глубокому пониманию условий и способов поддержания или разрушения такой пространственно-временной динамики. Разработанный метод автоматического распознавания различных типов сложных структур может найти практическое применение при обработке и анализе экспериментальных данных радиофизической природы, в том числе в присутствии помех. Результаты фундаментальных исследований, полученные при подготовке диссертации, частично внедрены в учебный процесс подготовки бакалавров и магистров по направлению “Радиофизика” в Институте физики ФГБОУ ВО “СГУ имени Н.Г. Чернышевского”. При выполнении диссертационной работы было создано 6 программ, на которые получены свидетельства о государственной

регистрации программ для ЭВМ. Данные программы были использованы при выполнении ряда НИР, а также в учебном процессе при постановке курсовых и выпускных квалификационных работ студентов.

Достоверность полученных результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием обоснованных методов теоретического (статистического) и численного анализа сложных нелинейных процессов в радиофизических системах, при этом использовались классические математические модели нелинейной динамики и строго обоснованные и многократно протестированные методы анализа их динамики. Достоверность всех полученных результатов подтверждается их воспроизводимостью и согласованием с ранее известными результатами в этой научной области, полученными другими авторами, а также использованием специальных программных комплексов, разработанных и протестированных на широком классе задач нелинейной динамики.

Личный вклад. Результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, получены соискателем лично. Автором разработаны оригинальные программные комплексы и программы на языке С, с помощью которых проводились все численные расчеты и обработка экспериментальных данных. Постановка задач, планирование проведения исследований, интерпретация и обсуждение результатов, написание научных статей осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами опубликованных работ.

Апробация результатов работы. Результаты, представленные в диссертационной работе, неоднократно докладывались на международных и всероссийских конференциях, школах и семинарах: «School and Workshop on Patterns of Synchrony» (Триест, Италия, 2019); «Saratov Fall Meeting» (Саратов, 2019–2022); «Shilnikov WorkShop» (Нижний Новгород, 2020); «Нелинейные дни в Саратове для молодых» (Саратов, 2021, 2023), «СНАОС» (Афины, Греция, 2021); «Dynamics Days Europe» (Ницца, Франция, 2021), «Complex Networks» (Мадрид, Испания, 2021), «Динамические системы. Теория и приложения» (Дзержинск, 2022); «Нелинейные волны – 2022» (Бор, 2022).

Результаты работы неоднократно обсуждались на научных семинарах кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ и Института теоретической физики Технического университета г. Берлина (Германия) по приглашению проф. E. Schöll и проф. А. Захаровой (2018–2020 гг.).

Гранты. Результаты диссертации получены в рамках выполнения грантов при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-52-12004), Российского научного фонда (проект № 20-12-00119, № 20-12-00119 (продолжение)), Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках базовой части Государственного задания (про-

ект № 3.8616.2017/8.9), Немецкого Физического Общества (DFG) в рамках проекта SFB 910 (подпроект B11, 2015–2022 гг.).

Публикации. По результатам диссертационной работы опубликовано 15 статей в центральных реферируемых научных журналах, входящих в системы цитирования Web of Science, Scopus, РИНЦ, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук. Всего по теме диссертации опубликовано 10 статей в журналах Q1. Вместе с этим опубликовано 8 статей в сборниках трудов конференций, из них 4 индексируются в базе данных Web of Science и Scopus. Получено 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Диссертационная работа содержит 199 страниц текста, включая 75 иллюстрации. Список литературы включает 175 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** проанализированы направления работы и имеющиеся результаты по теме диссертационной работы, обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулированы цель работы и задачи исследований, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Введение содержит основные результаты и положения, выносимые на защиту, сведения о достоверности и апробации результатов.

В **первой главе** диссертационной работы приведены результаты численного анализа влияния аддитивного и мультипликативного шумов на вероятность установления и времени жизни химерных состояний различных типов в кольцах нелокально связанных нелинейных осцилляторов с дискретным и непрерывным временем. Для получения статистически надежных результатов во всех численных исследованиях используется набор различных реализаций случайно распределенных начальных значений динамических переменных и реализаций шумового воздействия. В разделе 1.1 приведен краткий анализ направлений работы и имеющихся результатов по теме первой главы, кратко описано содержание этой главы и перечислены работы, в которых опубликованы результаты исследований, изложенные в главе.

