

На правах рукописи

А.Маслов –

МОСКАЛЕНКО Ольга Игоревна

ХАОТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ И
ПЕРЕМЕЖАЮЩЕЕСЯ ПОВЕДЕНИЕ В
НЕАВТОНОМНЫХ И СВЯЗАННЫХ СИСТЕМАХ С
МАЛЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ,
ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СРЕДАХ И
СЕТЯХ СВЯЗАННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико–математических наук

Саратов – 2017

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” на кафедре физики открытых систем факультета нелинейных процессов.

Научный консультант:

Короновский Алексей Александрович, д.ф.-м.н., профессор, ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”, заведующий кафедрой физики открытых систем

Официальные оппоненты:

Волков Евгений Израилевич, д.ф.-м.н., ФГБУН “Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук”, г. Москва, главный научный сотрудник

Дмитриев Александр Сергеевич, д.ф.-м.н., профессор, ФГБУН “Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук”, г. Москва, ведущий научный сотрудник

Осипов Григорий Владимирович, д.ф.-м.н., профессор, ФГАОУ ВО “Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского”, г. Нижний Новгород, заведующий кафедрой теории управления и динамики систем

Ведущая организация: ФГБНУ “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук”, г. Нижний Новгород

Защита состоится “21” сентября 2017 г. в 15 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 на базе ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (410012, г. Саратов, ул.Астраханская, 83, III корпуса, ауд. 34).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <http://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-01/doktorskaya-dissertaciya-moskalenko-olgi-igorevny>

Автореферат разослан “15” июня 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



В.М. Аникин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Синхронизация хаотических колебаний связанных динамических систем представляет собой одно из наиболее интересных нелинейных явлений, активно изучаемых в последнее время¹. Уже на протяжении многих десятилетий оно привлекает к себе пристальное внимание исследователей (H.D.I. Abarbanel, S. Boccaletti, T.L. Carroll, L.O. Chua, L. Glass, J.M. Gonzalez-Miranda, P. Grassberger, L. Kosarev, J. Kurths, U. Parlitz, L.M. Pecora, K. Pyragas, E. Rosa, Z. Zheng, С.Т. Zhou, В.С. Анищенко, В.В. Астахов, А.Г. Баланов, Б.П. Безручко, Т.Е. Вадивасова, Е.И. Волков, А.С. Дмитриев, В.Б. Казанцев, А.А. Короновский, А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, М. Закс, В.В. Матросов, В.И. Некоркин, Г.В. Осипов, А.Н. Павлов, А.И. Панас, А.С. Пиковский, А.Н. Писарчик, В.И. Пономаренко, В.П. Пономаренко, Д.Э. Постнов, М.Д. Прохоров, М.Г. Розенблюм, Н.Ф. Рутьков, Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, А.В. Шабунин, В.Д. Шалфеев, Н.Б. Янсон и др.), работающих в области радиофизики, электроники сверхвысоких частот, химии, биологии, нейрофизиологии и др., что обусловлено как большим фундаментальным значением изучения этого явления, так и широким кругом практических приложений, где могут найти применение различные типы сложной динамики и хаотической синхронизации, например, в задачах построения систем связи на основе хаотической синхронизации, при анализе взаимодействия биологических, физиологических и химических систем, в задачах управления хаосом, при изучении процессов в радиоэлектронных устройствах радио- и микроволнового диапазонов и т.д.².

¹И.И. Блехман, Синхронизация в природе и технике, М.: Наука, 1981; E. Mosekilde, Y. Maistrenko, D.E. Postnov, Chaotic synchronization, applications to living systems. Series A, Vol. 42, World Scientific, Singapore, 2002; А.С. Пиковский, М.Г. Розенблюм, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.: Техносфера, 2003; V.S. Anishchenko, V.V. Astakhov, A.B. Neiman, T.E. Vadivasova, L. Schimansky-Geier, Nonlinear Dynamics of Chaotic and Stochastic Systems. Tutorial and Modern Development., 2nd Edition, Springer, 2007; A.G. Balanov, N.B. Janson, D.E. Postnov, O.V. Sosnovtseva, Synchronization: from simple to complex, Springer, 2009.

²U. Parlitz et al., Int. J. Bifurcation and Chaos 2 (4) (1992) 973–977; V.S. Anishchenko, A.N. Pavlov, Phys. Rev. E 57 (1998) 2455–2457; J.R. Terry, G.D. VanWiggeren, Chaos, Solitons & Fractals 12 (2001) 145–152; Z.L. Yuan, A.J. Shields, Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 048901; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, Успехи физических наук 179 (12) (2009) 1281–1310; S.H. Strogatz, Nonlinear dynamics and chaos, with applications to physics, biology, chemistry, and engineering, New York: Addison-Wesley, 1994; R.C. Elson, et al., Phys. Rev. Lett. 81 (25) (1998) 5692; V.S. Anishchenko, A.G. Balanov, N.B. Janson, N.B. Igosheva, G.V. Bordyugov, Int. J. Bifurcation and Chaos 10 (10) (2000) 2339–2348; М.Д. Прохоров, В.И. Пономаренко, В.И. Gridnev, М.В. Bodrov, А.В. Bespyatov, Phys. Rev. E 68 (2003) 041913; O.V. Sosnovtseva, A.N. Pavlov, E. Mosekilde, N.H. Holstein-Rathlou, D.J. Marsh, Phys. Rev. E 70 (031915); P. Parmananda, Phys. Rev. E 56 (1997) 1595–1598; M. Yoshioka, Phys. Rev. E 71 (2005) 061914; W.L. Ditto, S.N. Rauseo, M.L. Spano, Phys. Rev. Lett. 65 (26) (1990) 3211–3214; S. Boccaletti, C. Grebogi, Y. C. Lai, H. Mancini, D. Maza, Physics Reports 329 (2000) 103–197; С.М. Ticos, E. Rosa, W.B. Pardo, J.A. Walkenstein, M. Monti, Phys. Rev. Lett. 85 (14) (2000) 2929; Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, Радиотехника и электроника 48 (1) (2003) 116–124.

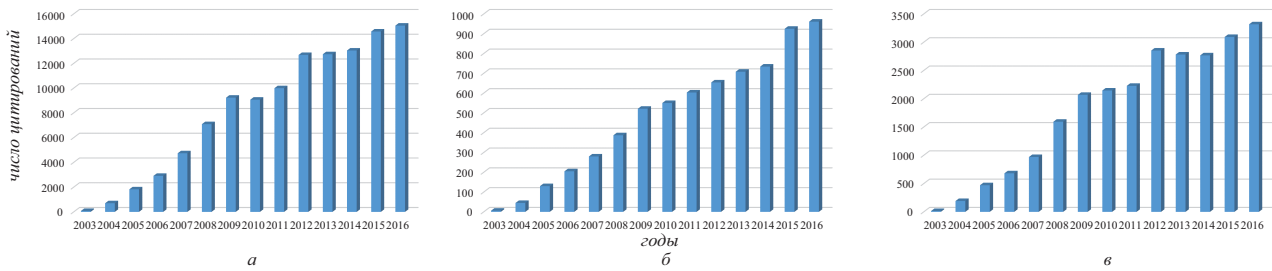


Рисунок 1 — Число цитирований публикаций в научных журналах, посвященных (а) хаотической синхронизации, (б) использованию хаотической синхронизации в нейронауке, и (в) применению хаотической синхронизации в информационно-телекоммуникационных системах, по годам (по данным Web of Science за февраль 2017 года)

Интерес к проблеме изучения хаотической синхронизации и ее возможных практических приложений иллюстрирует рисунок 1, где приведены распределения числа цитирований работ, опубликованных в указанной области с 2003 по 2016 гг., по годам (по данным Web of Science). Рисунок 1,а соответствует работам по хаотической синхронизации, рисунок 1,б — изучению хаотической синхронизации в нейронауке, и рисунок 1,в — применению хаотической синхронизации в информационно-телекоммуникационных системах. Видно, что во всех случаях с течением времени наблюдается значительный рост числа цитирований публикаций в указанной области, что свидетельствует о неугасающем интересе мировой научной общественности к явлению хаотической синхронизации и ее практическим приложениям, а также о важности и актуальности этого направления в радиофизике.

В то же самое время, несмотря на значительный интерес к явлению хаотической синхронизации и наличие достаточно большого количества активно цитируемых работ в данной области, говорить о том, что явление хаотической синхронизации в нелинейных системах полностью изучено, пока еще явно рано. Существует множество вопросов, требующих дальнейшего тщательного изучения. Решению некоторых из них и посвящена настоящая диссертационная работа.

Одним из наиболее интересных и наименее изученных типов хаотической синхронизации, результатам исследования которых посвящена настоящая диссертационная работа, является режим обобщенной синхронизации. Исследование этого режима берет свое начало с работ Н.Ф. Рутькова с соавторами, описавшего в 1995 году этот тип синхронного поведения в однонаправленно связанных радиотехнических генераторах, демонстрирующих хаотическую динамику³. Для диагностики этого режима ими же

³N.F. Rulkov, M.M. Sushchik, L.S. Tsimring, H.D.I. Abarbanel, Phys. Rev. E 51 (2) (1995) 980–994;

предложены метод ближайших соседей и метод вспомогательной системы³. Дальнейшее развитие изучение режима обобщенной синхронизации получило в работах К. Пирагаса, предложившего рассчитывать старший условный показатель Ляпунова для диагностирования этого режима, а также давшего некую классификацию этого режима (сильная и слабая и обобщенная синхронизация)⁴. Обобщенная синхронизация нашла свое отражение и в других работах, например, в работе U. Parlitz с соавторами⁵ предложена модификация метода ближайших соседей и проведено наблюдение этого режима в эксперименте. Позднее появились работы, направленные на разработку новых методов диагностики режима обобщенной синхронизации⁶, выявление механизмов возникновения этого режима⁷, его взаимосвязи с другими типами синхронного поведения⁸ и областей возможных практических применений этого режима⁹. Однако, результаты, полученные в этой области, ставили новые вопросы, касающиеся исследования обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах. Такими вопросами, которым и посвящена настоящая диссертационная работа, являются, например, влияние шума на установление режима обобщенной синхронизации, возможность возникновения этого режима в случае взаимодействия хаотических и периодических систем, практические приложения этих режимов, возможность наблюдения обобщенной синхронизации в бинарных системах и другие.

Позднее было обнаружено, что режим обобщенной синхронизации может наблюдаться не только в системах с однонаправленным типом связи, но и во взаимно связанных системах и сетях связанных нелинейных элементов. Однако, работы, известные в этом направлении (см., например,¹⁰), сводились лишь к констатации факта возможности существования этого режима, в то время как само понятие обобщенной синхронизации для

H.D.I. Abarbanel, N.F. Rulkov, M.M. Sushchik, Phys. Rev. E 53 (5) (1996) 4528–4535.

⁴K. Pyragas, Phys. Rev. E 54 (5) (1996) R4508–R4511; K. Pyragas, Phys. Rev. E 56 (5) (1997) 5183–5188.

⁵U. Parlitz, L. Junge, W. Lauterborn, L. Kocarev, Phys. Rev. E 54 (2) (1996) 2115–2117.

⁶H. Suetani, Y. Iba, K. Aihara, Journal of Physics A: Mathematical and General 39 (2006) 10723–10742; B. S. Dmitriev, A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, A. V. Starodubov, D. I. Trubetskov, Y. D. Zharkov, Physical Review Letters 102 (7) (2009) 074101; W. K. Wong, B. Zhen, J. Xu, Z. Wang, Chaos 22 (3) (2012) 033146.

⁷A. A. Короновский, А. Е. Храмов, Письма в ЖТФ 30 (23) (2004) 54–61; A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, Phys. Rev. E 71 (6) (2005) 067201; G. Zhang, Z. Liu, Z. Ma, Chaos, Solitons & Fractals 32 (2) (2007) 773–779

⁸Z. Zheng, G. Hu, Generalized synchronization versus phase synchronization, Phys. Rev. E 62 (6) (2000) 7882–7885; M. Zhan, X. Wang, X. Gong, G. W. Wei, C. H. Lai, Phys. Rev. E 68 (3) (2003) 036208; A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, Europhysics Letters 72 (6) (2005) 901–907; A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, Phys. Lett. A 354 (5–6) (2006) 423–427

⁹J. Terry, G. VanWiggeren, Chaos, Solitons & Fractals 12 (2001) 145–152; J. Lu, Chaos, Solitons & Fractals 25 (1) (2004) 221–227; A. Uchida, K. Higa, T. Shiba, S. Yoshimori, F. Kuwashima, H. Iwasawa, Phys. Rev. E 68 (1) (2003) 016215.

¹⁰Z. Zheng, X. Wang, M. C. Cross, Phys. Rev. E 65 (2002) 056211; S. Guan, X. Wang, X. Gong, K. Li, C. H. Lai, CHAOS 19 (2009) 013130

систем с взаимным типом связи не обсуждалось и даже не вводилось в рассмотрение. Авторами упомянутых выше работ полагалось, что для систем с взаимным типом связи должно быть справедливым то же самое определение обобщенной синхронизации, что и для случая однонаправленного характера связи, при этом наиболее эффективный метод диагностики этого режима, а именно, метод вспомогательной системы, был модифицирован применительно к системам с взаимным типом связи¹⁰. Следует особо подчеркнуть, что несмотря на то, что предложенная модификация метода вспомогательной системы была достаточно широко использована исследователями, правомерность такого подхода и корректность полученных результатов нигде не обсуждались. В настоящей диссертационной работе этим вопросам уделено особое внимание: разработана непротиворечивая концепция обобщенной синхронизации в системах с взаимным типом связи (в двух взаимно связанных системах и в сетях связанных нелинейных элементов) и доказана ее справедливость.

Разработанная концепция обобщенной хаотической синхронизации во взаимно связанных системах и сетях допускает предельный переход к хорошо известному случаю однонаправленной связи между системами. В диссертационной работе показано, что традиционная концепция обобщенной синхронизации нуждается в корректировке, что влечет за собой разработку новых методов диагностики этого режима, справедливых для систем с различным типом связи, и допускающих возможность их применения для анализа реальных систем. Кроме того, предложенная концепция вносит свои корректировки в теорию сильной и слабой синхронизации, при этом, к счастью, не влияя ни качественно, ни количественно на работоспособность большинства известных методов диагностики этих режимов.

