

На правах рукописи



СТРЕЛКОВА Галина Ивановна

ХИМЕРНЫЕ СТРУКТУРЫ В АНСАМБЛЯХ
НЕЛОКАЛЬНО СВЯЗАННЫХ ХАОТИЧЕСКИХ
ОСЦИЛЛЯТОРОВ

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Саратов – 2019

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Научный консультант:

доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ **Анищенко Вадим Семенович**

Официальные оппоненты:

Осипов Григорий Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, кафедра теории управления и динамики систем, заведующий кафедрой

Смирнов Дмитрий Алексеевич, доктор физико-математических наук, профессор РАН, Саратовский филиал ФГБУН «Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН», ведущий научный сотрудник

Купцов Павел Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.», кафедра «Приборостроение», профессор

Ведущая организация: ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук», г. Нижний Новгород

Защита состоится «9» апреля 2020 г. в 15 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 на базе ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, III корпус, Большая физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» и на сайте <http://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-01/doktorskaya-dissertaciya-strelkovoy-galiny-ivanovny>

Автореферат разослан «_____» _____ 20__ года.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Слепченков
Михаил Михайлович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Коллективная динамика сложных систем различной природы, синхронизация ансамблей взаимодействующих осцилляторов, формирование разнообразных диссипативных структур и их эволюция представляют собой одно из центральных направлений исследований в нелинейной динамике и связанных междисциплинарных областях науки¹. Внимание исследователей к указанному направлению заметно возросло в связи с открытием так называемых *химерных состояний*, впервые обнаруженных Y. Kuramoto и D. Battogtokh в ансамблях идентичных фазовых осцилляторов с нелокальной связью². Химерные состояния характеризуются сосуществованием в одном ансамбле синхронных (когерентных) и асинхронных (некогерентных) кластеров из конечного числа осцилляторов. Химерные структуры возникают, как правило, при переходе от режимов полной синхронизации к пространственно-временному хаосу (или наоборот) при вариации силы нелокальной связи между осцилляторами. Описанию химерных структур посвящено очень большое количество работ, среди которых укажем обзоры³ и монографию⁴.

Химерные состояния исследуются теоретически, численно и экспериментально. Химерные структуры выявлены в ансамблях с различными типами индивидуальных элементов⁵, среди которых отметим хаотические модели с дискретным и непрерывным временем, осцилляторы Стюарта-Ландау, осцилляторы ван дер Поля, различные модели нейронов и др. Свойства и особенности химерных структур могут существенно зависеть от локальной динамики индивидуального элемента ансамбля. Помимо классической химеры

¹Г. Николис, И. Пригожин, Самоорганизация в неравновесных системах: От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. М.: Мир, 1979; E. Mosekilde, Y. Maistrenko, D. Postnov, Chaotic synchronization: applications to living systems. World Scientific, 2002; V.I. Nekorkin, M.G. Velarde, Synergetic phenomena in active lattices. Springer, 2002; А.С. Пиковский, М.Г. Розенблюм, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003; G. Osipov, J. Kurths, C. Zhou, Synchronization in Oscillator Networks. Springer, 2007; A.G. Balanov et al., Synchronization: From Simple to Complex. Springer, 2009; S. Boccaletti et al., Synchronization: From Coupled Systems to Complex Networks. Cambridge Univ. Press, 2018.

²Y. Kuramoto, D. Battogtokh, Nonlin. Phen. in Complex Sys. **5** 380 (2002); D.M. Abrams, S.H. Strogatz, Phys. Rev. Lett. **93** 174102 (2004).

³M.J. Panaggio, D.M. Abrams, Nonlinearity **28** R67 (2015); E. Schöll, Eur. Phys. J. Spec. Top. **225** 891 (2016); O.E. Omel'chenko. Nonlinearity **31**(5) R121 (2018); S. Majhi et al., Phys. Life Rev. **26** (2018).

⁴A. Zakharova, Chimera patterns in complex networks. Springer, 2020.

⁵I. Omelchenko et al., Phys. Rev. Lett. **106** 234102 (2011); D. Dudkowsky, Y. Maistrenko, T. Kapitaniak, Phys. Rev. E **90** 032920 (2014); A.V. Slepnev, A.V. Bukh, T.E. Vadivasova, Nonlinear Dynamics **88** 2983 (2017); A. Zakharova, M. Kapeller, E. Schöll, Phys. Rev. Lett. **112** 154101 (2014); S. Ulonska et al., Chaos **26** 094825 (2016); N. Semenova et al., Phys. Rev. Lett., **117** 014102 (2016); N.D. Tsigkri-DeSmedt et al., Eur. Phys. J. ST **225** 1149 (2016).

Курамото, были также обнаружены различные типы химер⁶, такие как неподвижные химеры (режимы химерной смерти), двухъямные химеры, мультикластерные химерные состояния, мультихимерные состояния, когерентно-резонансные химеры, 3D химеры, спирально-волновые химеры⁷ и химеры, формирующиеся на базе концентрических волн⁸. Однако далеко не в полном объеме проведены исследования условий возникновения и свойств различных типов химерных состояний, а также недавно обнаруженных так называемых уединенных состояний в ансамблях, составленных из осцилляторов с хаотическим поведением, которые представляют собой широкий класс нелинейных автоколебательных систем и характеризуются довольно богатой динамикой.

Кроме ансамблей, имеющих топологию кольца с нелокальной связью, химерные состояния обнаружены при глобальной⁹ и локальной связи¹⁰, при иерархических и случайных фрактальных типах связи¹¹. Химерные состояния реализуются в сложных, изменяющихся во времени системах, а также в динамических сетях с адаптивными связями¹² и др. Химерные состояния наблюдались в ряде натуральных экспериментов. Спустя десять лет после теоретического обоснования химерные структуры были найдены в экспериментах на оптических световых модуляторах¹³, на базе химических и механических систем¹⁴, оптоэлектронных и электронных осцилляторов¹⁵ и др.

Одним из важных направлений исследований сложной пространственно-временной динамики ансамблей является анализ воздействия случайных сил, порождаемых источниками шума. Помимо негативного влияния, в определенных случаях шум может играть конструктивную роль, приводящую к явлениям стохастического и когерентного резонансов, воз-

⁶A. Zakharova, M. Kapeller, E. Schöll, J. Phys. Conf. Ser. **727** 012018 (2016); I.A. Shepelev et al., Commun. Nonlinear Sci. and Numer. Simul. **54** 50 (2017); J. Xie, E. Knobloch, H.C. Kao, Phys. Rev. E **90** 022919 (2014); I. Omelchenko et al., Chaos **25** 083104 (2015); L. Larger, B. Penkovsky, Y. Maistrenko, Phys. Rev. Lett. **111** 054103 (2013); Y. Maistrenko et al., New J. Phys. **17** 073037 (2015).

⁷E.A. Martens, C.R. Laing, S.H. Strogatz, Phys. Rev. Lett. **104**(4) 044101 (2010); C. Gu, G. St-Yves, J. Davidsen, Phys. Rev. Lett. **111** 134101 (2013); J.F. Tetz et al., Nat. Phys. **14** 282 (2017); A.V. Bukh, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, Chaos, Solitons & Fractals, **120** 75 (2019);

⁸A.V. Бух, В.С. Анищенко, Письма в ЖТФ **45**(13) 40 (2019); E.V. Rybalova, A.V. Bukh, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, Chaos **29** 101104 (2019).

⁹A. Yeldesbay, A. Pikovsky, M. Rosenblum, Phys. Rev. Lett. **112** 144103 (2014); B.K. Bera et al., Europhys. Lett. **118** 10001 (2017).

¹⁰C.R. Laing, Phys. Rev. E **92** 050904(R) (2015); S. Kundu et al., Phys. Rev. E **97** 022201 (2018).

¹¹I. Omelchenko et al., Phys. Rev. E **91** 022917 (2015); A. zur Bonsen et al., Eur. Phys. J. B **91** 65 (2018); J. Sawicki et al., Eur. Phys. J. B **92** 54 (2019).

¹²D.V. Kasatkin, V. Klinshov, V.I. Nekorkin, Phys. Rev. E **99** 022203 (2019).

¹³A.M. Hagerstrom et al., Nat. Phys. **8** 658 (2012).

¹⁴M.R. Tinsley, S. Nkomo, K. Showalter, Nat. Phys. **8** 662 (2012); T. Kapitaniak et al., Sci. Rep. **4** 6379 (2014).

¹⁵L. Larger, B. Penkovsky, Y. Maistrenko, Nat. Commun. **6** 7752 (2015); V.I. Ponomarenko, D.D. Kulminskiy, M.D. Prokhorov, Phys. Rev. E **96** 022209 (2017).

никновению индуцированной шумом синхронизации и перемежаемости¹⁶. Шум может также индуцировать возникновение когерентно-резонансных химер, приводить к изменению характера и времени жизни некогерентных кластеров, а также к возбуждению новых некогерентных кластеров. Однако влияние шума на свойства различных типов химерных структур, реализующихся в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов, изучено не в полной мере.

В последние годы большой интерес вызывают исследования динамики связанных между собой ансамблей и сетей. Важность анализа особенностей взаимодействия сложных систем обусловлена задачами моделирования в областях нейродинамики¹⁷, экологии и климата¹⁸, социологии и экономики¹⁹, организации транспорта²⁰, энергосетей²¹. В многослойных сетях взаимодействие слоев может приводить к возникновению или подавлению химерных состояний²², а также индуцировать появление новых химерных структур. Были установлены и исследованы эффекты синхронизации сложных пространственно-временных структур, включая химерные, в многослойных сетях: кластерная, фазовая, обобщенная, удаленная, взрывная синхронизация и синхронизация сетей с запаздывающими и адаптивными связями²³. Отметим, что в основном исследовались взаимодействующие ансамбли фазовых осцилляторов. В то же время эффекты вынужденной и взаимной синхронизации химерных структур в многослойных ансамблях хаотических осцилляторов изучены недостаточно и требуют более детального исследования.

Актуальность изучения закономерностей образования химерных структур связана с решением ряда важных прикладных задач в области информационно-коммуникационных систем²⁴, включающих сети теле- и радиовещания, компьютерные сети, полносвязные спутниковые сети, сети ра-

¹⁶B. Lindner et al., Phys. Rep. **392** 321 (2004); В.С. Анищенко, А.Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский-Гайер, УФН **169** 7 (1999); В. Hauschildt et al., Phys. Rev. E **74** 051906 (2006); А.Е. Храмов, А.А. Короновский, Р.В. Попов, Phys. Rev. E **77** 036215 (2008); D.A. Smirnov, В.Р. Bezruchko, Phys. Rev. E **79** 046204 (2009); О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Письма в ЖТФ **42**(14) 45 (2016).

¹⁷B. Silston, D.S. Bassett, D. Mobbs, Current Directions in Psychol. Sci. **27** 413 (2018).

¹⁸J.D. Yeakel et al., Ecology Lett. **17** 273 (2014); D.A. Smirnov et al., Sci. Rep. **7** 11131 (2017).

¹⁹G. Palla et al., Nature **435** 814 (2005); M. Starnini, A. Baronchelli, R. Pastor-Satorras, Sci. Rep. **7** 8597 (2017).

²⁰A. Cardillo et al., Eur. Phys. J. Spec. Top. **215** 23 (2013).

²¹P.J. Menck, J. Heitzig, J. Kurths, H.J. Schellnhuber, Nat. Comm. **5** 3969 (2014).

