

На правах рукописи



Мыльцина Ольга Анатольевна

**Термоупругость геометрически нерегулярных пластин
и оболочек под действием быстропеременных
температурных и силовых воздействий**

Специальность 01.02.04 —
механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Саратов — 2017

Работа выполнена на кафедре математической теории упругости и биомеханики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Белосточный Григорий Николаевич

Официальные оппоненты: **Тарлаковский Дмитрий Валентинович**,
доктор физико-математических наук, профессор, лауреат государственной премии РФ, заведующий лабораторией динамических испытаний Института механики, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (г. Москва)

Крысько Вадим Анатольевич,
доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники РСФСР, заведующий кафедрой математики и моделирования, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.» (г. Саратов)

Ведущая организация: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет» (г. Санкт-Петербург)

Защита состоится «14» июня 2017 г. в 15.00 на заседании диссертационного совета Д 212.243.10 при ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, корп. 9, ауд. 18.

С диссертацией можно ознакомиться в зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» и на сайте <http://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-10>

Автореферат разослан «___» мая 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.243.10,
кандидат физ.-мат. наук

Р.А. Сафонов

Общая характеристика работы

Актуальность исследований, приведенных в работе, обусловлена необходимостью развития аналитического метода суперпозиции двойных и одинарных тригонометрических рядов с переменными коэффициентами, многочленов и других функций, позволяющего определять точные решения краевых задач пологих оболочек (ПО) и геометрически нерегулярных пластин (ГНП) под действием локальных быстро возрастающих силовых и температурных нагрузок на краях и основных поверхностях, построения строгой континуальной математической модели составной конструкции (композиции) из различных по геометрическим свойствам оболочек вращения, гладко сопряженных между собой, на основании которой возможны точные и приближенные решения сингулярных уравнений термоупругости композиций на базах различных по степени точности теорий оболочек в криволинейных координатах.

Цель диссертационной работы. Аналитические исследования статических и динамических задач несвязной термоупругости ПО, ГНП и композиций из оболочек вращения под действием локальных быстро возрастающих нагрузок, нагрева и нормального давления.

Научная новизна. В диссертационной работе впервые методом суперпозиции одинарных и двойных тригонометрических рядов с переменными коэффициентами, многочленов и других функций, учитывающих структуру локальных нагрузок, получены аналитические решения, содержащие замкнутые интегралы коэффициентов аппроксимирующих рядов, новых задач статической и динамической термоупругости для различных классов ПО и ГНП. В рамках безмоментной теории на основе континуальной модели определяются замкнутые решения сингулярных уравнений равновесия для различных вариантов композиций. На примере нагретой составной конструкции из двух элементов определяются интенсивность дополнительного локального давления, устраняющего разрыв первого рода в одном из тангенциальных усилий, что обеспечивает безмоментное состояние.

Практическая значимость работы определяется тем, что в ней содержится систематическое исследование различных по геометрии ПО и ГНП под действием быстропеременных по пространственным и временной координатам температурных и силовых нагрузок. Построена строгая континуальная математическая модель композиции из оболочек вращения позволяющая применять разные по степени точности уравнения теории оболочек в криволинейных координатах. Аналитические методы решения краевых задач позволяют получать замкнутые интегралы уравнений термоупругости оболочек и пластин, алгоритмизация которых с целью количественного анализа не представляет трудности, что немаловажно для инженерной практики. Программные коды и заключение о возможности ис-

пользования материалов диссертации при исследовании и проектировании элементов приборов специального назначения приводятся в приложениях.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью физической и математической постановок задач, использованием апробированных положений и принципов термомеханики сплошных сред. Краевые задачи несвязной термоупругости оболочек и ГНП решаются математически обоснованными аналитическими методами и сопоставлением полученных в диссертации результатов с аналогичными результатами других авторов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на: XIX-XXII Международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова (Ярополец 2013, 2014 гг., Вятчи 2015-2017 гг.), международной научной конференции «Теории оболочек и мембран в механике и биологии: от макро- до наноразмерных структур» (Беларусь, Минск, 2013 г.), III Международной научно-практической конференции «Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса» (Гомель, 2013 г.), научных конференциях механико-математического факультета СГУ «Актуальные проблемы математики и механики» (Саратов, 2013, 2015, 2016 гг.), XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015 г.), 5th and 6th International conferences for Young Scientists Presenting Academic Achievements to the World (Saratov, 2014, 2015).