Другим важным вопросом, результатам рассмотрения которого посвящена настоящая диссертационная работа, является исследование перемежающегося поведения, в том числе на границах возникновения синхронных режимов. В настоящее время известно, что перемежаемость¹¹ является одним из наиболее распространенных нелинейных явлений в природе. Она наблюдается, например, в гидродинамике (перемежающаяся структура течения при больших числах Рейнольдса), в нейрофизиологии (при чередовании судорожной активности и “нормального” функционирования мозга у человека и животных, предрасположенных к эпилепсии), в радиофизических системах. Она является одним из классических сценариев при переходе от периодических колебаний к хаотическим и, как отмечалось выше, наблю-

¹¹P. Manneville, Y. Pomeau, *Physica D* 1 (2) (1980) 167–241; P. Bergé, Y. Pomeau, C. Vidal, *L'Ordre Dans Le Chaos*, Hermann, Paris, 1988.

дается вблизи границ различных типов хаотической синхронизации¹². Не является исключением и режим обобщенной синхронизации, на границе которого в случае однонаправленной связи между системами имеет место перемежаемость типа “on-off”¹³. Однако, перемежающееся поведение на границах ряда других типов хаотической синхронизации изучено не столь подробно. Вызывают вопросы проблемы взаимосвязи режимов перемежаемости, имеющих место на границе фазовой синхронизации связанных хаотических систем и синхронного режима, имеющего место в неавтономных периодических системах, подверженных дополнительному шумовому воздействию, проявления перемежающегося поведения на границах синхронных режимов в системах с бистабильным типом аттрактора, а также на различных временных масштабах наблюдения, тип перемежаемости, имеющей место на границе синхронизации, индуцированной шумом, количественные характеристики перемежаемости и др. Особый интерес вызывает возможность одновременного существования нескольких различных типов перемежаемости в нелинейных системах, в том числе вблизи границ возникновения синхронных режимов, и выявление условий, при которых такая возможность возникает. Исследованию этих и некоторых других смежных с ними вопросов и посвящена настоящая диссертационная работа.

Таким образом, на основе приведенного рассмотрения можно сделать вывод о том, что актуальных вопросов, требующих дальнейшего изучения в области хаотической синхронизации и ее возможных приложений, оказывается достаточно много, а тема настоящей диссертационной работы является и по сей день актуальной и важной для современной радиофизики.

Цель диссертационной работы. Целью настоящей диссертационной работы является детальное изучение различных типов хаотической синхронизации (преимущественно обобщенной синхронизации) и перемежающегося поведения, имеющегося место на границах различных типов синхронного поведения, в неавтономных и связанных системах с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных средах и сетях связанных нелинейных элементов для выявления общих закономерностей возникновения синхронных режимов в таких системах, а также разработка новых методов их анализа и поиск возможных практических приложений.

В соответствии с поставленной целью определены основные задачи дис-

¹²A. S. Pikovsky, G. V. Osipov, M. G. Rosenblum, M. Zaks, J. Kurths, Phys. Rev. Lett. 79 (1) (1997) 47–50; S. Boccaletti, D. L. Valladares, Phys. Rev. E 62 (5) (2000) 7497–7500; A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, Europhysics Lett. 70 (2) (2005) 169–175; A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, M. K. Kurovskaya, S. Boccaletti, Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 114101

¹³A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, Europhysics Lett. 70 (2) (2005) 169–175

сертационного исследования:

- изучение влияния шума на границу возникновения режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах;
- исследование возможности возникновения режима обобщенной синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему, находящуюся в сложнопериодическом режиме;
- применение обобщенной синхронизации в присутствии шума для скрытой передачи информации;
- изучение режима обобщенной синхронизации в бинарных системах;
- анализ обобщенной синхронизации во взаимно связанных системах и сетях нелинейных элементов;
- разработка новых методов диагностики обобщенной синхронизации;
- исследование перемежающегося поведения на границах различных типов хаотической синхронизации;
- анализ возможности одновременного существования двух различных типов перемежаемости в модельных и реальных системах;
- разработка методов оценки степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации по временным рядам.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Режим обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах с диссипативным типом связи обладает высокой устойчивостью по отношению к шумам: если мощность шума оказывается сопоставимой с мощностью сигнала ведущей системы, независимо от типа системы и характера распределения случайной величины, шум практически не оказывает влияния на порог возникновения синхронного режима. Поведение взаимодействующих систем при дальнейшем увеличении интенсивности шума определяется свойствами самих систем: если системы характеризуются неограниченными бассейнами притяжения хаотического аттрактора, порог возникновения синхронного режима начинает меняться, достигая при очень больших значениях интенсивности шума величины, не зависящей от параметров

ведущей системы; в случае ограниченного бассейна притяжения взаимодействующих систем увеличение интенсивности шума приводит к разрушению синхронного режима.

2. Способ скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума позволяет повысить конфиденциальность передачи информации, а также избавиться от требования идентичности к генераторам, располагающимся на различных сторонах канала связи. Замена генераторов хаотических колебаний в принимающем устройстве на аналогичные генераторы периодических сигналов позволяет упростить техническую реализацию таких схем.
3. Режимы обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, могут наблюдаться как в аналоговых, так и бинарных системах, при этом методы диагностики синхронных режимов являются одинаковыми в обоих случаях. Режим бинарной обобщенной синхронизации обладает высокой устойчивостью по отношению к шумам, а режим бинарной синхронизации, индуцированной шумом, может быть рассмотрен как частное проявление этого режима.
4. Наряду с системами с однонаправленным типом связи, возможно возникновение обобщенной синхронизации в двух взаимно связанных хаотических системах и сетях связанных нелинейных элементов. При этом диагностика синхронного режима может осуществляться также при помощи расчета спектра показателей Ляпунова для исследуемых систем и метода ближайших соседей, как и в случае однонаправленно связанных систем, а обобщение метода вспомогательной системы на взаимный тип связи приводит, как правило, к некорректным результатам.
5. Традиционная концепция обобщенной синхронизации однонаправленно и взаимно связанных систем с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных сред и сетей связанных нелинейных элементов нуждается в корректировке и уточнении, так как состояния взаимодействующих систем, находящихся в этом режиме, в общем случае оказываются связанными между собой при помощи функционала, а не функционального соотношения. Введенная корректировка не влияет на корректность результатов, полученных ранее в данной области, и не приводит к существенной модификации методов диагностики этого режима. Метод расчета спектра показателей Ляпунова и метод

вспомогательной системы (для однонаправленной связи) остаются по-прежнему справедливыми, а метод ближайших соседей должен быть модифицирован (с учетом предыстории состояний взаимодействующих систем) в метод фазовых трубок.

6. На границах различных типов хаотической синхронизации, как правило, наблюдается перемежающееся поведение, при этом тип перемежаемости зависит от типа реализуемого синхронного режима: на границах режимов полной синхронизации, синхронизации с запаздыванием, обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, имеет место перемежаемость типа “on-off”, на границе фазовой синхронизации в зависимости от величины расстройки между системами наблюдается либо перемежаемость “игольного ушка”, либо перемежаемость “кольца”, описанные в научной литературе, в режиме синхронизации временных масштабов на граничных временных масштабах наблюдения имеет место перемежаемость “кольца”, впервые обнаруженная в рамках проведенных исследований.
7. Перемежаемость “игольного ушка”, имеющая место на границе фазовой синхронизации в случае относительно слабых значений расстройки управляющих параметров взаимодействующих систем, и перемежаемость типа I в присутствии шума, наблюдающаяся в закритической области значений управляющих параметров периодических систем, подверженных внешнему шумовому воздействию, являются проявлением одного и того же типа перемежающегося поведения: в обоих случаях имеет место экспоненциальный характер распределения длительностей ламинарных фаз, выражения для зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности могут быть сведены друг к другу, и для обоих типов перемежающегося поведения наблюдается одинаковое поведение верхней границы синхронного режима.
8. На границе обобщенной синхронизации в системах с бистабильным типом аттрактора наблюдается перемежающееся поведение, характеристики которого (экспоненциальный характер распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра связи) соответствуют индуцированной шумом перемежаемости в бистабильных системах, теория которой построена в рамках проведенных исследований.
9. Метод оценки величины нулевого условного показателя Ляпунова в

закритической области значений управляющего параметра по временному ряду может быть использован для определения степени синхронности поведения взаимодействующих систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации и перемежающейся фазовой синхронизации. Применение этого метода к данным электроэнцефалограмм крыс линии WAG/Rij позволяет установить, что разные области головного мозга крысы характеризуются различной степенью синхронности их динамики.

10. В модельных системах с непрерывным и дискретным временем, а также в моделях пространственно-распределенных систем возможно одновременное существование двух различных типов перемежаемости, так называемый режим “перемежаемости перемежаемостей”, причем характеристики этого типа могут быть получены на основе одной и той же теории, конкретизированной для типов перемежаемости, наблюдающихся одновременно. Аналогичный тип поведения наблюдается также вблизи границы фазовой хаотической синхронизации однонаправленно связанных хаотических систем в том случае, если на ведомую систему оказывается дополнительное шумовое воздействие или на ее выходе находится дополнительный полосовой фильтр, а также в реальных физиологических и физических системах.
11. При взаимодействии сердечно-сосудистой и дыхательной систем человека возможно наблюдать одновременное существование двух различных типов перемежаемости (перемежаемостей “игольного ушка” и “кольца”) при рассмотрении динамики на различных временных масштабах наблюдения. При развитии эпилептической активности в таламо-кортикальной сети головного мозга крыс линии WAG/Rij наблюдается перемежаемость перемежаемостей типа “on-off + on-off”, характеризующаяся степенным распределением длительностей ламинарных фаз с показателем степени “минус два”. В легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулированным параметром, находящемся под действием шума, имеет место одновременное существование до четырех характерных колебательных режимов, статистические характеристики длительностей которых в общем случае не соответствуют ни одному из известных типов “перемежаемости перемежаемостей”.

Научная новизна. Диссертационная работа содержит принципиально новые научные результаты в области исследования хаотической синхронизации и ее возможных практических приложений. Результаты, изложенные

в диссертационной работе, позволяют существенно продвинуться в понимании глубинных механизмов изучаемой проблемы, заполняя существующие пробелы в теории хаотической синхронизации для систем с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных сред и сетей связанных нелинейных элементов. В то же самое время, результаты диссертационной работы находятся в хорошем соответствии с уже существующими знаниями в этой области науки, гармонично расширяя и дополняя их. Свидетельством несомненной новизны полученных в диссертационной работе результатов является их публикация в целом ряде научных статей в рецензируемых отечественных и зарубежных научных журналах, входящих в международные системы цитирования Web of Science и Scopus, с высоким импакт-фактором. Диссертационная работа соответствует пп. 1,4 паспорта специальности “01.04.03 — Радиофизика”.

Впервые получены следующие научные результаты:

- Исследовано влияние шума на установление обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах. Показана высокая степень устойчивости этого режима по отношению к шумам.
- Обнаружена обобщенная синхронизация в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой. Показана возможность использования этого режима для скрытой передачи информации.
- Предложены способы скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума. Установлено, что они позволяют повысить конфиденциальность передачи информации и упростить возможность технической реализации таких схем и устройств.
- Обнаружены режимы обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, в бинарных системах, выявлена взаимосвязь между ними.
- Обнаружена обобщенная синхронизация в системах с взаимным типом связи: двух взаимно связанных системах и сетях связанных нелинейных элементов. Построена теория обобщенной синхронизации в данном случае и проведена ее численная верификация.
- Показано, что традиционная концепция обобщенной синхронизации нуждается в корректировке и уточнении. Предложен новый подход к анализу обобщенной синхронизации, основанный на рассмот-

рении трубок траекторий в фазовом пространстве взаимодействующих систем (метод фазовых трубок) и показана его эффективность на системах с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных средах и сетях нелинейных элементов.

- Установлено, что на границе синхронизации, индуцированной шумом имеет место перемежаемость типа “on-off”, а в режиме фазовой синхронизации на граничных временных масштабах наблюдается перемежаемость “кольца”.
- Исследована взаимосвязь режимов перемежаемости “игольного ушка” и типа I с шумом в закритической области значений управляющих параметров. Установлено, что эти режимы являются проявлениями одного и того же типа перемежаемости.
- Предложен метод оценки степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации по временным рядам, основанный на расчете нулевого условного показателя Ляпунова. Его эффективность проверена на модельных системах с малым числом степеней свободы. Применение метода к данным электроэнцефалограмм крыс линии WAG/Rij позволило выявить различную степень синхронности разных областей головного мозга крысы по отношению друг к другу.
- Обнаружен принципиально новый тип поведения взаимодействующих систем, при котором два и более типа перемежаемости наблюдаются одновременно (так называемый режим “перемежаемости перемежаемостей”). Построена теория “перемежаемости перемежаемостей” в нелинейных системах. Показано, что этот режим имеет место как в модельных системах с малым числом степеней свободы и пространственно-распределенных средах, в том числе вблизи границ возникновения синхронных режимов, так и наблюдается в реальных физиологических и физических системах.

Научная и практическая значимость работы. В диссертационной работе решена крупная научная задача в области радиофизики и разработаны теоретические положения, формулирующие общие закономерности различных типов хаотической синхронизации (преимущественно обобщенной синхронизации) и перемежающегося поведения, имеющего место на границах различных типов синхронного поведения в неавтономных и связанных системах и сетях нелинейных элементов, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Результаты, полученные в

этой области, являются, прежде всего, фундаментальными. Они оказали и будут оказывать существенное влияние на дальнейшее развитие научного направления, связанного с изучением сложной динамики систем с малым числом степеней свободы и пространственно-распределенных сред, в том числе хаотической синхронизации и перемежающегося поведения в таких системах. В частности, разработанная и уточненная в рамках выполнения диссертационной работы концепция обобщенной синхронизации в системах с однонаправленным и взаимным типами связи, а также сетях нелинейных элементов существенным образом изменила существующую теорию обобщенной синхронизации, что имеет чрезвычайно важное значение для развития науки, поскольку именно на теории основаны все возможные методы, подходы и практические приложения. Например, разработанные в рамках диссертационной работы новые методы анализа поведения сложных систем такие, как, например, метод фазовых трубок и метод выделения характерных фаз поведения систем по временным рядам, смогут в перспективе найти применение при обработке экспериментальных данных радиofизических и физиологических систем.