²²V.A. Maksimenko et al., Phys. Rev. E **94** 052205 (2016); S. Ghosh, A. Zakharova, S. Jalan, Chaos, Solitons & Fractals **106** 56 (2018).

²³S. Jalan, A. Singh, Europhys. Lett. **113** 30002 (2016); А.А. Короновский и др., Изв. РАН. Серия физическая **80** 208 (2016); R.G. Andrzejak, G. Ruzzone, I. Malvestio, Chaos **27** 053114 (2017); I. Leyva et al., Sci. Rep. **8** 8629 (2018); J. Sawicki et al., Phys. Rev. E **98** 062224 (2018); А.А. Короновский et al., Phys. Rev. E **96** 062312 (2017); В.В. Клинышов, В.И. Некоркин, УФН **183** 1323 (2013).

²⁴S. Hong, C. Chun. Soc. Choice Welf. **34** 441 (2010)

диолокационных станций, а также энергосетей и систем жизнеобеспечения, социологии и экономики²⁵ и др. Одно из ярких и важных практических приложений химерных состояний относится к области нейродинамики и нейрофизиологии. Было показано, что химерные структуры характеризуют феномен медленного сна одним полушарием головного мозга у некоторых видов птиц и водных млекопитающих²⁶. Недавно проведенные исследования показали наличие химероподобных состояний в ансамбле нейронов, моделирующем активность нейронов коры головного мозга кошки²⁷. Существование областей синхронизации и десинхронизации связано с различными видами патологий мозговой и нервной деятельности, такими как болезнь Паркинсона, эпилептические припадки, болезнь Альцгеймера²⁸.

Приведенные данные убедительно свидетельствуют о том, что анализ химерных структур в ансамблях связанных осцилляторов различной природы и степени сложности является современной и актуальной научной проблемой нелинейной теории колебаний и волн, традиционно относящейся к задачам радиофизики, а тема настоящей диссертационной работы органически сочетается с научными интересами широкого круга специалистов в мировой науке и является востребованной и важной для исследований в современной радиофизике.

Цель диссертационной работы. Целью работы являются выявление и детальный анализ различных типов химерных состояний в одиночных и связанных ансамблях нелокально взаимодействующих осцилляторов с хаотической динамикой, исследование механизмов формирования новых химерных структур в ансамблях хаотических осцилляторов различной типа, включая ансамбли с негиперболическим и квазигиперболическим хаотическими аттракторами, анализ динамических и статистических характеристик химерных структур, их устойчивости к шумовым возмущениям, времени жизни и чувствительности к способу задания начальных условий, а также детальное изучение эффектов вынужденной и взаимной синхронизации химерных структур в двух связанных ансамблях и многослойных сетях.

Для достижения поставленной цели определены и сформулированы **основные задачи** диссертационного исследования:

- выявление механизмов формирования, структуры, динамических и статистических характеристик фазовых и амплитудных химерных структур в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов с дискрет-

²⁵M. Buguña et al., Phys. Rev. E **70**, 056122 (2004).

²⁶N.C. Rattenborg, C.J. Amlaner, S.L. Lima, Neurosci. Biobehav. Rev. **24** 817 (2000).

²⁷M.S. Santos et al., Chaos, Solitons & Fractals **101** 86 (2017).

²⁸R.G. Andrzejak et al., Sci. Rep., **6** 23000 (2016); T. Chouzouris et al., Chaos **28** 045112 (2018).

ным и непрерывным временем с хаотическими аттракторами негиперболического типа (квазиаттракторами);

- динамический и статистический анализ пространственно-временных структур при переходе «когерентность—некогерентность» в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов с квазигиперболическим типом аттракторов, описание характеристик пространственно-временных структур из уединенных состояний на примере ансамблей отображений Лози и систем Лоренца;
- установление закономерностей формирования нестационарности и нерегулярных переключений во времени в режимах амплитудной химеры, анализ времени жизни амплитудной и фазовой химер и влияния шумовых возмущений на время жизни химерных состояний;
- обнаружение и анализ свойств нового типа химерных структур, включающих в качестве кластеров некогерентности уединенные состояния (химера уединенных состояний), и установление механизма формирования указанного типа химерных структур;
- выявление особенностей вынужденной и взаимной синхронизации химерных структур в двух однонаправленно и взаимосвязанных ансамблях нелокально взаимодействующих хаотических осцилляторов;
- анализ процессов передачи (ретрансляции) синхронных химерных структур от одного слоя к другим в пространстве многослойной сети из ансамблей хаотических осцилляторов.

Основные положения, выносимые на защиту

1. При переходе от режима полной хаотической синхронизации к пространственно-временному хаосу с уменьшением бифуркационного параметра (силы нелокальной связи) от максимального значения до 0 в ансамблях хаотических осцилляторов с аттракторами негиперболического типа возникают два типа химерных структур: фазовые и амплитудные. Осцилляторы некогерентных кластеров фазовых химер характеризуются периодическими (или близкими к периодическим) колебаниями с нерегулярным в пределах кластера сдвигом фаз колебаний. Амплитудные химеры представляют собой отдельные группы осцилляторов в пространстве ансамбля с некоррелированными хаотическими колебаниями, то есть кластеры осцилляторов с некогерентной хаотической динамикой.
2. Переход от режима полной хаотической синхронизации к режиму пространственно-временного хаоса при уменьшении силы нелокальной связи от максимального значения до 0 в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов с квазигиперболическим типом аттрак-

тора индивидуальных осцилляторов осуществляется, как правило, через режим уединенных состояний, число которых монотонно возрастает и при стремлении силы связи к нулю вызывает переход к режиму пространственно-временного хаоса.

3. Гипотеза, сформулированная В.С. Анищенко с соавторами²⁹, о невозможности реализации химерных состояний в ансамблях хаотических осцилляторов с квазигиперболическими аттракторами является справедливой в случае, если при наличии нелокальной связи между элементами ансамбля динамика индивидуального осциллятора соответствует режиму квазигиперболического хаоса. Изменение эффективных значений управляющих параметров индивидуальных осцилляторов ансамбля, обусловленное нелокальной связью, может привести к трансформации квазигиперболического аттрактора в негиперболический и в этом случае возможна реализация химерных состояний.
4. В ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов в режиме амплитудных химер реализуется эффект перемежаемости, который проявляется в нерегулярных переключениях во времени хаотических (амплитудная химера) и периодических колебаний (фазовая химера). Это явление наблюдается на конечном интервале времени и завершается переходом к режиму фазовой химеры. Фазовая химера является стационарной структурой. Амплитудная химера характеризуется нестационарностью динамики элементов и конечным временем жизни.
5. Путем внешних случайных возмущений как одиночных осцилляторов, так и всех осцилляторов ансамбля, можно управлять эффектом перемежаемости, а, следовательно, и временем жизни амплитудной химеры, в широких пределах.
6. Новый тип химерной структуры — «химеры уединенных состояний», обнаруженной при моделировании динамики системы двух связанных ансамблей из хаотических осцилляторов Лози и Эно, характеризуется сосуществованием в пространстве ансамбля некогерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме уединенных состояний и когерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме синхронных колебаний. Химера уединенных состояний является одной из типичных для ансамблей нелокально связанных осцилляторов различного типа и может быть реализована в изолированных ансамблях систем с дискретным и непрерывным временем.

²⁹N.I. Semenova et al., *Europhys. Lett.*, **112** 40002 (2015).

7. Механизм рождения уединенных состояний и химеры уединенных состояний заключается в возникновении режима бистабильности в динамике индивидуальных осцилляторов ансамблей, обусловленного нелокальной связью. Бистабильность характеризуется сосуществованием двух притягивающих областей в пространстве состояний индивидуальных осцилляторов, отвечающих режимам уединенных состояний и когерентной динамики и имеющих свои бассейны притяжения.
8. При диссипативной связи между двумя ансамблями хаотических осцилляторов существуют области в пространстве параметров взаимодействующих систем, в которых наблюдаются эффекты вынужденной и взаимной синхронизации пространственно-временных структур, включая химерные. Установленные эффекты синхронизации могут считаться обобщением представлений классической теории синхронизации периодических автоколебаний на случай синхронизации пространственно-временных структур в системах связанных ансамблей взаимодействующих нелинейных осцилляторов.
9. Возможна эффективная синхронизация (синхронизация с заданной точностью) пространственных структур всех или части слоев неоднородной многослойной сети в режиме задающего слоя со сложной пространственно-временной динамикой (в химерном состоянии). Эффект ретрансляции задающей структуры затрудняется с увеличением расстройки слоев сети по управляющим параметрам и при введении помимо однонаправленной связи дополнительной обратной связи между слоями.

Научная новизна. Диссертационная работа посвящена решению принципиально новых задач анализа химерных состояний в ансамблях взаимодействующих нелинейных осцилляторов с хаотической динамикой. Полученные результаты являются новыми и в ряде задач приоритетными. Совокупность результатов диссертации позволяет существенно расширить представления о механизмах формирования, структуре и свойствах химерных структур в ансамблях нелокально связанных осцилляторов и выявляет характерные особенности динамики ансамблей из осцилляторов с хаотической динамикой. Несомненная новизна основных результатов работы подтверждается их публикацией в целом ряде научных статей в высокорейтинговых отечественных и зарубежных физических журналах с высоким импакт-фактором, входящих в международные и российские системы цитирования Web of Science, Scopus, РИНЦ. Содержание диссертационной работы соответствует паспорту специальности 01.04.03 – «Радиофизика».

В работе впервые получены следующие научные результаты:

- Детально описан переход от режима полной хаотической синхронизации к пространственно-временному хаосу в одномерных ансамблях с хаотическими аттракторами негиперболического типа при условии нелокальной связи. Впервые установлено, что при указанном переходе возникает два вида химерных структур: фазовые и амплитудные, обоснована их типичность для ансамблей хаотических осцилляторов, как с дискретным, так и непрерывным временем, реализующих переход к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода.
- Выявлены и описаны бифуркационные механизмы формирования фазовых и амплитудных химерных структур в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов с негиперболическим типом хаотического аттрактора.
- С помощью расчетов коэффициентов взаимной корреляции между колебаниями осцилляторов ансамблей в режиме химерных состояний впервые количественно обоснованы свойства некогерентности химерных кластеров амплитудных и фазовых химер и выявлены принципиальные различия в их статистических характеристиках.
- Впервые проведен теоретический и численный анализ влияния свойства гиперболичности аттрактора на примере ансамбля из нелокально связанных систем Лоренца на возможность реализации режимов химерных структур. Установлено, что управляющие параметры индивидуальных осцилляторов за счет нелокальной связи становятся зависящими от коэффициента связи. Показано, что при вариации силы связи параметры индивидуального осциллятора изменяют свои эффективные значения, которые могут соответствовать как режимам квазигиперболического, так и негиперболического аттракторов. В результате в первом случае рождение химерных структур исключено. Если при изменении параметров происходит переход от квазигиперболического к негиперболическому типу аттрактора, то в этом случае реализация химерных структур становится возможной.
- Детально описаны особенности переходов от режима полной хаотической синхронизации к режиму пространственно-временного хаоса в ряде ансамблей нелокально связанных хаотических осцилляторов с квазигиперболическим типом аттрактора индивидуальных осцилляторов. Установлено, что указанный переход осуществляется, как правило, через режим уединенных состояний. При этом с уменьшением величины коэффициента нелокальной связи имеет место монотонное возрастание числа осцилляторов в режиме уединенных состояний и при стремлении силы связи к нулю реализуется режим пространственно-временного хаоса.

