

На правах рукописи



АДИЛОВА АСЕЛЬ БУЛАТОВНА

**ВЛИЯНИЕ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В КАНАЛЕ СВЯЗИ НА  
СИНХРОНИЗАЦИЮ СВЯЗАННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ  
С ПРЕДЕЛЬНЫМ ЦИКЛОМ**

01.04.03 – Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2020

Работа выполнена на кафедре нелинейной физики ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

Научный руководитель: **Рыскин Никита Михайлович**  
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Абубакиров Эдуард Булатович**  
доктор физико-математических наук, ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород), ведущий научный сотрудник лаборатории мощных СВЧ систем для ускорительных приложений

**Голдобин Денис Сергеевич**  
кандидат физико-математических наук, «Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук» — филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Пермского федерального исследовательского центра Уральского отделения Российской академии наук (г. Пермь), старший научный сотрудник Группы динамики геологических систем

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский университет «МЭИ» (г. Москва)

Защита состоится «17» декабря 2020 года в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 при ФГБОУ ВО "Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского" по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Университетская, 40, III корпус, Большая физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО "Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского" (Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-01/kandidatskaya-dissertaciya-adilovoy-asel-bulatovny>.

Автореферат разослан «\_\_» октября 2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Слепченков Михаил Михайлович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации

Изучение взаимной синхронизации в ансамблях связанных осцилляторов является фундаментальной проблемой радиофизики и имеет большое значение для многих приложений в области электроники, лазерной физики, биофизики и т.д. Одной из основных тенденций развития современной сверхвысокочастотной электроники является получение сверхвысоких уровней мощности путем сложения сигналов нескольких мощных генераторов<sup>1</sup>. Среди различных подходов привлекает интерес использование взаимной синхронизации связанных генераторов. Наиболее широко исследовалась синхронизация в системах связанных магнетронов<sup>2</sup> и виркаторов<sup>3</sup>. В частности, экспериментально наблюдалась взаимная синхронизация в ансамблях из нескольких релятивистских магнетронов с различной топологией<sup>4</sup>, где была достигнута мощность 2.0 ГВт в случае четырех и 2.9 ГВт в случае семи связанных магнетронов.

В последнее время также привлекла внимание задача о взаимной синхронизации мощных гиротронов<sup>5</sup>, поскольку комплексы, состоящие из нескольких гиротронов, используются для нагрева плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза<sup>6</sup>. Для международного проекта ITER планируется использование 26 гиротронов диапазона 170 ГГц с мощностью 1 МВт при длительности импульса порядка 500 с. Для проекта демонстрационной термоядерной электростанции DEMO подразумевается использование гиротронов, работающих на частотах 230-250 ГГц в непрерывном режиме генерации с выходной мощностью порядка 2 МВт<sup>7</sup>. С 2000-х годов обсуждается возможность использования комплексов из большого числа (порядка 100) гиротронов для запуска космических аппаратов; впрочем, на сегодняшний день в литературе приведены лишь отдельные результаты демонстрационных экспериментов. Следует отметить, что для перечисленных выше приложений важно обеспечить когерентность излучения гиротронов.

На сверхвысоких частотах расстояние между связанными генераторами может существенно превышать длину волны, поэтому необходимо учитывать запаздывание сигнала, распространяющегося между ними. Не вызывает со-

---

<sup>1</sup> Zhang J., Zhang D., Fan Y., He J., Ge X., Zhang X., Ju J., Xun T. Progress in narrowband high-power microwave sources // *Phys. Plasmas*. 2020. Vol. 27, No. 1. P. 010501.

<sup>2</sup> Benford J., Sze H., Woo W., Smith R.R., Harteneck B. Phase locking of relativistic magnetrons // *Phys. Rev. Lett.* 1989. Vol. 62, No. 8. P. 969-971.

<sup>3</sup> Hendricks K.J., Adler R., Noggle R.C. Experimental results of phase locking two virtual cathode oscillators // *J. Appl. Phys.* 1990. Vol. 68, No. 2. P. 820-825.

<sup>4</sup> Levine J.S., Aiello N., Benford J., Harteneck B. Design and operation of a module of phase-locked relativistic magnetrons // *J. Appl. Phys.* 1991. Vol. 70, No. 5. P. 2838-2848.

<sup>5</sup> Rozental R.M., Ginzburg N.S., Glyavin M.Yu., Sergeev A.S., Zotova I.V. Mutual synchronization of weakly coupled gyrotrons // *Phys. Plasmas*. 2015. Vol. 22, No. 9. 093118.

<sup>6</sup> Thumm M.K.A., Denisov G.G., Sakamoto K., Tran M.Q. High-power gyrotrons for electron cyclotron heating and current drive // *Nucl. Fusion*. 2019. Vol. 59, No. 7. 073001.

<sup>7</sup> Jelonnek J., Aiello G., Alberti S., Avramidis K., et al. Design considerations for future DEMO gyrotrons: A review on related gyrotron activities within EUROfusion // *Fusion Eng. Design*. 2017. Vol. 123. P. 241-246.

мнений, что картина синхронизации в системах с запаздыванием имеет ряд специфических особенностей по сравнению с системами с малым числом степеней свободы. В частности, учет запаздывания превращает систему из конечномерной в распределенную, т.е. обладающую бесконечным числом степеней свободы. Для подобных систем с ростом времени задержки число стационарных состояний, как правило, увеличивается, т.е. возникает мультистабильность. Для простой модели двух автоколебательных систем с предельным циклом, связанных с задержкой, было показано, что в зависимости от набега фазы сигнала в канале связи доминирует либо диссипативная связь, либо инерционная<sup>8</sup>. Поскольку набег фазы определяется временем распространения сигнала между генераторами, характер связи и, соответственно, устройство языков синхронизации сильно меняется при смещении генераторов на расстояние порядка длины волны. Однако анализ, в основном ограничивался фазовым приближением, которое справедливо в случае слабой связи и при малой расстройке собственных частот генераторов и, соответственно, не описывает многие важные особенности процессов синхронизации. Также не учитывался ряд важных факторов, в частности, неизохронность колебаний генераторов.