Положения выносимые на защиту:

1. Аналитические исследования статических и динамических задач несвязной термоупругости ПО и ГНП под действием локальных быстро возрастающих силовых и температурных нагрузок на границах и основных поверхностях, методом суперпозиции тригонометрических рядов с переменными коэффициентами, многочленов и других функций.

2. Основные положения и уравнения континуальной математической модели композиций из оболочек вращения гладко сопряженных между собой.

3. Количественный анализ замкнутых интегралов сингулярных дифференциальных уравнений композиций под действием силовых и температурных факторов на основе безмоментной теории.

Личный вклад. Все результаты, содержащиеся в данной работе, получены автором. Соавтору принадлежат постановки задач и обсуждение полученных результатов.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 18 печатных изданиях, 6 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 8 — в материалах симпозиумов и конференций.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложений. Полный объем диссертации 198 стра-

ниц текста со **74** рисунками, **6** таблицами и приложениями на **72** страницах. Список литературы содержит **146** наименований.

Исследование по теме диссертационной работы выполнялось при поддержке гранта РФФИ № 14-08-00644-а «Анализ термоупругого поведения геометрически нерегулярных тонкостенных конструкций под действием быстроперемennых по пространственным и временной координатам температурных полей и силовых нагрузок».

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, излагаются цели работы и решаемые задачи. Отмечается, что многочисленные решения задач теории оболочек и пластин, ориентированные на современные инженерные проблемы возникающие в известных областях оборонной техники и гражданского строительства, стали возможными благодаря фундаментальным работам Амбарцумяна С.А., Васильева В.В., Власова В.З., Гольденвейзера А.Л., Жилина П.А., Лурье А.И., Морозова Н.Ф., Муштары Х.М., Назарова А.А., Терегулова И.Г., Тимошенко С.П., Товстика П.Е., Reissner E. и др.

Решения задач на базе атермической теории пластин и оболочек под действием локальных нагрузок содержатся в работах Абовского Н.П., Амиро И.Я., Антуфьева Б.А., Вайнберга Д.В., Горшкова А.Г., Григоренко Я.М., Даревского В.М., Дмитриевой Л.М., Жигалко Ю.П., Заруцкого В.А., Кадисова Г.М., Карпова В.В., Коноплева Ю.Г., Коссовича Л.Ю., Крысько В.А., Леоненко Д.В., Лукасевича С., Лурье С.А., Михайлова Б.К., Назарова А.Г., Нерубайло Б.В., Никитина В.А., Новицкого В.В., Образцова И.Ф., Онанова Г.Г., Павилайнена В.Я., Паймушина В.Н., Старовойтова Э.И., Сухнина С.Н., Тарлаковского Д.В., Шклярчука Ф.Н., Урбановича Н.В., Чернышова Г.Н., Циркова И.С., и др.

Задачам термоупругости пластин и оболочек под действием статических и динамических локальных нагрузок посвящено значительно меньше работ, что объясняется чрезвычайной математической сложностью краевых задач и трудоемкостью необходимых расчетов. Вопросам термоупругости геометрически регулярных и нерегулярных пластин и оболочек посвящены работы: Аксельрада Э.Л., Белосточного Г.Н., Гущина Б.А., Грибанова В.Ф., Колтунова М.А., Коляно Ю.М., Красюкова В.П., Крысько В.А., Леоненко Д.В., Мотовиловца И.А., Огибалова П.М., Подстригача Я.С., Расудова В.М., Старовойтова Э.И., Тарлаковского Д.В., Швеца Р.Н., Цветковой О.А., Чернухи Ю.А., Яремы С.Я., и др.