В разделе 1.2 представлен детальный анализ пространственно-временной динамики колец нелокально связанных отображений при введении в систему аддитивного шума, при шумовой модуляции управляющих параметров парциальных элементов и силы связи, а также при случайном

распределении значений управляющий параметров. Динамика кольца нелокально связанных отображений в общем виде задается следующей системой уравнений:

$$x_i(n+1) = F(x_i(n), y_i(n)) + \frac{\sigma_i(n)}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [F(x_j(n), y_j(n)) - F(x_i(n), y_i(n))] + N_i(n), \quad (1)$$

$$y_i(n+1) = G(x_i(n)),$$

где $x_i(n)$ и $y_i(n)$ – динамические переменные, $i = 1, 2, \dots, N$ – номер элемента в ансамбле, n – дискретное время. $F(x_i(n), y_i(n))$ и $G(x_i(n))$ – правые части уравнений выбранных отображений. Коэффициенты $\sigma_i(n)$ задают силу связи между элементами, параметр R (радиус связи) определяет количество ближайших соседей, с которыми связан i -й элемент справа и слева. $N_i(n)$ – функция, описывающая внешнее воздействие, представляет собой генератор шума с равномерным или нормальным распределением случайных величин и с изменяющейся интенсивностью D или A , соответственно. В данном разделе в качестве парциальных элементов ансамбля выбирались следующие отображения: логистическое отображение $F(x_i(n)) = \alpha_i(n)x_i(n)(1 - x_i(n))$, $G(x_i(n)) \equiv 0$; отображение Рикера $F(x_i(n)) = \alpha_i(n)|x_i(n)| \exp(-x_i(n))$, $G(x_i(n)) \equiv 0$; кубическое отображение $F(x_i(n)) = (\alpha_i(n)x_i(n) - [x_i(n)]^3) \exp(-[x_i(n)]^2/10)$, $G(x_i(n)) \equiv 0$; отображение Эно $F(x_i(n), y_i(n)) = 1 - \alpha_i(n)[x_i(n)]^2 + y_i(n)$, $G(x_i(n)) = \beta x_i(n)$.

Для автоматического обнаружения фазовых и двухъямных химер в зашумленных системах использовался коэффициент взаимной корреляции: $C_{1i} = \frac{\langle \tilde{x}_1(n)\tilde{x}_i(n) \rangle}{\sqrt{\langle (\tilde{x}_1(n))^2 \rangle \langle (\tilde{x}_i(n))^2 \rangle}}$, $i = 2, 3, \dots, N$, где $\tilde{x}_i(n) = x_i(n) - \langle x_i \rangle$, $\langle x_i \rangle$ – усреднение значений переменной x_i . Этот коэффициент показывает степень корреляции или синхронизации между первым элементом ансамбля и всеми остальными: “1” соответствует полной синфазной синхронизации, “-1” – противофазной синхронизации, а при отсутствии корреляции $C_{1i} = 0$.

На рисунке 1 приведены распределения вероятности наблюдения химерных состояний P от силы связи σ_0 и интенсивности аддитивного шума D . Значение P определяется как $P = K/M$, где K – число начальных реализаций, которые ведут к установлению химерных состояний в кольце, M – общее число пар случайных начальных распределений переменной и реализаций шума. Как видно из диаграммы (рис.1,а), слабая интенсивность шума увеличивает интервал существования химер по силе связи σ_0 (вплоть до $D \approx 0.005$), что также иллюстрирует рисунок 1,б. При этом видно, что в отсутствие аддитивного шума максимальная вероятность наблюдения химер находится на уровне $P \approx 0.95$, и только добавление аддитивного шума в некотором конечном интервале интенсивности может увеличить эту вероятность до $P = 1$ (рис.1,б, $D = 0$, $D = 0.005$, $D = 0.015$, рис.1,в, розовая и

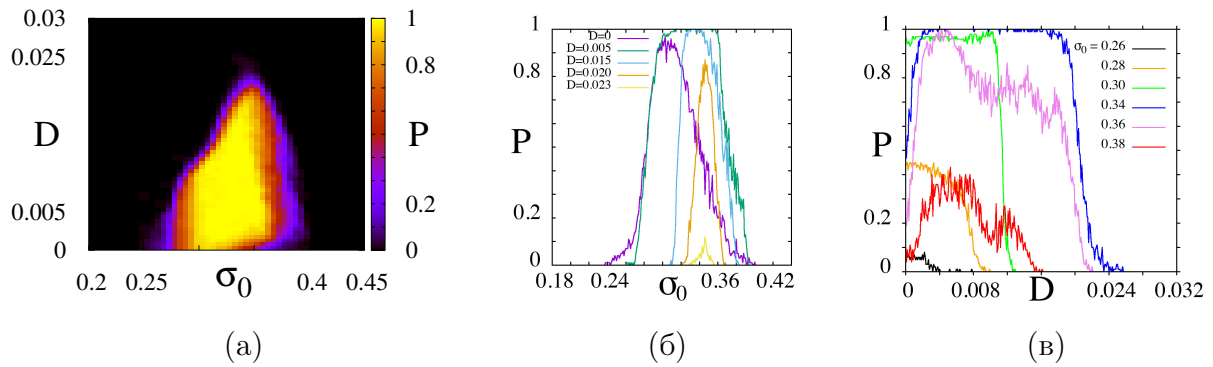


Рисунок 1 – Распределение P вероятности появления химерных состояний в кольце нелокально связанных логистических отображений при введении аддитивного белого шума с равномерным распределением: (а) двухпараметрическая диаграмма на плоскости параметров (σ_0, D) ; (б) при изменении σ_0 и фиксированных значениях D ; (в) при изменении D и фиксированных σ_0 . Расчет производился с использованием $M = 50$ пар случайных начальных распределений переменной $x_i(0)$ в интервале $[0, 1)$ и реализаций шума для фрагмента (а) и $M = 100$ для (б),(в). Другие параметры: $\alpha_0 = 3.8$, $R = 320$, $N = 1000$

синяя линии). При больших значениях D вероятность P стремится к нулю (рис.1). Таким образом, в присутствии шума имеет место резонансо-подобный эффект: существует оптимальная ненулевая интенсивность шума D , при которой σ_0 -интервал наблюдения химеры максимален, а вероятность появления химерных состояний стремится к 1.