Значительный интерес также представляет исследование особенностей синхронизации генераторов, работающих в режиме жесткого возбуждения. Отметим, что в мощных гиротронах максимальный КПД достигается именно в режиме жесткого возбуждения. Поскольку автоколебательная система с жестким возбуждением является бистабильной, не вызывает сомнений, что картина синхронизации подобных систем должна иметь ряд принципиальных особенностей.

Таким образом, задача изучения особенностей синхронизации в системах генераторов, связанных с задержкой, представляется актуальной.

**Цель работы** состоит в выявлении основных механизмов и закономерностей процессов синхронизации в системах двух автогенераторов, связанных с задержкой.

Для достижения поставленных целей в работе решаются следующие основные задачи:

1. Бифуркационный анализ взаимной синхронизации двух автоколебательных осцилляторов с кубичной нелинейностью, связанных с задержкой, в изохронном и неизохронном случаях.

2. Анализ особенностей режимов синхронизации двух связанных с задержкой генераторов в режиме жесткого возбуждения.

3. Разработка модифицированной квазилинейной модели системы двух связанных гиротронов, ее бифуркационный анализ, сопоставление с результатами, полученными при анализе упрощенных модельных систем.

---

<sup>8</sup> Usacheva S.A., Ryskin N.M. Phase locking of two limit cycle oscillators with delay coupling // Chaos. 2014. Vol. 24, No. 2. 023123.

4. Численное моделирование режимов синхронизации системы двух связанных гиротронов на основе нестационарной теории с фиксированной структурой высокочастотного поля. Сопоставление с результатами, полученными для модифицированной квазилинейной модели.

**Научная новизна** работы. Все результаты, включенные в диссертацию, являются новыми и получены впервые, в частности:

1. Построена детальная картина синхронизации в системе двух автоколебательных осцилляторов с кубичной нелинейностью, связанных с задержкой. Подробно исследовано влияние таких параметров как частотная расстройка, набег фазы в канале связи, параметр неизохронности.

2. Проведен бифуркационный анализ режимов синхронизации в системе двух генераторов с жестким возбуждением, связанных с задержкой. Исследованы механизмы формирования и исчезновения мультистабильности синхронных режимов.

3. Предложена модифицированная квазилинейная модель системы гиротронов, связанных с задержкой, в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Результаты моделирования, полученные на ее основе, количественно хорошо согласуются с расчетами по теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля. Проведен бифуркационный анализ режимов синхронизации, результаты которого качественно согласуются с результатами, полученными для упрощенных моделей связанных автоколебательных систем с полиномиальными нелинейностями.

4. Предложен физически обоснованный способ управляемых переключений между синфазной и противофазной модами в системе двух связанных гиротронов, который основан на кратковременном уменьшении мощности генерации одного из гиротронов.

**Научно-практическая значимость** работы. Результаты диссертации развивают теорию взаимной синхронизации двух автоколебательных систем, связанных с задержкой. В результате проведенного подробного бифуркационного анализа установлены принципиальные отличия от известной картины взаимной синхронизации двух связанных автогенераторов с одной степенью свободы, обусловленные влиянием запаздывания сигнала в канале связи. Они выражаются в наличии мультистабильности синхронных режимов и в особенностях устройства областей синхронизации на плоскости параметров «частотная расстройка – коэффициент связи».

Практическое значение результатов диссертации связано с тем, что на их основе могут быть предложены способы обеспечения когерентных режимов работы в ансамблях мощных генераторов (гиротронов, магнетронов и т.д.), которые находят применение для получения микроволнового излучения высокой мощности. Исследованные режимы быстрого переключения мод

также могут найти применение для ряда приложений, например, для подавления плазменных неустойчивостей в процессе СВЧ-нагрева.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием широко апробированных и хорошо зарекомендовавших себя аналитических и численных методов, соответствием результатов бифуркационного анализа и численного моделирования, качественным соответствием результатов, полученных для различных моделей связанных систем, воспроизведением в качестве тестовых расчетов достоверных общепризнанных результатов, известных из литературы, а также широкой апробацией результатов работы, обсуждением результатов работы на многочисленных международных и всероссийских конференциях.

**Основные положения**, выносимые на защиту:

1. В системе двух автоколебательных осцилляторов с кубичной нелинейностью, связанных с задержкой, в зависимости от набега фазы сигнала, распространяющегося в канале связи, доминирует либо диссипативная связь, либо инерционная. На плоскости параметров «частотная расстройка – связь» реализуется картина, характерная для соответствующего типа связи. Фазовый набег определяется частотой генерации, временем задержки, а также параметром неизохронности. Мультистабильность синхронных режимов возникает при таких значениях фазового набега, когда преобладает инерционная связь.

2. В системе двух генераторов с жестким возбуждением, связанных с задержкой, наряду с режимами взаимной синхронизации, для которых амплитуды колебаний генераторов близки, существуют режимы с сильно различающимися амплитудами, т.е. режимы подавления колебаний одного генератора другим. В области малых частотных расстройк при увеличении параметра связи эти режимы исчезают в результате седлоузловых бифуркаций. В области достаточно больших расстройк с увеличением связи один из таких режимов теряет устойчивость в результате обратной бифуркации Андронова–Хопфа, а другой постепенно трансформируется в режим синфазной синхронизации, поскольку амплитуды колебаний выравниваются, а разность фаз стремится к нулю.

3. Предложенная модифицированная квазилинейная модель связанных гиротронов позволяет провести детальный бифуркационный анализ режимов синхронизации, а также позволяет рассчитать основные количественные характеристики (мощность, КПД, собственная частота) режимов синхронизации, которые хорошо согласуются с результатами моделирования на основе теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного поля. Модель адекватно описывает структуру областей синхронизации на плоскости параметров «расстройка–коэффициент связи», а также сложный характер амплитудной и частотной модуляции в режиме биений.