- Впервые обнаружен и исследован эффект перемежаемости в динамике хаотических осцилляторов некогерентного кластера амплитудной химеры, проявляющийся в нерегулярных во времени переключениях режимов колебаний от хаотических к периодическим и наоборот. Установлен факт конечности времени жизни амплитудной химеры, которая представляет собой переходный процесс.
- Впервые методом численного эксперимента установлена возможность управления временем жизни амплитудной химеры в ансамблях хаотических осцилляторов в широких пределах путем внешнего аддитивного шумового воздействия как на отдельные осцилляторы, так и на все осцилляторы ансамбля.
- Обнаружен и описан новый тип химерной структуры — «химеры уединенных состояний», найденной при моделировании динамики системы двух связанных ансамблей из хаотических осцилляторов Лози и Эно. Эта химерная структура характеризуется сосуществованием в пространстве ансамбля некогерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме уединенных состояний и когерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме синхронных колебаний. Показано, что химера уединенных состояний является одной из типичных для ансамблей нелокально связанных осцилляторов и может быть реализована не только в системах двух взаимосвязанных ансамблей, но и в изолированных ансамблях отображений Лози, Эно, отображений Некоркина и в ансамбле осцилляторов ФитцХью-Нагумо.
- Впервые установлен и описан механизм рождения уединенных состояний и химерных структур на их основе. Рождение указанных пространственно-временных структур обусловлено возникновением бистабильности в динамике индивидуальных осцилляторов ансамбля, причиной которой является нелокальная связь индивидуальных осцилляторов с конечным числом соседей.
- Установлены и исследованы эффекты вынужденной и взаимной синхронизации сложных пространственно-временных структур, включая химерные, в случае диссипативного взаимодействия между ансамблями хаотических осцилляторов с нелокальной связью. Показано, что с ростом коэффициента связи между ансамблями осуществляется переход к синхронной динамике элементов взаимодействующих ансамблей, которая сохраняется в конечной области синхронизации в пространстве управляющих параметров системы. Установлено качественное соответствие эффекта синхронизации пространственно-временных структур с выводами классической теории синхронизации предельного цикла.

- Установлена возможность эффективной синхронизации структур (с заданной точностью) при наличии неоднородности слоев и выявлено влияние различных видов неоднородности на эффективную синхронизацию. Показано, что химерная структура, заданная в первом слое, может быть передана (ретранслирована) от слоя к слою с малыми искажениями, величина которых определяется величиной расстройки параметров. Эффективная синхронизация (синхронизация с заданной точностью) структур во всех слоях многослойного ансамбля осцилляторов реализуется при достижении величиной параметра однонаправленной связи определенного порогового значения. Установлено, что эффект ретрансляции структур затрудняется с увеличением расстройки по управляющим параметрам взаимодействующих слоев и при введении помимо однонаправленной связи дополнительной обратной связи между слоями.

Научная и практическая значимость. В диссертационной работе решена крупная научная задача в области радиофизики и нелинейной динамики, посвященная детальному анализу механизмов формирования, динамических и статистических свойств, так называемых химерных пространственно-временных структур в ансамблях взаимосвязанных хаотических осцилляторов различной природы. Результаты работы носят в основном фундаментально научный характер, расширяют и дополняют имеющиеся представления в актуальной области исследований, связанных с изучением закономерностей и свойств формирования пространственно-временных структур в ансамблях и сетях взаимодействующих нелинейных осцилляторов. В работе в качестве основных объектов исследований выбраны ансамбли нелокально связанных осцилляторов с хаотической динамикой индивидуальных элементов ансамблей, образование химерных структур в которых к настоящему времени было исследовано недостаточно.

Фундаментально важными с научной точки зрения являются полученные результаты сравнительного анализа динамики ансамблей из связанных осцилляторов с квазигиперболическим и негиперболическим типом аттракторов. Установлены условия, при которых в таких ансамблях химерные структуры не могут формироваться, и вскрыты причины возможного возникновения химерных структур за счет влияния нелокальной связи на характеристики индивидуальных осцилляторов. Показано, что химеры в таких ансамблях могут быть реализованы только в случае утраты аттрактором индивидуального осциллятора свойств квазигиперболичности. Всесторонне проанализирована динамика ансамблей связанных хаотических осцилляторов с негиперболическим типом хаотических аттракторов. Установлены механизмы формирования химер и обоснована их типичность. Выделены два раз-

личных типа химерных состояний, характерных для ансамблей хаотических осцилляторов — амплитудная и фазовая химеры, причем существование амплитудных химер в ансамблях хаотических осцилляторов было установлено впервые. Также был обнаружен новый тип сложной структуры, названный химерой уединенных состояний. Показано, что амплитудная химера в ансамбле хаотических осцилляторов является нестационарной и имеет конечное время жизни, которым можно управлять внешним шумовым возмущением. Приоритетным результатом является установление общего механизма рождения режимов уединенных состояний и химер на их основе. Режимы уединенных состояний наблюдались многими исследователями и применительно к широкому кругу различных ансамблей. Результаты диссертации вносят полную ясность в вопрос реализации таких состояний, которая до сих пор отсутствовала. Важным научным результатом работы является исследование вынужденной и взаимной синхронизации пространственно-временных структур в системах связанных ансамблей. Эти результаты находятся в качественном согласии с выводами классической теории синхронизации предельного цикла и в определенном смысле могут трактоваться как обобщение выводов этой теории на случай синхронизации сложных пространственно-временных структур, которыми являются химерные состояния.

Краткий анализ основных результатов диссертации свидетельствует о том, что полученные результаты существенно дополняют и расширяют имеющиеся представления современной теории колебаний и волн и могут быть использованы научной общественностью в дальнейших исследованиях.

Полученные результаты носят не только фундаментально научный характер, но имеют и существенное прикладное значение. Исследования формирования сложных структур и эффектов их синхронизации важны при моделировании и анализе процессов передачи информации в инфокоммуникационных системах, в том числе системах радиосвязи, радиолокации и радионавигации, при определении условий устойчивого функционирования энергосетей и систем жизнеобеспечения. Все эти системы представляют собой сложные многослойные сети с нелокальным характером взаимодействия, в которых возможно формирование кластерных структур. Большой интерес полученные результаты могут также представлять в приложениях к анализу активности ансамблей нейронов и моделированию когнитивной деятельности головного мозга. Используемые в работе математические модели и численные методы их анализа во многом сходны с моделями, описывающими нейронную активность. Установленный в работе эффект перемежаемости для амплитудной химеры в автономном ансамбле нелокально связанных осцилляторов находится в качественном соответствии с экспериментами в нейроди-

намике. Данные анализа электроэнцефалограмм мозга человека показывают качественно аналогичную динамику нерегулярных во времени переключений между периодическими и хаотическими колебаниями во времени. Учитывая, что нейронные ансамбли мозга человека и животных функционируют в условиях достаточно интенсивных шумов, результаты управления временем жизни амплитудной химеры путем шумового возмущения могут быть использованы в нейродинамике.

Основные результаты диссертационной работы внедрены и активно используются в учебной работе кафедры радиофизики и нелинейной динамики Саратовского госуниверситета при подготовке бакалавров и магистров по направлению «Радиофизика» и аспирантов по направлению «Физика и астрономия». В частности, результаты используются при чтении спецкурсов «Введение в нелинейную динамику», «Динамические системы с дискретным временем», курса «Теория колебаний» для бакалавров направления «Радиофизика», курса «Избранные вопросы теории колебаний и волн» для магистров направления «Радиофизика», а также курса лекций «Дополнительные главы теории колебаний и волн» для аспирантов направления «Физика и астрономия», при подготовке курсовых, выпускных квалификационных работ и научно-исследовательских работ. Разработанные в процессе диссертационного исследования специальные компьютерные программы широко используются в специализированных учебных практикумах и научной работе студентов направлений «Радиофизика» и «Инфокоммуникационные технологии в системах связи», а также в исследованиях аспирантов кафедры радиофизики и нелинейной динамики.

Достоверность полученных результатов. Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием теоретического анализа, апробированных математических моделей нелинейной динамики, методов теоретического и численного анализа, строго обоснованных и многократно проверенных и протестированных в исследованиях по анализу нелинейных процессов в сложных системах. Достоверность результатов работы подтверждается их воспроизводимостью с использованием различных подходов и численных схем, соответствием с данными, полученными другими авторами, а также использованием специальных оригинальных программных комплексов, разработанных и оттестированных на широком классе задач нелинейной динамики. Результаты диссертации находятся в соответствии с уже установленными представлениями в этой области знаний, гармонично расширяя и дополняя их.

Личный вклад. Результаты диссертационной работы получены соискателем лично либо под его научным руководством. Из работ, опубликован-

ных в соавторстве, в диссертацию включены результаты и положения, выносимые на защиту, полученные автором лично, либо при его непосредственном участии. Постановка цели и задач исследования осуществлялась автором при участии научного консультанта. Проведение исследований и расчетов, обработка, интерпретация и обсуждение результатов, написание научных статей осуществлялись в основном лично автором работы. Ряд работ, опубликованных в соавторстве с профессорами В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасовой, Е. Schöll, А. Захаровой, были выполнены в равных долях. К работе над задачами диссертации в качестве соавторов привлекались студенты кафедры (Е.В. Рыбалова, С.А. Богомоллов, Д.Ю. Ключина, А.М. Пузанов, Т.Р. Богатенко), аспиранты (Н.И. Семенова, И.А. Шепелев, А.В. Бух) и сотрудники кафедры (доцент А.В. Слепнев). При этом постановка задач, обсуждение результатов и написание статей было выполнено лично автором.

Апробация результатов работы. Результаты, представленные в диссертационной работе, неоднократно докладывались на всероссийских и международных конференциях, школах и семинарах: International Conference “Dynamics Days Europe” (Corfu, Greece, 2016; Rostock, Germany, 2019), 11 и 12 Международные школы-конференции “Хаотические автоколебания и образование структур” (г. Саратов, 2016, 2019), “Saratov Fall Meeting” (Saratov, 2016, 2018, 2019), The DPG Spring Meeting (Berlin, 2018, Regensburg, Germany, 2019), International Conference on Control of Self-Organizing Nonlinear Systems (Warnemuende, Rostock, Germany, 2018), International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA 2018) (Tarragona, Spain, 2018), VI и VII Международные научные конференции “Компьютерные науки и информационные технологии” (г. Саратов, 2016, 2018), XVIII Научная школа “Нелинейные волны-2018” (ИПФ РАН, г. Нижний Новгород, 2018), XV International Conference on Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM 2017) (Thessaloniki, Greece, 2017), Workshop on Control of Self-Organizing Nonlinear Systems (Lutherstadt Wittenberg, Germany, 2017), International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics” (NWP-2017) (Moscow – St. Petersburg, 2017), Ginzburg Centennial Conference on Physics (Moscow, 2017), The SFB910 Symposium “Chaotic Dynamics” (Berlin, Germany, 2016), International Workshop “Spatio-Temporal Structures in Ensembles of Interacting Oscillators” (Saratov, 2016), International Conference-School “Dynamics, Bifurcations and Chaos 2016” (DBC III) (Nizhny Novgorod, 2016).