Анализ отечественной и зарубежной литературы не выявил работ по термоупругости составных оболочек вращения на основе континуальной модели. В диссертации впервые разработана математически строгая континуальная модель на основе, которой получены решения в замкнутом

виде сингулярных уравнений равновесия для различных вариантов композиций.

В первой главе получены аналитические решения статических и динамических задач несвязной термоупругости различных по геометрии ПО (двойкой кривизны, постоянного кручения и цилиндрической) под действием быстропеременных локальных температурных и силовых воздействий на основные поверхности и границы.

В разделе 1.1 решается задача несвязной термоупругости ПО двойкой кривизны два противоположных края которой подвергаются воздействию быстро возрастающих по пространственной координате усилий и моментов $T^{22} = T^0 f\left(\frac{x}{a}\right) H(x-x_1)$, $M^{22} = M^0 \tilde{f}\left(\frac{x}{a}\right) H(x-x_1)$, где $H(x-x_1)$ – функция Хевисайда, неопределенная и ограниченная в точке x_1 , функции f и \tilde{f} определяют интенсивность быстро возрастающих нагрузок (в дальнейшем $H(x-x_1) = H_{x_1}$) и такие, что

$$f^{(l)}|_{x=x_1} = \tilde{f}^{(l)}|_{x=x_1} = 0 \quad (l = 0, 1, 2, 3).$$

В случае линейного по толщине температурного поля $\Theta(z) = \theta_0 + \theta_1 z/h$ решения неоднородной системы дифференциальных уравнений термоупругости ПО, два противоположных края которой, расположенных по координатным прямым $y = 0$, $y = b$, шарнирно закреплены $u = 0$, $v_{,2} = \alpha(1+\nu)\theta_0 + \frac{T^0}{B} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1}$, $w = 0$, $w_{,22} = -\frac{\alpha(1+\nu)}{h}\theta_1 - \frac{M^0}{D} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1}$, будем разыскивать в виде суперпозиции одинарного тригонометрического ряда с переменными коэффициентами и других функций, структура которых зависит от характера неоднородности краевых условий

$$u(x, y) = \sum_k u_k(x) \sin \frac{k\pi y}{b},$$

$$v(x, y) = \sum_k v_k(x) \cos \frac{k\pi y}{b} + \frac{T^0}{B} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1} y + \alpha\theta_0(1+\nu)y + B(x),$$

$$w(x, y) = \sum_k w_k(x, y) \sin \frac{k\pi y}{b} - \frac{1}{2} (y^2 - by) \left(\frac{\alpha(1+\nu)}{h}\theta_1 + \frac{M^0}{B} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1} \right),$$

где $B(x)$ является интегралом дифференциального уравнения

$$\frac{d^2 B}{dx^2} = -12 \frac{T^0}{B} \frac{b}{a} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^2 H_{x_1} \frac{1}{a}$$

и имеет вид $B(x) = -\frac{T^0}{B} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1} \frac{b}{2} + D_0 + D_1 x$.

Переменные коэффициенты $u_k(x)$, $v_k(x)$, $w_k(x)$ тригонометрических рядов определяются как решения системы неоднородных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 u_k}{dx^2} - \frac{1-\nu}{1} \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 u_k - \frac{1+\nu}{2} \frac{k\pi}{b} \frac{dv_k}{dx} - (k_1 + \nu k_2) \frac{dw_k}{dx} = -B_{1k} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^3 H_{x_1} \frac{1}{a},$$

$$\frac{1+\nu}{2} \frac{k\pi}{b} \frac{du_k}{dx} - \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 v_k + \frac{1-\nu}{2} \frac{d^2 v_k}{dx^2} - (\nu k_1 + k_2) \frac{k\pi}{b} w_k =$$

$$= -B_{2k} \frac{1}{a} - B_{3k} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^2 H_{x_1} \frac{1}{a} - B_{4k} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a}\right)^4 H_{x_1} \frac{1}{a}, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 w_k}{dx^2} - 2 \left(\frac{k\pi}{b}\right)^2 \frac{d^2 w_k}{dx^2} + \left(\frac{k\pi}{b}\right)^4 w_k + \frac{B}{D} (k_1^2 + 2k_1 k_2 + k_2^2) w_k -$$