Также в разделе 1.2 показано, что в случае случайного распределения управляющих параметров парциальных элементов область существования фазовых химер и химер уединенных состояний расширяется с увеличением ширины интервала распределения параметра. В то же время шумовая модуляция параметров локальной динамики приводит к качественно аналогичному эффекту, который имел место в присутствии аддитивного шума. Также представлены результаты исследований влияния модуляции силы связи между элементами источниками цветного шума в кольцах нелокально связанных нелинейных отображений. Показано, что такая шумовая модуляция связи приводит к подавлению кластеров некогерентности фазовой и двухъямной химерных состояний. При этом независимые источники шума в параметре связи индуцируют возникновение уединенных состояний, а общий источник шума приводит к полной хаотической синхронизации всех элементов ансамбля.

В разделе 1.3 представлен анализ влияния аддитивного шума на время жизни мультихимерного состояния в кольце нелокально связанных дискретных осцилляторов ван дер Поля, который получен путем искусственной дискретизации осциллятора ван дер Поля. Установлено, что аддитивный шум

может как подавить мультихимерное состояние и вызвать быстрый переход к бегущей волне, так и наоборот, увеличить время жизни данной химеры. Введением аддитивного шума в систему после перехода от мультихимерного состояния к бегущим волнам можно вновь наблюдать химерное состояние.

В заключительной части раздела 1.3 исследовано влияние аддитивного шума на вероятность установления химерных, уединенных состояний и режима сосуществования этих состояний в кольце нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо¹⁵. Введение аддитивного шума в уравнение для медленной переменной (ингибитора) способно уменьшить вероятность установления уединенных состояний и режима сосуществования структур. Это приводит к тому, что при любых начальных условиях в этой системе устанавливаются только химерные состояния.

Во **второй главе** диссертационной работы представлены результаты численного исследования влияния независимых источников аддитивного и мультипликативного шумов на уединенные состояния в кольцах нелокально связанных нелинейных осцилляторов с дискретным и непрерывным временем. Для автоматического обнаружения уединенных состояний и подсчета уединенных узлов, как и в первой главе, используется коэффициент взаимной корреляции между элементами ансамбля. В результате использования набора различных случайно распределенных начальных значений динамических переменных и реализаций шумового воздействия во всех исследованиях были получены статистически обоснованные и достоверные результаты. В качестве основной характеристики выступало “среднее нормированное количество уединенных узлов”: $N_S = \frac{1}{M} \sum_M S/N$, где S – число уединенных узлов, наблюдаемых при каждой исходной реализации начальных условий и реализации генератора шума, N – общее количество элементов в ансамбле, M – общее количество используемых реализаций. В разделе 2.1 приведен краткий анализ направлений работы и имеющихся результатов по теме второй главы, кратко описано содержание этой главы и перечислены работы, в которых опубликованы результаты исследований, изложенные в главе.

В разделе 2.2 приведены результаты анализа влияния аддитивного шума на область существования уединенных состояний по силе связи и на количество уединенных узлов в кольцах нелокально связанных отображений Лози $F(x_i(n), y_i(n)) = 1 - \alpha_i(n)|x_i(n)| + y_i(n)$, $G(x_i(n)) = \beta x_i(n)$; отображений Эно-Лози¹⁶ и осцилляторов ФитцХью-Нагумо. Показано, что в кольцах отображений Лози и Эно-Лози при увеличении интенсивности шума область

¹⁵FitzHugh R., Biophysical journal. **1**(6), 445-466, 1961; Nagumo J. et. al., Proceedings of the IRE. **50**(10), 2061-2070, 1962; Omelchenko I. et al., PRL. **110**(22), 224101, 2013.

¹⁶Aziz-Alaoui M. A. et. al., Chaos, Solitons & Fractals. **12**(12), 2323-2341, 2001.

