

На правах рукописи



ХАНАДЕЕВ Владислав Андреевич

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ОБОБЩЕННОЙ
СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ СО СЛОЖНОЙ
ТОПОЛОГИЕЙ АТТРАКТОРА

1.3.4. – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2023

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” на кафедре физики открытых систем института физики.

Научный руководитель:

Москаленко Ольга Игоревна, д.ф.-м.н., доцент, ФГБОУ ВО “СГУ имени Н.Г. Чернышевского”, г. Саратов, профессор кафедры физики открытых систем

Официальные оппоненты:

Осипов Григорий Владимирович, д.ф.-м.н., доцент, Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, заведующий кафедрой теории управления и динамики систем

Станкевич Наталия Владимировна, к.ф.-м.н., доцент, Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, г. Нижний Новгород, старший научный сотрудник лаборатории топологических методов в динамике

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта”, г. Калининград

Защита состоится “26” мая 2023 г. в 14 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 24.2.392.01 на базе ФГБОУ ВО “СГУ имени Н.Г. Чернышевского” (410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, 10 корпус, аудитория 511).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО “СГУ имени Н.Г. Чернышевского” (Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/24-2-392-01/kandidatskaya-dissertaciya-hanadeeva-vladislava>.

Автореферат разослан “27” марта 2023 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
д.ф.-м.н., доцент



И.В. Сысоев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Одним из актуальных направлений радиофизики, вызывающих большой интерес современных ученых, является изучение синхронизации нелинейных динамических систем, демонстрирующих хаотическое поведение¹. Такое внимание исследователей к явлению хаотической синхронизации обусловлено, в первую очередь, его фундаментальностью. В то же самое время, известно, что это явление может найти практическое применение, например, в задачах передачи информации, в том числе, скрытой, при диагностике динамики некоторых биологических систем, при контроле хаоса в СВЧ генераторах и пр². За последние несколько десятилетий выявлено несколько различных типов хаотической синхронизации, среди которых наиболее широко известны режимы фазовой синхронизации, полной синхронизации, синхронизации с запаздыванием и обобщенной синхронизации.

Особый интерес представляет собой обобщенная синхронизация. Этот режим может наблюдаться в однонаправленно и взаимно связанных системах и означает установление функциональной связи между их состояниями³. В настоящее время существует достаточно большое число работ, направленных на исследование данного режима в системах с различным типом связи⁴. Для этого режима были предложены методы диагностики, выявлены механизмы возникновения, показана возможность его наблюдения в эксперименте. В то же самое время, несмотря на активное изучение обобщенной синхронизации и наличие многочисленных работ, по-

¹ И.И. Блехман, Синхронизация в природе и технике, М.: Наука, 1981; А.С. Пиковский, М.Г. Розенблум, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.: Техносфера, 2003; V.S. Anishchenko, V.V. Astakhov, A.B. Neiman, T.E. Vadivasova, L. Schimansky-Geier, Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems. Tutorial and Modern Development. 2nd Edition, Berlin: Springer, Heidelberg, 2007; A. Balanov, N. Janson, D. Postnov, O. Sosnovtseva, Synchronization: From Simple to Complex, Springer Berlin, Heidelberg, 2010; S. Boccaletti, A.N. Pisarchik, C.I. del Genio, A. Amann, Synchronization: From Coupled Systems to Complex Networks. 1st Edition, Cambridge University Press, 2018

² L. Kocarev, U. Parlitz, Physical Review Letters 74 (25) (1995) 5028–5031; V.S. Anishchenko, A.G. Balanov, N.B. Janson, N.B. Igosheva, G.V. Bordyugov, Int. J. Bifurcation and Chaos 10 (10) (2000) 2339–2348; Д.И. Трубецков, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Изв. вузов. Радиофизика XLVII (5–6) (2004) 343–372; О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Phys. Lett. A 374 (2010) 2925–2931; Е.Е. Харьковская, G.V. Osipov, I.V. Mukhina, Minerva Cardioangiologica 68 (6) (2020) 619–628; А.Е. Храмов, Н.С. Фролов, В.А. Максименко, С.А. Куркин, В.Б. Казанцев, А.Н. Писарчик, Усп. физ. наук 191 (6) (2021) 614–650; С. Huang, Z. Song, Z. Qu, Phys. Rev. E 106 (2022) 024406.

³ N.F. Rulkov, M.M. Sushchik, L.S. Tsimring, H.D.I. Abarbanel, Phys. Rev. E 51 (2) (1995) 980–994; О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, S. Boccaletti, Phys. Rev. E 86 (2012) 036216.

⁴ E.A. Rogers, R. Kalra, R.D. Schroll, A. Uchida, D.P. Lathrop, Phys. Rev. Lett. 93 (2004) 084101; B.S. Dmitriev, A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, A.V. Starodubov, D.I. Trubetskov, Y.D. Zharkov, Phys. Rev. Lett. 102 (7) (2009) 074101; S. Guan, X. Gong, K. Li, Z. Liu, C. H. Lai, New Journal of Physics 12 (2010) 073045; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, Phys. Rev. E 84 (3) (2011) 037201; T. Stankovski, P.V.E. McClintock, A. Stefanovska, Phys. Rev. E 89 (2014) 062909; S. Chishti, R. Ramaswamy. Phys. Rev. E 98 (2018) 032217; T. Kano, K. Umeno, Chaos 32 (2022) 113137.

священных этому явлению, можно с достаточно большой долей уверенности утверждать, что этот режим исследован достаточно хорошо только в системах с относительно простой топологией аттрактора (в частности, с аттрактором ленточного типа)⁵. Однако, наряду с относительно простыми системами существует достаточно широкий класс систем, топология аттрактора которых является достаточно сложной. В рамках настоящей диссертационной работы под системами со сложной топологией аттрактора мы будем понимать системы с двулистной структурой аттрактора. Это такие системы, фазовое пространство которых состоит из двух различных подпространств, имеющих малую общую область, внутри которой фазовые траектории могут переходить из одного подпространства в другое и наоборот. Так как каждое из подпространств визуально выглядит как гладкий лист, эти системы и называются осцилляторами с двулистной структурой аттрактора, а каждое из подпространств – листом. Примерами систем с двулистной структурой аттрактора являются, например, такие классические модели как осцилляторы Лоренца (системы с псевдогиперболическим аттрактором)⁶, широко известные в метеорологии, или радиотехнические генераторы Чуа⁷. При определенном выборе значений управляющих параметров фазовые траектории таких систем как будто переходят с одного листа хаотического аттрактора на другой, фактически описывая двойную петлю на фазовой плоскости. Можно ожидать, что для систем с таким строением аттрактора процесс наступления режима обобщенной синхронизации будет отличаться от случая систем с относительно простой топологией. Поэтому настоящая диссертационная работа нацелена на изучение особенностей режима обобщенной синхронизации и разработку новых методов диагностики для данного режима в системах со сложной топологией аттрактора.