$$- \frac{B}{D} (k_1 + \nu k_2) \frac{dw_k}{dx} + \frac{B}{D} (\nu k_1 + k_2) \frac{k\pi}{b} v_k =$$

$$= B_{5k} H_{x_1} \frac{1}{a^3} + B_{6k} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^2 H_{x_1} \frac{1}{a^3} + B_{7k} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^4 H_{x_1} \frac{1}{a^3} + B_{8k} \frac{1}{a^3}.$$

Определяя частные интегралы первых двух уравнений системы (1) \widetilde{u}_k , \widetilde{v}_k , \widetilde{w}_k , введем в рассмотрение функции $\Phi_k(x)$ соотношениями $u_k = \frac{1-\nu}{2} \left((k_1 + \nu k_2) \frac{d^3 \Phi_k}{dx^3} + (k_2 - (2 + \nu)k_1) \left(\frac{k\pi}{b} \right)^2 \frac{d\Phi_k}{dx} \right) + \widetilde{u}_k$, $v_k = \frac{1-\nu}{2} \left(-(k_2 + \nu k_1) \left(\frac{k\pi}{b} \right)^3 \Phi_k + (-k_1 + (2 + \nu)k_2) \frac{k\pi}{b} \frac{d^2 \Phi_k}{dx^2} \right) + \widetilde{v}_k$, $w_k = \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{d^4 \Phi_k}{dx^4} - 2 \left(\frac{k\pi}{b} \right)^2 \frac{d^2 \Phi_k}{dx^2} + \left(\frac{k\pi}{b} \right)^4 \Phi_k \right) + \widetilde{w}_k$. Решение системы (1) сводится к интегрированию неоднородного дифференциального уравнения восьмого порядка

$$\sum_{\beta=0,2,\dots}^8 l_k^\beta \Phi_k^{(\beta)} = G_k a^5 + \sum_{\alpha=0,2,\dots}^6 G_k^\alpha \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^\alpha H_{x_1} a^5, \quad (2)$$

решение которого запишется в виде

$$\Phi_k(x) = \sum_{m=1}^8 C_k^m \varphi_{km}(x) + \frac{G_k}{l_k^0} a^5 + \left(\sum_{m=1}^8 \widetilde{C}_{km} \varphi_{km}(x) + \sum_{\alpha=0,2,\dots}^6 \widetilde{A}_{k\alpha} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^\alpha \right) H_{x_1} a^5,$$

где $\varphi_{km}(x)$ ($m = 1, 2, \dots, 8$) – фундаментальная система функций, \widetilde{C}_{km} – решения алгебраических систем уравнений при определении частного интеграла уравнения (2). Выражение, например, для $w_k(x)$ запишется

$$\begin{aligned} w_k(x) = & \frac{1-\nu}{2a^4} \left(\sum_{m=1}^8 C_k^m \varphi_{km}^{(4)} + \left[\sum_{m=1}^8 \widetilde{C}_{km} \varphi_{km}^{(4)} + 4! \widetilde{A}_{k4} + \frac{6!}{2!} \widetilde{A}_{k6} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^2 \right] H_{x_1} a^5 \right) - \\ & - \frac{1-\nu}{a^2} \left(\frac{k\pi}{b} \right)^2 \left(\sum_{m=1}^8 C_k^m \varphi_{km}^{(2)} + \left[\sum_{m=1}^8 \widetilde{C}_{km} \varphi_{km}^{(2)} + \sum_{p=2,4,\dots}^6 \frac{p!}{(p-2)!} \widetilde{A}_{kp} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^{p-2} \right] H_{x_1} a^5 \right) + \\ & + \frac{1+\nu}{2} \left(\frac{k\pi}{b} \right)^4 \left(\sum_{m=1}^8 C_k^m \varphi_{km} + \frac{G_k}{l_k^0} a^5 + \left[\sum_{m=1}^8 \widetilde{C}_{km} \varphi_{km} + \sum_{p=0,2,\dots}^6 \widetilde{A}_{kp} \left(\frac{x}{a} - \frac{x_1}{a} \right)^p \right] H_{x_1} a^5 \right) + \widetilde{w}_k. \end{aligned}$$

На основании полученных решений построены многочисленные трехмерные изображения поверхностей прогиба и их сечений одной из координатных плоскостей.