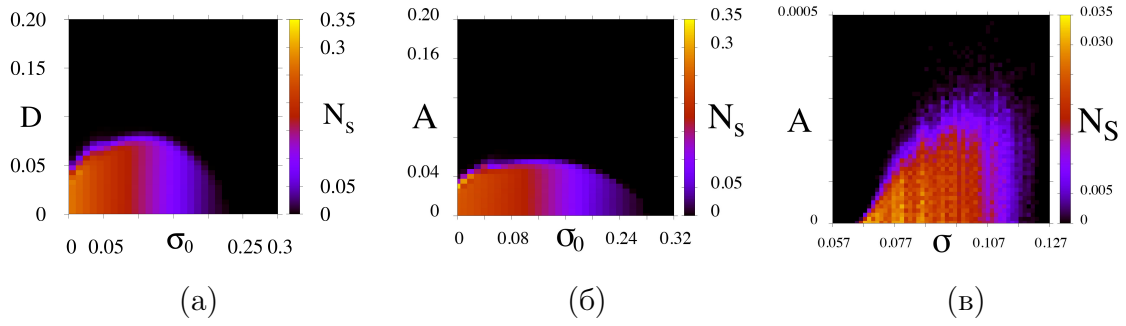


Рисунок 2 – Диаграмма значений среднего нормированного количества уединенных узлов N_S на плоскости параметров (σ_0, D) и (σ_0, A) , наблюдаемое в кольце нелокально связанных: (а) отображений Лози, (б) отображений Эно-Лози, (в) осцилляторов ФитцХью-Нагумо. Расчеты проводились для набора различных пар реализаций случайно распределенных начальных условий динамических переменных и реализаций генератора шума: (а) $M = 50$, (б),(в) $M = 10$.

существования уединенных состояний плавно уменьшается, а границы, лежащие как в областях слабой, так и сильной связи, плавно смещаются к некоторому среднему значению (рис.2,а,б). Вместе с этим увеличение интенсивности шума ведет к уменьшению количества уединенных узлов в ансамбле преимущественно только на границах интервала существования уединенных состояний. В кольце нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо введение аддитивного шума в общем случае хотя и приводит к таким же эффектам, но в интервале слабой связи аддитивный шум может способствовать появлению уединенных состояний при силе связи на примерно 0.04 больше, чем максимальная сила связи, при которой наблюдались уединенные узлы в ансамбле без шума (рис.2,в).

В разделах 2.3 и 2.4 показано, что при шумовой модуляции управляющих параметров (параметра локальной динамики парциальных элементов и силы связи) ансамблей нелокально связанных нелинейных осцилляторов наблюдаются эффекты, подобные тем, которые имели место при аддитивном шумовом воздействии. Случайное распределение силы связи или параметров локальной динамики парциальных элементов может привести к увеличению интервала наблюдения уединенных состояний и их количества. Локализованное неоднородное распределение коэффициентов связи между элементами в конечном кластере ансамбля может индуцировать возникновение уединенных узлов в этой области.

Третья глава диссертационной работы посвящена численному анализу эффектов вынужденной и взаимной синхронизации в двух- и трехслойных сетях нелинейных осцилляторов. При этом исследуется влияние структур в слоях и характера межслойной связи на степень синхронизации.

ции слоев и возможность установления в них различных структур. Определяются параметры межслойной связи, которые способствуют реализации эффективной, полной или удаленной синхронизации. Для оценки степени синхронизации используются локальная ошибка межслойной синхронизации $\delta_i^{ml} = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^T (x_{mi}(n) - x_{li}(n))^2$ (m и l – номера слоев) и глобальная $\delta^{ml} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{n_{it}} \sum_{n=1}^{n_{it}} (x_{mi}(n) - x_{li}(n))^2 \right)$ (n_{it} – число итераций, по которым производится усреднение), что позволяет обнаруживать и оценивать как кластерную, так и полную синхронизацию. В разделе 3.1 приведен краткий анализ направлений работы и имеющихся результатов по теме третьей главы, кратко описано содержание этой главы и перечислены работы, в которых опубликованы результаты исследований, изложенные в главе.

В разделе 3.2 описана динамика двухслойной сети ансамблей нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо, один из которых демонстрирует уединенные состояния, а другой – химерные состояния. Показано, что даже слабая сила межслойной связи через быстрые переменные (порядка 0.06) приводит к установлению как эффективной (с заданной точностью), так и полной синхронизации между кольцами. В случае межслойной связи, вводимой через медленные переменные, для установления синхронного режима требуется значительно более сильная связь (порядка 0.18). При этом синхронизация между слоями наблюдается в случае когерентной динамики в каждом слое. Отмечено, что связь только через быстрые или медленные переменные приводит к разным сценариям перехода к полной синхронизации: через химерные или уединенные состояния, соответственно. Однонаправленная связь (через быстрые или медленные переменные) в двухслойной сети осцилляторов ФитцХью-Нагумо может привести к подавлению как уединенных, так и химерных состояний.

В разделе 3.3. приведены результаты исследования двухслойной сети ансамблей нелокально связанных кубических отображений при шумовой межслойной связи, задаваемой цветным шумом. Показано, что может установиться полная или частичная синхронизация различных пространственно-временных структур (в том числе сложных режимов, подобных химерам). Показано, что спектр шума межслойной связи оказывает существенное влияние на синхронизацию структур: для рассмотренной сети наиболее благоприятным оказывается белый шум, что отличается от результатов, описанных в статье¹⁷.

¹⁷Vadivasova T. E. et. al., Chaos. **30**(9), 091101, 2020.