Другим важным вопросом, тесно связанным с предыдущим, является анализ характеристик перемежающегося поведения⁸, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. В данном случае под перемежаемостью понимается чередование фаз синхронного и асинхронного поведения, а статистические

⁵ С.П. Кузнецов, Динамический хаос, серия “Современная теория колебаний и волн”, М.: Физматлит, 2006.

⁶ E. Lorenz, Transactions of the New York Academy of Sciences 25 (4) (1963) 409–432; R.-r. Ma, J. Wu, K. Wu, X. Pan, Nonlinear Dynamics 109 (4) (2022) 3145–3156.

⁷ L.O. Chua, M. Komuro, T. Matsumoto, IEEE Trans. Circuits and Syst. cas–33 (11) (1986) 1073–1118; W.A. Al-Musawi, W.A. Wali, M.A.A. Al-Ibadi, Int. J. of Electr. and Comp. Eng. 12 (2) (2022) 1955–1964; N. Kuznetsov, T. Mokaev, V. Ponomarenko, E. Seleznev, N. Stankevich, L. Chua, Nonlinear Dynamics 111 (6) (2023) 5859–5887.

⁸ P. Manneville, N. Y.:Academic Press, 1990; A. Carballosa, A.P. Munuzuri, Chaos, Solitons and Fractals 157 (2022) 111920.

характеристики длительностей синхронных фаз, как правило, подчиняются закономерностям, характерным для перемежаемости типа “on-off”⁹. Опять же, эта закономерность характерна для систем с относительно простой топологией аттрактора¹⁰, в то время как для систем со сложной топологией этот вопрос ранее не рассматривался. В то же самое время, можно ожидать, что отличия в механизмах возникновения данного режима в системах с различной топологией аттрактора смогут привести к отличиям в их поведении вблизи соответствующих границ. В связи с этим появляется вопрос о том, как перемежающееся поведение на границе обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора будет отличаться от уже известных типов перемежающегося поведения в системах с простой топологией? Этому вопросу также посвящена настоящая диссертация.

Еще одной существенной проблемой при изучении обобщенной синхронизации является влияние шума на установление этого режима. Наличие шума при функционировании реальных систем неизбежно, при этом сам шум может оказывать как конструктивное, так и деструктивное влияние на поведение систем¹¹. Для систем с достаточно простой топологией аттрактора известно, что этот режим является, как правило, устойчивым по отношению к шумам¹², что делает возможным его применение при скрытой передаче информации по каналам связи с высоким уровнем шума. На данный момент влияние шума на обобщенную синхронизацию в системах со сложной топологией аттрактора не изучено. Хотя, использование именно таких систем может повысить конфиденциальность передачи информации при использовании режима обобщенной синхронизации в системах скрытой коммуникации. Поэтому в рамках настоящей диссертационной работы будет также исследовано влияние шума на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора и проведен анализ влияния характеристик шумового сигнала на границу установления этого режима.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно заключить, что изучение особенностей режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора представляет интерес для современной радиофизики, что делает тему диссертационной работы важной и актуальной.

Цель диссертационной работы. Целью настоящей диссертационной

⁹J.F. Heagy, N. Platt, S.M. Hammel, Phys. Rev. E 49 (2) (1994) 1140–1150.

¹⁰A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, Europhysics Lett. 70 (2) (2005) 169–175.

¹¹J.F. Heagy, T.L. Carroll, L.M. Pecora, Physical Review E 52 (2) (1995) R1253–R1256; V. Munyaev, L. Smirnov, V. Kostin, G. Osipov, A. Pikovsky, New Journal of Physics 22 (2) (2020) 023036; K. Sakai, P.H. Brown, T.S. Rosenstock, S.K. Upadhyaya, A. Hastings, Chaos, Solitons and Fractals 165 (2022) 112764.

¹²O.I. Moskalenko, A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, A.A. Ovchinnikov, Europhysics Journal B 82 (1) (2011) 69–82.

работы является изучение особенностей обобщенной синхронизации и перемежающегося поведения, имеющего место вблизи ее границы, в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора, разработка новых методов анализа этого режима и исследование влияния шумов на его границу.

В соответствии с поставленной целью определены основные задачи диссертационного исследования:

- Исследование обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора, разработка новых методов диагностики и выявление механизмов возникновения синхронного режима в таких системах.
- Анализ характеристик перемежающегося поведения, наблюдающегося вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора, разработка универсального метода выделения характерных фаз поведения в таких системах, справедливого как для однонаправленного, так и взаимного типов связи.
- Изучение влияния шума и его характеристик на границу обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора.

Основные положения, выносимые на защиту.

- Диагностика режима обобщенной синхронизации в системах со сложной (двулистной) топологией аттрактора возможна при помощи расчета спектра показателей Ляпунова и метода фазовых трубок, а для однонаправленно связанных систем — еще и при помощи метода вспомогательной системы. При этом, применение метода ближайших соседей к таким системам приводит к некорректным результатам.
- Разрушение режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора может быть обусловлено переключением системы между состояниями, соответствующими различным листам аттрактора, что позволяет для таких систем разработать метод выделения характерных фаз поведения, основанный на анализе расположения изображающих точек на аттракторах взаимодействующих систем.
- Вблизи границы режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора наблюдается перемежающееся поведе-

ние, характеристики которого (распределения длительностей фаз синхронного поведения и зависимость средней длительности фаз синхронного поведения от параметра связи) подчиняются экспоненциальным законам. Обнаруженный тип поведения, названный перемежаемостью перескоков (jump intermittency), не зависит от типа связи между системами (однаправленного или взаимного).

- Режим обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора устойчив по отношению к шумам в широком, но ограниченном диапазоне изменения интенсивности шумового воздействия, сопоставимым с амплитудой сигнала системы, на которую воздействует шум. При этом закон распределения шумового сигнала не оказывает существенного влияния на порог возникновения синхронного режима.