4. При наличии мультистабильности синхронных режимов в системе двух связанных гиротронов возможно переключение между этими режимами

путем кратковременного уменьшения мощности генерации одного из гиротронов. При этом происходит переключение к тому из синхронных режимов, частота которого ближе к парциальной частоте генерации второго гиротрона.

**Личный вклад соискателя.** Результаты диссертации развивают теорию взаимной синхронизации двух автоколебательных систем, связанных с задержкой. В результате проведенного подробного бифуркационного анализа установлены принципиальные отличия от известной картины взаимной синхронизации двух связанных автогенераторов с одной степенью свободы, обусловленные влиянием запаздывания сигнала в канале связи. Они выражаются в наличии мультистабильности синхронных режимов и в особенностях устройства областей синхронизации на плоскости параметров «частотная расстройка – коэффициент связи».

**Апробация работы и публикации.** Результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих научных конференциях:

- The 20th International Vacuum Electronics Conference (IVEC 2019), Busan, Korea, 2019;
- 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz 2019), Paris, France, 2019;
- 3rd International Conference “Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection and Applications (TERA-2018)”, Нижний Новгород, 2018;
- 10th International Workshop “Strong Microwaves and Terahertz Waves: Sources and Applications”, Нижний Новгород–Москва, 2017;
- Международный симпозиум “Saratov Fall Meeting”, Саратов, 2016, 2017 гг.;
- Международные научно-технические конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения» (АПЭП). Саратов, 2016, 2018, 2020 гг.;
- XVII Зимняя школа-семинар по СВЧ электронике и радиофизике, Саратов, 2018;
- Международные школы–конференции «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС). Саратов, 2016, 2019 гг.;
- VI Всероссийская научно-техническая конференция «Электроника и микроэлектроника СВЧ», Санкт-Петербург, 2017;
- III Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы СВЧ электроники им. В.А. Солнцева», Москва, 2017;
- Всероссийские научные школы «Нелинейные волны». Нижний Новгород, ИПФ РАН, 2018, 2020 гг.;
- Всероссийские конференции молодых ученых «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика», Саратов, 2016-2020.

Результаты также докладывались на научных семинарах факультета нелинейных процессов СГУ, отдела электронных приборов ИПФ РАН и на заседаниях Саратовского отделения IEEE.

Результаты диссертации использованы при выполнении НИР, поддержанных грантами РФФИ № 15-02-02893, 16-32-00124 и 18-02-00839.

По результатам диссертации опубликовано 25 работ, из них 4 статьи в реферируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук и индексируемых в международных реферативных базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus, 9 работ в трудах конференций, индексируемых в базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus, а также 12 работ в сборниках трудов всероссийских конференций.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из Введения, трех глав и Заключения, содержит 132 страницы текста, включая иллюстрации и таблицы. Список литературы включает 99 наименований.

### КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, указаны её цели и задачи, сформулированы основные научные положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** рассмотрена задача о взаимной синхронизации двух автоколебательных осцилляторов с кубичной нелинейностью, связанных с задержкой. Осцилляторы считаются идентичными, за исключением небольшой расстройки собственных частот. Сформулирована модель в виде связанных уравнений Ландау–Стюарта с запаздыванием

$$\begin{aligned} \dot{A}_1 + \frac{i\Delta}{2} A_1 &= \left(1 - (1 + ib)|A_1|^2\right) A_1 + \rho e^{-i\psi} A_2(t - \tau), \\ \dot{A}_2 - \frac{i\Delta}{2} A_2 &= \left(1 - (1 + ib)|A_2|^2\right) A_2 + \rho e^{-i\psi} A_1(t - \tau). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\Delta$  — безразмерная расстройка собственных частот,  $b$  — параметр неизохронности,  $\rho = \sqrt{P_{in}/P_{out}}$  — коэффициент связи, который определяется отношением входной и выходной мощностей,  $\tau$  — нормированное время задержки  $t_d$ ,  $\psi = \omega_0 t_d$  — набег фазы сигнала за время прохождения по цепи связи,  $\omega_0$  — средняя частота.

Проведен анализ синхронизации в приближении, когда время задержки считается малым по сравнению с характерным временем установления колебаний ( $\tau \ll 1$ ). В п. 1.2 рассматривается фазовое приближение, которое справедливо при слабой связи и малых расстройках. Получено обобщенное уравнение Адлера для разности фаз колебаний

$$\dot{\phi} + \Delta = -2\rho \sin \phi (\cos \psi - b \sin \psi) - \rho^2 \sin 2\phi \left( \sin^2 \psi - \frac{b}{4} \sin 2\psi \right). \quad (2)$$

Слагаемые порядка  $\rho$  в правой части (2) отвечают за диссипативную связь, а слагаемые порядка  $\rho^2$  — за инерционную. Анализ уравнения (2) позволил



получить простые выражения, определяющие форму языков синхронизации на плоскости параметров расстройка–связь. Показано, что картина синхронизации определяется набегом фазы в канале связи  $\psi$ . Связь является чисто диссипативной при  $\psi = \arctg(b/2) + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , и чисто инерционной при  $\psi = \text{arcctg} b + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

В п. 1.3 проводится бифуркационный анализ синхронизации в амплитудно-фазовом приближении с использованием пакета XPPAUT<sup>9</sup>. Вначале рассматривается случай изохронных осцилляторов ( $b=0$ ). Исследована трансформация картины синхронизации при увеличении набега фазы. На рис. 1 построены типичные области синфазной и противофазной синхронизации на плоскости параметров  $\Delta, \rho$  для разных значений набега фазы в канале связи. Когда доминирует диссипативная связь, синхронизация возможна только на синфазной моде (рис. 1а). При увеличении  $\psi$  начинает доминировать инерционная связь. В этом случае синхронизация возможна как на синфазной, так и на противофазной моде (рис. 1б). Возникает область бистабильности синхронных режимов.