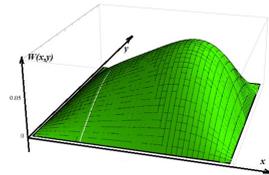
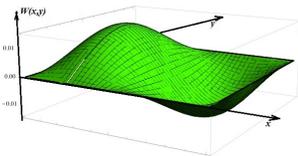


Рисунок 1 — $\frac{\delta}{h} = 3$, $\theta_0 = 50$, $T^0 = 20$, $\theta_1 = 50$, $M^0 = -100$. Рисунок 2 — $\frac{\delta}{h} = 5$, $\theta_0 = 50$, $T^0 = 20$, $\theta_1 = 50$, $M^0 = 100$.

Количественный анализ выявил следующие закономерности: 1) существенное влияние на прогиб и конфигурацию поверхности прогиба оказывают параметры θ_1 и M^0 . С увеличением указанных параметров, при прочих

равных условиях, прогибы оболочки растут, рисунки 1, 2; 2) прогиб оболочки двойкой кривизны и конфигурация поверхности прогиба малочувствительны к изменениям параметров θ_0 и T^0 ; 3) на конфигурацию поверхности прогиба значительно влияет параметр $\frac{a}{b}$. Во всех рассмотренных случаях увеличение стрелы подъема оболочки над планом ведет к росту величины прогиба, даже в случае «холодной» оболочки ($\theta_0 = 0, \theta_1 = 0$).

В разделе 1.2 рассматривается ПО постоянного кручения внешняя поверхность которой подвергается кратковременному воздействию сосредоточенной силы $q = q_0 a_1 b_1 \delta(x - x_1, y - y_1) (H_{t_1} - H_{t_2})$, которое сопровождается скачкообразным изменением температуры окружающей среды на величину T_1^+ . Термоупругая система находится в условиях конвективного теплообмена через основные поверхности со средой.

Решение термоупругой задачи о движении оболочки постоянного кручения сводится к интегрированию системы дифференциальных уравнений

$$u_{,11} + \frac{1-\nu}{2}u_{,22} + \frac{1-\nu}{2}v_{,12} - (1-\nu)k_{12}w_{,2} = \frac{\gamma h}{gB}u_{,tt},$$

$$\frac{1+\nu}{2}u_{,12} + v_{,22} + \frac{1-\nu}{2}v_{,11} - (1-\nu)k_{12}w_{,1} = \frac{\gamma h}{gB}v_{,tt},$$

$$\nabla^2 \nabla^2 w + 2\frac{B}{D}(1-\nu)k_{12}^2 w - \frac{B}{D}(1-\nu)k_{12}(v_{,1} + u_{,2}) = -\frac{\alpha}{h}(1+\nu)\nabla^2 \theta_1 +$$

$$+ \frac{q_0}{D}a_1 b_1 \delta(x - x_1, y - y_1) (H_{t_1} - H_{t_2}) - \frac{\gamma h}{gD}w_{,tt},$$