Научная новизна. Диссертационная работа содержит новые фундаментальные научные результаты в области изучения обобщенной хаотической синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора, в том числе, в системах с несколькими положительными показателями Ляпунова. В частности, в диссертационной работе впервые получены следующие результаты:

- Обнаружена обобщенная синхронизация в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора. Показано, что диагностирование этого режима возможно при помощи расчета спектра показателей Ляпунова и метода фазовых трубок, а для однонаправленно связанных систем — и при помощи метода вспомогательной системы. Применение метода ближайших соседей в данном случае приводит к некорректным результатам.
- Разработан универсальный метод выделения характерных (ламинарных и турбулентных) фаз поведения в системах со сложной топологией аттрактора, находящихся вблизи границы обобщенной синхронизации, справедливый как для систем с однонаправленной, так и взаимной связью.
- Показано, что вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора имеет место новый тип поведения, названный перемежаемостью перескоков (jump intermittency). Выявлены механизмы возникновения данного типа поведения. Показано, что тип перемежаемости в данном случае не зависит от типа связи между системами (однаправленного или взаимного).

- Изучен вопрос о влиянии шума на обобщенную синхронизацию в системах со сложной топологией аттрактора. Показано, что режим обобщенной синхронизации в данном случае оказывается устойчивым по отношению к шумам в широком, но ограниченном диапазоне изменения интенсивности шумового воздействия. При этом, характеристики шумового сигнала не оказывают существенного влияния на установление синхронного режима.

Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с известными результатами в данной области. Они опубликованы в ряде научных статей в престижных отечественных и зарубежных научных журналах, в том числе, с высоким импакт-фактором.

Научная и практическая значимость работы. В диссертационной работе решена научная задача, имеющая большое значение для современной радиофизики в части изучения особенностей обобщенной синхронизации и явлений, имеющих место вблизи ее границы, в системах со сложной топологией аттрактора. Научные результаты, полученные в ходе выполнения этой работы, являются, прежде всего, фундаментальными. Они оказали и будут оказывать существенное влияние на дальнейшее развитие научного направления, связанного с изучением обобщенной хаотической синхронизации в таких системах. Кроме того, полученные результаты могут найти практическое применение в информационно-телекоммуникационных системах, в частности, для повышения конфиденциальности известных способов скрытой передачи информации, основанных на режиме обобщенной синхронизации, в том числе, при наличии внешних шумов. А разработанные и адаптированные методы и подходы к анализу обобщенной синхронизации (метод фазовых трубок, метод перескоков и др.) смогут найти практическое применение при обработке экспериментальных данных, в том числе радиофизической и нейрофизиологической природы. На компьютерные программы, реализующие эти методы, получено два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Результаты фундаментальных исследований, полученные при подготовке диссертационной работы, внедрены в учебный процесс подготовки специалистов, обучающихся в институте физики ФГБОУ ВО “СГУ имени Н.Г. Чернышевского” по направлениям подготовки бакалавров и магистров “Прикладная математика и физика”, “Радиофизика” и “Информационные системы и технологии”.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением хорошо известных и общепринятых моделей, использованием строгих математических методов и подходов, обоснованных в научной литературе.

Достоверность полученных результатов подтверждается отсутствием противоречий с уже существующими результатами, известными в научной литературе, воспроизводимостью результатов, а также согласованностью получаемых данных с помощью разных методов диагностики.

Личный вклад. Все защищаемые результаты и положения, вошедшие в настоящую диссертационную работу, получены соискателем лично. Автором разработаны оригинальные программы, с помощью которых осуществлялось численное моделирование нелинейных динамических систем и производилась обработка полученных результатов. Планирование и постановка задач, интерпретация и обсуждение результатов, а также написание научных статей и тезисов докладов осуществлялись совместно с научным руководителем.

Апробация работы. Настоящая диссертационная работа выполнена на кафедре физики открытых систем института физики ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (СГУ).

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении научно-исследовательских работ, проводимых в СГУ, среди которых гранты Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (проекты №№ МК-531.2018.2, МД-21.2020.2, МД-18.2022.1.2) и грант Российского научного фонда (проект № 19-12-00037).

Результаты, представленные в диссертационной работе, неоднократно докладывались на научных конференциях и школах и отражены в тезисах докладов: XVIII Научной школе “Нелинейные волны – 2018”, 26 февраля – 4 марта 2018 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (стендовый доклад), IX научно-практической конференции “Presenting Academic Achievements to the World”, 10-11 апреля 2018 г., Саратов, Российская Федерация (стендовый доклад), XIII Всероссийской научной конференции молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, 4-6 сентября 2018 г., Саратов, Российская Федерация (стендовый доклад), XVII Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн” имени А.П. Сухорукова (“Волны-2019”), 26-31 мая 2019 г., Можайск, Российская Федерация (стендовый доклад), XI научно-практической конференции “Presenting Academic Achievements to the World”, 3 июня 2020 г., Саратов, Российская Федерация (стендовый доклад), XVII Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах имени профессора А.П. Сухорукова” (“Волны-2020”), 23-28 августа 2020 г., Можайск, Российская Федерация (устный доклад), XV Всероссийской научной кон-

ференции молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, 8–10 сентября 2020 г., Саратов, Российская Федерация (стендовый доклад), XX Международной конференции и молодежной школе “Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии”, 23–27 ноября 2020 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (устный доклад), Всероссийской школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2020”, 30 ноября - 4 декабря 2020г., г. Саратов, Российская Федерация (устный доклад), XXII Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления: физика и применения имени профессора А.П. Сухорукова” (“Волны-2021”), 6-11 июня 2021 г., Можайск, Российская Федерация (устный доклад), Конференции международных математических центров мирового уровня, 9-13 августа 2021 г. Сочи, Российская Федерация (устный доклад), XXI Международной конференции “Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии”, 22-26 ноября 2021 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (устный доклад), Международной научной конференции “Динамические системы. Теория и приложения”, 26-29 июня 2022 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (устный доклад).