Ряд объектов исследования представляет собой модели реальных систем СВЧ электроники (например, низковольтные виркаторы), что делает возможным применение полученных результатов в высокотехнологичных отраслях экономики. В частности, полученные результаты по исследованию хаотической синхронизации в системах СВЧ диапазона могут быть использованы при разработке информационно-телекоммуникационных систем, а разработанные компьютерные программы могут найти применение при автоматизированном проектировании на предприятиях, специализирующихся на проектировании, разработке и выпуске электронных компонент для информационно-телекоммуникационных систем и устройств.

Кроме того, выявленные фундаментальные аспекты явления обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах (высокая устойчивость к шумам, возможность диагностирования этого режима при взаимодействии периодических и хаотических систем и др.) позволили предложить на основе этого явления ряд способов скрытой передачи информации, позволяющих наряду с высокой устойчивостью к шумам преодолеть еще два недостатка, свойственных схемам и устройствам аналогичного назначения: низкую степень конфиденциальности передачи информации и трудности технической реализации. На предложенные способы скрытой передачи данных получено 3 патента Российской Федерации на изобретения.

Результаты исследования перемежающегося поведения в модель-

ных системах с малым числом степеней свободы, пространственно-распределенных средах и реальных системах радиофизической и физиологической природы также вносят существенный вклад в развитие современной радиофизики (в части теории нелинейных колебаний) и биофизики как с фундаментальной, так и практической точек зрения. В частности, полученные результаты по исследованию характеристик “перемежаемости перемежаемостей” в физиологических системах смогут найти практическое применение в клинической практике для диагностики различных заболеваний, в частности, эпилепсии. Необходимо также подчеркнуть, что предложенный метод оценки степени синхронности поведения взаимодействующих систем по временным рядам является более быстрым и эффективным по сравнению с известными аналогами. Он позволяет определить степень синхронности поведения взаимодействующих систем по достаточно коротким временным рядам, что позволит в перспективе более эффективно осуществлять обработку экспериментальных данных и диагностировать наличие и степень синхронного режима по нейрофизиологическим данным, что, в свою очередь, может быть полезно при обнаружении/использовании данного эффекта в практических приложениях, в частности, при осуществлении медицинской диагностики. Разработанные методы анализа физиологических систем защищены 4 патентами Российской Федерации на изобретения. На разработанные в рамках диссертационной работы методы обработки данных получено 15 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, внедрены в учебный процесс подготовки бакалавров и магистров, обучающихся на факультете нелинейных процессов федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (СГУ), по направлениям подготовки “Прикладная математика и физика”, “Радиофизика”, “Информационные системы и технологии”, а также при подготовке кадров высшей квалификации (аспирантов) по направлению “Физика и астрономия” (направленности “Радиофизика”, “Биофизика”, “Физическая электроника”). Результаты, полученные в рамках выполнения настоящей диссертационной работы, частично вошли в материалы двух монографий.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строгих математических процедур, общеизвестных и общепринятых уравнений, описывающих динамику нелинейных систем, методов и подходов, строго обоснованных в научной литературе и хорошо зарекомен-

довавших себя при проведении научных исследований, обоснованным выбором параметров численных методов. Достоверность полученных результатов подтверждается их верификацией при сопоставлении результатов, полученных при помощи различных методов и подходов, друг с другом, включая аналитически, численно и экспериментально полученные данные, совпадением результатов при использовании различных методов диагностики колебательных режимов, воспроизводимостью результатов, а также отсутствием противоречий с известными в научной литературе достоверными общепризнанными результатами.

Личный вклад. Результаты, вошедшие в настоящую диссертационную работу, получены соискателем лично, либо под его научным руководством. Из работ, опубликованных в соавторстве, в диссертационную работу включены результаты и положения, выносимые на защиту, принадлежащие самому автору лично, либо полученные при его непосредственном участии. Выбор направления исследования, формулировка и постановка задач, проведение теоретических и численных исследований и расчетов, обработка и интерпретация полученных результатов осуществлены лично соискателем. Ряд работ, опубликованных в соавторстве с профессорами А.А. Короновским и А.Е. Храмовым, выполнены в равных долях, работы в соавторстве с к.ф.-м.н. С.А. Шурыгиной, к.ф.-м.н. А.С. Павловым, А.А. Косицыным, А.Д. Колосковой и часть работ в соавторстве с к.ф.-м.н. М.О. Журавлевым выполнены под научным руководством автора. Постановка эксперимента и получение экспериментальных временных реализаций при изучении влияния шума на обобщенную синхронизацию и определении характеристик перемежающегося поведения на граничных временных масштабах наблюдения осуществлены к.ф.-м.н. А.А. Овчинниковым. Записи сигналов дыхания и электрокардиограммы человека были получены в Саратовском отделении ФГБУН “Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН” в научной группе под руководством д.ф.-м.н. В.И. Пономаренко и д.ф.-м.н. М.Д. Прохорова, а данные сигналов электроэнцефалограмм крыс линии WAG/Rij — в Радбаут университете Наймегена (Нидерланды) в лаборатории профессора Ж. ван Люжетаалара. Временные реализации легированного эрбием оптоволоконного лазера, находящегося под внешним шумовым воздействием, были получены в центре оптических исследований (Centro de Investigaciones en Optica), Гуанахуато (Мексика) в научной группе под руководством профессора А.Н. Писарчика. Обработка предоставленных экспериментальных сигналов осуществлялась автором лично.

Апробация работы. Настоящая диссертационная работа выполнена

на кафедре физики открытых систем факультета нелинейных процессов ФГБОУ ВО “Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” (СГУ).

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении научно-исследовательских работ, проводимых в Отделении физики нелинейных систем НИИ Естественных наук СГУ и других организациях Российской Федерации, среди которых гранты Российского научного фонда (проекты №№ 14-12-00224, 14-12-00222, 14-12-00324), Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 07-02-00044-а, 08-02-00102-а, 09-02-92421-КЭ_а, 09-02-00255-а, 10-02-90002-Бел_а, 11-02-00047-а, 12-02-33071-мол_а_вед, 12-02-90022-Бел_а, 12-02-00345-а, 12-02-00221-а, 13-02-90406-Укр_ф_а, 14-02-00329-а, 15-32-20299-мол_а_вед, 15-52-45003-ИНД_а, 15-02-00624-а), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых кандидатов (проекты №№ МК-672.2012.2, МК-807.2014.2, МК-4574.2016.2) и докторов (проект № МД-345.2013.2) наук, а также для государственной поддержки ведущих научных школ (проекты №№ НШ-355.2008.2, НШ-3407.2010.2, НШ-1430.2012.2, НШ-828.2014.2), Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 гг.” (государственные контракты №№ 02.740.11.5068 от 20 июля 2009 г., П451 от 31 июля 2009 г., П1136 от 27 августа 2009 г., П1194 от 27 августа 2009 г., П1466 от 3 сентября 2009 г., П2492 от 20 ноября 2009 г., П586 от 18 мая 2010 г., соглашения №№ 14.В37.21.0059 от 16 июля 2012 г., 14.В37.21.0569 от 10 августа 2012 г., 14.В37.21.0751 от 27 августа 2012 г., 14.В37.21.0576 от 10 августа 2012 г., 14.В37.21.1289 от 21 сентября 2012 г., 14.В37.21.1207 от 18 сентября 2012 г.), Программ Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой (проекты №№ 01201153911, 5.8146.2013, 1045) и конкурсной (проект № 23) частей Государственного задания, а также аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы” (проект № 2.1.1/235).

Результаты, представленные в диссертационной работе, неоднократно докладывались на Всероссийских и Международных научных конференциях и семинарах и отражены в тезисах докладов: 18-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”, 8-12 сентября 2008 г., Севастополь, Украина (устный доклад), 12-ой Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн (Волны-2009)”, 25-30 мая 2009 г., Москва, Российская Федерация (при-

глашенный доклад), 17th International Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, June 21-24, 2009, Rapperswil, Switzerland (устный доклад), 2nd International Symposium “Topical problems of biophotonics”, July 19-24, 2009, Nizhny Novgorod, Russian Federation (стендовый доклад), 19-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”, 14-18 сентября 2009 г., Севастополь, Украина (устный доклад), International Workshop “Delayed Complex Systems”, October, 5-9, 2009, Max Planck Institute for Physics of Complex Systems, Dresden, Germany (устный доклад), 15-ой научной школе “Нелинейные волны - 2010”, 6–12 марта 2010 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (устный доклад), 18th IEEE Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, Dresden University of Technology, May, 26-28, 2010, Dresden, Germany (устные доклады), 3rd Chaotic Modeling and Simulation International Conference, June, 1-4, 2010, Chania, Crete Greece (устные доклады), 20-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”, 13-17 сентября 2010 г., Севастополь, Украина (устные доклады), 9-ой Международной школе “Хаотические автоколебания и образования структур (ХАОС-2010)”, 4-9 октября 2010 г., Саратов, Российская Федерация (устные и стендовые доклады), 13-ой Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн (Волны-2011)”, 23-28 мая 2011 г., Москва, Российская Федерация (устный доклад), 15-ой Международной зимней школе-семинаре по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, 6–11 февраля 2012 г., Саратов, Российская Федерация (устный доклад), 13-ой Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах (Волны-2012)”, 21-26 мая 2012 г., Москва, Российская Федерация (устные доклады), 22-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”, 10-14 сентября 2012 г., Севастополь, Украина (устные доклады), 3-м Всероссийском научно-практическом форуме “Экология: синтез естественно-научного, технического и гуманитарного знания”, 10–12 октября 2012 г., Саратов, Российская Федерация (устные доклады), 14-ой Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн (Волны-2013)”, 20-25 мая 2013 г., Москва, Российская Федерация (стендовые доклады), 23th International Conference on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, July 10-12, 2013, Bari, Italy (устные доклады), 10-ой Международной школе “Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС-2013)”, 7-12 октября 2013 г., Саратов, Российская Федерация (устные и стендовые доклады), Международной научно-технической конференции, приуроченной к 50-летию МРТИ–БГУИР, 18-19 марта 2014

г., Минск, Беларусь (пленарный и устный доклады), 14-ой Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах (Волны-2014)”, 26-31 мая 2014 г., Москва, Российская Федерация (устные и стендовые доклады), 8th European Nonlinear Dynamics Conference ENOC 2014, July 6-11, 2014, Vienna, Austria (устные доклады), 9-ой Всероссийской научной конференции “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, 2-4 сентября 2014 г., Саратов, Российская Федерация (устный доклад), 24-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии”, 7–13 сентября 2014 г., Севастополь, Российская Федерация (устный доклад), 15-ой Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн” имени А.П. Сухорукова (Волны-2015), 1-6 июня 2015 г., Москва, Российская Федерация (стендовые доклады), UPM-BBVA Workshop “Recent Advances in Bioinformatics and Neuroscience”, June, 9-11, 2015, Madrid, Spain (устный доклад), 17th International Conference on Nonlinear Dynamics and Control, August, 6-7, 2015, Amsterdam, The Netherlands (устный доклад), X Всероссийской конференции “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, 8-10 сентября 2015, Саратов, Российская Федерация (устный доклад), International Symposium Optics and Biophotonics-III “Saratov Fall Meeting 2015”, September 21-25, 2015, Saratov, Russian Federation (устный доклад), International Russian-Indian Workshop, November 2-5, 2015, Saratov, Russian Federation (приглашенная лекция и устные доклады), International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA-2015), December 1-4, 2015, Hong Kong, China (устный доклад), 17-ой научной школе Нелинейные волны - 2016”, 27 февраля - 4 марта 2016 г., Нижний Новгород, Российская Федерация (стендовый доклад), 15-ой Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах” имени профессора А.П. Сухорукова, 5-10 июня 2016 г., Москва, Российская Федерация (стендовые доклады), International Symposium Optics and Biophotonics-IV “Saratov Fall Meeting 2016”, September 27-30, 2016, Saratov, Russian Federation (устные доклады), International Workshop “Multistability and Tipping: From Mathematics and Physics to Climate and Brain”, October, 4-8, 2016, Max Planck Institute for Physics of Complex Systems, Dresden, Germany (устный доклад), 11-ой Международной школе “Хаотические автоколебания и образование структур” (ХАОС-2016)”, 3-8 октября 2016 г., Саратов, Российская Федерация (стендовые доклады), всего 60 тезисов докладов или статей в материалах конференций. Результаты, изложенные в диссертационной работе, неоднократно обсуждались на научных семинарах кафедры электроники, колебаний и волн и факультета

нелинейных процессов СГУ.

Публикации. Результаты диссертационной работы опубликованы в центральных рецензируемых научных журналах, входящих в системы цитирования Web of Science, Scopus, РИНЦ, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук, среди которых Physical Review Letters, Applied Physics Letters, Physical Review B, Physical Review E, Physics of Plasmas, CHAOS: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, Nonlinear Dynamics, Physics Letters A, Chaos, Solitons & Fractals, European Physical Journal B, European Physical Journal Special Topics, Успехи физических наук, Письма в журнал экспериментальной и теоретической физики, Журнал экспериментальной и теоретической физики, Письма в журнал технической физики, Журнал технической физики, Радиотехника и электроника, Известия РАН. Серия физическая, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика, Нелинейная динамика, Proceedigs of SPIE, Научно-технический вестник Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики, Вестник Нижегородского государственного университета имени Н.И. Лобачевского, Вестник Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина (всего 76 статей). Автором получено 7 патентов Российской Федерации на изобретения и 15 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ. Результаты первой и четвертой глав диссертационной работы частично вошли в материалы двух монографий.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из Введения, пяти глав и Заключения. Диссертационную работу условно можно разделить на три части. Первая часть (главы 1–3) посвящена исследованию особенностей режима обобщенной синхронизации в однонаправленно, взаимно связанных системах и сетях связанных нелинейных элементов. Во второй части (в главе 4) рассмотрены явления на границах различных типов хаотической синхронизации, включая режим обобщенной синхронизации, — различные типы перемежающейся синхронизации, — и выявлены некоторые неизвестные ранее закономерности возникновения этих режимов. В третьей части (в главе 5) рассмотрено новое явление — “перемежаемость перемежаемостей” и исследованы механизмы его возникновения, в том числе на границах синхронных режимов. Логика построения каждой главы подчиняется одному и тому же принципу: сначала описывается современное состояние исследуемой проблемы и результаты, известные в данной области, формулируются цели и задачи исследования, решению которых посвящаются остальные разделы главы диссертационной работы,

содержащие оригинальные результаты автора.