Стоит отметить, что на плоскости параметров  $\Delta, \rho$  область синхронизации на противофазной моде лежит внутри области синхронизации на синфазной моде и ограничена линией бифуркации Андронова–Хопфа. При выходе из этой области аттрактор, соответствующий противофазной моде, сталкивается с неустойчивым циклом, который лежит на поверхности, разграничивающей бассейны притяжения двух аттракторов. После этого мультистабильность в системе исчезает и остается единственный аттрактор, соответствующий синфазному режиму синхронизации.

В п. 1.4 проведено исследование влияния неизохронности на картину синхронизации. Продемонстрировано, что с увеличением параметра  $b$  картина синхронизации претерпевает трансформации, аналогичные описанным выше. В частности, с ростом  $b$  происходит переход от диссипативной связи к инерционной, в результате чего область синхронизации на противофазной моде увеличивается в размерах и выходит за границы синхронизации на синфазной моде. Тем не менее, область противофазной синхронизации при любых  $b$  ограничена сверху. Такое поведение связано с тем, что амплитуда противофазной моды уменьшается с увеличением параметра связи, т.е. при достаточно больших  $\rho$  эффективная амплитуда сигнала, поступающего из канала связи в колебательные системы генераторов, начинает уменьшаться. Соответственно, начинает уменьшаться ширина полосы синхронизации на противофазной моде.

В разделе 1.5 проведено исследование процессов синхронизации при конечном времени задержки. Поскольку набег фазы сигнала, распространяющегося в канале связи, увеличивается с ростом  $\tau$ , картина синхронизации претерпевает трансформации аналогичные тем, что происходят при увеличе-

---

<sup>9</sup> <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/xpp.html>

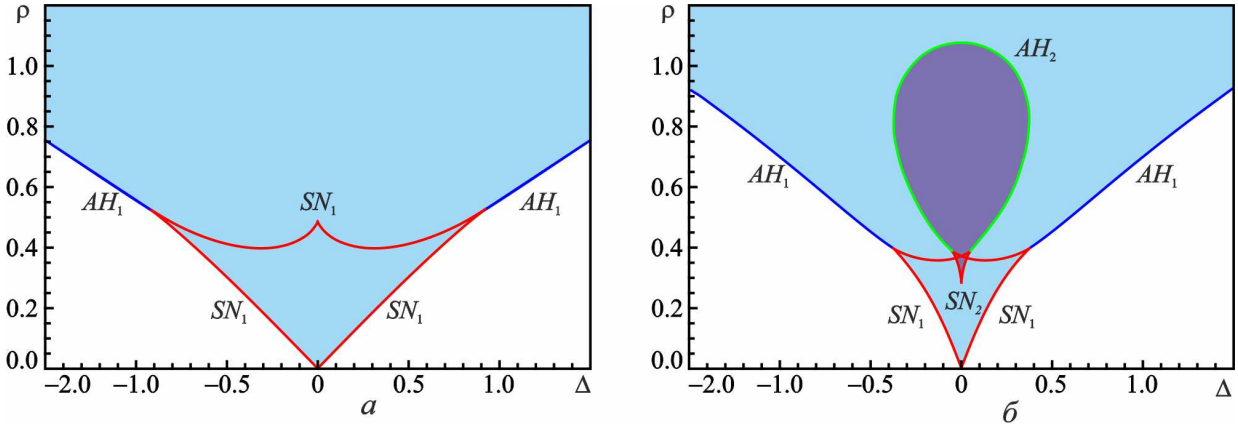


Рис. 1. Области синфазной и противофазной синхронизации системы (1) на плоскости параметров  $\Delta, \rho$  при  $b = 0$ ,  $\psi = 0.2\pi$  (а),  $0.4\pi$  (б).  $SN$  – линии седлоузловых бифуркаций,  $AH$  – линии бифуркаций Андронова–Хопфа. Область бистабильности синхронных режимов закрашена розовым.

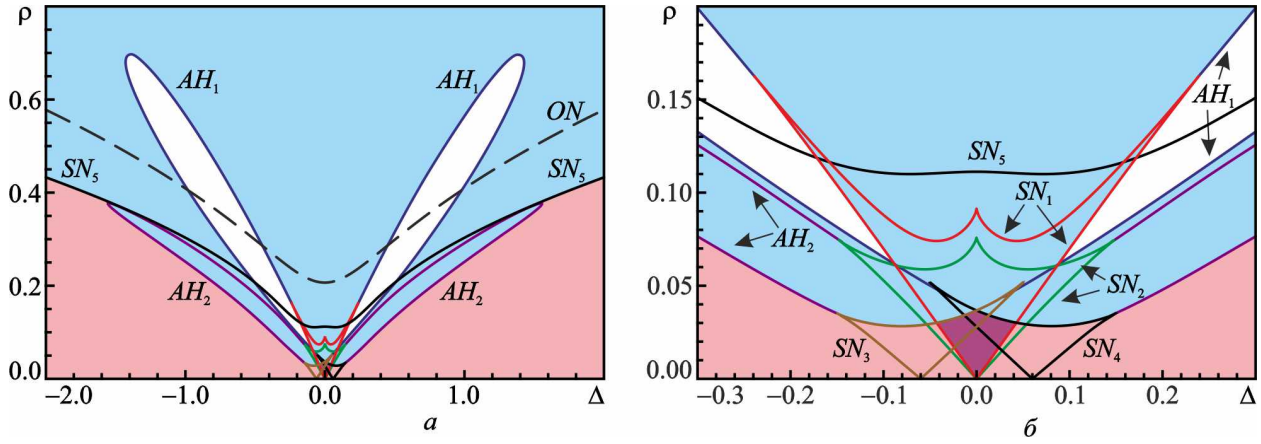


Рис. 2. Области синфазной и противофазной синхронизации системы (3) на плоскости параметров  $\Delta, \rho$  при  $\sigma = -0.16$ ,  $b = 0.1$  и  $\psi = 0.2\pi$  (а) и ее увеличенный фрагмент в области малых расстройк (б). Области, в которых устойчивы два и три синхронных режима закрашены розовым и фиолетовым соответственно.  $SN$  – линии седлоузловых бифуркаций,  $AH$  – линии бифуркаций Андронова–Хопфа,  $ON$  – линия потери устойчивости нулевого решения.