Раздел 3.4 посвящен анализу влияния разреженной межслойной связи на динамику двухслойной сети ансамблей нелокально связанных хаотических отображений, каждый слой которой демонстрирует либо уединенные состояния, либо химерные состояния. Исследуемая сеть описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} x_i(n+1) &= F^H(x_i(n), y_i(n)) + \sum + K, & y_i(n+1) &= G^H(x_i(n)), \\ u_i(n+1) &= F^L(u_i(n), v_i(n)) + \sum - K, & v_i(n+1) &= G^L(u_i(n)). \end{aligned} \quad (2)$$

Первый слой в (2) с динамическими переменными x, y представляет собой кольцо нелокально связанных отображений Эно, второй слой – u, v – отображений Лози. Внутрислойная связь \sum является нелокальной и определяется тем же соотношением, что и в (1). Разреженная межслойная связь задается последним слагаемым: $K = k(i)[F^L(u_i(n), v_i(n)) - F^H(x_i(n), y_i(n))]$, где сила межслойной связи $k(i)$ зависит от номера элемента. Отметим, что межслойная связь вводится начиная с $n = 0$ (со случайных начальных условий). Общее количество элементов N в каждом слое зависит от степени разреженности межслойной связи и приблизительно равно 1000 (округляется по нижнему значению). Управляющие параметры колец были зафиксированы таким образом, чтобы в первом кольце наблюдались химерные состояния, а во втором – уединенные состояния. Исследования показали, что в такой системе пространственные профили взаимодействующих колец расщепляются на отдельные части, соответствующие связанным и несвязанным узлам.

В случае неразрезанной и слабо Разреженной межслойной связи может быть достигнута вынужденная и взаимная синхронизации (на профилях связанных элементов) сложных пространственно-временных структур, включая

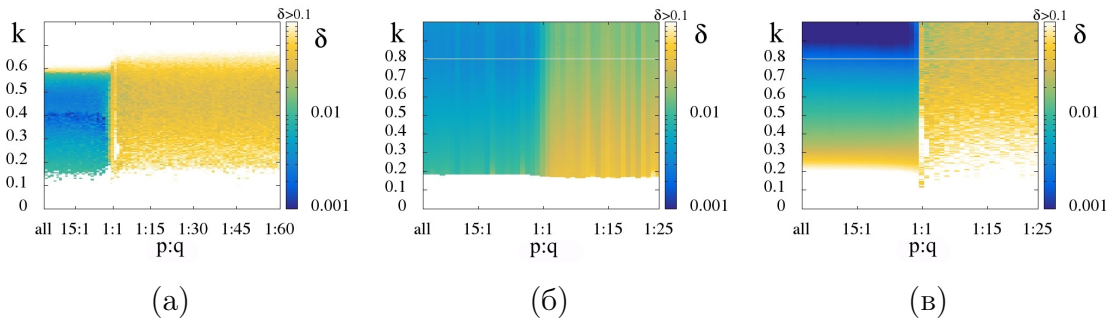


Рисунок 3 – Двумерные диаграммы распределения $\delta^{12} = \delta$ на плоскости параметров “степень разреженности $p : q$ – сила межслойной связи k ” для связанных элементов для случая: (а) взаимной связи, (б),(в) однонаправленной связи при управляющем кольце (б) отображений Эно и (в) отображений Лози. Значения по оси абсцисс соответствуют отношению числа связанных (p) к числу несвязанных (q) элементов. Диаграммы рассчитывались с использованием пяти наборов случайных начальных распределений динамических переменных.

химеры и уединенные состояния, что отражено на рисунке 3 (слои считаются синхронизированными, если $\delta^{12} = \delta < 0.01$). При этом эффективная взаимная синхронизация наблюдается в конечном диапазоне силы межслойной связи, а ширина этого диапазона и порог синхронизации по силе межслойной связи не зависят от степени разреженности. Увеличение количества отсутствующих связей ($> 50\%$ всех элементов сети) сильно снижает степень синхронизации и даже приводит к рассинхронизации элементов сетей. Установлено, что порог синхронизации и ширина области эффективной вынужденной синхронизации по параметру степени разреженности и силе межслойной связи могут зависеть от пространственно-временного режима управляющего ансамбля. При наличии сильно разреженной однонаправленной связи начинает преобладать собственная динамика управляемого ансамбля.

В разделе 3.5 описаны результаты исследования динамики трехслойной сети хаотических отображений, в которой внешние слои взаимно связаны только со средним (передающим) слоем и их динамика принципиально отличается от динамики передающего слоя. Исследуемая трехслойная сеть описывается следующей системой уравнений:

$$x_{mi}(n+1) = F(x_{mi}(n), y_{mi}(n)) + \sum + K, \quad y_{mi}(n+1) = G(x_{mi}(n)), \quad (3)$$

где $m = 1, 2, 3$ – номер слоя. Функции F и G соответствуют отображению Лози и Эно. Межслойная связь вводится через переменные x и описывается последним слагаемым в (3): $K = \sum_{l=1}^3 k_{ml}[F(x_{li}(n), y_{li}(n)) - F(x_{mi}(n), y_{mi}(n))]$, k_{ml} – сила межслойной связи, соответствующих слоев m и l . В данной сети существует связь только между внешними слоями и средним, поэтому $k_{12} = k_{21} = k_{23} = k_{32} = k$, а $k_{13} = k_{31} = k_{11} = k_{22} = k_{33} = 0$. Межслойная связь вводится только после установления в кольцах пространственно-временных структур. Было исследовано две конфигурации трехслойной сети: когда внешними слоями являются кольца отображений Эно, а передающий (средний) – кольцо отображений Лози, и наоборот.