Результаты работы также неоднократно обсуждались на научных семинарах кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ и Института

теоретической физики Технического университета г. Берлина (Германия) по приглашению проф. E. Schöll и проф. А. Захаровой.

Гранты. Исследования, результаты которых вошли в настоящую диссертационную работу, проводились при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 14-52-12002, 15-02-02288), Министерства образования и науки в рамках базовой части Государственного задания (проекты №№ 2014/203, 3.8616.2017), Немецкого Физического Общества (DFG) в рамках проекта SFB 910 (подпроект B11, 2015–2022 гг.).

Публикации. Результаты диссертационной работы опубликованы в центральных рецензируемых научных журналах, входящих в системы цитирования Web of Science, Scopus, РИНЦ, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук. Всего по теме диссертации опубликована 31 статья, из которых 21 статья опубликована в журналах, индексируемых в базе данных Web of Science и Scopus, 5 статей – в трудах международных конференций. Получено 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. Результаты диссертации частично вошли в 3 монографии, одна из которых опубликована в издательстве Springer.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Диссертационная работа содержит 401 страницу текста, включая 148 иллюстраций. Список литературы содержит 465 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены основные положения, выносимые на защиту, сведения о достоверности и апробации результатов.

В **первой главе** диссертационной работы приводятся результаты детального численного анализа перехода от режима полной хаотической синхронизации к пространственно-временному хаосу (переход «когерентность—некогерентность») в ансамблях нелокально связанных осцилляторов в хаотическом режиме. Исследования проводились в рамках динамического и корреляционного описания пространственно-временной динамики ансамбля, включая формирование химерных состояний. В качестве характеристик режима использовались мгновенные профили, пространственно-временные профили и коэффициент взаимной корреляции колебаний различных элементов ансамбля. Последний может рассматриваться как универсаль-

ный количественный критерий согласованности поведения различных элементов ансамбля во времени и пространстве.

Предметом анализа является пространственно-временная динамика одномерного, замкнутого в кольцо ансамбля идентичных хаотических осцилляторов с нелокальной связью. В случае задания индивидуальных элементов в виде одномерного дискретного отображения ансамбль описывается следующими уравнениями:

$$x_i^{t+1} = f(x_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f(x_j^t) - f(x_i^t)], \quad (1)$$

где x — динамическая переменная, $i = 1, 2, \dots, N$ — порядковый номер осциллятора, который можно рассматривать как дискретную пространственную координату, N — число осцилляторов в ансамбле, которое выбирается равным 1000 элементам. t обозначает дискретное время (номер итерации), P задает число соседних осцилляторов справа и слева от i -го осциллятора, σ — коэффициент связи i -го элемента с P соседями. Динамика элементов ансамбля (1) задавалась логистическим отображением $f(x) = \alpha x(1 - x)$. Детальный анализ пространственно-временной динамики ансамбля (1) приведен в разделах 1.2 и 1.3 работы.

В случае, когда индивидуальный осциллятор описывается двумерным отображением, уравнения ансамбля имеют вид:

$$x_i^{t+1} = f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_x(x_j^t, y_j^t) - f_x(x_i^t, y_i^t)], \quad y_i^{t+1} = f_y(x_i^t, y_i^t). \quad (2)$$

Для проведения исследований в качестве индивидуального элемента было выбрано отображение Эно: $f_x(x, y) = 1 - \alpha x^2 + y$, $f_y(x, y) = \beta x$. Результаты исследований перехода «когерентность—некогерентность» в ансамбле (2) представлены в разделе 1.4 диссертационной работы. В разделе 1.5 описаны особенности перехода «когерентность—некогерентность» в ансамбле нелокально связанных генераторов Анищенко—Астахова. Отметим, что в указанных системах переход к хаосу происходит через каскад бифуркаций удвоения периода, а возникающий хаотический аттрактор относится к негиперболическому типу.

В результате анализа динамики указанных ансамблей установлено, что при уменьшении значения силы нелокальной связи σ от 1 до 0 переход «когерентность—некогерентность» сопровождается возникновением химерных состояний, содержащих кластеры когерентности и некогерентности. Обнаружены два типа химерных структур, названные *фазовой* и *амплитудной* химерами. Фазовая химера была получена ранее³⁰, амплитудная химера найдена впервые. В первой главе диссертационной работы приводится детальный

³⁰I. Omelchenko et al., Phys. Rev. Lett. **106** 234102 (2011).

анализ механизмов возникновения, динамических и статистических свойств указанных химерных структур.

На рисунке 1,а приведено мгновенное пространственное распределение амплитуд осцилляторов ансамбля нелокально связанных логистических отображений (1), которое иллюстрирует наличие некогерентных кластеров фазовой (1) и амплитудной (2) химер, разделенных областями когерентности. Все осцилляторы кластера фазовой химеры демонстрируют периодическую во времени динамику, характеризующуюся случайным чередованием сдвига «фаз» колебаний элементов. В случае амплитудной химеры четко наблюдается хаотизация амплитуд в соответствующем некогерентном кластере. Корреляционные характеристики указанных химерных структур анализировались на основе расчетов коэффициента взаимной корреляции (КВК) R_{1i} :

$$R_{1i} = \frac{\langle \tilde{x}_1^t \tilde{x}_i^t \rangle}{\sqrt{\langle (\tilde{x}_1^t)^2 \rangle \langle (\tilde{x}_i^t)^2 \rangle}}, \quad (3)$$

где $\tilde{x}^t = x^t - \langle x^t \rangle$ — флуктуация относительно среднего значения, где $t = 1, 2, \dots$ — дискретное время. Скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по времени. Результаты исследований показали качественные и количественные различия в значениях КВК для фазовой и амплитудной химер, что проиллюстрировано на рисунке 1,б,в. Установлено, что в областях пространственной некогерентности фазовой химеры имеют место скачки КВК R_{1i} между значениями ± 1 . В силу хаотичности динамики осцилляторов кластера амплитудной химеры имеет место заметный спад пространственной корреляции, что отражает рисунок 1,в.

На основе результатов исследований, описанных в первой главе диссертационной работы, можно заключить, что установленный бифуркационный переход «когерентность—некогерентность», сопровождающийся возникнове-

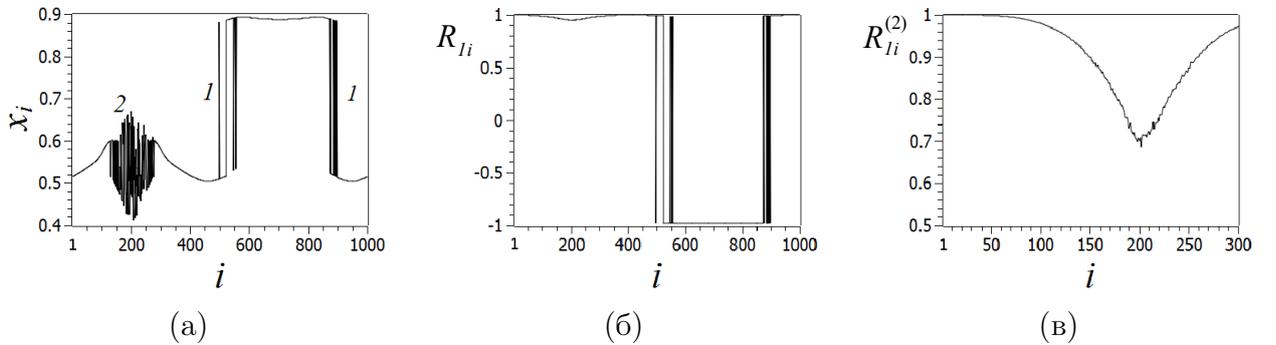


Рисунок 1 – (а) Мгновенный профиль динамики ансамбля (1), (б) КВК R_{1i} для всего ансамбля, (в) КВК $R_{1i}^{(2)}$ 1-го и i -го осцилляторов в области амплитудной химеры, рассчитанный по реализациям во времени с выборкой каждой второй точки. Параметры системы: $\sigma = 0.28$, $P = 320$, $a = 3.8$

нием фазовых и амплитудных химерных состояний, является общим для ансамблей нелокально связанных хаотических систем с удвоением периода.

Вторая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов численного анализа пространственно-временного поведения ансамблей нелокально связанных хаотических осцилляторов, локальная динамика которых описывается хаотическими системами с квазигиперболическими аттракторами. В качестве объектов исследований выбраны ансамбли отображений Лози и систем Лоренца.

В разделе 2.2 работы рассматривается ансамбль (кольцо) нелокально связанных идентичных отображений Лози, описываемый уравнениями (2), в которых динамика индивидуальных элементов задается двумерным отображением Лози: $f_x(x, y) = 1 - \alpha|x| + y$, $f_y(x, y) = \beta x$ в хаотическом режиме ($\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$). Показано, что при уменьшении силы нелокальной связи σ от 1 до 0 в ансамбле отображений Лози реализуются режимы, для которых характерны резкие выбросы амплитуд для отдельных осцилляторов ансамбля. Эти выбросы происходят случайным образом, а сами осцилляторы располагаются в различных частях пространства ансамбля. Подобные режимы в литературе были названы *уединенными состояниями* (*solitary states*³¹). Примеры режимов динамики ансамбля отображений Лози, демонстрирующих уединенные состояния, приведены на рисунке 2.

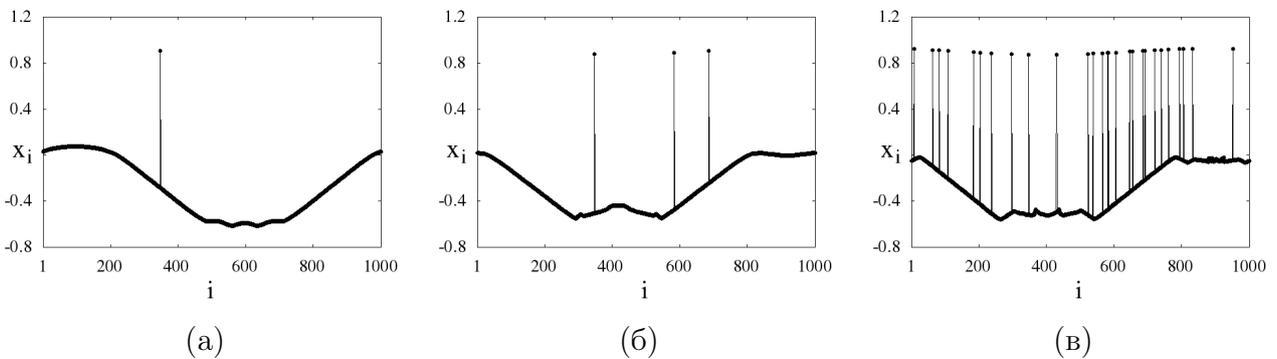


Рисунок 2 – Эволюция мгновенных профилей для переменных x_i ансамбля отображений Лози при уменьшении коэффициента связи σ : (а) 0.226, (б) 0.222, (в) 0.193. Другие параметры: $P = 193$, $\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$

Сначала в ансамбле возникает только одно уединенное состояние (рисунок 2,а), затем их число увеличивается с уменьшением силы нелокальной связи σ (рисунок 2,б,в). Динамика во времени осцилляторов в режиме уединенных состояний отличается от поведения других осцилляторов ансамбля, которые могут находиться либо в когерентном режиме, либо быть полностью синхронизованными. В отличие от химерного состояния, осцилляторы

³¹Y. Maistrenko, B. Penkovsky, M. Rosenblum, Phys. Rev. E **89** 060901 (2014).