где $\theta_1(x, y, t)$ – температурная функция, связанная с температурным полем равенством $\Theta(x, y, z, t) = \frac{z}{h}\theta_1(x, y, t)$ является интегралом дифференциального уравнения $\frac{1}{\beta}\theta_{1,t} - \nabla^2 \theta_1 + (6\frac{\varkappa}{\lambda h} + \frac{12}{h^2})\theta_1 = 6\frac{\varkappa}{\lambda h}(T_0^+ + T_1^+(H_{t_1} - H_{t_2}) - T^-)$ и, при отсутствии на краях оболочки перепада температуры, имеет вид

$$\begin{aligned} \theta_1(x, y, t) = \sum_{km} \left\langle \Delta T_{km} \left(1 - 6\frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a}{h} \frac{1}{s_{km}} \right) e^{-\frac{\beta}{a^2} s_{km} t} + 6\frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a}{h} \frac{\Delta T_{km}}{s_{km}} + \right. \\ \left. + 6\frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a}{h} \frac{T_1^+ e_{km}}{s_{km}} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} \left(1 - e^{-\frac{\beta}{a^2} s_{km} (t-t_i)} \right) H_{t_i} \right\rangle \sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь T_0^+, T^- – температуры сред до момента t_1 силового воздействия, β – коэффициент температуропроводности, \varkappa – коэффициент теплоотдачи, $\frac{\varkappa a}{\lambda}$ – параметр Био.

В случае шарнирного опирания краев оболочки вектор перемещений $\bar{U}(x, y, t)$ запишется

$$\bar{U}(x, y, t) = \sum_{km} \left\langle u_{km}(t) \sin \frac{k\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \bar{e}_1 + \left(v_{km}(t) \cos \frac{k\pi x}{a} \bar{e}_2 + w_{km}(t) \sin \frac{k\pi x}{a} \bar{e}_3 \right) \sin \frac{m\pi y}{b} \right\rangle. \quad (4)$$

Коэффициенты аппроксимирующих рядов (4) являются интегралами системы неоднородных дифференциальных уравнений, которые сведены к одному неоднородному дифференциальному уравнению шестого порядка относительно функций $\Phi_{km}(t)$. Структура функций $\Phi_{km}(t)$ определяется по той же схеме и имеет вид

$$\Phi_{km}(t) = \sum_{j=1}^6 C_{km}^j \varphi_{km}^j(t) + B_{km}^1 a + B_{km}^2 e^{-\frac{\beta}{a^2} s_{km} t} a + \sum_{i=1}^2 \left(\sum_{j=1}^6 D_{km}^{ji} \varphi_{km}^j(t) + B_{km}^{3i}(t) \right) H_{t_i} a,$$

где $\varphi_{km}^j(t)$ – фундаментальная система функций. Выражение, например, для $w_{km}(t)$ запишется

$$\begin{aligned} w_{km}(t) = & \sum_{l=1}^6 C_{km}^l \left[\left(\frac{\gamma h a^2}{g B} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{km}^l}{G} \right)^4 - \frac{3-\nu}{2} L_{km} \frac{\gamma h a^2}{g B} \left(\frac{\lambda_{km}^l}{G} \right)^2 + \right. \\ & + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 \left. \right] \varphi_{km}^l + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 B_{km}^1 a + B_{km}^2 \left[\left(\frac{\gamma h a^2}{g B} \right)^2 \left(\frac{\beta s_{km}}{a^2} \right)^4 + \right. \\ & + \frac{3-\nu}{2} L_{km} \frac{\gamma h a^2}{g B} \left. \left(\frac{\beta s_{km}}{a^2} \right)^2 + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 \right] e^{-\frac{\beta s_{km}}{a^2} t} a + \\ & + \sum_{i=1}^2 \left(\sum_{l=1}^6 D_{km}^l i \left[\left(\frac{\gamma h a^2}{g B} \right)^2 \left(\frac{\lambda_{km}^l}{G} \right)^4 - \frac{3-\nu}{2} L_{km} \frac{\gamma h a^2}{g B} \left(\frac{\lambda_{km}^l}{G} \right)^2 + \right. \right. \\ & + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 \left. \right] \varphi_{km}^l + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 \frac{q_{km} + A_{km}^3}{G_{km}^0} - \frac{A_{km}^3}{G_{km}} \left[\left(\frac{\gamma h a^2}{g B} \right)^2 \left(\frac{\beta s_{km}}{a^2} \right)^4 + \right. \\ & \left. \left. + \frac{3-\nu}{2} L_{km} \frac{\gamma h a^2}{g B} \left(\frac{\beta s_{km}}{a^2} \right)^2 + \frac{1-\nu}{2} L_{km}^2 \right] e^{-\frac{\beta s_{km}}{a^2} (t-t_i)} \right) H_{t_i} a, \end{aligned}$$