Публикации. Результаты диссертационной работы опубликованы в научных журналах, входящих в международные системы цитирования Web of Science и Scopus, рекомендованных ВАК РФ для опубликования материалов кандидатских и докторских диссертаций (всего 7 статей), а также в сборниках научных конференций и семинаров всероссийского и международного уровня (всего 10 статей и тезисов докладов). Автором получено два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Она содержит 100 страниц текста, включая 25 иллюстраций и 1 таблицу. Список литературы содержит 122 источника.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** определена актуальность диссертационного исследования, сформулированы цели и задачи, описаны научная новизна и практическая значимость, приведены сведения о достоверности и апробации полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту, даны сведения о структуре и объеме работы, приведено краткое содержание основных разделов диссертации.

Первая глава диссертационной работы направлена на рассмотрение режима обобщенной синхронизации и методов его диагностики в системах

со сложной (двулистной) топологией аттрактора. В начале главы приведено краткое описание известных результатов в области изучения обобщенной синхронизации: дано определение режима обобщенной синхронизации, сделан краткий обзор существующих классических методов и подходов для диагностики этого режима в однонаправленно и взаимно связанных системах, отмечены их достоинства и недостатки. Остальная часть главы направлена на рассмотрение возможности применения этих методов для диагностики обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. В качестве объектов исследования выбраны два однонаправленно связанных хаотических осциллятора Лоренца и две взаимно связанные системы Чена, являющиеся четырехмерной модификацией уравнений систем Лоренца. Установлено, что в обеих системах возможно диагностирование режима обобщенной синхронизации при помощи расчета спектра показателей Ляпунова, метод вспомогательной системы дает корректные результаты только в случае однонаправленной связи между системами, а метод ближайших соседей для обеих систем оказывается несправедливым. В качестве иллюстрации неработоспособности метода вспомогательной системы на рисунке 1,а,б представлены фазовые портреты взаимодействующих систем Чена, находящихся в режиме достаточно “сильной” обобщенной синхронизации. На фазовом портрете первой системы (рисунок 1,а) показаны три случайные точки, выбранные в качестве опорных, и их ближайшие соседи. Очевидно, что они сосредоточены в ограниченных областях аттрактора, представляющих собой малые окрестности опорных точек. Аналогичная ситуация, в соответствии с идеологией метода ближайших соседей, должна наблюдаться и во второй системе, однако, образы ближайших соседей в фазовом пространстве второй системы оказываются разбросанными достаточно сильно по аттрактору (см. рисунок 1,б), что свидетельствует о неработоспособности метода ближайших соседей в системах со сложной топологией аттрактора.

Взамен метода ближайших соседей предложено использовать его модификацию – метод фазовых трубок¹³. Этот метод аналогичен методу ближайших соседей за тем лишь исключением, что при поиске ближайших соседей учитываются не все ближайшие состояния системы, а только те, которые остаются близкими на всей длине предыстории (длине фазовой трубки), длительность которой определяется абсолютной величиной показателя Ляпунова, отвечающего за установление режима обобщенной синхронизации. Метод применен для диагностики обобщенной синхронизации в тех же системах Лоренца и Чена. В качестве иллюстрации на рисун-

¹³ А. А. Koronovskii, О. I. Moskalenko, А. Е. Hramov, Phys. Rev.E 84 (3) (2011) 037201.