в режиме уединенных состояний не формируют кластеров некогерентности с четкими границами в пространстве ансамбля, а число таких осцилляторов довольно сильно зависит от величины связи.

Таким образом, установлено, что переход к режиму полной некогерентности в ансамбле нелокально связанных хаотических отображений Лози при уменьшении силы нелокальной связи происходит через возникновение осцилляторов, находящихся в уединенных состояниях, число которых растет практически линейно с уменьшением силы связи. При этом образования химерных состояний не наблюдалось.

В разделе 2.3 приводятся результаты анализа пространственно-временных структур в кольце связанных систем Лоренца, реализуемых при слабой нелокальной связи. Впервые показано, что даже в случае, когда индивидуальные элементы в отсутствие взаимодействия находятся в режиме, соответствующем квазигиперболическому аттрактору Лоренца, помимо уединенных состояний в ансамбле могут наблюдаться химерные состояния различных типов и эффекты перемежаемости между различными режимами функционирования элементов как во времени, так и в пространстве. Установлено теоретически и подтверждено численно, что изменение силы нелокальной связи может приводить к сдвигу эффективных значений управляющих параметров, в результате которого индивидуальная система Лоренца приобретает свойства бистабильности. При этом динамика индивидуальных осцилляторов меняется и они переходят в режим негиперболического хаоса. Вследствие этого реализуется возможность наблюдать режимы химерных состояний различного типа. Подробно описаны режимы сосуществования химерных структур и пространственно-временной перемежаемости.

Таким образом, представленные во второй главе результаты свидетельствуют о том, что уединенные состояния являются типичными и реализуются при переходе к режиму полной некогерентности в ансамблях нелокально связанных хаотических систем, индивидуальные элементы которых характеризуются хаотическими аттракторами квазигиперболического типа. Подтверждена и уточнена гипотеза³² о невозможности реализации химерных состояний в ансамблях хаотических осцилляторов с квазигиперболическим характером аттракторов индивидуальных осцилляторов (в отсутствие связей). Однако, данный вывод является справедливым в случае, если при наличии нелокальной связи между элементами ансамбля хаотический аттрактор индивидуального осциллятора остается квазигиперболическим. В случае потери свойств гиперболичности хаотическим аттрактором, в ансамблях нелокаль-

³²N. Semenova et al., *Europhys. Lett.* **112** 40002 (2015).

но связанных хаотических систем возможна реализация химерных структур различного типа.

В **третьей главе** диссертационной работы описываются особенности динамики во времени фазовой и амплитудной химерных состояний и анализируется влияние шумового воздействия на данные структуры.

В разделе 3.2 на примере анализа эволюции химерных структур в одномерном ансамбле нелокально связанных логистических отображений (1) показано, что фазовая химера, осцилляторы которой характеризуются периодической во времени динамикой, представляет собой установившийся и устойчивый во времени режим функционирования ансамбля. Во временной реализации осциллятора из некогерентного кластера амплитудной химеры наблюдаются нерегулярные переключения во времени между хаотическими и периодическими колебаниями, что свидетельствует о нестационарной динамике осциллятора во времени (рисунок 3). Установленный процесс нерегулярных переключений напоминает эффект перемежаемости, известный из теории динамического хаоса как один из сценариев его развития.

Процесс перемежаемости и конечное время жизни характерны и для некогерентного кластера амплитудной химеры в целом, что подтверждается результатами исследований эволюции во времени некогерентных кластеров амплитудных химер, приведенными как для случая ансамбля логистических отображений (раздел 3.2), так и для отображений Эно (раздел 3.3). Изменения во времени мгновенных пространственных профилей ансамбля отражают нестационарную динамику некогерентных кластеров амплитудной химеры, что иллюстрирует рисунок 4,а. Отметим, что переключения между режимами происходят нерегулярно во времени. Спустя определенное число итераций амплитудная химера исчезает и в ансамбле остается только фазовая химера (рисунок 4,б). Таким образом, амплитудная химера характеризуется конечным временем жизни. В то же время некогерентные кластеры фазовой химеры не претерпевают изменений, а осцилляторы из этих кластеров демонстри-

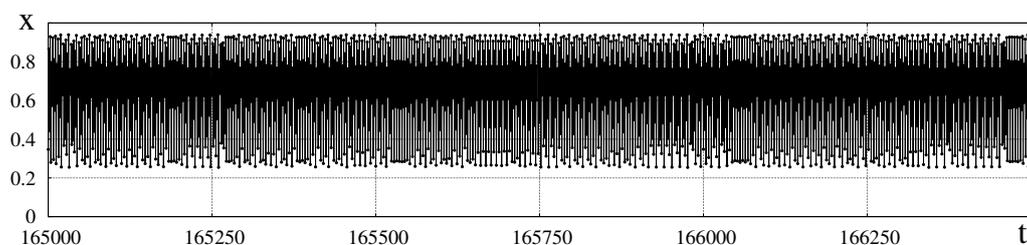


Рисунок 3 – Фрагмент временной реализации для осциллятора из некогерентного кластера амплитудной химеры в ансамбле (1) при $\alpha = 3.8$, $\sigma = 0.255$, $P = 140$

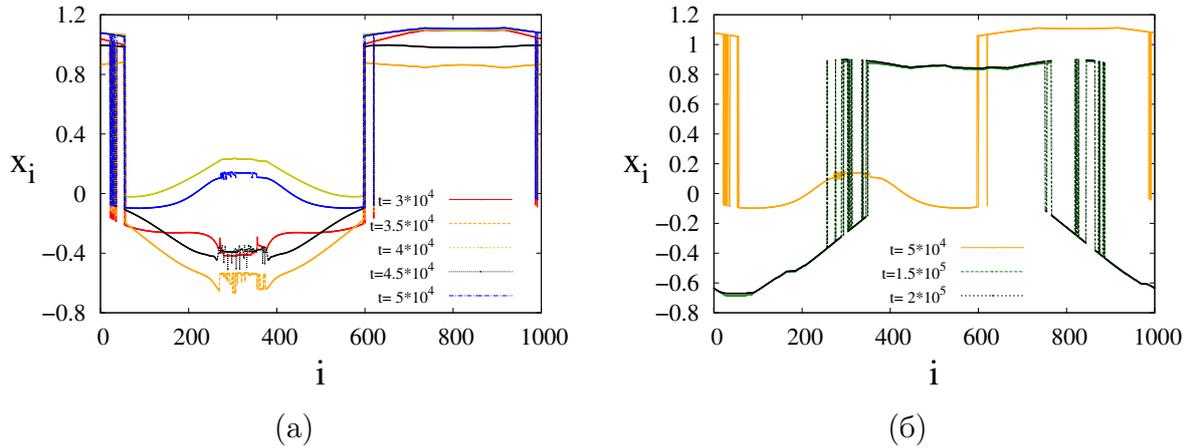


Рисунок 4 – (а) Эволюция мгновенных профилей для переменных x_i ансамбля отображений Эно (2) в режиме амплитудной химеры, (б) переключение с амплитудной химеры на фазовую при увеличении количества итераций. Параметры: $\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$, $\sigma = 0.304$, $P = 320$. Видно, что мгновенный профиль для $t \geq 1.5 \times 10^5$ не содержит амплитудной химеры

руют стационарные периодические колебания. Расчеты свидетельствуют, что фазовая химера является долгоживущей структурой.

В разделе 3.4 впервые приводятся результаты численного статистического анализа влияния глобального (на все элементы ансамбля) и целенаправленного (действующего только на элементы некогерентных кластеров) кратковременного аддитивного шумового воздействия на фазовые и амплитудные химеры в ансамблях нелокально связанных логистических отображений и отображений Эно. Показано, что фазовые химерные состояния являются устойчивыми по отношению к шумовым воздействиям. Постоянно действующий на систему с установившейся фазовой химерой ведет лишь к зашумлению мгновенных пространственных профилей. При этом возрождения некогерентного кластера амплитудной химеры не наблюдается. Кратковременное (в течение одной итерации) воздействие локализованного или глобального источника шума индуцирует восстановление режима амплитудных химер, а, следовательно, и процесса перемежаемости во времени. Кроме того, время жизни амплитудных химерных состояний может быть увеличено в численных экспериментах до сколь угодно больших величин. Если кратковременные возмущения вводить в элементы всего ансамбля постоянно с некоторыми интервалами во времени, то нерегулярные переключения между режимами амплитудной и фазовой химер будут наблюдаться бесконечное время. Таким образом, показана возможность управления временем жизни амплитудных химер или длительностью процесса перемежаемости путем шумового возмущения.

В **четвертой главе** диссертационной работы приводятся результаты численных исследований пространственно-временной динамики системы двух связанных одномерных ансамблей (колец) хаотических систем с нелокальной связью, которая описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= f_x(x_i^t, y_i^t) + \frac{\sigma_1}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [f_x(x_j^t, y_j^t) - f_x(x_i^t, y_i^t)] + \gamma F_i^t, & y_i^{t+1} &= \beta x_i^t, \\ u_i^{t+1} &= g_u(u_i^t, v_i^t) + \frac{\sigma_2}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [g_u(u_j^t, v_j^t) - g_u(u_i^t, v_i^t)] + \gamma G_i^t, & v_i^{t+1} &= \beta u_i^t. \end{aligned} \quad (4)$$

Индивидуальные элементы одного ансамбля (x_i^t, y_i^t) представляют собой двумерные отображения Эно, другого ансамбля (u_i^t, v_i^t) – двумерные отображения Лози. Нелокальная связь между элементами в каждом кольце задается коэффициентами связи σ_1 и σ_2 и радиусами связи P и R . Связь между одномерными ансамблями является локальной и симметричной, то есть i -й элемент первого ансамбля связан с i -м элементом второго с коэффициентом связи γ . Подобная топология связи между ансамблями называется мультиплексной. Функции F_i^t и G_i^t в системе (4) задают тип межслойной связи, которая может быть диссипативной $F_i^t = g(u_i^t, v_i^t) - f(x_i^t, y_i^t) = -G_i^t$ или инерционной $F_i^t = u_i^t - x_i^t = -G_i^t$.

В результате проведенных исследований мультиплексной системы (4) продемонстрирована возможность реализации в каждом из рассматриваемых ансамблей пространственно-временных структур, которые не наблюдались в них без взаимодействия. В разделе 4.2 диссертационной работы показано, что в результате введения взаимной диссипативной или инерционной межслойной связи в ансамбле нелокально связанных отображений Эно возможна реализация режимов уединенных состояний и бегущих волн, а в ансамбле отображений Лози – режимов фазовой и амплитудной химерных состояний.

Было также показано, что при малой величине силы диссипативной или инерционной связи γ между ансамблями в системе (4), в ансамбле отображений Эно возникает новый тип химерной структуры, названный *химерой уединенных состояний* (*solitary state chimera*), в то время как ансамбль отображений Лози находится в режиме уединенных состояний. Некогерентный кластер данной структуры состоит из осцилляторов, находящихся в уединенных состояниях, и локализован в пространстве ансамбля.