где постоянные интегрирования C_{km}^l ($l = \overline{1,6}$) определяются из начальных условий ($t = 0: \bar{U} = 0, \bar{U}_{,t} = 0$) которые через функции $\Phi_{km}(t)$ переписутся в виде $\Phi_{km}^{(j)} = 0$ при $t = 0$ ($j = \overline{0,5}$).

На основании полученных решений построены многочисленные изображения форм прогибов в различные моменты времени, внутри и вне интервала, воздействий и графики движения центральной точки срединной поверхности оболочки.

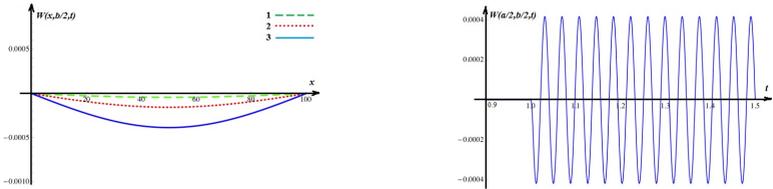


Рисунок 3 — $Bio = 20, \frac{\bar{\delta}}{h} = 2,5, q_0 = -5, T_1^+ = 0.$

Количественный анализ выявил закономерности: 1) при отсутствии перепада температуры по толщине колебания симметричны относительно временной оси и происходят с постоянной амплитудой, рисунок 3. Знак прогиба, при прочих равных условиях, зависит от направления сосредото-

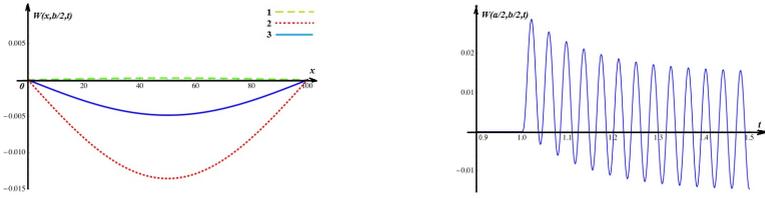


Рисунок 4 — $Bio = 20$, $\frac{\tilde{\delta}}{h} = 2,5$, $q_0 = 5$, $T_1^+ = 200$.

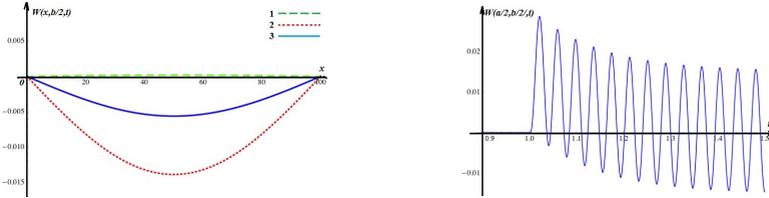


Рисунок 5 — $Bio = 20$, $\frac{\tilde{\delta}}{h} = 2,5$, $q_0 = -5$, $T_1^+ = 200$.

точечной силы только при отсутствии температурного скачка, рисунки 3, 4, 5; 2) наличие скачкообразного изменения температуры (параметр T_1^+) на временном интервале $[1,4 - 1,0]$ сек нарушает отмеченную симметрию, колебания асимметричны и при $t > 1,4$ сек симметрия восстанавливается. С увеличением параметра Био размахи колебаний значительно возрастают при той же частоте; 3) величины размахов колебаний незначительно уменьшаются с увеличением относительной стрелы подъема оболочки – параметр $\frac{\tilde{\delta}}{h}$, этот процесс сопровождается увеличением частоты колебаний; 4) после прекращения кратковременного температурно-силового воздействия прогибы оболочки продолжают расти в течении временного промежутка почти в 4 раза превосходящего временной интервал нагружения.