нии  $\psi$ . С ростом  $\tau$  область противофазной синхронизации вначале увеличивается в размерах, а затем размыкается сверху.

Во **второй главе** проведено исследование режимов синхронизации двух генераторов с жестким возбуждением, связанных с задержкой. Введена математическая модель, которая описывается системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dt} + \frac{i\Delta}{2} A_1 &= \left( \sigma + (1 + ib)|A_1|^2 - |A_1|^4 \right) A_1 + \rho e^{-i\psi} A_2(t - \tau), \\ \frac{dA_2}{dt} - \frac{i\Delta}{2} A_2 &= \left( \sigma + (1 + ib)|A_2|^2 - |A_2|^4 \right) A_2 + \rho e^{-i\psi} A_1(t - \tau). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\sigma$  — параметр возбуждения, остальные обозначения те же, что и в (1). Режим жесткого возбуждения реализуется при  $-1/4 < \sigma < 0$ .

В п. 2.2 проведен анализ синхронизации в фазовом приближении. Получены и проанализированы обобщенные уравнения Адлера для различных ситуаций. Показано, что наряду с режимами синхронизации, в которых амплитуды колебаний генераторов одного порядка, возможны также режимы, в которых один из генераторов подавляет колебания другого, т.е. режимы с сильно различающимися амплитудами колебаний.

В п. 2.3 проводится бифуркационный анализ в амплитудно-фазовом приближении. На рис. 2 построены области устойчивости синхронных режимов на плоскости параметров  $\Delta, \rho$  при  $\psi = 0.2\pi$ . В случае малых расстройек и слабой связи наблюдается картина, хорошо согласующаяся с фазовым приближением. В частности, существует область, внутри которой устойчивы все три режима синхронизации (см. рис. 2б). С увеличением параметра связи неподвижные точки  $U_{1,2}$ , которые соответствуют режимам с доминированием одного из осцилляторов, сливаются с седловыми неподвижными точками и исчезают.

При дальнейшем увеличении  $\rho$  происходит трансформация бассейна притяжения нулевой неподвижной точки, в результате которой, если в начальный момент времени колебания генераторов близки к противофазным, колебания затухают при любых начальных амплитудах. Аналогичный эффект характерен и для случая синхронизации генератора с жестким возбуждением внешним сигналом<sup>10</sup>. Таким образом, с практической точки зрения наиболее благоприятная ситуация реализуется в том случае, когда параметр превышает значение, при котором нулевое решение теряет устойчивость (выше линии  $ON$  на рис. 2а).

В случае больших расстройек при слабой связи устойчивы два режима с доминированием одного из осцилляторов (точки  $U_{1,2}$ ) и режим биений (предельный цикл  $C_+$ ). С увеличением параметра связи цикл  $C_+$  теряет в результате обратной бифуркации Андронова-Хопфа. Что касается точек  $U_{1,2}$ , то одна из них либо сливается с одной из седловых точек, либо теряет устойчивость, сталкиваясь с седловым циклом. В последнем случае при обратном движении по параметру связи наблюдается обратная (субкритическая) бифуркация Андронова-Хопфа. Другая из этих точек остается устойчивой при любых значениях параметра связи, причем амплитуды колебаний обоих осцилляторов постепенно сравниваются, а разность фаз стремится к нулю, т.е. режим колебаний с доминированием одного из осцилляторов постепенно трансформируется в режим синфазной синхронизации.

**Третья глава** посвящена изучению взаимной синхронизации двух связанных гиротронов. По аналогии с (1) и (3), модель двух гиротронов, связанных с задержкой, можно представить в виде системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом

---

<sup>10</sup> Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M. Injection locking of an electronic maser in the hard excitation mode // Phys. Plasmas. 2015. Vol. 22, No. 11. 113107.

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{d\tau} + \frac{i\Delta}{2} A_1 + A_1 &= I_s \Phi(A_1) A_1 + \rho e^{-i\nu} A_2 (\tau - \tau_d), \\ \frac{dA_2}{d\tau} - \frac{i\Delta}{2} A_2 + A_2 &= I_s \Phi(A_1) A_2 + \rho e^{-i\nu} A_1 (\tau - \tau_d). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $\tau = \omega_0 t / (2Q)$  — безразмерное время,  $\tau_d = \omega_0 t_d / (2Q)$  — нормированное время задержки  $t_d$ ,  $Q$  — добротность резонатора,  $I_s$  — безразмерный параметр тока,  $\Phi(A_{1,2})$  — функции электронной восприимчивости, которые можно найти, решая известные уравнения нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой высокочастотного (ВЧ) поля. Остальные обозначения те же, что в уравнениях (1) и (3).

Вместе с тем, существует известный подход, позволяющий провести приближенное аналитическое исследование автоколебаний в гиротроне с фиксированной структурой ВЧ поля. Он основан на так называемой квазилинейной теории<sup>11</sup>, в рамках которой уравнения движения электронов решаются приближенно методом разложения по малому параметру, в роли которого выступает амплитуда поля. В результате можно получить выражение комплексной электронной восприимчивости в виде ряда по степеням амплитуды поля  $\Phi \approx \alpha - \beta |A|^2 + \dots$ . Однако квазилинейная теория справедлива только при небольшом превышении порога самовозбуждения, поэтому ее результаты носят качественный характер.