Результаты численных исследований, изложенные в разделе 4.3 диссертационной работы, продемонстрировали возможность реализации химеры уединенных состояний в изолированном ансамбле отображений Эно как в случае воздействия мультипликативным шумом на коэффициент нелокальной связи ($\sigma = \sigma_0(1 + \sqrt{2D}\xi^t)$ в ансамбле (2)), так и в условиях отсутствия шу-

мового возмущения. В качестве иллюстрации на рисунке 5,а приведен мгновенный пространственный профиль динамики ансамбля отображений Эно в присутствии шума, отражающий режим химеры уединенных состояний.

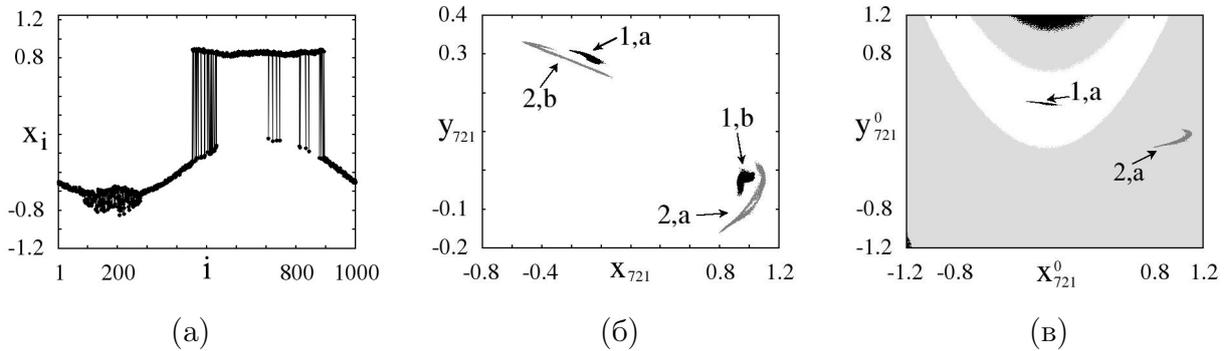


Рисунок 5 – (а) Мгновенный пространственный профиль динамики ансамбля (2), иллюстрирующий химеру уединенных состояний (в интервале $705 \leq i \leq 845$). (б) Фазовые портреты аттракторов для выбранного осциллятора. Аттрактор 1,а,б (черные точки) соответствует режиму уединенного состояния, аттрактор 2,а,б (серые точки) – области когерентности. (в) Бассейны притяжения аттракторов 1 и 2 (белая область для ленты 1,а и серая область для ленты 2,а). Траектории уходят на бесконечность из области черного цвета. Параметры: $\sigma_0 = 0.282$, $P = 320$, $D = 8.15 \times 10^{-4}$, $\alpha = 1.4$, $\beta = 0.3$

Было установлено, что механизм возникновения режима уединенных состояний и химеры уединенных состояний связан с появлением бистабильности в динамике индивидуальных осцилляторов ансамбля, обусловленной нелокальной связью индивидуальных осцилляторов с конечным числом соседей, что аналогично воздействию «внешних» сигналов. Бистабильность характеризуется сосуществованием двух изолированных аттракторов, соответствующих режиму уединенных состояний и когерентной динамике и имеющих свои бассейны притяжения. На рисунке 5,б,в приведены фазовые портреты аттракторов для осциллятора из некогерентного кластера химеры уединенных состояний, полученные для различных начальных условий, и соответствующие бассейны притяжения³³. При случайном характере задания начальных условий часть осцилляторов попадает в бассейн притяжения одного аттрактора, а часть – в область притяжения второго, что и приводит к возможности возникновения как уединенных состояний, так и соответствующих химерных структур. Проведенные численные исследования показали, что рождение режимов бистабильности не является следствием воздействия шума, а обусловлено влиянием нелокальной связи.

³³Здесь под «аттракторами» индивидуальных осцилляторов и «бассейнами притяжения» понимаются различные области на фазовой плоскости парциальных осцилляторов, к которым стремятся траектории в соответствующей проекции, и отвечающие им бассейны притяжения.

Установленный механизм рождения уединенных состояний и химеры уединенных состояний в изолированном ансамбле отображений Эно полностью согласуется с данными, представленными в работе³⁴ для ансамбля нелокально связанных отображений Лози и кратко изложенными в разделе 4.4. В разделе 4.5 диссертационной работы общность установленного механизма подтверждается на примерах реализации режимов уединенных состояний и химеры уединенных состояний в ансамблях нелокально связанных моделей нейрона: отображений Некоркина и осцилляторов ФитцХью–Нагумо.

Пятая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования эффектов вынужденной и взаимной синхронизации пространственно-временных структур, включая химерные структуры различного типа, в двух связанных одномерных ансамблях логистических отображений с нелокальной связью. Исследуемая модель описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} x_i^{t+1} &= f_i^t + \frac{\sigma_1}{2R} \sum_{j=i-R}^{i+R} [f_j^t - f_i^t] + \gamma_{21} F_i^t, \\ y_i^{t+1} &= g_i^t + \frac{\sigma_2}{2P} \sum_{j=i-P}^{i+P} [g_j^t - g_i^t] + \gamma_{12} G_i^t, \end{aligned} \quad (5)$$

Поведение индивидуальных элементов ансамблей задается логистическими отображениями $f_i^t = \alpha_1 x_i^t (1 - x_i^t)$ и $g_i^t = \alpha_2 y_i^t (1 - y_i^t)$ с различными управляющими параметрами α_1 и α_2 . Нелокальная связь в первом и втором ансамблях определяется силой связи σ_1 и σ_2 и радиусами связи R и P , соответственно. Коэффициенты γ_{21} и γ_{12} характеризуют силу связи между кольцами или межслойную связь. В случае вынужденной синхронизации в зависимости от того, какое кольцо является управляющим, а какое управляемым, один из коэффициентов отличен от нуля, а другой равен нулю. При взаимной синхронизации $\gamma_{21} = \gamma_{12} = \gamma \neq 0$. Подсистемы в (5) связаны между собой через функции связи F_i^t и G_i^t , которые могут задавать диссипативный или инерционный типы связи.

Для количественной оценки идентичности структур в режиме синхронизации и расчета областей синхронизации на плоскости параметров системы использовались коэффициент взаимной корреляции R_i между симметричными осцилляторами взаимодействующих ансамблей и среднеквадратичные отклонения значений переменных соответствующих осцилляторов, усредненные по времени, d_i , и как по времени, так и по элементам ансамбля, Δ :

$$d_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_i^t - x_i^t)^2}, \quad \Delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_i^t - x_i^t)^2}, \quad (6)$$

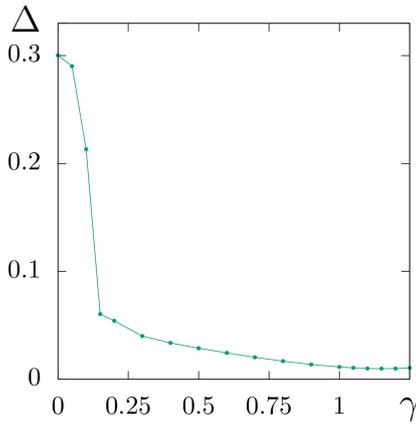
³⁴N. Semenova, T. Vadivasova, V. Anishchenko, Eur. Phys. J. Sp. Topics **227** 1173 (2018).

где n — время усреднения, N — количество элементов в каждом ансамбле. В случае полной синхронизации (полной идентичности пространственно-временных структур ансамблей) величины $R_i = 1$ и $\delta_i = \Delta = 0$ для всех элементов $i = 1, 2, \dots, N$ системы (5). Случай, когда $R_i = 1$ и $d_i \approx 0$ для конечного числа осцилляторов, соответствует синхронизации конкретного кластера осцилляторов системы или кластерной синхронизации.

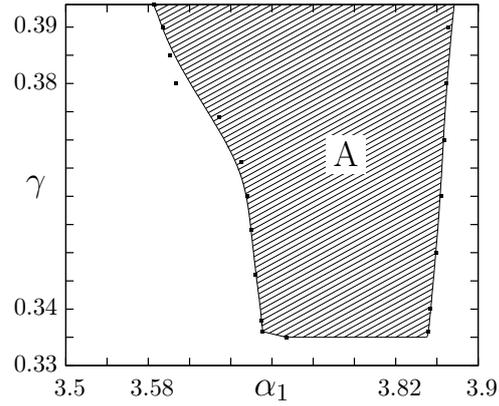
В пятой главе диссертационной работы подробно описаны результаты исследований эффектов вынужденной и взаимной синхронизации в случае идентичных ансамблей, при введении расстройки по управляющим параметрам и параметрам нелокальной связи, а также для диссипативного и инерционного типов связи между ансамблями. Выводы о реализации эффектов синхронизации подтверждаются выполнением двух условий: идентичностью (или близостью к идентичности) колебательных процессов соответствующих осцилляторов ансамбля и наличием конечной области (области синхронизации) на плоскости параметров системы, в которой первое условие выполняется. Исследования показали, что при вынужденной синхронизации пространственно-временная структура управляющего ансамбля «захватывает» структуру управляемого ансамбля и идентичные структуры сохраняются в области синхронизации. При взаимной синхронизации реализуется взаимозахват структур во взаимодействующих ансамблях. При этом синхронные структуры отличаются от исходных структур в ансамблях в отсутствие связи. Эффекты вынужденной и взаимной синхронизации в исследуемых ансамблях наблюдаются в конечных областях синхронизации, что подтверждено расчетами областей синхронизации на плоскости различных параметров рассматриваемых систем с использованием КВК и величины Δ (6).

В качестве примера на рисунке 6 показаны результаты для вынужденной синхронизации второго ансамбля в системе (5). В заштрихованной области А на рисунке 6,б КВК $R_i > 0.99$ для всех осцилляторов взаимодействующих ансамблей. Это означает, что в данной области реализуются синхронные структуры, почти идентичные структурам в управляющем кольце.

В результате проведенного анализа установлено качественное соответствие результатов по исследованию эффектов синхронизации пространственно-временных структур, включая химерные, с выводами классической теории синхронизации периодических автоколебаний. Это позволяет рассматривать результаты, полученные в диссертационной работе, как обобщение представлений о классическом явлении синхронизации периодических автоколебаний на случай синхронизации пространственно-временных структур в системах связанных ансамблей нелокально взаимодействующих нелинейных осцилляторов.