Диссертационная работа содержит 435 страниц текста, включая 122 иллюстрации и 4 таблицы. Список литературы содержит 445 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Введение содержит основные положения и результаты, выносимые на защиту, сведения о достоверности и апробации результатов.

В **первой главе** диссертационной работы описаны результаты исследования обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах. В начале главы дается определение режима обобщенной синхронизации, описываются методы его диагностики и механизмы возникновения в системах с диссипативным и недиссипативным типами связи, обсуждается взаимосвязь этого явления с режимом индуцированной шумом синхронизации. Дальнейшее изложение материала главы посвящено описанию результатов исследования влияния шума на возникновение синхронного режима. Путем теоретического, численного и экспериментального исследования модельных систем с малым числом степеней свободы и пространственно-распределенных сред, находящихся в режиме пространственно-временного хаоса, показано, что режим обобщенной синхронизации в диссипативно связанных динамических системах обладает высокой устойчивостью по отношению к шумам: даже если мощность шума оказывается сопоставимой с мощностью хаотического сигнала ведущей системы, шум практически не оказывает влияния на порог возникновения синхронного режима. В качестве иллюстрации на рисунке 2 приведены зависимости порогов возникновения обобщенной синхронизации от интенсивности шума в двух однонаправленно связанных системах Ресслера и логистических отображениях, находящихся под внешним шумовым воздействием. Причины устойчивости режима обобщенной синхронизации по отношению к шумам объяснены при помощи метода модифицированной системы¹⁴, согласно которому ведомая система может быть рассмотрена как модифицированная система с дополнительно введенной диссипацией, находящаяся под внешним детерминированным (со стороны ведущей системы) и шумовым воздействием. Установлено, что, как и в отсутствие

¹⁴ А.Е. Храмов, А.А. Короновский, Phys. Rev. E 71 (6) (2005) 067201; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, ЖТФ 76 (2) (2006) 1–9

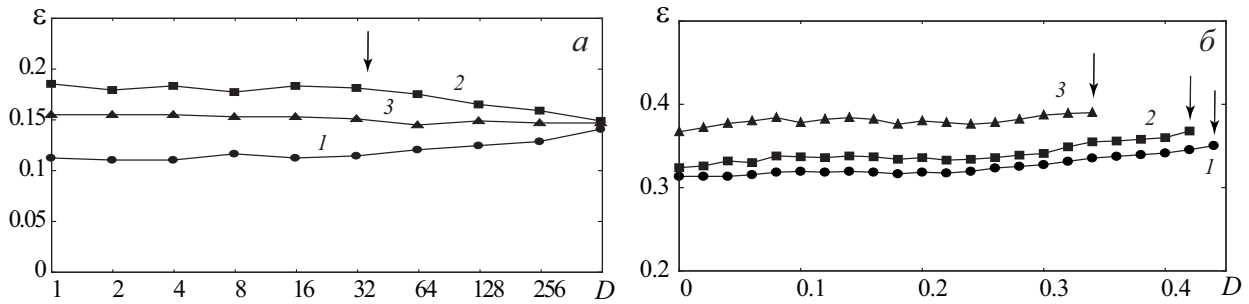


Рисунок 2 — Границы режима обобщенной синхронизации на плоскости “интенсивность шума D — параметр связи ε ” в двух одинаково связанных осцилляторах Ресслера $\dot{x}_1 = -\omega_x x_2 - x_3 + \varepsilon D \xi$, $\dot{x}_2 = \omega_x x_1 + a x_2$, $\dot{x}_3 = p + x_3(x_1 - c)$, $\dot{u}_1 = -\omega_u u_2 - u_3 + \varepsilon(x_1 + D \zeta - u_1)$, $\dot{u}_2 = \omega_u u_1 + a u_2$, $\dot{u}_3 = p + u_3(u_1 - c)$, $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10$, $\omega_u = 0.95$, (а) и логистических отображениях $x_{n+1} = f(x_n, \lambda_x)$, $y_{n+1} = f(y_n, \lambda_y) + \varepsilon(f(x_n, \lambda_x) + D f(\xi, \lambda_x) - f(y_n, \lambda_y))$, $f(x, \lambda) = \lambda x(1 - x)$, $\lambda_x = 3.75$ (б) для различных значений управляющих параметров: (а) $\omega_x = 0.99$ (кривая 1), $\omega_x = 0.95$ (кривая 2), $\omega_x = 0.91$ (кривая 3), (б) $\lambda_y = 3.75$ (кривая 1), $\lambda_y = 3.79$ (кривая 2), $\lambda_y = 3.9$ (кривая 3). Критические значения интенсивности шума D_c , до которых наблюдается устойчивость режима обобщенной синхронизации к шумам, показаны стрелками

шума, возникновение обобщенной синхронизации в данном случае определяется, прежде всего, свойствами самой модифицированной системы, а добавление внешнего шума не приводит к существенному изменению характеристик модифицированной системы, а следовательно, не влияет на порог возникновения режима обобщенной синхронизации. При дальнейшем увеличении интенсивности шума поведение порогового значения возникновения синхронного режима определяется свойствами самих систем. Если системы характеризуются неограниченными бассейнами притяжения хаотических аттракторов, порог возникновения синхронного режима начинает меняться (либо монотонно снижаться, либо монотонно расти), достигая при очень больших значениях интенсивности шума величины, не зависящей от параметров ведущей системы, что соответствует переходу режима обобщенной синхронизации в режим синхронизации, индуцированной шумом (рисунок 2,а). В случае ограниченного бассейна притяжения взаимодействующих систем при достаточно больших значениях интенсивности шума синхронный режим разрушается (рисунок 2,б).

Еще одним вопросом, рассмотренным в первой главе, является изучение возможности возникновения обобщенной синхронизации в одинаково связанных системах в том случае, когда ведущая система находится в хаотическом режиме, а ведомая демонстрирует сложнопериодическую динамику. Показано, что и в системах с малым числом степеней свободы, и пространственно-распределенных средах существует возможность воз-

никновения такого режима. Выявлены механизмы возникновения режима обобщенной синхронизации в данном случае. Показано, что они являются теми же, что и в случае взаимодействия двух однонаправленно связанных хаотических систем, за одним лишь исключением, что “собственная хаотическая динамика” в ведомой системе в данном случае будет уже отсутствовать, а следовательно, синхронный режим будет возникать при меньших значениях параметра связи. Показано, что этот режим оказывается также устойчивым по отношению к шумам.

В этой же главе рассмотрена возможность возникновения режимов обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, в бинарных системах. Сконструированы модельные системы с непрерывным и дискретным временем, способные демонстрировать режимы бинарной обобщенной синхронизации или бинарной синхронизации, индуцированной шумом. Рассмотрены методы диагностики и механизмы возникновения этих режимов. Установлено, что они являются теми же, что и в случае традиционных режимов обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом.

Отдельно рассмотрен вопрос о практических приложениях режима обобщенной синхронизации в присутствии шума. Предложен ряд способов скрытой передачи информации на основе режимов обобщенной синхронизации хаотических осцилляторов в присутствии шума, обобщенной синхронизации в случае взаимодействия хаотической системы с генератором, демонстрирующим периодическую динамику, того же режима обобщенной синхронизации, но в присутствии дополнительных шумов. Принципиальная схема для реализации способа скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума приведена на рисунке 3. Суть способа заключается в следующем. Информационный сигнал $m(t)$ (позиция 1 на рисунке 3) кодируется в виде бинарного кода. Этот сигнал используется для модуляции одного или нескольких управляющих параметров генератора хаоса $x(t)$ (2), располагающегося на передающей стороне канала связи. Модуляция параметров должна осуществляться таким образом, чтобы характеристики полученного хаотического сигнала менялись незначительно, причем изменения не были бы заметны ни во временном, ни в спектральном представлении сигнала. Для обеспечения дополнительной маскировки информационного сигнала используется генератор шума 3. Сигнал, сгенерированный передающей хаотической системой, примешивается в сумматоре 4 к шумовому сигналу, производимому генератором шума, и далее передается по каналу связи 5 принимающей стороне. На принимающей стороне канала свя-

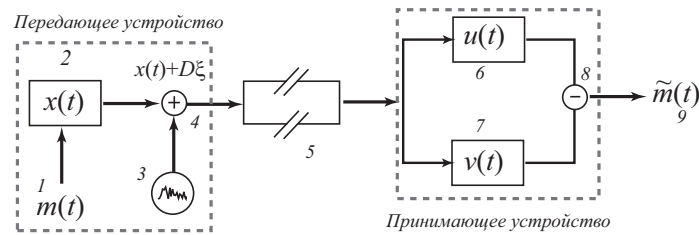


Рисунок 3 — Схема для скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума. Позициями на рисунке отмечены: 1 — бинарный информационный сигнал $m(t)$, 2 — передающий генератор, 3 — генератор шума, 4 — сумматор, 5 — канал связи, 6 и 7 — первый и второй принимающие генераторы, соответственно, 8 — восстановленный сигнал $\tilde{m}(t)$

зи находятся два идентичных между собой генератора хаоса $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$, не идентичные передающему генератору $\mathbf{x}(t)$, но способны находиться с ним в режиме обобщенной синхронизации. Принцип работы принимающего устройства основан на диагностике режима обобщенной синхронизации при помощи метода вспомогательной системы. Поступающий на генераторы $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ сигнал обеспечивает возникновение режима обобщенной синхронизации между ними в случае передачи бита 0 (сигналы $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ будут одинаковыми) и отсутствие синхронного режима при передаче бита 1 (сигналы $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ будут различными). Полученные сигналы $\mathbf{u}(t)$ и $\mathbf{v}(t)$ проходят через вычитающее устройство 8, и на выходе получается восстановленный сигнал $\tilde{m}(t)$ (9), представленный последовательностью участков с синхронным (отсутствие колебаний) и несинхронным (хаотические колебания ненулевой амплитуды) поведением, по которому исходный информационный сигнал может быть легко детектирован.

Эффективность предложенного способа скрытой передачи информации проверена путем численного моделирования. Показано, что такой способ позволяет преодолеть проблему конфиденциальности передачи информации: шумовой сигнал большой амплитуды скрывает следы модуляции управляющих параметров информационным сигналом, не оставляя возможности восстановления информационного сигнала третьей стороной по сигналу, передаваемому по каналу связи. Кроме того, как и его предшественник¹⁵, этот способ обладает высокой устойчивостью к шумам и позволяет избавиться от требования идентичности генераторов на различных сторонах канала связи. Проведено сопоставление предложенного способа скрытой передачи информации со способами и устройствами аналогичного назначения. Путем расчета предельных значений отношения энергии на бит

¹⁵ А.А. Короновский, О.И. Москаленко, П.В. Попов, А.Е. Храмов, Известия РАН. Серия физическая 72 (1) (2008) 143–147.

к спектральной плотности мощности шума, при которых схемы и устройства становятся неработоспособными, и зависимости вероятности ошибки на бит от отношения энергии на бит к спектральной плотности мощности шума для различных схем скрытой коммуникации установлены принципиальные преимущества предложенного способа по сравнению с известными аналогами. Установлено, что характеристики шумового сигнала (характер распределения, амплитуда, среднее, дисперсия) практически не оказывают влияния на работоспособность способа скрытой передачи информации, что позволяет изменять характеристики случайного сигнала в процессе передачи информационного сообщения. Предложен способ скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации с изменяющимися характеристиками генератора шума. Показано, что конфиденциальность способа скрытой передачи данных может быть увеличена за счет модуляции характеристик шумового сигнала заведомо ложным информационным сообщением.

Кроме того, в диссертационной работе установлено, что возможна и дальнейшая модификация предложенных способов скрытой передачи информации, направленная на ликвидацию проблемы нестабильности работы схем при неидентичности управляющих параметров генераторов принимающего устройства путем замены генераторов хаоса в принимающем устройстве на аналогичные генераторы сложнопериодических колебаний. Такой способ также характеризуется высокой устойчивостью по отношению к шумам, причем устойчивость способа в данном случае оказывается выше, чем в способе скрытой передачи данных на основе обобщенной синхронизации хаотических систем. Выявленная особенность позволила предложить способ скрытой передачи информации, позволяющий преодолеть сразу два вышеупомянутых недостатка. Установлено, что способ скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на периодические генераторы позволяет избавиться от проблемы нестабильности работы способа при неидентичности управляющих параметров принимающего устройства, а также повысить конфиденциальность и качество передачи информации.

Вторая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования обобщенной синхронизации в системах с взаимным типом связи: двух взаимно связанных хаотических системах и сетях связанных нелинейных элементов. Как отмечалось выше, понятие обобщенной синхронизации было изначально введено в рассмотрение только для однонаправленно связанных динамических систем, а попытки “расширения” этого понятия на случай взаимной связи сводились лишь к диагно-

стике этого режима при помощи метода вспомогательной системы, адаптированного (как показано в настоящей диссертационной работе, некорректно адаптированного) на случай взаимной связи¹⁰. В настоящей главе диссертационной работы показано, что предложенная модификация метода вспомогательной системы оказывается некорректной и приводит к противоречивым результатам, что говорит о невозможности применения метода вспомогательной системы к системам с взаимным типом связи.

В рамках диссертационной работы разработана непротиворечивая концепция режима обобщенной синхронизации для случая двух взаимно связанных систем, согласно которой под режимом обобщенной синхронизации понимается такой режим, при котором имеет место установление уникального функционального соотношения между состояниями взаимодействующих систем, записанного в виде

$$\mathbf{F}[\mathbf{x}, \mathbf{u}] = 0. \quad (1)$$

Показано, что данная концепция допускает предельный переход к случаю обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах, рассмотренному в первой главе, и устраняет концептуальные противоречия, отмеченные выше. Установлено, что для взаимодействующих хаотических осцилляторов¹⁶ (каждый из которых в автономном режиме характеризуется одним положительным показателем Ляпунова) установление обобщенной синхронизации в случае взаимного типа связи связано с переходом второго (положительного) показателя Ляпунова, рассчитанного для общего совместного фазового пространства взаимодействующих систем, в область отрицательных значений. Полученные результаты подтверждены при помощи метода ближайших соседей. При этом, как отмечалось выше, обнаружено, что обобщение метода вспомогательной системы на случай систем с взаимным типом связи, предложенное в¹⁰ и использованное в последующих работах, приводит к некорректным результатам, диагностируя установление обобщенной синхронизации уже после порогов наступления полной синхронизации и синхронизации с запаздыванием, что противоречит самому определению режима обобщенной синхронизации (см., например, рисунок 4). Полученные результаты проиллюстрированы на примерах связанных потоковых систем (осцилляторы Ресслера, Лоренца, Кияшко-Пиковского-Рабиновича) и дискретных отображений (логистические отображения, отображения Эно).