Показано, что в такой сети возможно установление удаленной (только внешних слоев) и полной (всех трех слоев) синхронизации химерных и уединенных состояний. При этом динамика трехслойной системы определяется преимущественно динамикой внешних слоев. Так, если во внешних слоях изначально наблюдаются химерные состояния, а в передающем – уединенные состояния, то при связи слоев преимущественно устанавливаются химерные состояния, и наоборот. Данный факт отображен на рисунке 4, который иллюстрирует режим удаленной синхронизации. Наличие уединенных состояний и увеличение количества уединенных узлов в передающем слое препятствует полной синхронизации сети, но не влияет на удаленную синхронизацию внешних слоев. В случае реализации химерных структур в передающем слое

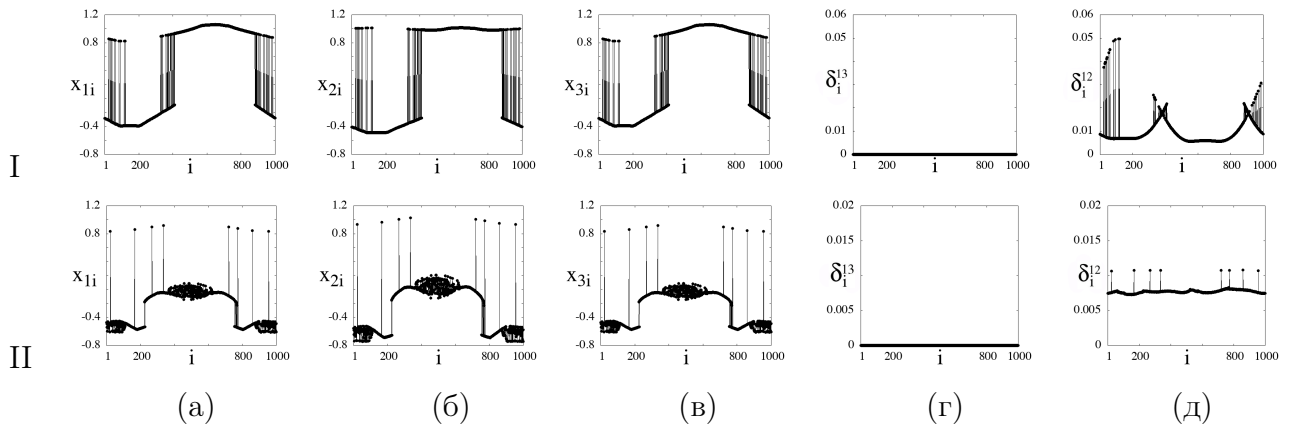


Рисунок 4 – Динамика колец в трехслойной сети: (I) отображений Эно-Лози-Эно при $k = 0.23$; (II) отображений Лози-Эно-Лози при $k = 0.17$. Мгновенные профили x_{1i} (а), x_{2i} (б), x_{3i} (в), локальная ошибка синхронизации между первым и третьим слоями δ_i^{13} (г) и между первым и вторым слоями δ_i^{12} (д) в зависимости от номера элемента i .

сети полная и удаленная синхронизация имеют место в большом диапазоне изменения межслойной связи.

В **Заключении** подведены итоги диссертационной работы, сформулированы **основные результаты и выводы**:

1. При воздействии аддитивного шума на систему нелокально связанных хаотических отображений существует оптимальное (ненулевое) значение интенсивности шума, при которой вероятность установления и наблюдения фазовых химер возрастает. Шумовая модуляция управляющих параметров парциальных элементов может привести к подобным эффектам.
2. Модуляция силы связи между элементами источниками цветного шума приводит к подавлению кластеров некогерентности фазовой и двухъямной химерных состояний в ансамблях нелокально связанных хаотических отображений. При использовании независимых источников шума в системе появляются уединенные состояния, а общего источника шума – полная хаотическая синхронизация.
3. В отсутствие аддитивного шума в кольце нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо возможно сосуществование режимов химерных состояний, уединенных состояний и режима сосуществования химерных и уединенных состояний. Воздействие аддитивного шума ведет к увеличению вероятности установления химер, при этом вероятности реализации других структур снижаются до 0%.
4. Показано, что в общем случае увеличение интенсивности аддитивного и мультипликативного шума ведет к сужению интервала существования уединенных состояний по силе связи, а также к уменьшению количества

уединенных узлов в ансамбле преимущественно только на границах интервала существования уединенных состояний по параметру силы связи. Однако в кольце нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в интервале слабой связи введение аддитивного шума способствует появлению уединенных состояний при силе связи на примерно 0.04 больше, чем максимальная сила связи, при которой наблюдались уединенные узлы в ансамбле без шума.