В п. 3.1 предложена модификация квазилинейной теории, которая позволяет добиться не только качественного, но и количественного соответствия с нестационарной теорией гиротрона с фиксированной структурой поля. Проведя серию расчетов установления колебаний при различных значениях параметра  $I_s$  на основе уравнений нестационарной теории с фиксированной структурой ВЧ поля, можно выразить комплексную электронную восприимчивость  $\Phi = \Phi' + i\Phi''$  как функцию  $\Phi(W)$ , где  $W = |A|^2$ , а затем подобрать достаточно простые аппроксимации в виде рациональных функций. Для случая мягкого самовозбуждения эти аппроксимации имеют вид

$$\Phi'(W) = \frac{\alpha' - \beta' W}{1 + \delta' W}, \quad \Phi''(W) = \frac{\alpha'' + \beta'' W + \gamma'' W^2}{1 + \delta'' W^2}. \quad (5)$$

В качестве конкретного примера рассмотрен гиротрон диапазона 170 ГГц с рабочей модой TE<sub>25,10</sub> при следующих значениях параметров: нормированная длина пространства взаимодействия  $\mu \approx 10$ , расстройка циклотронного резонанса  $\Delta_H = 0.4$ .

В п. 3.2 проводится сравнение результатов численного моделирования на основе развитой модели с теорией с фиксированной структурой поля. Показано, что она хорошо описывает структуру областей синхронизации на

<sup>11</sup> Нусинович Г.С. Теория многомодового гиротрона // В сб. «Гиротрон». Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 146-168.

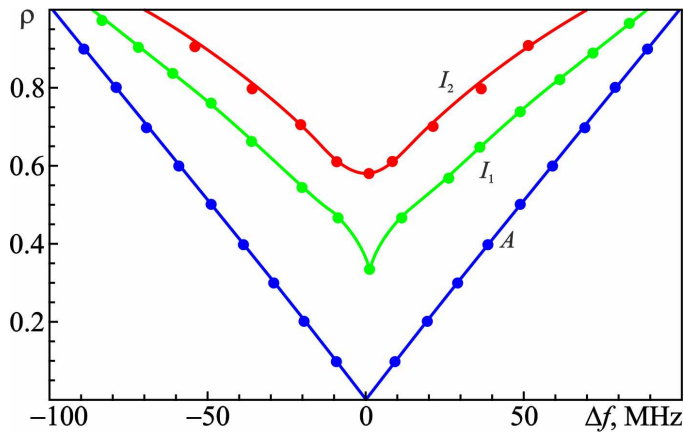


Рис. 3. Области синхронизации на синфазных ( $I_{1,2}$ ) и противофазной ( $A$ ) модах при  $I_s = 0.05$ ,  $\Delta_H = 0.4$ ,  $\mu = 10.0$ ,  $\psi = 0.4\pi$ ,  $\tau_d = 3.0$ . Линиями показаны результаты численного моделирования для модифицированной квазилинейной модели, кружками — для уравнений нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля.

плоскости параметров расстройка – коэффициент связи (см. рис. 3), зависимости КПД и частоты в режиме синхронизации от расстройки, а также сложный характер амплитудной и частотной модуляции в режиме биений. Результаты численного моделирования показали, что количественно значения КПД и частоты для двух рассматриваемых моделей отличаются не более чем на 5%.

В п. 3.3 проводится бифуркационный анализ режимов синхронизации в случаях мягкого и жесткого возбуждения. В приближении, когда

время запаздывания мало по сравнению с временем установления колебаний, результаты бифуркационного анализа качественно согласуются с теорией, развитой в Главах 1,2 для моделей связанных автоколебательных систем с полиномиальной нелинейностью. Изучается возможность достижения максимального КПД в системе связанных гиротронов. Показано, что для этого параметр тока  $I_s$  целесообразно выбирать либо ниже, либо выше того, который соответствует оптимальному КПД для одиночного гиротрона. Тогда при введении связи КПД синфазной (при уменьшенном  $I_s$ ) или противофазной моды (при увеличенном  $I_s$ ) будет достигать оптимального значения.

В п. 3.4 предложен физически обоснованный способ управляемых переключений между синфазной и противофазной модами. Поскольку частоты синфазной и противофазной мод близки к парциальным частотам одного или другого гиротрона, переключения можно реализовать путем кратковременного уменьшения мощности генерации одного из гиротронов. Соответственно, частота колебаний становится примерно равной парциальной частоте другого гиротрона, и после восстановления тока до рабочего значения установится тот режим синхронизации, который более близок к ней по частоте. На практике время переключения будет ограничиваться временем, за которое можно осуществить модуляцию выходной мощности. На рис. 4 приведен пример зависимостей КПД и безразмерного параметра тока от времени для обоих гиротронов. Эти зависимости наглядно иллюстрируют процесс переключения мод.

В п. 3.5 на основе многомодовой нестационарной теории рассмотрена синхронизация двух связанных гиротронов, в которых учитывается конкуренция двух собственных мод. В типичной ситуации, когда самовозбуждение

рабочей моды происходит жестко, а паразитной — мягко, показано, что введение связи между гиروتронами может приводить к подавлению паразитных мод.

В **Заключении** приведены основные результаты, полученные в диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Проведен бифуркационный анализ взаимной синхронизации в системе двух связанных автоколебательных осцилляторов Ландау–Стюарта с учетом конечного времени запаздывания в канале связи. Показано, что запаздывающий характер связи определяет картину синхронизации генераторов. В фазовом приближении, которое справедливо при слабой связи и малых расстройках, получено обобщенное уравнение Адлера для разности фаз колебаний, с помощью которого получены простые формулы для границ седлоузловых бифуркаций, ограничивающих области синфазной и противофазной синхронизации. В зависимости от набега фазы сигнала, распространяющегося в канале связи, доминирует либо диссипативная связь, либо инерционная. На плоскости параметров «частотная расстройка  $\Delta$  – связь  $\rho$ » реализуется картина, характерная для соответствующего типа связи. Показано, что связь является чисто диссипативной, когда  $\psi = \arctg(b/2) + \pi n$  ( $b$  – параметр неизохронности),  $n \in \mathbb{Z}$ , и чисто инерционной при  $\psi = \text{arcctg} b + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