¹⁶Здесь и далее речь идет именно о случае хаотических колебаний (характеризующихся одним положительным показателем Ляпунова), а не гиперхаотических (где положительных показателей Ляпунова может быть несколько).

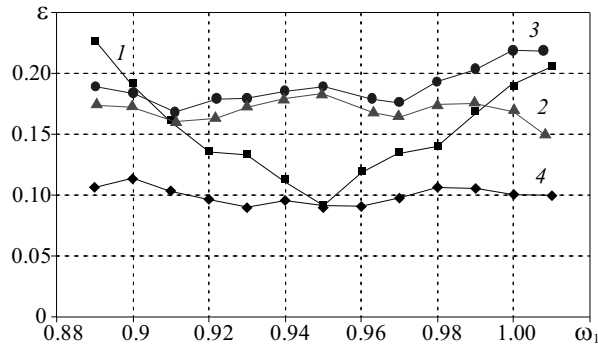


Рисунок 4 — Границы режимов синхронизации с запаздыванием (кривая 1), частичной (кривая 2) и полной (кривая 3) обобщенной синхронизации (в терминологии работ¹⁰), а также обобщенной синхронизации, диагностируемой по моменту перехода одного из положительных показателей Ляпунова в область отрицательных значений (кривая 4), в системе двух взаимно связанных осцилляторов Ресслера $\dot{x}_{1,2} = -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \varepsilon(x_{2,1} - x_{1,2})$, $\dot{y}_{1,2} = \omega_{1,2}x_{1,2} + ay_{1,2}$, $\dot{z}_{1,2} = p + z_{1,2}(x_{1,2} - c)$, $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10$, $\omega_2 = 0.95$

Предложенная концепция обобщена на пространственно-распределенные системы. В частности, на примере гидродинамических моделей диодов Пирса, связанных взаимно, обнаружено, что схожие закономерности установления синхронного режима имеют место и в данном случае. При этом, те же самые методы диагностики обобщенной синхронизации (метод расчета спектра показателей Ляпунова и метод ближайших соседей) могут быть применены к анализу синхронного режима в пространственно-распределенных системах. Однако, в виду специфики пространственно-распределенных систем, эти методы нуждаются в обобщении и адаптации. Предложена модификация метода ближайших соседей для исследуемых моделей пространственно-распределенных систем. Показано, что в данном случае он может быть применен к конечномерной системе, полученной из исходной пространственно-распределенной среды путем восстановления аттракторов взаимодействующих систем в отдельной точке пространства взаимодействия методом Такенса¹⁷. Такой подход позволяет установить, что критерии наличия обобщенной синхронизации в данном случае являются теми же, что и в случае рассмотрения взаимно связанных конечномерных систем с сосредоточенными параметрами.

Разработан метод расчета спектра показателей Ляпунова для пространственно-распределенных систем, описываемых уравнениями в частных производных. Метод представляет собой модификацию процедуры ортогонализации Грама-Шмидта, традиционно используемой для вычисления спектра ляпуновских показателей в системах с сосредоточенными

¹⁷F. Takens, Lectures Notes in Mathematics, N. Y.: Springer-Verlag, 1981, p. 366.

ми параметрами. Основные отличия от известного ранее случая заключаются в том, что пространственно-распределенные системы характеризуются бесконечномерным фазовым пространством, а следовательно, количество показателей Ляпунова, однозначно характеризующих поведение пространственно-распределенной системы, должно быть также бесконечным. В таком случае вместо конечномерного вектора малой размерности поведение системы будет характеризоваться состоянием (зависящим как от времени, так и пространственной координаты), которое для каждой системы определяется по-своему, а процедура перенормировки и ортогонализации векторов возмущений, имеющая место для систем с конечномерным фазовым пространством, должна быть модифицирована для перенормировки и ортогонализации состояний. При этом, сама методология расчета показателей Ляпунова останется практически неизменной. Метод апробирован на автономных моделях пространственно-распределенных систем (диод Пирса, лампа обратной волны с поперечным полем, полупроводниковая сверхрешетка), а также двух однонаправлено связанных гидродинамических моделях диодов Пирса, находящихся в режиме обобщенной синхронизации. Проведено исследование режима обобщенной хаотической синхронизации во взаимно связанных диодах Пирса, находящихся в режиме пространственно-временного хаоса. Показано, что при различных значениях управляющих параметров взаимодействующих систем переход второго (положительного) пространственного показателя Ляпунова, рассчитанного для общего фазового пространства взаимодействующих пространственно-распределенных хаотических осцилляторов, в область отрицательных значений соответствует порогу возникновения режима обобщенной синхронизации. Полученные результаты находятся в хорошем соответствии с результатами метода ближайших соседей, также адаптированного на случай пространственно-распределенных систем.

Разработанная концепция обобщенной синхронизации в системах с малым числом степеней свободы с взаимным типом связи расширена на сети связанных нелинейных элементов, в узлах которых находятся хаотические динамические системы. Установлено, что под обобщенной синхронизацией в данном случае понимается также установление уникального функционального соотношения между всеми элементами сети, которое в данном случае переписывается в виде

$$\mathbf{F}[\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_i(t), \dots, \mathbf{x}_N(t)] = 0 \quad (2)$$

(где N — число элементов сети, $\mathbf{x}_i(t)$ — вектор состояния i -того элемента сети), а диагностирование синхронного режима, также как и в случае двух

связанных хаотических систем, возможно по моменту перехода второго по старшинству показателя Ляпунова, рассчитанного для общего фазового пространства взаимодействующих осцилляторов, в область отрицательных значений. Для подтверждения полученных результатов произведена адаптация метода ближайших соседей для сложных сетей. Показано, что метод расчета спектра показателей Ляпунова и метод ближайших соседей для сетей приводят к корректным результатам, а, следовательно, по аналогии со случаем двух связанных систем, эти методы могут быть с успехом использованы для диагностики обобщенной синхронизации в системах, состоящих из большого числа взаимодействующих друг с другом элементов. Выявлены механизмы возникновения обобщенной синхронизации в сетях связанных нелинейных элементов, для чего была предложена модификация метода модифицированной системы, обобщенная на случай сложных сетей.

В третьей главе диссертационной работы показана необходимость пересмотра и уточнения существующей концепции обобщенной синхронизации однонаправленно, взаимно связанных систем и сетей связанных нелинейных элементов. Путем рассмотрения различных классов динамических систем (потокосые динамические системы, дискретные отображения, пространственно-распределенные среды) установлено, что состояния взаимодействующих систем в общем случае оказываются связанными между собой при помощи функционала, а не функционального соотношения, как это считалось ранее научным сообществом. Это означает, что в режиме обобщенной синхронизации состояние одной из взаимодействующих систем в определенный момент времени определяется не только состоянием другой системы в текущий момент времени, но и предысторией этого состояния на протяжении интервала времени, длительность которого определяется абсолютной величиной самого старшего показателя Ляпунова из перешедших в область отрицательных значений. Показано, что по мере перехода от режима обобщенной синхронизации к полной синхронизации, абсолютная величина этого показателя Ляпунова увеличивается, а длина предыстории, необходимой для однозначного определения состояния другой системы, соответственно, уменьшается, и в режиме, близком к полной синхронизации, оказывается близкой к нулю. В этом случае функционал вырождается в функциональное соотношение, и все полученные ранее результаты по-прежнему оказываются справедливыми. В то же самое время, введенная корректировка определения обобщенной синхронизации, к счастью, не влияет на критерии диагностики синхронного режима: метод расчета спектра показателей Ляпунова останется по-прежнему справедливым.

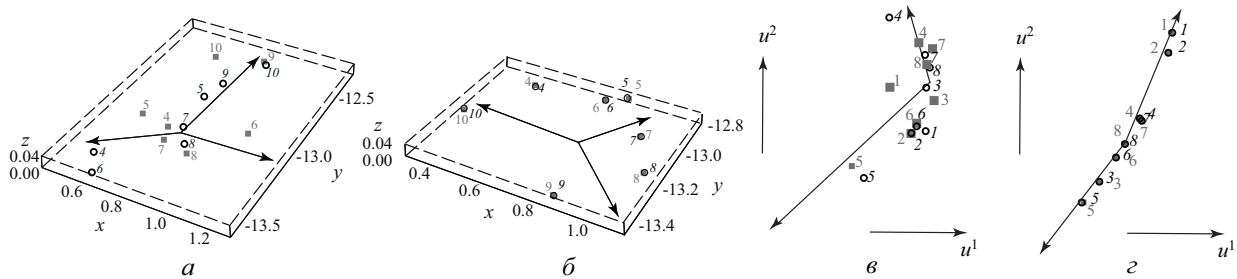


Рисунок 5 — Векторы \mathbf{u}_i (■) и \mathbf{z}_i (○) ведомой системы Ресслера из $\dot{x}_1 = -\omega_x x_2 - x_3$, $\dot{x}_2 = \omega_x x_1 + ax_2$, $\dot{x}_3 = p + x_3(x_1 - c)$, $\dot{u}_1 = -\omega_u u_2 - u_3 + \varepsilon(x_1 - u_1)$, $\dot{u}_2 = \omega_u u_1 + au_2$, $\dot{u}_3 = p + u_3(u_1 - c)$, $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10$, $\omega_x = 0.99$, $\omega_u = 0.95$, $\varepsilon = 0.3$ для различной длины фазовой трубки: (а) $\tau = 0$, (б) $\tau = 100$. Аналогичные векторы второго отображения Эно из $x_{n+1}^1 = f(x_n^1, x_n^2, a_x) + \sigma(f(y_n^1, y_n^2, a_y) - f(x_n^1, x_n^2, a_x))$, $x_{n+1}^2 = bx_n^1$, $u_{n+1}^1 = f(u_n^1, u_n^2, a_u) + \sigma(f(x_n^1, x_n^2, a_x) - f(u_n^1, u_n^2, a_u))$, $u_{n+1}^2 = bu_n^1$, $f(x_1, x_2, a) = ax_1(1 - x_1) + x_2$, $a_x = 3.16779$, $a_u = 2.9$, $b = 0.3$, $\sigma = 0.2$ для различной длины предыстории: $K = 0$ (в), $K = 40$ (г). Номера i векторов показаны прямым шрифтом и курсивом, соответственно

Однако, указанная корректировка ведет к модификации метода ближайших соседей: “подходящими” оказываются не все состояния, являющиеся близкими к опорному в заданный момент времени, а только те состояния, которые будут оставаться близкими на всей длине предыстории. Вместо метода ближайших соседей в диссертационной работе предложен метод фазовых трубок, позволяющий корректно учесть предысторию, и проведена его апробация на системах с непрерывным и дискретным временем. Рисунок 5 иллюстрирует результаты применения этого метода к двум однонаправленно связанным системам Ресслера (а, б) и взаимно связанным отображениям Эно (в, г) при значениях параметра связи, соответствующих реализации режима обобщенной синхронизации в системе. Здесь приведены векторы \mathbf{u}_i состояния второй (ведомой) системы и соответствующие им векторы \mathbf{z}_i , определяемые состоянием первой (ведущей) системы, без учета (а, в) и при корректном учете предыстории (б, г). Видно, что в первом случае векторы достаточно сильно отличаются друг от друга, в то время как во втором случае они в точности совпадают друг с другом.

В диссертационной работе также установлено, что для систем с дискретным временем введенная модификация приводит к пересмотру существующей концепции сильной и слабой обобщенной синхронизации: в режиме слабой синхронизации состояние ведомой системы зависит как от самого состояния ведущей системы, так и от его предыстории определенной длительности, в то время как при сильной синхронизации необходимая длина предыстории становится равной нулю, а состояния взаимодействующих систем оказываются связанными друг с другом при помощи функционального соотношения. Метод обобщен на случай пространственно-распределенных

систем и сетей связанных нелинейных элементов. Для сетей связанных нелинейных элементов при помощи метода фазовых трубок выявлены механизмы, ответственные за последовательный переход показателей Ляпунова в область отрицательных значений. Показано, что подобный переход связан с установлением перемежающейся обобщенной синхронизации в сети, причем степень синхронности установившегося режима определяется числом положительных показателей Ляпунова: чем меньше положительных показателей Ляпунова в спектре, тем выше степень синхронности режима перемежающейся обобщенной синхронизации.

Четвертая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования перемежающегося поведения, имеющего место на границах различных типов хаотической синхронизации, в том числе на границе обобщенной синхронизации. В этой главе описаны как известные, так и новые, обнаруженные в рамках настоящей диссертационной работы типы перемежающегося синхронного поведения и дана их классификация. Так, до недавнего времени было известно, что на границах полной синхронизации, синхронизации с запаздыванием и обобщенной синхронизации (для однонаправленно связанных хаотических систем) имеет место перемежаемость типа “on-off”. Аналогичный тип перемежаемости обнаружен в настоящей диссертационной работе на границе синхронизации, индуцированной шумом. Тип перемежаемости, реализующийся во взаимодействующих однонаправленно или взаимно связанных хаотических системах на границе фазовой синхронизации, зависит от величины расстройки между этими системами: в случае относительно слабой расстройки наблюдается перемежаемость “игольного ушка”¹⁸, при большой — имеет место перемежаемость “кольца”¹⁹. Установлено, что перемежаемость “игольного ушка” и перемежаемость типа I в присутствии шума, наблюдающаяся в неавтономных периодических системах, подверженных дополнительному шумовому воздействию, на границе синхронного режима в закритической области значений управляющих параметров, являются проявлением одного и того же типа перемежающегося поведения: распределения длительностей ламинарных фаз для обоих типов перемежаемости подчиняются экспоненциальному закону, теоретические закономерности для зависимостей средних длительностей ламинарных фаз от параметра надкритичности сводятся друг к другу, а верхние границы синхронных режимов демонстрируют одинаковое поведение.