5. Показано, что неоднородное распределение силы связи или параметров локальной динамики парциальных элементов в кольцах нелокально связанных нелинейных осцилляторов может привести к увеличению интервала наблюдения уединенных состояний и их количества.
6. В двухслойной сети взаимно связанных ансамблей нелокально связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо при различном типе межслойной связи (через быстрые или медленные переменные) в случае установления в одном кольце уединенных состояний, а в другом – химерных даже слабая межслойная связь через быстрые переменные приводит к установлению как эффективной (с заданной точностью), так и полной синхронизации между кольцами. При связи через медленные переменные требуется в три раза большая сила связи для достижения синхронизации. Когда кольца связаны через быстрые переменные, с увеличением межслойной связи в сети наблюдаются в основном химеры, при связи через медленные переменные – уединенные состояния.
7. Исследование влияния шумовой межслойной связи между ансамблями нелокально связанных кубических отображений на возможность установления синхронных профилей показало, что могут наблюдаться как частичная, так и полная синхронизации пространственно-временных структур (в том числе сложных режимов, подобных химерам). Однако спектр шума межслойной связи оказывает существенное влияние на синхронизацию структур: для рассмотренной сети связанных хаотических отображений с бистабильной динамикой наиболее благоприятным оказывается белый шум.
8. Разреженная межслойная связь в двухслойной сети ведет к расщеплению пространственных профилей отдельных ансамблей на отдельные части. Результаты расчета глобальной ошибки синхронизации отдельно для связанных и несвязанных элементов показали, что в случае неразрезанной и слаборазрезанной межслойной связи колец нелокально связанных хаотических отображений может быть достигнута вынужденная и взаимная синхронизации химерных и уединенных состояний. В

случае сильноразреженной связи степень синхронизации сильно снижается и даже наблюдается рассинхронизация элементов сетей. Для случая однонаправленной связи между ансамблями, синхронизации и ширина области эффективной вынужденной синхронизации по параметру степени разреженности и силе межслойной связи могут зависеть от пространственно-временного режима управляющего ансамбля.

9. В неоднородной трехслойной сети при наличии связи только между передающим и внешними слоями, а также при различной динамике в передающем и внешних слоях, возможно установление удаленной и полной синхронизации химерных и уединенных состояний. При этом, если во внешних слоях изначально наблюдаются химерные состояния, а в передающем – уединенные состояния, то при связи слоев преимущественно устанавливаются химерные состояния, и наоборот. Наличие уединенных состояний и увеличение количества уединенных узлов в передающем слое препятствует полной синхронизации сети, но не влияет на удаленную синхронизацию внешних слоев. При этом показано, что химерные состояния в передающем слое не влияют на возможность установления полной и удаленной синхронизации.

Публикации по теме диссертации

Публикации в журналах, рекомендованных ВАК РФ

1. **Rybalova E.**, Muni S., Strelkova G. Transition from chimera/solitary states to traveling waves //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2023. – V. 33. – iss. 3. – P. 033104.
2. **Rybalova E.**, Strelkova G. Response of solitary states to noise-modulated parameters in nonlocally coupled networks of Lozi maps //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2022. – V. 32. – iss. 2. – P. 021101.
3. **Rybalova E.**, Schöll E., Strelkova G. Controlling chimera and solitary states by additive noise in networks of chaotic maps //Journal of Difference Equations and Applications. – 2022. – P. 1-22.
4. **Rybalova E. V.**, Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Zakharova A. Multiplexing noise induces synchronization in multilayer networks //Chaos, Solitons & Fractals. – 2022. – V. 163. – P. 112521.
5. Nikishina N. N., **Rybalova E. V.**, Strelkova G. I., Vadivasova T. E. Destruction of cluster structures in an ensemble of chaotic maps with noise-modulated nonlocal coupling //Regular and Chaotic Dynamics. – 2022. – V. 27. – iss. 2. – P. 242-251.
6. **Rybalova E. V.**, Strelkova G. I., Anishchenko V. S. Impact of sparse inter-layer coupling on the dynamics of a heterogeneous multilayer network of chaotic maps //Chaos, Solitons & Fractals. – 2021. – V. 142. – P. 110477.
7. **Rybalova E. V.**, Zakharova A., Strelkova G. I. Interplay between solitary states and chimeras in multiplex neural networks //Chaos, Solitons & Fractals. – 2021. – V. 148. – P. 111011.