(a)



(б)

Рисунок 6 – (а) Зависимость Δ (б) от силы связи γ и (б) область вынужденной синхронизации пространственно-временных структур на плоскости параметров (α_1, γ) в системе однонаправленно и диссипативно связанных неидентичных ансамблей (5). Параметры: $\alpha_2 = 3.85$, $\sigma_1 = 0.23$, $\sigma_2 = 0.15$, $R = P = 320$

В **шестой главе** диссертационной работы показана возможность передачи (ретрансляции) выбранной химерной структуры в многослойной сети от одного слоя к другому и установлены условия такой передачи с минимальными изменениями данной структуры. Исследуемая мультиплексная сеть описывается уравнениями:

$$x_{ji}(n+1) = f_{ji}(n) + \frac{\sigma_i}{2P_i} \sum_{k=j-P_i}^{j+P_i} [f_{ki}(n) - f_{ji}(n)] + \gamma_i [f_{j_{i-1}}(n) - f_{ji}(n)] + g_i [f_{j_{i+1}}(n) - f_{ji}(n)], \quad (7)$$

$$f_{ji}(n) = f(x_{ji}(n), \alpha_i), \quad x_{j \pm Ni}(n) = x_{ji}(n), \quad x_{j0} = x_{j1}, \quad x_{j, M+1} = x_{jM},$$

где $i = 1, \dots, M$ – номер слоя, $j = 1, 2, \dots, N = 1000$ – номер элемента в слое, x_{ji} – динамические переменные, n – дискретное время. Рассматриваемая сеть (7) с открытыми концами состоит из $M = 20$ слоев (колец нелокально связанных осцилляторов) и первый слой ($M = 1$) является задающим. Динамика индивидуальных элементов определялась логистическим отображением: $f(x, \alpha) = \alpha - x^2$, $f(x, \alpha) = \alpha x(1 - x)$, и кубическим отображением $f(x, \alpha) = (\alpha - x^3) \exp(-x^2/10)$. В качестве передаваемой (задающей) структуры в первом слое выбирались химерные структуры различных типов. Рассмотрено однонаправленное взаимодействие слоев в случае их идентичности и неоднородности, а также взаимодействие слоев при наличии несимметричной взаимной связи, включающей однонаправленную компоненту γ_i и компоненту обратной связи g_i , которые не равны между собой. Под обратной связью в данном случае понимается воздействие последующего слоя сети на предыдущий.

В разделе 6.2 диссертационной работы установлено, что при увеличении силы однонаправленной связи и при наличии слабой расстройки параметров первого (задающего) слоя от параметров остальных слоев имеет место вынужденная синхронизация химерных структур во всех слоях. Для количественной оценки степени синхронности структур в различных слоях с задающей структурой использовано среднеквадратичное отклонение структуры i -го слоя от задающей структуры по времени и по ансамблю. Проведен численный анализ влияния расстройки по радиусу и силе нелокальной связи между первым слоем и всеми остальными идентичными между собой слоями сети. Показано, что химерная структура, устанавливающаяся в первом слое, при определенной силе связи может передаваться от слоя к слою с малыми искажениями, величина которых определяется величиной расстройки параметров.

В разделе 6.3 диссертационной работы показана возможность ретрансляции комбинированной химерной структуры в мультиплексной сети (7) в присутствии во всех слоях неоднородностей по различным параметрам и наличии обратной связи. Степень синхронизации структур в различных слоях по отношению к задающему слою определялась по максимальному среднеквадратичному (по времени) отклонению мгновенных состояний элементов в рассматриваемом слое относительно состояний соответствующих элементов первого слоя:

$$\eta_i = \max_j \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_{ji}(k) - x_{j1}(k))^2 \right), \quad i = 2, \dots, M, \quad (8)$$

где n – время усреднения. Полагается, что «эффективная» синхронизация соответствующих слоев имеет место при выполнении условия: $\eta_i \leq 0.001$.

Показано, что эффект вынужденной синхронизации многослойной сети в режиме комбинированной химерной структуры (т.е. структуры включающей кластеры некогерентности амплитудной и фазовой химер) характеризуется различием в порогах синхронизации для кластеров некогерентности фазовой и амплитудной химер. Установлено, что одинаковая по величине неоднородность различных параметров сети по-разному влияет на возможность реализации эффективной вынужденной синхронизации. В качестве иллюстрации на рисунке 7 приведены двумерные диаграммы, показывающие цветом максимальное количество полностью синхронизованных (в смысле условия (8)) слоев L в зависимости от степени неоднородности управляющего параметра (рисунок 7,а) и силы нелокальной связи (рисунок 7,б) при вариации силы межслойной связи γ .

Видно, что расстройка значений параметров, управляющих динамикой индивидуальных элементов, оказывается гораздо разрушительнее для син-

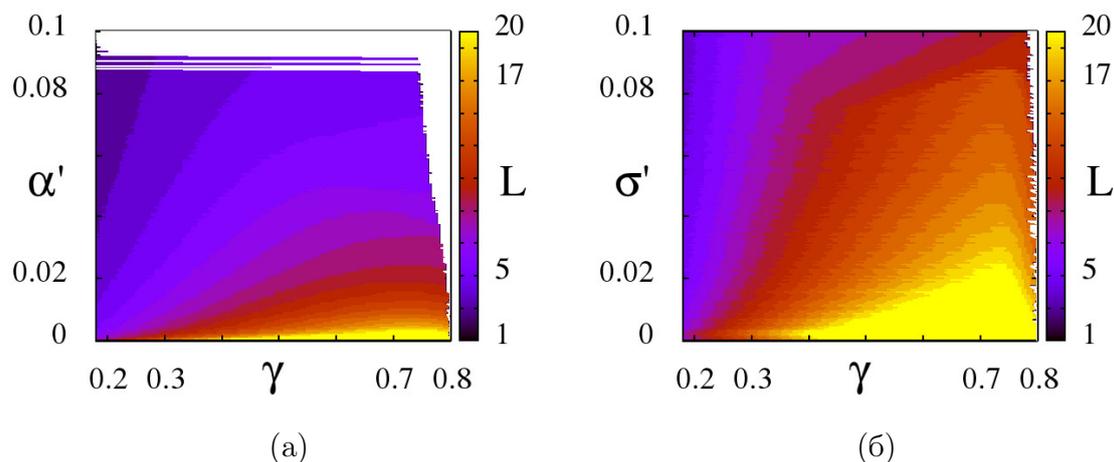


Рисунок 7 – Двумерные диаграммы, показывающие цветом максимальное количество полностью синхронизированных слоев L в зависимости от степени неоднородности управляющего параметра $\alpha' = \Delta\alpha/\alpha_1$ (а) и силы нелокальной связи $\sigma' = \Delta\sigma/\sigma_1$ (б) при вариации силы связи между слоями γ . Белым выделена область ухода на бесконечность системы. Параметры сети: $\alpha_1 = 3.8$, $\sigma_1 = 0.32$, $P_1 = 320$, $\Delta\alpha = \Delta\gamma = \Delta\sigma = 0.001$, $g_i = 0$ для всех i

хронизации, чем аналогичная расстройка по силе нелокальной связи внутри слоев. Проведенный анализ также показал, что наличие обратной компоненты взаимодействия между слоями, кроме первого, оказывает существенное влияние на эффективную вынужденную синхронизацию всех слоев сети.

В **Заключении** подведены итоги диссертационной работы, сформулированы **основные результаты и выводы**:

1. Детально описан переход от режима полной хаотической синхронизации к пространственно-временному хаосу в одномерных ансамблях дискретных и дифференциальных систем с хаотическими аттракторами негиперболического типа при условии нелокальной связи. Впервые установлено, что данный переход характеризуется возникновением химерных структур двух типов – фазовой и амплитудной химер (второй тип химеры впервые описан в работе).
2. Выявлены и описаны бифуркационные механизмы формирования фазовых и амплитудных химерных структур в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов с негиперболическим типом хаотического аттрактора. Установлено, что бифуркационный переход «когерентность–некогерентность» является общим для ансамблей нелокально связанных хаотических систем с удвоениями периода.
3. При изучении перехода «когерентность–некогерентность» впервые применен корреляционный подход, основанный на расчетах коэффициента взаимной корреляции между элементами ансамбля, получена количественная оценка статистических характеристик рассматриваемых динамических режимов, а также проанализированы и выявлены принци-

альные различия в статистических свойствах фазовых и амплитудных химерных состояний.

4. Детально исследованы переходы от режима полной хаотической синхронизации к режиму пространственно-временного хаоса в ряде ансамблей нелокально связанных хаотических осцилляторов с квазигиперболическим типом аттрактора индивидуальных осцилляторов. Установлено, что указанный переход осуществляется, как правило, через режим уединенных состояний и является типичным при переходе «когерентность—некогерентность» в ансамблях нелокально связанных хаотических систем, индивидуальные элементы которых характеризуются хаотическими аттракторами квазигиперболического типа. Уединенные состояния характеризуются временной динамикой, полностью отличной от поведения во времени остальных элементов ансамбля. С уменьшением величины коэффициента нелокальной связи имеет место монотонное возрастание числа осцилляторов в режиме уединенных состояний и при стремлении силы связи к нулю реализуется режим пространственно-временного хаоса.
5. На примере ансамбля из нелокально связанных систем Лоренца впервые проведен теоретический и численный анализ влияния свойства гиперболичности хаотического аттрактора на возможность реализации режимов химерных структур. Показано, что при вариации силы связи параметры индивидуального осциллятора изменяют свои эффективные значения, которые могут соответствовать как режимам квазигиперболического, так и негиперболического аттракторов. В результате в первом случае рождение химерных структур исключено. Если изменения управляющих параметров системы вызывают потерю гиперболичности хаотическим аттрактором, то в ансамбле возможна реализация химерных состояний.
6. Впервые обнаружен и исследован эффект перемежаемости в динамике осцилляторов некогерентного кластера амплитудной химеры, проявляющийся в нерегулярных во времени переключениях режимов колебаний от хаотических к периодическим и наоборот. Установлен факт конечности времени жизни амплитудной химеры, которая представляет собой переходный процесс. По истечении этого времени перемежаемость исчезает и происходит переход к режиму фазовой химеры. Установлено, что фазовая химера представляет собой стационарную (установившуюся во времени и пространстве) и долгоживущую структуру.
7. Впервые проведен статистический анализ влияния локализованного (только на элементы амплитудных химер) и глобального (на все элементы ансамбля) аддитивного шумового воздействия на эффект перемежае-

мости и время жизни «восстановленных» с помощью шума амплитудных химер. Впервые установлена возможность управления временем жизни амплитудной химеры в широких пределах путем внешнего аддитивного шумового воздействия как на отдельные осцилляторы, так и на все осцилляторы ансамбля. Установлено также, что стационарный режим фазовой химеры устойчив по отношению к шумовому возмущению, постоянно действующему на все элементы ансамбля.

8. Впервые показано, что наличие симметричной связи между двумя ансамблями, каждый из которых состоит из определенного типа хаотических отображений с нелокальной связью и в отсутствие связи демонстрирует принципиально отличные друг от друга пространственно-временные структуры, может индуцировать возникновение структур и режимов, которые не могут наблюдаться в данных ансамблях в отсутствие связи между ними.
9. Обнаружен и описан новый тип химерной структуры — «химеры уединенных состояний», найденный при моделировании динамики системы двух связанных ансамблей из хаотических осцилляторов Лози и Эно. Эта химерная структура характеризуется сосуществованием в пространстве ансамбля некогерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме уединенных состояний и когерентного кластера (кластеров) осцилляторов в режиме синхронных колебаний. Показано, что химера уединенных состояний является одной из типичных для ансамблей нелокально связанных осцилляторов и может быть реализована в изолированных ансамблях отображений Лози, Эно, отображений Некоркина и осцилляторов ФитцХью—Нагумо.
10. Впервые установлен и описан механизм рождения уединенных состояний и химерных структур на их основе. Рождение указанных пространственно-временных структур обусловлено появлением бистабильности в динамике индивидуальных осцилляторов ансамбля. Показано, что причиной возникновения бистабильности является нелокальная связь индивидуальных осцилляторов с конечным числом соседей. Бистабильность характеризуется сосуществованием двух притягивающих областей в пространстве состояний индивидуальных осцилляторов (условно называемых аттракторами) со своими бассейнами притяжения. Один из аттракторов отвечает режиму уединенных состояний, другой — когерентной динамике. При случайном характере задания начальных условий часть осцилляторов попадает в бассейн притяжения одного аттрактора, а часть — в область притяжения второго, что и приводит к возмож-

ности возникновения как уединенных состояний, так и соответствующих химерных структур.