Изучено проявление перемежающегося поведения на различных времен-

¹⁸A. S. Pikovsky, G. V. Osipov, M. G. Rosenblum, M. Zaks, J. Kurths, Phys. Rev. Lett. 79 (1) (1997) 47–50

¹⁹A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, M. K. Kurovskaya, S. Boccaletti, Phys. Rev. Lett. 97 (2006) 114101



Рисунок 6 — Схематичное представление режимов, наблюдаемых в режиме фазовой синхронизации при различных значениях временного масштаба наблюдения s : 1 — синхронная динамика, 2 — перемежающееся поведение, 3 — асинхронное поведение. Сила связи между взаимодействующими системами полагается постоянной

ных масштабах наблюдения, вводимых в рассмотрение при помощи непрерывного вейвлетного преобразования²⁰. Путем численного моделирования и экспериментальных исследований установлена возможность наблюдения перемежаемости “кольца” в режиме фазовой синхронизации в определенном диапазоне временных масштабов наблюдения (рисунок 6). Наличие перемежаемости “кольца” в данном случае доказано как путем выявления механизмов возникновения перемежаемости при помощи метода вращающейся плоскости²¹, так и путем расчета статистических характеристик длительностей ламинарных фаз (распределений длительностей ламинарных фаз при фиксированных значениях управляющих параметров, зависимостей средних длительностей ламинарных фаз от параметров надкритичности).

Отдельно рассмотрен вопрос о перемежаемости в мультистабильных системах, подверженных дополнительному шумовому воздействию. Установлена возможность возникновения так называемой индуцированной шумом перемежаемости в данном случае, в результате чего мультистабильная система переходит в метастабильную, демонстрируя постоянные переключения между сосуществующими режимами²². Предложена теория индуцированной шумом перемежаемости в бистабильных системах, получены теоретические закономерности для распределений длительностей наблюдения сосуществующих режимов и зависимостей их средних длительностей от управляющих параметров. Показано, что в обоих случаях имеет место экспоненциальный характер зависимостей. Полученные результаты подтверждены при помощи численного моделирования поведения

²⁰ А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения, М.: Физматлит, 2003; А.Е. Храмов, А.А. Короновский, Chaos 14 (3) (2004) 603–610.

²¹ А.Е. Храмов, А.А. Короновский, М.К. Куровская, Phys. Rev. E 75 (3) (2007) 036205.

²² А.Н. Писарчик, Р. Жаймес-Реатеги, Р. Севилья-Эскобоза, Г. Хурта-Куэллер, Physical Review E 86 (5) (2012) 056219; Р. Севилья-Эскобоза, Ж.М. Булду, А.Н. Писарчик, С. Воккалетти, Р. Гутierrez, Phys. Rev. E 91 (2015) 032902.

модельной бистабильной системы²³. Обнаружено, что аналогичные закономерности наблюдаются на границе обобщенной синхронизации во взаимно связанных динамических системах с бистабильным типом аттрактора.

Предложен метод оценки степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации по временному ряду, основанный на оценке величины нулевого условного показателя Ляпунова. В основу метода положена аппроксимация распределения разности фаз взаимодействующих систем аналитической закономерностью

$$\rho(x) = A \exp \left[-\frac{2}{D} \left(\varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3} \right) \right], \quad x \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{\Omega}}, \quad (3)$$

характерной для одномерного канонического отображения

$$x_{n+1} = x_n + \Omega x_n^2 - \varepsilon + \xi_n, \quad (4)$$

где ξ_n — шумовое слагаемое, δ -коррелированный гауссов шум [$\langle \xi_n \rangle = 0$, $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n - m)$], D — дисперсия шума, Ω , ε — управляющие параметры, A — коэффициент нормировки²⁴, а оценка самого показателя Ляпунова производилась по формуле

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \int_{x_1^*}^{x_2^*} \rho(x) \ln |1 + 2\Omega x| dx, \quad (5)$$

где $x_1 > x_1^* = -2\sqrt{\varepsilon/\Omega}$ и $x_2 < x_2^* = \sqrt{\varepsilon/\Omega}$.

Апробация метода проведена на модельных потоковых системах и дискретных отображениях, находящихся в режимах фазовой или перемежающейся фазовой синхронизации, допускающих расчет спектра показателей Ляпунова при помощи классических методов и алгоритмов. Произведена оценка точности разработанного метода для различных моделей динамических систем. Метод применен для определения степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации, устанавливающейся между различными областями головного мозга крыс линии WAG/Rij, имеющих генетическую предрасположенность к эпилепсии. Выявлено, что различные области головного мозга характеризуются различной степенью синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации.

²³ А.Н. Сильченко, Т. Капитаник, В.С. Анищенко, Письма в ЖТФ. 24 (18) (1998) 14-21; Gammaitoni L., Hänggi Peter, Jung P., Marchesoni F. Reviews of Modern Physics. 70 (1) (1998) 223-287

²⁴ А. Е. Храмов, А. А. Короновский, М. К. Куровская, А. А. Овчинников, S. Boccaletti, Phys. Rev. E 76 (2) (2007) 026206.

В пятой главе диссертационной работы описан принципиально новый тип поведения нелинейных динамических систем, при котором в системе одновременно существуют (сосуществуют) два различных типа перемежающегося поведения (далее условно будем называть их перемежаемостью первого и второго типов, соответственно). Такой режим назван “перемежаемостью перемежаемостей”. Построена общая теория данного типа поведения. Для построения теории использован вероятностный подход. При этом полагалось, что турбулентные всплески, обусловленные первым и вторым типами перемежаемости, не зависят друг от друга. Получена общая формула, описывающая распределение длительностей ламинарных фаз, — плотность вероятности наблюдения ламинарной фазы заданной длительности, зависящая от распределений длительностей ламинарных фаз каждого из сосуществующих типов перемежаемости $p_{1,2}(\xi)$, рассматриваемых отдельно, и средних длительностей ламинарных фаз $T_{1,2}$ для этих типов перемежаемости:

$$p(\tau) = \frac{1}{T_1 + T_2} \left[\int_{\tau}^{\infty} \frac{ds}{s} \int_{\tau}^{\infty} [p_1(l)p_2(s)T_2 + p_1(s)p_2(l)T_1] dl + \right. \\ \left. + \int_{\tau}^{\infty} \left(1 - \frac{\tau}{s}\right) [p_1(\tau)p_2(s)T_2 + p_1(s)p_2(\tau)T_1] ds \right]. \quad (6)$$

Осуществлен поиск систем с непрерывным и дискретным временем, способных при фиксированных значениях управляющих параметров одновременно демонстрировать два различных типа перемежающегося поведения. Поиск модельной системы с дискретным временем осуществлялся путем конструирования такой системы из эталонных моделей дискретных отображений — двух связанных между собой отображений окружности, одно из которых в отсутствие связи демонстрирует режим перемежаемости типа I, другое — перемежаемость “игольного ушка”. Добавление связи между ними приводит к тому, что в определенном диапазоне значений управляющих параметров в исследуемой системе эти два типа перемежаемости будут существовать одновременно. На основании разработанной общей теории сосуществования двух различных типов перемежаемости получены теоретические закономерности для распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности при перемежаемости перемежаемостей типа I и “игольного ушка”. Статистические характеристики длительностей ламинарных фаз получены также численно для исследуемой системы. Показано хорошее соответствие аналитически и численно полученных результатов.

В качестве модельных систем с непрерывным временем выбраны две однонаправленно связанные хаотические системы Ресслера и неавтономный автогенератор Ван дер Поля в присутствии шума, находящиеся вблизи границы (фазовой) синхронизации. Управляющие параметры взаимодействующих систем выбраны таким образом, чтобы в исследуемых системах реализовывалось перемежающееся поведение, перемежаемость “игольного ушка” в системах Ресслера и перемежаемость типа I в присутствии шума в автогенераторе Ван дер Поля, которые, как было установлено в главе 4, представляют собой один и тот же тип перемежаемости. В диссертационной работе установлено, что при рассмотрении поведения таких систем на граничных временных масштабах наблюдения при определенных значениях параметра связи и на определенных временных масштабах возможно одновременное существование режимов перемежаемости “игольного ушка” (типа I с шумом) и “кольца”. Численно получены статистические характеристики длительностей ламинарных фаз (распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметров надкритичности (параметра связи и временного масштаба)) в данном случае, полученные результаты сопоставлены с аналитическими закономерностями, конкретизированными на основе общей теории для перемежаемости перемежаемостей “игольное ушко – кольцо”.

В роли моделей пространственно-распределенных сред, способных демонстрировать “перемежаемость перемежаемостей”, выбрана система двух однонаправленно связанных диодов Пирса, рассмотрение которой проводилось также при помощи непрерывного вейвлетного преобразования вблизи границы фазовой синхронизации на различных временных масштабах наблюдения. Показано, что, как и в случае систем с малым числом степеней свободы, в определенных диапазонах значений параметра связи и временного масштаба возможно одновременное наблюдение перемежаемости “игольного ушка”, имеющей место на границе фазовой синхронизации на основном временном масштабе, и перемежаемости “кольца”, наблюдающейся в режиме фазовой синхронизации на граничных временных масштабах. Для подтверждения полученных результатов произведен расчет статистических характеристик длительностей ламинарных фаз для всех типов перемежаемости, упомянутых выше. Полученные результаты сопоставлены с известными теоретическими закономерностями. Установлено, что теория сосуществования режимов перемежаемости “игольного ушка” и “кольца”, построенная для систем с малым числом степеней свободы, для пространственно-распределенных систем нуждается в уточнении, что связано с необходимостью корректировки (выполнение экспоненциально-

го закона в широком, но ограниченном диапазоне) аналитической закономерности для распределения длительностей ламинарных фаз в режиме перемежаемости “игольного ушка”, что было несущественно для систем с малым числом степеней свободы. На основе общей теории сосуществования двух различных типов перемежаемости в нелинейных системах получены аналитические закономерности для распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности в режиме перемежаемости перемежаемостей “игольного ушка” и “кольца” в пространственно-распределенных системах. Аналитические закономерности сопоставлены с результатами численного моделирования, получено хорошее соответствие между ними.

Изучен вопрос о возможности возникновения “перемежаемости перемежаемостей” на границе фазовой хаотической синхронизации в присутствии шума. В качестве объектов исследования выбраны как системы с малым числом степеней свободы (две однонаправлено связанные хаотические системы Ресслера), так и пространственно-распределенные активные среды (гидродинамические модели диодов Пирса в случае однонаправленной связи), находящиеся под действием шума. Показано, что в обоих рассмотренных случаях шум малой интенсивности практически не оказывает влияния на характеристики перемежаемости: в случае слабой расстройки между системами на границе синхронного режима имеет место перемежаемость “игольного ушка”. Увеличение интенсивности шума приводит к сдвигу порогового значения возникновения синхронного режима в сторону больших значений параметра связи, что обусловлено потерей фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы. В результате на границе фазовой синхронизации в закритической области управляющих параметров возникает перемежаемость “кольца”, а в докритической области имеет место сосуществование перемежаемостей “игольного ушка” и “кольца” одновременно. Эта ситуация схематично проиллюстрирована на рисунке 7, где приведена карта характерных режимов на плоскости параметров “интенсивность шума — параметр связи”.

Еще одним классом сложных систем, рассмотренных в рамках пятой главы диссертационной работы, являются модели неавтономных систем с сосредоточенными параметрами, находящиеся вблизи границы фазовой синхронизации, на выходе которых находится дополнительный полосовой фильтр, влияющий на характеристики снимаемого с генератора сигнала. В качестве модели такой системы рассмотрены однонаправленно связанные генераторы Кияшко-Пиковского-Рабиновича, моделирование которых проводилось с использованием профессиональной среды моделирования

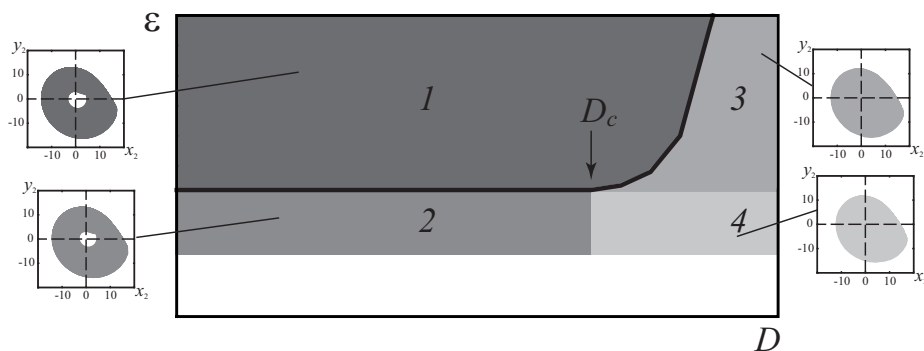


Рисунок 7 — Схематичное расположение границы фазовой синхронизации на плоскости параметров “интенсивность шума D — параметр связи ε ”. Области существования различных режимов обозначены арабскими цифрами: 1 — режим фазовой синхронизации; 2 — перемежаемость “игольного ушка”; 3 — перемежаемость “кольца”; 4 — перемежаемость перемежаемостей “игольного ушка” и “кольца”. Область асинхронной динамики показана белым. Критическое значение интенсивности шума D_c показано стрелкой. На врезках приведены аттракторы ведомой системы в соответствующих режимах колебаний

электронных схем NI Multisim 9.0. В ходе проведенных исследований установлено, что полосовой фильтр, находящийся на выходе системы, оказывает то же влияние на анализируемый сигнал, что и непрерывное вейвлетное преобразование. Иными словами, если сигнал от анализируемой системы, находящейся вблизи границы фазовой синхронизации, а, следовательно, демонстрирующей перемежающееся поведение, подвергается предварительной фильтрации, то в этом случае существует возможность наблюдать явление “перемежаемости перемежаемостей” без рассмотрения динамики системы на различных временных масштабах. Показано, что, если взаимодействующие системы находятся в режиме фазовой синхронизации, при фильтрации сигнала в случае значительной отстройки вырезаемой фильтром частоты относительно собственной частоты системы, на выходе системы возникает перемежаемость “кольца”, что аналогично типу перемежаемости, реализующемуся в режиме фазовой синхронизации на граничных временных масштабах наблюдения (см. главу 4). Если же исследуемая система находится вблизи границы фазовой синхронизации, и, при этом, происходит фильтрация сигнала со значительной отстройкой частоты, вырезаемой фильтром, относительно собственной частоты системы, то в данном случае возможно одновременно наблюдать два различных типа перемежающегося поведения, перемежаемость “кольца” и перемежаемость “игольного ушка”, что также аналогично типу поведения, реализующемуся на границе фазовой синхронизации на различных временных масштабах. В отсутствие фильтрации при тех же значениях управляющих параметров в системе наблюдается перемежаемость “игольного ушка”.