8. **Рыбалова Е. В.**, Анищенко В. С. Воздействие шума на режимы спиральных и концентрических волн в двумерной решетке локально связанных отображений //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2021. – Т. 29. – №. 2. – С. 272-287.
9. Нечаев В. А., **Рыбалова Е. В.**, Стрелкова Г. И. Влияние неоднородности параметров на существование химерных структур в кольце нелокально связанных отображений //Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. – 2021. – Т. 29. – №. 6. – С. 943-952.
10. **Rybalova E.**, Strelkova G., Schöll E., Anishchenko V. Relay and complete synchronization in heterogeneous multiplex networks of chaotic maps //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2020. – V. 30. – iss. 6. – P. 061104.
11. **Rybalova E. V.**, Vadivasova T. E., Strelkova G. I., Anishchenko V. S., Zakharova A. S. Forced synchronization of a multilayer heterogeneous network of chaotic maps in the chimera state mode //Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science. – 2019. – V. 29. – iss. 3. – P. 033134.
12. **Rybalova E.**, Anishchenko V. S., Strelkova G. I., Zakharova A. Solitary states and solitary state chimera in neural networks //Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. – 2019. – V. 29. – iss. 7. – P. 071106.
13. **Rybalova E. V.**, Klyushina D. Y., Anishchenko V. S., Strelkova G. I. Impact of noise on the amplitude chimera lifetime in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps //Regular and Chaotic Dynamics. – 2019. – V. 24. – P. 432-445.
14. **Rybalova E. V.**, Strelkova G. I., Anishchenko V. S. Mechanism of realizing a solitary state chimera in a ring of nonlocally coupled chaotic maps //Chaos, Solitons & Fractals. – 2018. – V. 115. – P. 300-305.
15. Bukh A., **Rybalova E.**, Semenova N., Strelkova G., Anishchenko V. New type of chimera and mutual synchronization of spatiotemporal structures in two coupled ensembles of nonlocally interacting chaotic maps //Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science. – 2017. – V. 27. – iss. 11. – P. 111102.

Публикации в сборниках трудов конференций

1. **Rybalova E.**, Zakharova A., Strelkova G. External Synchronization of Solitary States and Chimeras in Unidirectionally Coupled Neural Networks //14th Chaotic Modeling and Simulation International Conference. – Cham: Springer International Publishing, 2022. – P. 371-384.
2. Никишина Н. Н., **Рыбалова Е. В.**, Вадивасова Т. Е. Эволюция пространственных структур в ансамбле нелокально-связанных логистических отображений при шумовой модуляции параметра связи //Нелинейные дни в Саратове для молодых-2021. – 2021. – С. 44-45.
3. Нечаев В. А., **Рыбалова Е. В.** Динамика неоднородной сети нелокально связанных хаотических отображений //Нелинейные дни в Саратове для молодых-2021. – 2021. – С. 42-43.
4. **Рыбалова Е. В.**, Анищенко В. С. Разрушение автоволновых структур под действием шума в решетке связанных дискретных моделей нейронов //Нелинейные дни в Саратове для молодых-2021. – 2021. – С. 54-55.
5. **Rybalova E. V.**, Strelkova G. I., Vadivasova T. E., Anishchenko V. S. Bistability promotes solitary states in ensembles of nonlocally coupled maps //Saratov Fall Meeting 2018: Computations and Data Analysis: from Nanoscale Tools to Brain Functions. – SPIE, 2019. – V. 11067. – P. 156-161.

6. Anishchenko V., **Rybalova E.**, Semenova N. Chimera States in two coupled ensembles of Henon and Lozi maps. Controlling chimera states //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2018. – V. 1978. – iss. 1. – P. 470013.
7. Strelkova G., **Rybalova E.**, Anishchenko V., Zakharova A. Effect of switchings and the lifetime of chimeras in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing LLC, 2018. – V. 1978. – iss. 1. – P. 470014.
8. **Рыбалова Е. В.**, Анищенко В. С. Появление и синхронизация solitary state chimera в связанных ансамблях нелинейных осцилляторов //Компьютерные науки и информационные технологии. – 2018. – P. 333-336.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

1. Стрелкова Г.И., **Рыбалова Е. В.**, Нечаев В.А. Численное моделирование динамики ансамблей одномерных отображений с неоднородностью в управляющем параметре // № RU 2021663843. — 2021.
2. Стрелкова Г.И., **Рыбалова Е. В.** Программный комплекс для исследования динамики неоднородных двухслойных сетей связанных нейронных систем // № RU 2021664354. — 2021.
3. **Рыбалова Е. В.**, Стрелкова Г.И., Анищенко В.С. Программа для исследования удалённой синхронизации в системе трёх связанных колец хаотических систем // № RU 2019664054. — 2019.
4. **Рыбалова Е. В.**, Вадивасова Т.Е., Стрелкова Г.И., Анищенко В.С. Программный комплекс для исследования вынужденной синхронизации многослойных неоднородных сетей связанных нелинейных систем // № RU 2019664480. — 2019.
5. **Рыбалова Е. В.**, Стрелкова Г.И., Анищенко В.С. Программный комплекс для моделирования влияния шума на устойчивость и время жизни химерных состояний в ансамблях хаотических систем с нелокальной связью // № RU 2019618219. — 2019.
6. **Рыбалова Е. В.**, Стрелкова Г.И., Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. Программа для исследования формирования пространственно-временных структур в ансамблях связанных хаотических систем // № RU 2019664055. — 2019.

Подписано в печать 03.07.2023. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Гарнитура Times. Печать офсетная. Печ. л. 1.

Тираж 100 экз. Заказ № 36850

Типография «Техно-Декор»,
Саратов, ул. Московская, 160, тел.: 77-07-48, www.sar-print.ru