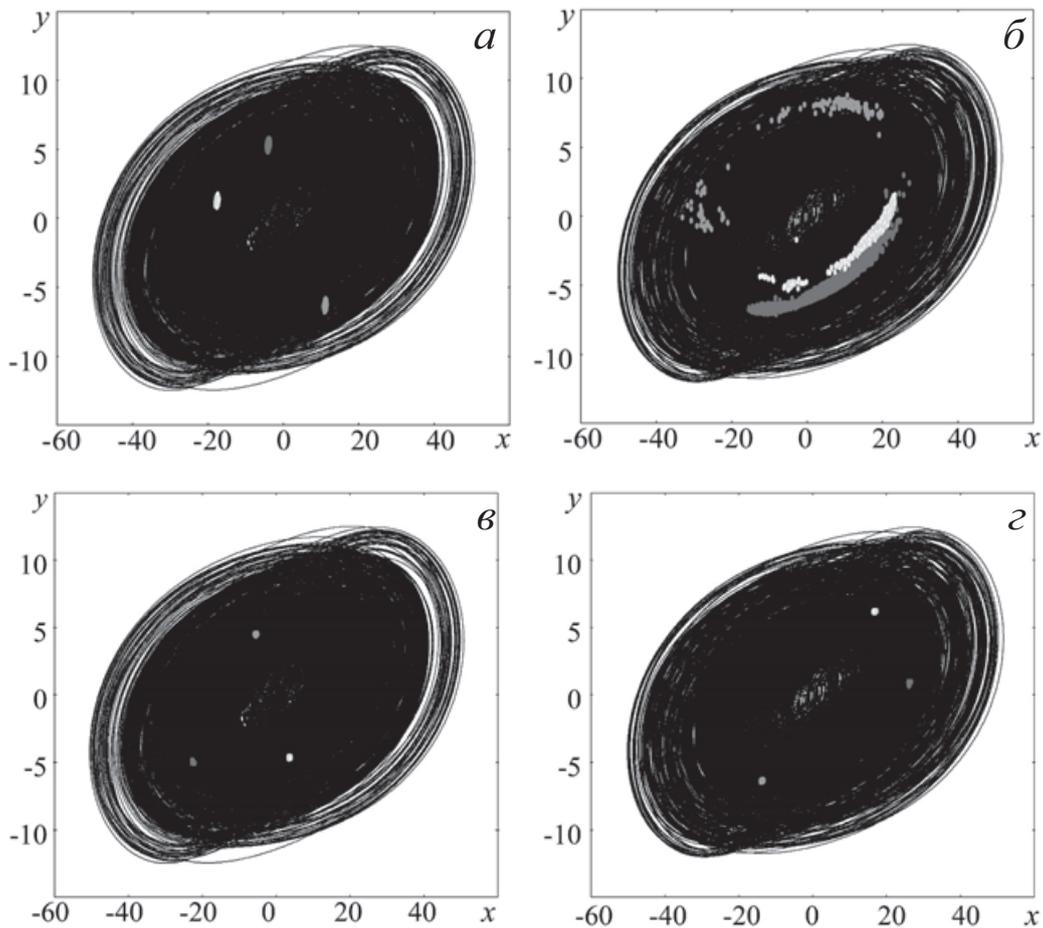


Рисунок 1 — Фазовые портреты первой (а,в) и второй (б,г) взаимно связанных систем Чена $\dot{x}_{1,2} = a(y_{1,2} - x_{1,2}) + ey_{1,2}z_{1,2}$, $\dot{y}_{1,2} = cx_{1,2} - dx_{1,2}z_{1,2} + y_{1,2} + u_{1,2}$, $\dot{z}_{1,2} = x_{1,2}y_{1,2} - bz_{1,2}$, $\dot{u}_{1,2} = -k_{1,2}y_{1,2} + \varepsilon(x_{2,1} - x_{1,2})$, $a = 35$, $b = 4.9$, $c = 25$, $d = 5$, $e = 35$, $k_1 = 110$, $k_2 = 190$ при значении параметра связи $\varepsilon = 250$. На фазовом портрете первой системы (показаны оттенками серого) выбраны три случайные опорные точки и найдены их ближайшие соседи (а) и ближайшие соседи, прошедшие через фазовую трубку длиной $\tau = 0.03$ (в). Образы этих ближайших соседей в фазовом пространстве второй системы показаны теми же оттенками серого на рисунках 1,б и г, соответственно

ке 1,в,г приведены результаты его применения к системам Чена с теми же значениями управляющих параметров, что и на рисунке 1,а,б, при длине фазовой трубки $\tau = 0.03$. Видно, что даже при малой длине фазовой трубки образы ближайших соседей оказываются локализованными в ограниченных областях аттрактора, а размеры этих областей оказываются сопоставимыми с размерами областей, занимаемыми ближайшими соседями в фазовом пространстве первой системы. Полученные результаты свидетельствуют о применимости метода фазовых трубок для диагностики режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией хаотических аттракторов. Результаты, полученные при помощи метода фазовых трубок, сопоставлены с методом расчета спектра показателей Ляпунова, получено хорошее соответствие между ними.

Во **второй главе** диссертации изложены результаты исследования перемежающегося поведения, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора. По аналогии с первой главой в начале главы приведены краткие теоретические сведения о перемежаемости и различных типах перемежающегося синхронного поведения, имеющего место вблизи границ различных типов хаотической синхронизации. Особое внимание уделено перемежаемости типа “on-off”, наблюдаемой на границе обобщенной синхронизации в системах с относительно простой топологией аттрактора. Путем численного моделирования двух однонаправленно связанных осцилляторов Лоренца установлено, что характеристики перемежаемости, имеющей место вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, существенным образом отличаются от характеристик перемежаемости типа “on-off”.

Для выделения характерных фаз синхронного и асинхронного поведения (ламинарных и турбулентных фаз, соответственно) вблизи границы обобщенной синхронизации в системах с однонаправленным типом связи использовался метод вспомогательной системы, являющийся одним из классических методов анализа в данном случае. Выявлены механизмы возникновения/разрушения режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Показано, что разрушение режима обобщенной синхронизации в данном случае обусловлено переключением системы между состояниями, соответствующими различным листам аттрактора, что позволяет предложить метод выделения характерных фаз поведения систем, основанный на анализе расположения изображающих точек на аттракторе, для определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации. Суть предложенного метода сводится к следующему.

Чтобы определить, находятся ли изображающие точки, соответствующие текущим состояниям взаимодействующих систем, на одинаковых листах хаотических аттракторов, временные реализации этих систем должны быть сдвинуты друг относительно друга на время запаздывания $\Delta\tau$, которое можно найти при помощи расчета минимума функции подобия¹⁴, для дальнейшего сравнения значений переменных $x_{1,2}$. Моменты времени, когда $x_1(t - \Delta\tau) > \Delta x$ и $x_2(t) < -\Delta x$ (где Δx для каждой из систем определяется эмпирически) или наоборот, соответствуют расхождению траекторий взаимодействующих систем на разные листы хаотических аттракторов (что предшествует началу турбулентной фазы поведения), которые снова собираются вместе, когда $|x_1(t - \Delta\tau) - x_2(t)| < \Delta x/2$. Предложенный метод назван методом перескоков, а тип перемежаемости, реализуемый в данном случае, – перемежаемостью “перескоков” (jump intermittency).

Для иллюстрации вышесказанного на рисунке 2 приведены фрагменты временных реализаций взаимодействующих однонаправленно связанных систем Лоренца, находящихся вблизи границы обобщенной синхронизации. Рисунок 2,а показывает поведение координат x ведущей и ведомой систем Лоренца. Временная зависимость абсолютной величины разности между координатами x ведомой и вспомогательной систем показана на рисунке 2,б. Из рисунка 2 четко видно, что росту разности между состояниями ведомой и вспомогательной систем (рисунок 2,б) предшествует расхождение (скачок) фазовых траекторий ведущего и ведомого осцилляторов на разные листы хаотических аттракторов (см. рисунок 2,а,в,г). Такое изменение динамики систем приводит к сильно резкому увеличению слагаемого $\varepsilon(x_1 - x_2)$, определяющего связь между системами, которое и отвечает за взаимодействие осцилляторов. Следовательно, расхождение фазовых траекторий взаимодействующих систем приводит к разрушению синхронного режима, и, как следствие, окончанию ламинарной фазы и переходу к турбулентной фазе, соответствующей асинхронному поведению.

При помощи метода вспомогательной системы и метода перескоков численно получены распределения длительностей ламинарных фаз (временных интервалов, в течение которых обе взаимодействующие системы характеризуются изображающими точками, находящимися на одинаковых листах хаотических аттракторов) и зависимости средней длительности ламинарных фаз (вышеназванных временных интервалов) от параметра связи. Показано, что результаты обоих методов хорошо согласуются друг с другом.

Изложены теоретические основы перемежаемости “перескоков”.

¹⁴M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, J. Kurths, Phys. Rev. Lett. 78 (22) (1997) 4193–4196.