В рамках диссертационной работы рассмотрены также реальные системы физиологической и физической природы. Показано, что при рассмотрении взаимодействия сердечно-сосудистой и дыхательной систем человека на граничных временных масштабах наблюдения по аналогии с модельными системами с малым числом степеней свободы и моделями пространственно-распределенных систем возможно пронаблюдать совместное существование режимов перемежаемостей “игольного ушка” и “кольца”. Кроме того установлено, что при развитии эпилептической активности в таламо-кортикальной сети головного мозга крыс линии WAG/Rij, имеющих генетическую предрасположенность к эпилепсии, наблюдается перемежаемость перемежаемостей типа “on-off + on-off”. Общая теория сосуществования двух различных типов перемежаемости конкретизирована на данный случай. Показано, что распределение длительностей ламинарных фаз при таком типе поведения подчиняется степенному закону с показателем степени “минус два”. Получены численные распределения длительностей ламинарных фаз (интервалов времени между пик-волновыми разрядами или сонными веретенами) для электроэнцефалограмм пяти лабораторных животных. Во всех случаях получено хорошее соответствие численно полученных данных результатам теоретических предсказаний.

В качестве примера физической системы, в которой возможно наблюдать перемежающееся поведение между несколькими динамическими режимами, рассмотрен легированный эрбием оптоволоконный лазер с модулированным параметром, находящийся под действием шума. Для определения длительностей характерных режимов поведения разработан метод выделения характерных фаз, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании. Обнаружено одновременное существование до четырех характерных колебательных режимов в такой системе. Показано, что в случае одновременного существования двух режимов статистические характеристики длительностей характерных фаз поведения удовлетворяют закономерностям, характерным для индуцированной шумом перемежаемости.

В Заключение подведены итоги диссертационной работы, сформулированы **основные результаты и выводы**:

1. Показано теоретически, численно и экспериментально, что режим обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах с диссипативным типом связи оказывается устойчивым по отношению к шумам: если мощность шума сопоставима с мощностью сигнала ведущей системы, независимо от типа системы и характера распределения случайной величины шум практически не оказывает влияния на порог возникновения синхронного режима. При

дальнейшем увеличении интенсивности шума поведение взаимодействующих систем целиком и полностью определяется их свойствами.

2. Предложен способ скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в присутствии шума. Установлено, что он позволяет повысить конфиденциальность передачи информации, а также является устойчивым по отношению к шумам и легко реализуемым на практике. Показано, что возможно дальнейшее повышение конфиденциальности предложенного способа путем изменения характеристик шумового сигнала заведомо ложным информационным сообщением.
3. Обнаружен режим обобщенной синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на периодическую систему. Предложен способ скрытой передачи информации на основе этого явления. Установлено, что он позволяет ликвидировать проблему неустойчивости его работы при неидентичности управляющих параметров взаимодействующих систем, а добавление дополнительного генератора шума на передающую сторону канала связи — еще и повысить конфиденциальность и качество передачи информации.
4. Установлено, что режимы обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, могут наблюдаться также в бинарных системах связи. Режим бинарной обобщенной синхронизации обладает относительно высокой устойчивостью по отношению к шумам, а режим бинарной синхронизации, индуцированной шумом, может быть рассмотрен как частное проявление этого режима, когда вместо детерминированного бинарного сигнала с ведущей системы ведомая система подвергается внешнему шумовому воздействию.
5. Показана возможность возникновения обобщенной синхронизации в двух взаимно связанных системах и сетях связанных нелинейных элементов. Разработана концепция обобщенной синхронизации в таких системах, выявлены механизмы возникновения синхронного режима в данном случае. Установлено, что традиционная концепция обобщенной синхронизации однонаправленно связанных хаотических систем является частным случаем разработанной концепции.
6. Разработан метод расчета спектра пространственных показателей Ляпунова для пространственно-распределенных систем, описываемых уравнениями в частных производных. Эффективность метода проверена на автономных системах, находящихся в режиме пространственно-

распределенного хаоса. Предложенный метод применен для диагностики обобщенной синхронизации в двух взаимно связанных диодах Пирса. Показано, что результаты его применения находятся в хорошем соответствии с результатами метода ближайших соседей, адаптированного также на случай пространственно-распределенных систем.

7. Осуществлены пересмотр и уточнение традиционной концепции режима обобщенной синхронизации в однонаправленно, взаимно связанных системах и сетях. Показано, что состояния взаимодействующих систем, находящихся в этом режиме, оказываются связанными между собой при помощи функционала, а не функционального соотношения. Установлено, что введенная корректировка не затрагивает большинство результатов, полученных ранее в области исследования обобщенной синхронизации, и не влияет на критерии диагностики синхронного режима.
8. Расширено представление о типах перемежаемости, имеющих место вблизи границ синхронных режимов. В частности, установлено, что на границе синхронизации, индуцированной шумом, наблюдается перемежаемость типа “on-off”, а в режиме синхронизации временных масштабов на граничных временных масштабах имеет место перемежаемость “кольца”. Перемежаемость “игольного ушка”, наблюдающаяся на границе фазовой синхронизации в случае относительно слабых значений параметров расстройки взаимодействующих систем, и режим перемежаемости типа I в присутствии шума, имеющий место в критической области значений управляющих параметров периодических систем, подверженных внешнему шумовому воздействию, являются проявлением одного и того же типа перемежающегося поведения.
9. Обнаружена перемежающаяся обобщенная синхронизация во взаимно связанных хаотических системах с бистабильным типом аттрактора. Показано, что распределения длительностей ламинарных фаз и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности в данном случае подчиняются экспоненциальным законам. Установлено, что те же закономерности имеют место в режиме перемежаемости, индуцированной шумом. Построена теория данного типа перемежаемости, полученные результаты подтверждены путем численного моделирования.
10. Предложен метод определения степени синхронности режимов фазовой синхронизации и перемежающейся фазовой синхронизации, осно-

ванный на оценке величины условного нулевого показателя Ляпунова по временному ряду, и проведена его апробация на модельных системах с непрерывным и дискретным временем. Метод применен для оценки степени синхронности режима, устанавливающегося между различными областями головного мозга крысы линии WAG/Rij. Установлено, что различные области головного мозга характеризуются различной степенью синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации.

11. Обнаружен новый тип поведения нелинейных систем, при котором наблюдается одновременное существование двух различных типов перемежаемости (“перемежаемость перемежаемостей”). Построена общая теория данного типа поведения, получены аналитические выражения для статистических характеристики длительностей ламинарных фаз. Построены модели сосредоточенных и пространственно-распределенных систем, способных при фиксированных значениях управляющих параметров одновременно демонстрировать два различных типа перемежаемости. “Перемежаемость перемежаемостей” обнаружена также в однонаправленно связанных хаотических системах, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации, в том случае, если на одну из них оказывается дополнительное шумовое воздействие или на выходе этой системы находится дополнительный полосовой фильтр, а также в реальных физиологических и физических системах (при взаимодействии сердечно-сосудистой и дыхательной систем человека, при развитии эпилептической активности в таламо-кортикальной сети головного мозга крыс линии WAG/Rij, в легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулированным параметром, находящемся под действием шума).

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- [1] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, В. И. Пономаренко, М. Д. Прохоров, А. Е. Храмов, Синхронизация хаоса: фундаментальные подходы и практические приложения, Саратов: Издательство Саратовского университета, 2015.
- [2] Ю. П. Блюх, С. В. Гришин, Б. С. Дмитриев, Е. Н. Егоров, Ю. Д. Жарков, Ю. А. Калинин, А. А. Короновский, А. А. Кураев, М. А. Малюгина, А. Б. Маненков, И. А. Молотков, О. И. Москаленко, Г. С. Нусинович, П. В. Попов, И. С. Ремпен, А. В. Стародубов, Д. И. Трубецков, Р. А. Филатов, А. Е. Филатова, А. Е. Храмов, Ю. П. Шараевский, Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. Т. 2. Нестационарные и хаотические процессы, М.: Физматлит, 2009.
- [3] M. D. Prokhorov, V. I. Ponomarenko, D. D. Kulminskiy, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, A. E. Ngramov, Resistant to noise chaotic communication scheme exploiting the regime of generalized synchronization, *Nonlinear Dynamics* 87 (3) (2017) 2039–2050.

- [4] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. А. Пивоваров, А. Е. Храмов, Метод выделения характерных фаз поведения в сложных сетях, находящихся в режиме перемежающейся обобщенной синхронизации, Письма в ЖТФ 43 (7) (2017) 10–16.
- [5] А. Д. Колоскова, О. И. Москаленко, Определение степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации по данным электроэнцефалограмм человека, Письма в ЖТФ 43 (10) (2017) 102–110.
- [6] O. I. Moskalenko, A. D. Koloskova, M. O. Zhuravlev, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Intermittent phase synchronization in human epileptic brain, Proc. SPIE 10063 (2017) 1006316–1006316.
- [7] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, M. O. Zhuravlev, R. Jaimes-Reategui, A. N. Pisarchik, Separation of coexisting dynamical regimes in multistate intermittency based on wavelet spectrum energies in an erbium-doped fiber laser, Phys. Rev. E 93 (2016) 052218.
- [8] A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, V. V. Grubov, O. I. Moskalenko, E. Sitnikova, A. N. Pavlov, Coexistence of intermittencies in the neuronal network of the epileptic brain, Phys. Rev. E 93 (2016) 032220.
- [9] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. О. Журавлев, Оценка степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации по временному ряду (модельные системы и нейрофизиологические данные), Письма в ЖЭТФ 103 (8) (2016) 606–610.
- [10] M. Danziger, O. I. Moskalenko, S. A. Kurkin, X. Zhang, S. Havlin, S. Boccaletti, Explosive synchronization coexists with classical synchronization in the Kuramoto model, Chaos 26 (6) (2016) 065307.
- [11] O. I. Moskalenko, M. O. Zhuravlev, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Manifestations of intermittency in unidirectionally coupled Pierce diodes on different time scales, Nonlinear Dynamics 83 (1) (2016) 433–439.
- [12] A. O. Selskii, A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, A. G. Balanov, Bifurcation phenomena in a semiconductor superlattice subject to a tilted magnetic field, Phys. Lett. A 380 (1-2) (2016) 98–105.
- [13] A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, V. I. Ponomarenko, M. D. Prokhorov, A. E. Hramov, Binary generalized synchronization, Chaos, Solitons & Fractals 83 (2016) 133–139.
- [14] V. V. Makarov, A. A. Koronovskii, V. A. Maksimenko, A. E. Hramov, O. I. Moskalenko, J. M. Buldu, S. Boccaletti, Emergence of a multilayer structure in adaptive networks of phase oscillators, Chaos, Solitons & Fractals 84 (2016) 23–30.
- [15] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Индуцированная шумом бинарная синхронизация в нелинейных системах, Письма в ЖТФ 42 (14) (2016) 45–51.
- [16] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. А. Пивоваров, А. Е. Храмов, Установление обобщенной синхронизации в сети осцилляторов Ресслера, Известия РАН. Серия физическая 80 (2) (2016) 208–211.
- [17] O. I. Moskalenko, A. Pivovarov, A. N. Pavlov, A. A. Koronovskii, M. Khramova, A. E. Hramov, Generalized synchronization in the complex network: theory and applications to epileptic brain, Proc. SPIE 9917 (2016) 991723–991723.
- [18] O. I. Moskalenko, A. A. Koronovskii, A. N. Pavlov, A. E. Hramov, M. O. Zhuravlev, Estimation of degree of synchronization in epileptic brain, Proc. SPIE 9707 (2016) 970710.
- [19] V. V. Makarov, A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, K. N. Alekseev, V. A. Maksimenko, M. T. Greenaway, T. M. Fromhold, O. I. Moskalenko, A. G. Balanov, Sub-terahertz amplification in a semiconductor superlattice with moving charge domains, Applied physics letters 106 (2015) 043503–1–043503–4.
- [20] O. I. Moskalenko, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Lyapunov exponent corresponding to enslaved phase dynamics: Estimation from time series, Phys. Rev. E 92 (2015) 012913.
- [21] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, M. K. Kurovskaya, O. I. Moskalenko, Analytical expression for zero Lyapunov exponent of chaotic noised oscillators, Chaos, Solitons & Fractals 78 (2015) 118–123.
- [22] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, М. О. Журавлев, А. Е. Храмов, Модельная система с дискретным временем, демонстрирующая “перемежаемость перемежаемостей”, Письма в ЖТФ 41 (1) (2015) 36–42.