2. Проведен бифуркационный анализ синхронизации в амплитудно-фазовом приближении с помощью программного пакета ХРРАУТ. В приближении, когда время задержки мало по сравнению с характерным временем установления колебаний, изучена структура областей устойчивости режимов синфазной и противофазной синхронизации. Показано, что в изохронном случае бистабильность режимов синхронизации имеет место при  $\pi/4 + \pi n < \psi < 3\pi/4 + \pi n$ . На плоскости параметров  $\Delta, \rho$  область синхронизации на противофазной моде лежит внутри области синхронизации на синфазной моде и ограничена линией обратной (субкритической) бифуркации Андронова–Хопфа. При выходе из этой области неустойчивый предельный цикл, который лежит на поверхности, разграничивающей бассейны притяжения двух аттракторов, уменьшается в размерах и сливается с устойчивой точкой, соответствующей противофазной моде. После этого мультистабильность синхронных режимов исчезает и остается единственный аттрактор, соответствующий синфазному режиму синхронизации. При учете неизохронности появляется дополнительный фазовый набег, зависящий от амплитуды колебаний. В результате при увеличении параметра неизохронности  $b$  картина синхронизации претерпевает изменения, аналогичные тем, которые происходят по мере увеличения параметра  $\psi$ . В частности, обнаружено, что с ростом  $b$  происходит переход от диссипативной связи к инерционной, в результате чего область синхронизации на противофазной моде увеличивается в размерах и выходит за границы синхронизации на синфазной моде.

3. Проведено исследование процессов синхронизации при конечном времени задержки. Поскольку набег фазы сигнала, распространяющегося в канале связи, увеличивается с ростом  $\tau$ , картина синхронизации претерпевает трансформации аналогичные тем, что происходят при увеличении  $\psi$ . С ростом  $\tau$  область противофазной синхронизации вначале увеличивается в размерах, а затем размыкается сверху. Такое поведение объясняется тем, что при достаточно больших значениях  $\tau$  амплитуда противофазной моды с ростом  $\rho$  вначале уменьшается, а затем начинает расти. В результате начинает увеличиваться и ширина полосы синхронизации на противофазной моде.

4. Изучена картина синхронизации в системе генераторов с жестким возбуждением, связанных с задержкой. Обнаружено, что помимо режимов взаимной синхронизации с примерно равными амплитудами колебаний, возможны также стационарные режимы с подавлением колебаний одного генератора другим. Проведен бифуркационный анализ с помощью программного пакета ХРРАУТ и построены области устойчивости различных режимов на плоскости параметров «частотная расстройка — связь». Показано, что в случае малых расстроек и слабой связи с увеличением параметра связи неподвижные точки  $U_{1,2}$ , которые соответствуют режимам с доминированием одного из генераторов, сливаются с седловыми неподвижными точками и исчезают. В случае больших расстроек одна из точек  $U_{1,2}$  либо исчезает, сливаясь с одной из седловых точек, либо теряет устойчивость в результате обратной (субкритической) бифуркации Андронова–Хопфа. Другая из этих точек остается устойчивой при любых значениях параметра связи, причем амплитуды колебаний обоих осцилляторов постепенно сравниваются, а разность фаз стремится к нулю, т.е. режим колебаний с доминированием одного из осцилляторов постепенно трансформируется в режим синфазной синхронизации.

5. Установлено, что в системе двух генераторов с жестким возбуждением, связанных с задержкой, при увеличении параметра связи происходит трансформация бассейна притяжения устойчивой нулевой неподвижной точки, в результате которой, если в начальный момент времени колебания генераторов близки к противофазным, колебания затухают при любых начальных амплитудах. Это своеобразная разновидность эффекта гибели колебаний, которая обусловлена не увеличением эффективной диссипации, а изменением структуры бассейнов притяжения. Показано, что с увеличением параметра связи точка  $O$  в начале координат исчезает, сталкиваясь одной из седловых неподвижных точек. После этого единственным устойчивым режимом является режим взаимной синхронизации. Таким образом, наиболее благоприятная с практической точки зрения ситуация реализуется в том случае, когда параметр связи превышает значение, при котором нулевое решение теряет устойчивость.

6. Предложена модифицированная квазилинейная модель системы связанных гиротронов, основанная на аппроксимации функции электронной восприимчивости, найденной в результате расчетов с помощью уравнений

нестационарной теории гиротрона с фиксированной структурой ВЧ поля. Модель позволяет получить результаты, не только качественно, но и количественно согласующиеся с нестационарной теорией гиротрона с фиксированной структурой поля. Модифицированная квазилинейная модель позволяет определить число режимов синхронизации и их собственные частоты, хорошо описывает структуру областей синхронизации на плоскости параметров «частотная расстройка–коэффициент связи», зависимости КПД и частоты от расстройки в режиме синхронизации, а также сложный характер амплитудной и частотной модуляции в режиме биений. Количественно значения КПД и частоты для двух рассматриваемых моделей различаются не более чем на 5%. Важным преимуществом такой модели является возможность использования для изучения режимов синхронизации автоматизированные пакеты бифуркационного анализа.

7. В приближении малого времени задержки на основе модифицированной квазилинейной модели проведен бифуркационный анализ системы двух гиротронов, связанных с задержкой на примере мощного гиротрона диапазона 170 ГГц в режимах мягкого и жесткого возбуждения. В приближении, когда время запаздывания мало по сравнению с временем установления колебаний, результаты бифуркационного анализа хорошо согласуются с теорией, развитой в Главах 1 и 2 для упрощенных моделей связанных автоколебательных систем с полиномиальными нелинейностями.

8. Проанализирована возможность достижения максимального КПД в системе связанных гиротронов. Показано, что для этого параметр нормированный параметр тока целесообразно выбирать либо ниже, либо выше того, который соответствует оптимальному КПД для одиночного гиротрона. Тогда при введении связи КПД синфазной будет достигать максимального значения при уменьшенном значении безразмерного параметра тока, а КПД противофазной — при увеличенном.