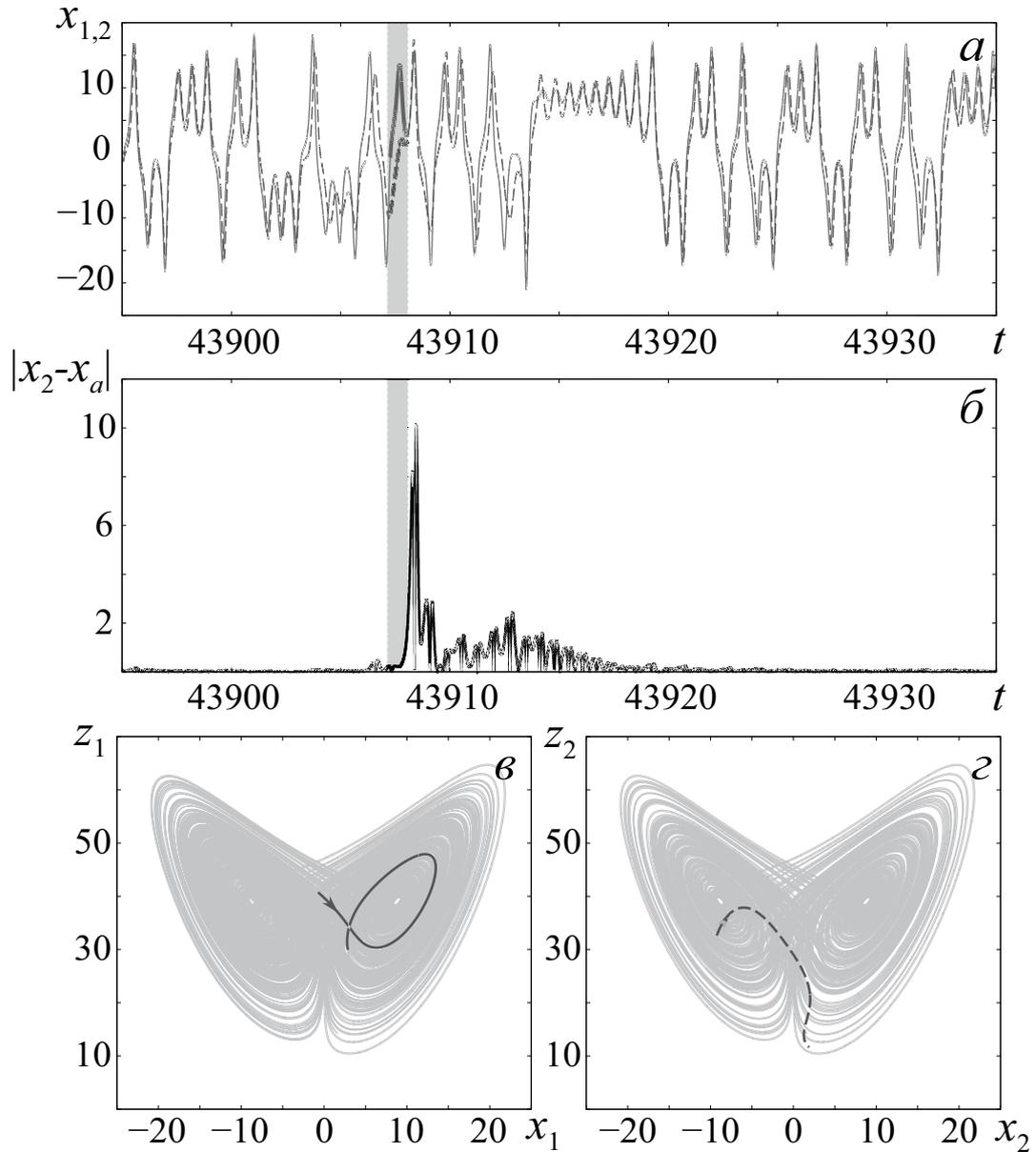


Рисунок 2 — (а) Фрагменты временных реализаций ведущей $x_1(t)$ (сплошная линия) и ведомой $x_2(t)$ (пунктирная линия) однонаправленно связанных систем Лоренца $\dot{x}_1 = \sigma(y_1 - x_1)$, $\dot{y}_1 = r_1x_1 - y_1 - x_1z_1$, $\dot{z}_1 = -bz_1 + x_1y_1$, $\dot{x}_2 = \sigma(y_2 - x_2) + \varepsilon(x_1 - x_2)$, $\dot{y}_2 = r_2x_2 - y_2 - x_2z_2$, $\dot{z}_2 = -bz_2 + x_2y_2$, $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $r_1 = 40$ и $r_2 = 35$. (б) Эволюция во времени абсолютной величины разности между координатами x ведомой и вспомогательной систем, $|\xi(t)| = |x_2(t) - x_a(t)|$. Хаотические аттракторы ведущей (в) и ведомой (г) систем Лоренца (показаны светло-серым цветом) и участки фазовых траекторий, соответствующие началу турбулентного всплеска, в ведущей (сплошная линия) и ведомой (пунктирная линия) системах. Значение параметра связи $\varepsilon = 9.5$

Приведены аналитические выражения для распределений длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра связи. Показано, как теоретически, так и численно, что обе закономерности в режиме перемежаемости “перескоков” подчиняются экспоненциальным законам. Путем расчета среднеквадратичных отклонений численно полученных распределений от аналитических закономерностей произведена оценка эффективности метода перескоков по сравнению с методом вспомогательной системы для двух однонаправленно связанных систем Лоренца. Показано, что по данной мере предложенный метод совсем немного уступает классическому методу вспомогательной системы, но с ростом величины параметра связи оба метода становятся практически равнозначными, что позволяет использовать его для анализа перемежаемости даже в том случае, когда реализация метода вспомогательной системы не представляется возможной.

Предложенный метод применен к системам с взаимным типом связи со сложной топологией аттрактора – двум взаимно связанным системам Лоренца и двум взаимно связанным осцилляторам Чена, находящимся вблизи границы обобщенной синхронизации. Впервые показано, что в данном случае также имеет место перемежаемость “перескоков”: распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средних длительностей ламинарных фаз от параметра связи подчиняются экспоненциальным законам, а разрушение синхронного режима по-прежнему связано с перескоком изображающих точек на разные листы хаотических аттракторов взаимодействующих систем. Вышесказанное свидетельствует о независимости типа перемежаемости, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, от типа связи между системами (однонаправленная или взаимная).