- [23] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. О. Сельский, А. Е. Храмов, О границе обобщенной синхронизации в сложных динамических системах, Письма в ЖТФ 41 (14) (2015) 39–46.
- [24] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. А. Пивоваров, А. Е. Храмов, Установление обобщенной синхронизации в сети логистических отображений, Письма в ЖТФ 41 (16) (2015) 1–7.
- [25] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. О. Журавлев, Перемежаемость перемежаемостей на границе фазовой синхронизации в присутствии шума, Журнал технической физики 85 (6) (2015) 148–151.
- [26] М. О. Журавлев, А. О. Сельский, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Фильтрация как способ изменения свойств перемежающегося поведения в системе двух однонаправленно связанных генераторов, Известия РАН. Серия физическая 79 (12) (2015) 1715–1718.
- [27] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Н. Писарчик, Д. Р. Ридер, А. Е. Храмов, Выделение характерных колебательных режимов в динамике легированного эрбием оптоволоконного лазера, Известия РАН. Серия физическая 79 (12) (2015) 1711–1714.
- [28] В. И. Пономаренко, М. Д. Прохоров, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Метод диагностики обобщенной синхронизации и его приложение к системам передачи информации, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика 23 (6) (2015) 4–15.
- [29] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, S. A. Kurkin, V. V. Makarov, M. B. Gaifullin, K. N. Alekseev, N. Alexeeva, M. T. Greenaway, T. M. Fromhold, A. Patane, F. Kusmartsev, V. A. Maximenko, O. I. Moskalenko, A. G. Balanov, Subterahertz chaos generation by coupling a superlattice to a linear resonator, Phys.Rev.Lett. 112 (2014) 116603.
- [30] O. I. Moskalenko, A. Koronovskii, A. Hramov, M. Zhuravlev, Y. Levin, Cooperation of deterministic and stochastic mechanisms resulting in the intermittent behavior, Chaos, Solitons & Fractals 68 (2014) 58–64.
- [31] О. И. Москаленко, А. С. Павлов, Способ оценки нулевого условного показателя Ляпунова по временному ряду, Письма в ЖТФ 40 (12) (2014) 66–72.
- [32] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. С. Павлов, Н. С. Фролов, А. Е. Храмов, Обобщенная синхронизация в случае воздействия хаотического сигнала на периодическую систему, Журнал технической физики 84 (5) (2014) 1–8.
- [33] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, С. А. Шурыгина, Об особенностях обобщенной синхронизации в однонаправленно и взаимно связанных отображениях и потоках: метод фазовых трубок, Радиотехника и электроника 59 (12) (2014) 1230–1241.
- [34] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Метод фазовых трубок для анализа обобщенной синхронизации в пространственно-распределенных системах, Вестник ТГУ 19 (3) (2014) 888–891.
- [35] A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, V. A. Maximenko, O. I. Moskalenko, K. N. Alekseev, M. T. Greenaway, T. M. Fromhold, A. G. Balanov, Lyapunov stability of charge transport in miniband semiconductor superlattices, Phys. Rev. B 88 (2013) 165304.
- [36] O. I. Moskalenko, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Inapplicability of an auxiliary-system approach to chaotic oscillators with mutual-type coupling and complex networks, Phys. Rev. E 87 (2013) 064901.
- [37] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, M. O. Zhuravlev, V. I. Ponomarenko, M. D. Prokhorov, Intermittency of intermittencies, CHAOS 23 (3) (2013) 033129.
- [38] A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, S. A. Shurygina, A. E. Hramov, Generalized synchronization in discrete maps. New point of view on weak and strong synchronization, Chaos, Solitons & Fractals (46) (2013) 12–18.
- [39] O. I. Moskalenko, N. S. Phrolov, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Synchronization in the network of chaotic microwave oscillators, Eur. Phys. J. Special Topics 222 (2013) 2571–2582.
- [40] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Теоретическое и численное исследование “перемежаемости перемежаемостей” в связанных хаотических системах, Письма в ЖТФ 39 (14) (2013) 1–7.

- [41] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, С. А. Шурыгина, Обобщенная синхронизация в сетях со сложной топологией межэлементных связей, *Радиотехника и электроника* 58 (5) (2013) 507–517.
- [42] С. А. Шурыгина, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Исследование поведения локальных показателей Ляпунова вблизи границ установления синхронных режимов, *Изв. РАН. Сер. физическая* 77 (12) (2013) 1765–1769.
- [43] Д. И. Данилов, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Перемежаемость вблизи границы фазовой хаотической синхронизации в пространственно-распределенных системах, *Изв. РАН. Сер. физическая* 77 (12) (2013) 1770–1773.
- [44] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Метод выделения ламинарных участков поведения в хаотических системах, в которых одновременно реализуется два различных типа перемежаемости, *Вестник ННГУ* 1 (3) (2013) 196–200.
- [45] С. А. Шурыгина, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Обобщенная синхронизация во взаимно связанных системах с дискретным временем, *Вестник ННГУ* 1 (3) (2013) 201–204.
- [46] O. I. Moskalenko, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, S. Boccaletti, Generalized synchronization in mutually coupled oscillators and complex networks, *Phys. Rev. E* 86 (2012) 036216.
- [47] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, V. A. Maximenko, O. I. Moskalenko, Computation of the spectrum of spatial Lyapunov exponents for the spatially extended beam-plasma systems and electron-wave devices, *Physics of Plasmas* 19 (8) (2012) 082302.
- [48] А. Г. Баланов, М. Т. Гринавей, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. О. Сельский, Т. М. Фромхолд, А. Е. Храмов, Влияние температуры на нелинейную динамику заряда в полупроводниковой сверхрешетке в присутствии магнитного поля, *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики* 141 (3) (2012) 960–965.
- [49] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Обобщенная синхронизация в сложных сетях, *Письма в ЖТФ* 38 (20) (2012) 21–29.
- [50] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Исследование на различных временных масштабах поведения неавтономного осциллятора Ван-дер-Поля в присутствии шума вблизи границы синхронизации, *Изв. РАН. Сер. физическая* 76 (12) (2012) 1503–1506.
- [51] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, С. А. Шурыгина, А. Е. Храмов, Сильная и слабая обобщенная хаотическая синхронизация, *Изв. РАН. Сер. физическая* 76 (12) (2012) 1495–1499.
- [52] A. O. Selskii, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, O. I. Moskalenko, K. N. Alekseev, M. T. Greenaway, F. Wang, T. M. Fromhold, A. V. Shorokhov, N. N. Khvastunov, A. G. Balanov, Effect of temperature on resonant electron transport through stochastic conduction channels in superlattices, *Phys. Rev. B* 84 (2011) 235311.
- [53] M. O. Zhuravlev, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, A. A. Ovchinnikov, A. E. Hramov, Ring intermittency near the boundary of the synchronous time scales of chaotic oscillators, *Phys. Rev. E* 83 (2011) 027201.
- [54] A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, A. E. Hramov, Nearest neighbors, phase tubes, and generalized synchronization, *Phys. Rev. E* 84 (3) (2011) 037201.
- [55] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, M. K. Kurovskaya, O. I. Moskalenko, Type-I intermittency with noise versus eyelet intermittency, *Phys. Lett. A* 375 (2011) 1646–1652.
- [56] O. I. Moskalenko, A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, A. A. Ovchinnikov, Effect of noise on generalized synchronization of chaos: theory and experiment, *Europhysics Journal B* 82 (1) (2011) 69–82.
- [57] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, В. А. Максименко, А. Е. Храмов, О возникновении обобщенной синхронизации в пучково-плазменных системах, связанных взаимно, *Письма в ЖТФ* 37 (13) (2011) 40–47.
- [58] О. И. Москаленко, А. С. Павлов, Граница обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде, *Письма в ЖТФ* 37 (23) (2011) 45–52.
- [59] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Перемежающееся поведение на границе синхронизации временных масштабов, *ЖТФ* 81 (7) (2011) 7–12.

- [60] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, С. А. Шурыгина, Перемежающееся поведение на границе индуцированной шумом синхронизации, *ЖТФ* 81 (9) (2011) 150–153.
- [61] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, С. А. Шурыгина, Влияние степени взаимности связи на установление типов хаотической синхронизации, *Радиотехника и электроника* 56 (12) (2011) 1490–1500.
- [62] А. А. Короновский, В. А. Максименко, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, К вопросу о выборе состояния пространственно-распределенной системы для расчета спектра показателей Ляпунова, *Изв. РАН. Сер. физическая* 75 (12) (2011) 1689–1692.
- [63] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Перемежающееся поведение вблизи границы фазовой хаотической синхронизации на различных временных масштабах, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* 19 (1) (2011) 109–121.
- [64] А. А. Короновский, В. А. Максименко, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, К вопросу о расчете спектра пространственных ляпуновских экспонент в пространственно-распределенных пучково-плазменных системах, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* 18 (2).
- [65] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, К. Н. Алексеев, А. Г. Баланов, Влияние внешнего периодического воздействия на динамику доменов заряда в полупроводниковой сверхрешетке, *Изв. Вузов. Прикладная нелинейная динамика* 19 (3) (2011) 143–153.
- [66] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Влияние шума на обобщенную синхронизацию пространственно-распределенных сред, описываемых уравнениями Гинзбурга-Ландау, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* 19 (4) (2011) 3–11.
- [67] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Перемежаемость кольца вблизи границы синхронизации временных масштабов, *Изв. Вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 19 (4) (2011) 12–24.
- [68] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, С. А. Шурыгина, Поведение нелинейных систем на границе синхронизации, индуцированной шумом, *Нелинейная динамика* 7 (2) (2011) 197–208.
- [69] O. I. Moskalenko, A. A. Koronovskii, A. E. Hramov, Generalized synchronization of chaos for secure communication: Remarkable stability to noise, *Phys. Lett. A* 374 (2010) 2925–2931.
- [70] А. А. Овчинников, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Экспериментальное исследование обобщенной синхронизации хаотических колебаний в присутствии шума, *Письма в ЖТФ* 36 (4) (2010) 1–7.
- [71] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Н. С. Фролов, А. Е. Храмов, К вопросу о спектре пространственных ляпуновских показателей нелинейной активной среды, описываемой комплексным уравнением Гинзбурга-Ландау, *Письма в ЖТФ* 36 (14) (2010) 19–25.
- [72] М. О. Журавлев, М. К. Куровская, О. И. Москаленко, Метод выделения ламинарных и турбулентных фаз в перемежающихся временных реализациях систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации, *Письма в ЖТФ* 36 (10) (2010) 31–38.
- [73] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Скрытая передача информации на основе режима обобщенной синхронизации в присутствии шумов, *Журнал технической физики* 80 (4) (2010) 1–8.
- [74] О. И. Москаленко, А. А. Овчинников, Исследование влияния шума на обобщенную хаотическую синхронизацию в диссипативно связанных динамических системах: устойчивость синхронного режима по отношению к внешним шумам и возможные практические приложения, *Радиотехника и электроника* 55 (4) (2010) 436–449.
- [75] А. А. Короновский, М. К. Куровская, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Перемежаемость типа I в присутствии шума и перемежаемость игольного ушка, *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика* 18 (1) (2010) 24–36.
- [76] А. А. Короновский, А. А. Косицын, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Численное моделирование переходных процессов в эволюционирующих по генетическим алгоритмам сетях, *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО* 65 (1) (2010) 40–45.

- [77] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, О применении хаотической синхронизации для скрытой передачи информации, Успехи физических наук 179 (12) (2009) 1281–1310.
- [78] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. А. Овчинников, А. Е. Храмов, Теоретическое исследование обобщенной синхронизации диссипативно связанных хаотических систем в присутствии шума, Известия РАН. Серия физическая 73 (12) (2009) 1723–1727.
- [79] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, Способ скрытой передачи информации. Патент на изобретение № 2349044, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 10.03.2009. Бюллетень № 7. (2009).
- [80] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Способ скрытой передачи информации с изменяющимися характеристиками генератора шума. Патент на изобретение № 2421923, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 20.06.2011. Бюллетень № 17. (2011).
- [81] М. О. Журавлев, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Способ определения моментов синхронного и асинхронного поведения двух связанных систем. Патент на изобретение № 2431857, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 20.10.2011. Бюллетень № 29. (2011).
- [82] О. И. Москаленко, Н. С. Фролов, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Способ скрытой передачи информации. Патент на изобретение № 2509423, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 10.03.2014. Бюллетень № 7. (2014).
- [83] А. Н. Павлов, В. А. Макаров, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Способ выделения сигналов импульсного типа по временным данным. Патент на изобретение № 2552183, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 10.06.2015. Бюллетень № 16 (2015).
- [84] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, О. И. Москаленко, В. В. Грубов, Способ удаления глазодвигательных артефактов на электроэнцефаллограммах. Патент на изобретение № 25560388, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 20.08.2015. Бюллетень № 23 (2015).
- [85] А. Е. Храмов, В. В. Грубов, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, Е. Ю. Ситникова, Способ выделения веретеноподобных паттернов по временным данным электроэнцефалограмм. Патент на изобретение № 2565993, Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 20.10.2015. Бюллетень № 29 (2015).
- [86] М. О. Журавлев, А. А. Короновский, М. К. Куровская, О. И. Москаленко, Программа для определения длительностей турбулентных и ламинарных фаз поведения систем, находящихся вблизи границы хаотической фазовой синхронизации. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012613432, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 11.04.2012.
- [87] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, В. А. Максименко, Программа для расчета пространственных ляпуновских экспонент гидродинамической модели диода Пирса, Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012613430, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 11.04.2012.
- [88] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, О. И. Москаленко, Программа для реализации метода фазовых трубок для диагностики обобщенной синхронизации “GStube”. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013610194, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 09.01.2013.
- [89] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. О. Журавлев, Программа для ЭВМ, позволяющая производить непрерывное вейвлетное преобразование для экспериментальных данных с неэквидистантным шагом по времени. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013661094, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 28.11.2013.
- [90] О. И. Москаленко, С. А. Шурыгина, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. О. Журавлев, Программа для ЭВМ для расчета локальных нулевых ляпуновских экспонент неавтономных систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ по 2014610508, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 10.01.2014.

- [91] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Программа для ЭВМ для генетического алгоритма эволюции сложных сетей. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014610420, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 09.01.2014.
- [92] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, В. А. Макаров, А. Е. Храмов, В. А. Максименко, Программа для моделирования многослойной адаптивной сети осцилляторов Курамото. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617846, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 05.08.2014.
- [93] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Программа для оценки нулевого условного показателя Ляпунова по временному ряду. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015616754, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 22.06.2015.
- [94] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, А. О. Сельский, Программа для расчета эффекта обобщенной синхронизации в трех однонаправленно связанных хаотических осцилляторах. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015616887, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 25.06.2015.
- [95] О. И. Москаленко, С. А. Куркин, Программа для аналитической оценки ширины гистерезисной петли в сети фазовых осцилляторов Курамото. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617857, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 23.07.2015.
- [96] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Программа для диагностики и анализа обобщенной синхронизации в сложных сетях. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617858, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 23.07.2015.
- [97] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. О. Журавлев, А. А. Пивоваров, Программа для ЭВМ для моделирования взаимодействия сети из пяти логистических отображений, связанных взаимно. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617904, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. 24.07.2015.
- [98] О. И. Москаленко, Программа для исследования взрывной синхронизации в сети фазовых осцилляторов Курамото. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015618337, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 06.08.2015.
- [99] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Программа для анализа обобщенной синхронизации в системе связанных генераторов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015618340, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 06.08.2015.
- [100] О. И. Москаленко, А. А. Короновский, М. О. Журавлев, А. Е. Храмов, Программа выделения различных мультистабильных состояний по экспериментальным временным рядам сигнала оптоволоконного легированного эрбием лазера. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016614535, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 26.04.2016.

Подписано к печати 04.05.2017. Формат 60 × 84 1/16.
Бумага офсетная. Гарнитура “Times”
Усл. печ. л. 2,79 (3,0). Тираж 120 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета
Типография СГУ.
410012, Саратов, Большая Казачья, 112а, корпус 8.