9. Продемонстрирована возможность управляемых переключений между синфазной и противофазной модами. Поскольку частоты синфазной и противофазной мод близки к парциальным частотам одного или другого гиротрона, переключения можно реализовать путем кратковременного уменьшения мощности генерации одного из гиротронов. При численном моделировании модуляция мощности осуществляется уменьшением тока соответствующего гиротрона.



### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Бифуркационный анализ взаимной синхронизации двух генераторов с запаздыванием в цепи связи // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 1. С. 3-12.
2. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Исследование синхронизации в системе двух гиротронов с запаздыванием в канале связи на основе модифицированной квазилинейной модели // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26, № 6. С. 68-81.
3. Адилова А.Б., Преображенская Н.В., Рыскин Н.М. К теории синхронизации двухмодового электронного мазера с жестким возбуждением // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Физика. 2019. Т. 19, № 1. С. 19-27.
4. Adilova A.B., Gerasimova S.A., Melnikova M.M., Tyshkun A.V., Rozhnev A.G., Ryskin N.M. Using phase locking for improving frequency stability and tunability of THz-band gyrotrons // Proc. SPIE. 2018. Vol. 10717. Art. no. 107170A.
5. Adilova A.B., Gerasimova S.A., Ryskin N.M. Synchronization of delay-coupled gyrotron oscillators // European Phys. J. Web of Conferences. 2017. Vol. 149. 04029.
6. Adilova A.B., Ryskin N.M. Study of mutual phase locking of two gyrotrons coupled with delay // European Phys. J. Web of Conferences. 2018. Vol. 195. No. 6. 01001.
7. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Взаимная синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой // Актуальные проблемы электронного приборостроения. Материалы научно-технической конференции. Саратов: СГТУ, 2016. Т. 1. С. 5-8.
8. Адилова А.Б., Мельникова М.М., Преображенская Н.В., Рыскин Н.М. Влияние конкуренции мод на процессы синхронизации в гиротроне // Актуальные проблемы электронного приборостроения. Материалы международной научно-технической конференции. Саратов: СГТУ, 2018. Т. 1. С. 201-205.
9. Adilova A.B., Ryskin N.M. Study of synchronization of delay-coupled oscillators with hard excitation // Proceedings of the 2020 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering. Saratov, Russia. 2020. P. 20-23.
10. Adilova A.B., Gerasimova S.A., Ryskin N.M. Study of interaction of two gyrotrons with time-delay coupling // 2017 Eighteenth International Vacuum Electronics Conference (IVEC). London, United Kingdom, 24-26 April 2017. P. 8289706.
11. Adilova A.B., Ryskin N.M. Multistability of phase-locked modes in a system of two delay-coupled gyrotron oscillators // 2019 International Vacuum Electronics Conference (IVEC). Busan, South Korea, 2019. P. 8744700.

12. Melnikova M.M., Adilova A.B., Ryskin N.M. Using reflections for suppressing parasitic oscillation in a multimode gyrotron // 2019 44th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz). 1-6 Sept. 2019, Paris, France. P. 8874071.
13. Adilova A.B., Gerasimova S.A., Ryskin N.M. Mutual phase locking of two gyrotrons coupled with delay // 41st Int. Conf. on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz). Copenhagen, Denmark, 2016. P. 7758516
14. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Взаимная синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой // Электроника и микроэлектроника СВЧ. Сб. статей VI Всероссийской конференции. СПб: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2017. С. 223-226.
15. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Исследование взаимной синхронизации связанных гиротронов в режиме жесткого возбуждения // Проблемы СВЧ электроники. Сб. трудов III Всероссийской конференции им. В.А. Солнцева. М.: ИД Медиа Паблишер, 2017. С. 20-21.
16. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Взаимная синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: тезисы докладов XI Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2016. С. 7-8.
17. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Влияние неизохронности на синхронизацию двух генераторов, связанных с задержкой // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: тез. докл. XII Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2017. С. 6-7.
18. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Изучение динамики двухмодовых гиротронов в режиме жесткого возбуждения с запаздыванием в цепи связи // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: сборник трудов XIII Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2018. С. 8-9.
19. Преображенская Н.В., Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Синхронизация внешним сигналом двухмодовой автоколебательной системы с жестким возбуждением // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: сборник трудов XIII Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2018. С. 230-231.
20. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Исследование влияния неизохронности на режимы взаимной синхронизации двух генераторов, связанных с задержкой // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: сборник трудов XIV Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2019. С. 8-9.
21. Адилова А.Б., Рыскин Н.М. Мультистабильность режимов взаимной синхронизации двух гиротронов, связанных с задержкой // «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика»: тез. докл. XIV Всерос. конф. молодых ученых. Саратов: Изд-во «Техно-Декор», 2020. С. 6-7.

22. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Синхронизация двух гиротронов, связанных с задержкой // Материалы XVII Международной зимней школы-семинара по радиофизике и электронике СВЧ, 5-10 февраля 2018 г., Саратов: ООО «Издательский центр «Наука». С. 60.
23. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Балакин М.И., Рыскин Н.М. Синхронизация генераторов, связанных с задержкой // Материалы XII Международной школы-конференции «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС-2019). 2019. С. 34-35.
24. Адилова А.Б., Герасимова С.А., Рыскин Н.М. Исследование взаимной синхронизации связанных гиротронов в режиме жесткого возбуждения // «Нелинейные волны–2018». XVIII научная школа. Тезисы докладов молодых ученых. Ниж. Новгород: ИПФ РАН. 2018. С. 5-6.
25. Адилова А.Б., Балакин М.И., Рыскин Н.М. Влияние запаздывания на взаимную синхронизацию двух автоколебательных систем // Нелинейные волны–2020. XIX научная школа. 29 февраля – 6 марта 2020 года, Нижний Новгород. Тезисы докладов. Ниж. Новгород: ИПФ РАН. С. 33.