Третья глава диссертационной работы посвящена изучению влияния шума на обобщенную синхронизацию в системах со сложной топологией аттрактора. Исследования по-прежнему проводились на примере систем Лоренца и систем Чена, связанных однонаправленно и взаимно, а для диагностики обобщенной синхронизации использовались те же методы, что и для систем без шума: метод вспомогательной системы (только для однонаправленной связи) и метод расчета спектра показателей Ляпунова (для обоих типов связи). Показано, что показатели Ляпунова, отвечающие за установление режима обобщенной синхронизации, полученные в отсутствие и при наличии шума, хотя и немного отличаются друг от друга, всегда переходят в область отрицательных значений практически при одних и тех же значениях параметра связи, что и соответствует одинаковым

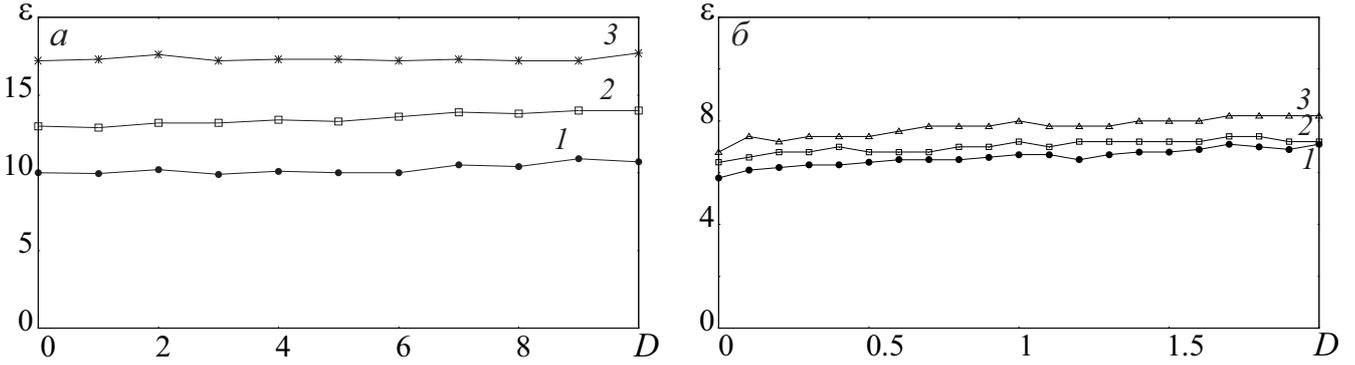


Рисунок 3 — Зависимости порога возникновения режима обобщенной синхронизации в двух однонаправленно (а) и взаимно (б) связанных системах Лоренца $\dot{x}_{1,2} = \sigma(y_{1,2} - x_{1,2}) + \varepsilon_{1,2}(x_{2,1} - x_{1,2}) + D_{1,2}\zeta$, $\dot{y}_{1,2} = r_{1,2}x_{1,2} - y_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2}$, $\dot{z}_{1,2} = -bz_{1,2} + x_{1,2}y_{1,2}$, ($\sigma = 10$, $b = 8/3$, $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$ при однонаправленной связи, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ при взаимной связи, $\langle \zeta_i(t) \rangle = 0$, $\langle \zeta_i(t)\zeta_j(t') \rangle = \delta_{ij}\delta(t - t')$, $\forall i, j$, $D_1 = 0$, $D_2 = D$) от интенсивности шума D при значениях управляющих параметров: 1 — $r_1 = 40$, $r_2 = 35$; 2 — $r_1 = 40$, $r_2 = 45$; 3 — $r_1 = 40$, $r_2 = 50$

порогам установления обобщенной синхронизации в исследуемой системе. Аналогичные результаты для однонаправленной связи показывает и метод вспомогательной системы. При помощи обоих методов, упомянутых выше, построены зависимости порога возникновения режима обобщенной синхронизации от интенсивности шумового воздействия (в качестве иллюстрации см. рисунок 3, полученный для систем Лоренца с различными типами связи).

Установлено, что режим обобщенной синхронизации в исследуемых системах оказывается устойчивым по отношению к шумам в широком, но ограниченном диапазоне изменения интенсивности шумового воздействия. Если мощность шума сопоставима с мощностью сигнала одной из взаимодействующих (в случае однонаправленной связи — ведущей) систем и даже немного превышает ее, шум практически не влияет на пороговое значение установления синхронного режима. Такое поведение границы обобщенной синхронизации в присутствии шума обусловлено слабым влиянием шума на аттракторы взаимодействующих систем. Показано, что внешнее шумовое воздействие приводит к зашумлению аттракторов систем, подверженных шумовому воздействию, но при этом не нарушает их двулистную структуру.

Изучен вопрос о влиянии характеристик шумового сигнала на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Установлено, что характер распределения шумового воздействия оказывает слабое влияние на порог обобщенной синхронизации в однона-

правленно и взаимно связанных системах.

В **Заключении** сформулированы **основные результаты и выводы** диссертационного исследования:

1. Проверена работоспособность классических методов диагностики режима обобщенной синхронизации применительно к системам со сложной структурой аттрактора. Установлено, что в однонаправленно связанных системах возможно корректно использовать метод вспомогательной системы и метод расчета условных показателей Ляпунова, в то время как для систем с взаимным типом связи только метод расчета спектра показателей Ляпунова оказывается применимым. Кроме того, на конкретных примерах показано, что известный метод ближайших соседей не позволяет корректно диагностировать наступление режима обобщенной синхронизации в случае обоих типов связи.
2. Впервые предложено использовать метод фазовых трубок, который является модификацией метода ближайших соседей, для диагностики обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Результаты предложенного метода хорошо согласуются с данными, полученными с помощью расчета показателей Ляпунова для обоих типов связи между системами, а для однонаправленно связанных систем – еще и с результатами метода вспомогательной системы.
3. Выявлены механизмы возникновения/разрушения режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Показано, что разрушение режима обобщенной синхронизации в данном случае обусловлено асинхронным перескоком изображающих точек с одного листа хаотического аттрактора на другой, что приводит к возникновению перемежаемости вблизи границы этого режима.
4. Исследованы характеристики перемежаемости, имеющей место вблизи границы обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах со сложной топологией аттрактора. При помощи метода вспомогательной системы установлено, что статистические характеристики перемежаемости, полученные в данном случае, существенно отличаются от характеристик перемежаемости типа “on-off”, реализуемой в системах с относительно простой топологией аттрактора. Обнаруженный тип перемежаемости назван перемежаемостью “перескоков” (jump intermittency).
5. Предложен метод перескоков, основанный на анализе расположения изображающих точек на аттракторах взаимодействующих систем, для

определения характеристик перемежающегося поведения на границе режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Апробация метода проведена на однонаправленно связанных системах Лоренца со сложной топологией аттрактора, находящихся вблизи границы обобщенной синхронизации. Вычислены распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительностей ламинарных фаз от параметра связи при помощи этого метода, полученные результаты сопоставлены с аналогичными характеристиками, полученными при помощи метода вспомогательной системы. Показано, что предложенный метод несильно уступает классическому методу вспомогательной системы, что позволяет использовать его в том случае, где реализация метода вспомогательной системы не представляется возможной, например, в случае взаимной связи между системами.