11. Установлены и исследованы эффекты вынужденной и взаимной синхронизации сложных пространственно-временных структур, включая химерные, в случае диссипативной и инерционной взаимосвязи между ансамблями хаотических осцилляторов с нелокальной связью. Показано, что с ростом коэффициента связи между ансамблями осуществляется переход к синхронной динамике, близкой к режиму полной синхронизации, соответствующих осцилляторов ансамбля, которая сохраняется в конечной области синхронизации в пространстве управляющих параметров системы. Проведена количественная оценка степени синхронности структур с использованием расчетов коэффициента взаимной корреляции и среднеквадратичных отклонений значений по времени и по ансамблю. Сравнительный анализ показал, что диссипативный тип связи между ансамблями хаотических осцилляторов в большей степени способствует реализации эффекта синхронизации химерных структур.
12. Проведено сопоставление и установлено качественное соответствие эффекта синхронизации пространственно-временных структур с выводами классической теории синхронизации периодических автоколебаний. Это позволяет рассматривать результаты настоящей работы как обобщение представлений о классическом явлении синхронизации периодических автоколебаний на случай синхронизации пространственно-временных структур в системах связанных ансамблей нелокально взаимодействующих нелинейных осцилляторов.
13. Проведено обобщение концепции вынужденной синхронизации двух взаимосвязанных ансамблей (слоев) на случай многослойной неоднородной сети хаотических осцилляторов. Показано, что химерная структура, заданная в первом слое, может быть передана (ретранслирована) от слоя к слою с малыми искажениями, величина которых определяется величиной расстройки параметров. Эффективная синхронизация структур во всех слоях многослойного ансамбля осцилляторов реализуется при достижении величиной параметра однонаправленной связи определенного порогового значения. Показано, что расстройка значений параметров, управляющих динамикой индивидуальных элементов, оказывается гораздо разрушительнее для синхронизации, чем аналогичная расстройка по силе нелокальной связи внутри слоев.
14. Впервые установлено, что наиболее существенным препятствием для глобальной синхронизации всех слоев неоднородной сети является наличие обратной компоненты взаимодействия между слоями. В случае

сильной взаимной связи слоев вся сеть становится единой системой, и ее вынужденная синхронизация требует довольно сильного воздействия.

Публикации по теме диссертации

1. V.S. Anishchenko, T.E. Vadivasova, G.I. Strelkova, *Deterministic Nonlinear Systems. A Short Course*. Springer Series in Synergetics. Berlin: Springer, 2014. 294 p.
2. В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова, *Синхронизация регулярных, хаотических и стохастических колебаний*. М.-Ижевск: Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. 144 с.
3. В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелкова, Л. Шиманский-Гайер, *Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах*. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
4. E. Rybalova, A. Bukh, G. Strelkova, V. Anishchenko, Spiral and Target Wave Chimeras in a 2D Lattice of Map-Based Neuron Models. *Chaos*, 2019. V. 29. P. 101104.
5. E.V. Rybalova, T.E. Vadivasova, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, A.S. Zakharova, Forced synchronization of a multilayer heterogeneous network of chaotic maps in the chimera state mode. *Chaos*, 2019. V. 29. P. 033134.
6. A. Bukh, G. Strelkova, V. Anishchenko, Spiral wave patterns in a two-dimensional lattice of nonlocally coupled maps modeling neural activity. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019. V. 120. P. 75–82.
7. С.А. Богомолов, Е.В. Рыбалова, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Пространственно-временные структуры в ансамбле нелокально связанных отображений Некоркина. *Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*. 2019. Т. 19, вып. 2. С. 86–94.
8. E.V. Rybalova, G.I. Strelkova, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko. Bistability promotes solitary states in ensembles of nonlocally coupled maps. *Proc. SPIE*, 2019. P. 11067.
9. E.V. Rybalova, D.Y. Klyushina, V.S. Anishchenko, G.I. Strelkova, Impact of noise on the amplitude chimera lifetime in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps. *Regular and Chaotic Dynamics*, 2019. V. 24, no. 4. P. 432–445.
10. E. Rybalova, V.S. Anishchenko, G.I. Strelkova, A. Zakharova, Solitary states and solitary state chimera in neural networks. *Chaos*, 2019. V. 29. P. 071106.
11. A.V. Bukh, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, Spiral wave patterns in two-layer 2D lattices of nonlocally coupled discrete oscillators. Synchronization of spiral wave chimeras. *Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Physics*, 2019. V. 19, iss. 3. P. 166–177.
12. А.М. Пузанов, В.С. Анищенко, Г.И. Стрелкова, Химерные структуры в ансамблях нелокально связанных отображений Спротта. *Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*, 2019. Т. 19, вып. 4. С. 246–257.
13. I.A. Shepelev, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, Chimera states and intermittency in an ensemble of nonlocally coupled Lorenz systems. *Chaos*, 2018. V. 28, I. 6. P. 063119.
14. G. Strelkova, E. Rybalova, V. Anishchenko, A. Zakharova, Effect of switchings and the lifetime of chimeras in an ensemble of nonlocally coupled chaotic maps. *AIP Conference Proceedings*, 2018. V. 1978. P. 470014.
15. В.С. Анищенко, Г.И. Стрелкова, Химерные состояния в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов. *Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции*, 2018. P. 34–39.

16. А.В. Бух, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Синхронизация химерных состояний в двух связанных ансамблях нелинейных хаотических осцилляторов. Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции. 2018. P. 71–75.
17. И.А. Шепелев, Г.И. Стрелкова, Т.Е. Вадивасова, Химерные состояния и перемежающиеся структуры в ансамбле нелокально связанных осцилляторов Лоренца. Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции. 2018. P. 444–448.
18. E.V. Rybalova, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, Mechanism of realizing a solitary state chimera in a ring of nonlocally coupled chaotic maps. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2018. V. 115. P. 300–305.
19. A. Bukh, G. Strelkova, V. Anishchenko, Synchronization of chimera states in two coupled ensembles of nonlinear chaotic oscillators. *Proc. of 2018 Int. Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2018)*. 2018. P. 605–608.
20. G.I. Strelkova, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko. Synchronization of chimera states in a network of many unidirectionally coupled layers of discrete maps. *Regular and Chaotic Dynamics*, 2018. V. 23, I. 7-8. P. 948–960.
21. A.V. Bukh, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko. Synchronization of chimera states in coupled networks of nonlinear chaotic oscillators. *Russ. J. of Nonlinear Dynamics*, 2018. V. 14, I. 4. P. 419–433.
22. В.С. Анищенко, Г.И. Стрелкова, Химерные структуры в ансамблях нелокально связанных хаотических осцилляторов. *Изв. вузов. Радиофизика*, 2018. Т. 61, № 8. С. 739–753. [V.S. Anishchenko, G.I. Strelkova, Chimera Structures in the Ensembles of Nonlocally Coupled Chaotic Oscillators. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2019. V. 61, I. 8-9. P. 659–671.]
23. V.S. Anishchenko, T.E. Vadivasova, G.I. Strelkova, Coherence–incoherence transition and properties of different types of chimeras in a network of nonlocally coupled chaotic maps. In book: *Advances in Dynamics, Patterns, Cognition*. I.S. Aranson, A. Pikovsky, N.F. Rulkov (Eds.). Berlin: Springer, 2017. P. 79–98.
24. S.A. Bogomolov, A.V. Slepnev, G.I. Strelkova, E. Schöll, V.S. Anishchenko, Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems. *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*, 2017. V. 43. P. 25–36.
25. A. Bukh, E. Rybalova, N. Semenova, G. Strelkova, V. Anishchenko, New type of chimera and mutual synchronization of spatiotemporal structures in two coupled ensembles of nonlocally interacting chaotic maps. *Chaos*, 2017. V. 27, I. 11. P. 111102.
26. E. Rybalova, N. Semenova, G. Strelkova, V. Anishchenko, Transition from complete synchronization to spatio-temporal chaos in coupled chaotic systems with nonhyperbolic and hyperbolic attractors. *The European Phys. Journal Special Topics*, 2017. V. 226, I. 9. P. 1857–1866.
27. N.I. Semenova, E.V. Rybalova, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, “Coherence–incoherence” transition in ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators with nonhyperbolic and hyperbolic attractors. *Regular and Chaotic Dynamics*, 2017. V. 22, I. 2. P. 148–162.
28. N.I. Semenova, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, A. Zakharova, Temporal intermittency and the lifetime of chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators. *Chaos*, 2017. V. 27, I. 6. P. 061102.

29. I.A. Shepelev, A.V. Bukh, G.I. Strelkova, T.E. Vadivasova, V.S. Anishchenko, Chimera states in ensembles of bistable elements with regular and chaotic dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 2017. V. 90, I. 4. P. 2317–2330.
30. I.A. Shepelev, T.E. Vadivasova, A.V. Bukh, G.I. Strelkova, V.S. Anishchenko, New type of chimera structures in a ring of bistable FitzHugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction. *Phys. Lett. A*, 2017. V. 381, I. 16. P. 1398–1404.
31. Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова, С.А. Богомолов, В.С. Анищенко, Корреляционные характеристики фазовых и амплитудных химерных состояний в ансамбле нелокально связанных отображений. *Письма в ЖТФ*, 2017. Т. 43, вып. 2. С. 68–75.
32. С.А. Богомолов, Г.И. Стрелкова, Е. Schöll, В.С. Анищенко, Амплитудные и фазовые химеры в ансамбле хаотических осцилляторов. *Письма в ЖТФ*, 2016. Т. 42, вып. 14. С. 103–110.
33. T.E. Vadivasova, G.I. Strelkova, S.A. Bogomolov, V.S. Anishchenko, Correlation analysis of the coherence-incoherence transition in a ring of nonlocally coupled logistic maps. *Chaos*, 2016. V. 26. P. 093108.
34. В.С. Анищенко, С.А. Богомолов, Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова, Механизмы рождения и свойства химерных состояний в ансамбле нелокально связанных дискретных отображений. *Компьютерные науки и информационные технологии. Материалы Международной научной конференции*, 2016. С. 48–51.
35. Е.В. Рыбалова, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Программный комплекс для моделирования влияния шума на устойчивость и время жизни химерных состояний в ансамблях хаотических систем с нелокальной связью. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019618219. *Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ*. Москва. 26.06.2019.
36. Е.В. Рыбалова, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Программа для исследования удаленной синхронизации в системе трех связанных колец хаотических систем. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664054. *Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ*. Москва. 30.10.2019.
37. Е.В. Рыбалова, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, Программа для исследования формирования пространственно-временных структур в ансамблях связанных хаотических систем. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664055. *Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ*. Москва. 30.10.2019.
38. Е.В. Рыбалова, Т.Е. Вадивасова, Г.И. Стрелкова, В.С. Анищенко, Программный комплекс для исследований вынужденной синхронизации многослойных неоднородных сетей связанных нелинейных систем. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664480. *Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ*. Москва. 07.11.2019.

Подписано в печать 20.12.2019. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.

Гарнитура Times. Печать офсетная. Печ. л. 2,0.

Тираж 120 экз. Заказ № 344-12.

Типография «Техно-Декор»,

Саратов, ул. Московская, 160, тел.: 77-07-48, www.sar-print.ru