6. Численно получены характеристики перемежаемости, имеющей место вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, связанных взаимно. На примере осцилляторов Лоренца и систем Чена установлено, что распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средних длительностей ламинарных фаз от параметра связи подчиняются экспоненциальным законам. Те же закономерности присущи однонаправленно связанным системам, что свидетельствует о независимости типа перемежаемости, имеющего место вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, от типа связи между системами.
7. Изложены теоретические основы перемежаемости “перескоков”. Получены экспоненциальные законы для распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра связи. Показано, что результаты численного моделирования находятся в хорошем соответствии с теоретическими закономерностями как для однонаправленного, так и взаимного типов связи между системами.
8. Изучен вопрос о влиянии шума на порог установления режима обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора. Установлено, что независимо от типа связи между системами и характера распределения случайной величины, описывающей шумовой процесс, режим обобщенной синхронизации в таких системах оказывается устойчивым по отноше-

нию к шумам в широком, но ограниченном диапазоне изменения интенсивности шумового воздействия. При этом, диапазон устойчивости к шумам практически не зависит от характеристик шумового сигнала, но сильно зависит от типа связи между системами.

9. Для объяснения причин устойчивости режима обобщенной синхронизации по отношению к шумам изучен вопрос о трансформации аттракторов взаимодействующих систем при изменении интенсивности шумового воздействия. Показано, что внешний шумовой сигнал не разрушает двулистную структуру аттракторов этих систем, что и объясняет слабую зависимость порога возникновения синхронного режима от интенсивности и типа шумового воздействия. Также установлено, что внешний источник шума практически не меняет величину показателя Ляпунова, отвечающего за установление обобщенной синхронизации, что еще раз подтверждает устойчивость режима обобщенной синхронизации к шумам в однонаправленно и взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- [1] О. И. Москаленко, **В. А. Ханадеев**, А. А. Короновский, Метод диагностики обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией хаотического аттрактора, Письма в ЖТФ 44 (19) (2018) 87–95.
- [2] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, **В. А. Ханадеев**, Перемежающееся поведение на границе обобщенной синхронизации во взаимно связанных системах со сложной топологией аттрактора, Журнал технической физики 89 (3) (2019) 338–341.
- [3] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, **В. А. Ханадеев**, Метод выделения характерных фаз поведения в системах со сложной топологией аттрактора, находящихся вблизи границы обобщенной синхронизации, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика 28 (3) (2020) 274–281.
- [4] А. А. Koronovskii, O. I. Moskalenko, A. A. Pivovarov, **V. A. Khanadeev**, A. E. Hramov, A. N. Pisarchik, Jump intermittency as a second type of transition to and from generalized synchronization, Physical Review E 102 (1) (2020) 012205.
- [5] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Перемежаемость вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Известия Российской академии наук. Серия физическая 85 (2) (2021) 265–269.
- [6] О. И. Москаленко, **В. А. Ханадеев**, Влияние шума на обобщенную синхронизацию в системах со сложной топологией аттрактора, Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика 21 (3) (2021) 233–241.
- [7] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, О влиянии характеристик шумового сигнала на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Известия Российской академии наук. Серия физическая 86 (2) (2022) 293–297.
- [8] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Программа для анализа перемежаемости на границе обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора методом перескоков. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020661110, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 18.09.2020 (2020).

- [9] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Программа для реализации метода фазовых трубок и диагностики режима обобщенной синхронизации в двух взаимно связанных системах Чена. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021668020, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 09.11.2021 (2021).
- [10] **В. А. Ханадеев**, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Обобщенная синхронизация в хаотических системах, характеризующихся двумя положительными показателями Ляпунова, Нелинейные волны – 2018. XVIII научная школа. Тезисы докладов молодых ученых, ИПФ РАН, Нижний Новгород, 2018, 198–200.
- [11] **V. A. Khanadeev**, Generalized synchronization in chaotic systems with two positive Lyapunov exponents, Представляем научные достижения миру. Естественные науки: Материалы IX научной конференции молодых ученых “Presenting Academic Achievements to the world”, Изд-во “Саратовский источник”, Саратов, 2019, сс. 51–55.
- [12] **В. А. Ханадеев**, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Обобщенная синхронизация в системах с двумя положительными показателями Ляпунова, “Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика”: сборник трудов XIII Всерос. конф. молодых ученых, Издательство “Техно-Декор”, Саратов, 2018, сс. 373–374.
- [13] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Механизмы возникновения перемежаемости на границе обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Труды школы-семинара “Волны-2019”. Нелинейная динамика, Можайск, 2019, сс. 30–32.
- [14] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Перемежаемость вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Труды школы-семинара “Волны-2020”. Нелинейная динамика и информационные системы, Можайск, 2020, сс. 11–12.
- [15] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Метод выделения ламинарных и турбулентных фаз поведения в системах со сложной топологией аттрактора, находящихся вблизи границы обобщенной синхронизации, “Нанoeлектроника, нанoфотоника и нелинейная физика”: Сборник трудов XV Всероссийской конференции молодых ученых, Изд-во “Техно-Декор”, Саратов, 2020, сс. 292–293.
- [16] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, Влияние шума на обобщенную синхронизацию в системах со сложной топологией аттрактора, Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии: Труды XX Международной конференции. под ред. проф. В.П. Гергеля, Изд-во: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 2020, сс. 405–406.
- [17] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, О влиянии характеристик шумового сигнала на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Труды школы-семинара “Волны-2021”. Нелинейная динамика и информационные системы, Можайск, 2021, сс. 21–22.
- [18] **В. А. Ханадеев**, О. И. Москаленко, Особенности обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора, Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии: Труды XXI Международной конференции. Под ред. проф. Д.В. Баландина, Изд-во: Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 2021, сс. 385–388.
- [19] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Е. В. Евстифеев, **В. А. Ханадеев**, Особенности обобщенной синхронизации в системах с различной топологией аттрактора, Динамические системы. Теория и приложения. Тезисы докладов международной конференции, Нижний Новгород, 2022, сс. 66–67.