В разделе 1.3 рассмотрены неограниченные (по x) ПО – постоянного кручения и цилиндрическая. Определяется их динамическая реакция на мгновенное тепловое воздействие со стороны одной из основных поверхностей в зависимости от геометрических параметров оболочки. Решение начально-краевой задачи теплопроводности $\beta\Theta_{,zz} = \Theta_{,t}$, при $t = 0$ $\Theta = \theta_0$; $z = h/2$ $\Theta_{,z} = q/\lambda$, при $z = -h/2$ $\Theta_{,z} = 0$, (где q – тепловой поток постоянной интенсивности, λ – коэффициент теплопроводности, θ_0 – температура). На основании метода суперпозиции одинарного тригонометрического ряда и многочлена, учитывающего неоднородность начальных и краевых условий температурное поле запишется

$$\Theta(z, t) = \frac{qh}{\lambda} \left(\frac{\beta t}{h^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{z}{h} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{z}{h} - \frac{1}{24} - 2 \sum_k \frac{\cos k\pi}{(k\pi)^2} e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \cos \left(\frac{k\pi}{2} + \frac{k\pi z}{h} \right) \right) + \theta_0.$$

В случае оболочки постоянного кручения ($k_1 = 0$, $k_{12} = const$, $k_2 = 0$), решение, с помощью подстановок $u = (1 - \nu)k_{12}\Phi_{,y}$, $w = \frac{1-\nu}{2}\Phi_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB}\ddot{\Phi}$,

сведется к интегрированию дифференциального уравнения относительно функции $\Phi(y, t)$

$$\frac{1-\nu}{2} \frac{gD}{\gamma h} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^6} - \frac{D}{B} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^4 \partial t^2} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^2 \partial t^2} - 2(1-\nu)k_{12} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\gamma h}{gB} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial t^4} = 0$$

при краевых и начальных условиях, предварительно переписанных через функцию $\Phi(x, y)$

$$\text{при } y = 0, y = b: \ddot{\Phi}_{,y} = 0, \Phi_{,yy} = 0, \Phi_{,yyyy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi}_{,yy} = -\Psi(t);$$

$$\text{при } t = 0: \Phi_{,y} = 0, \dot{\Phi}_{,y} = 0, \frac{1-\nu}{3} \Phi_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi} = 0, \frac{1-\nu}{3} \Phi_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi} = 0;$$

$$\text{где } \Psi(t) = \frac{1+\nu}{2} \frac{q\alpha}{\lambda} \left(1 + 48 \sum_k \beta_k e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \right).$$

Функцию $\Phi(y, t)$ тождественно удовлетворяющую неоднородным краевым условиям зададим в виде $\Phi(y, t) = \sum_K \Phi_K(t) \sin \frac{K\pi y}{b} - \frac{b^4 \Psi(t)}{12(1-\nu)} \left(\frac{y^4}{b^4} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y}{b} \right)$.

Выражение для функции относительного прогиба ($W = w/b$) примет вид

$$\begin{aligned} W(y, t) = & -\frac{1-\nu}{2} \sum_K (K\pi)^2 \left(\sum_{l=1}^4 D_{Kl} \varphi_{Kl}(t) + \sum_k \tilde{A}_{Kk} e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \frac{h^3}{b^3} \right) \sin \frac{K\pi y}{b} + \\ & + (1-\nu^2) \frac{b^2}{h^2} \sum_K \left(\sum_{l=1}^4 D_{Kl} d_{Kl}^2 \varphi_{Kl}(t) - \frac{h^3}{b^3} \alpha_*^2 \sum_k (k\pi)^4 \tilde{A}_{Kk} e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \right) \sin \frac{K\pi y}{b} + \\ & + \frac{(1+\nu)b^3 \gamma}{12gE} \ddot{\Psi}(t) \left(\left(\frac{y}{b} \right)^4 - 2\left(\frac{y}{b} \right)^3 + \frac{y}{b} \right) - \frac{b}{2} \Psi(t) \left(\left(\frac{y}{b} \right)^2 - \frac{y}{b} \right), \alpha_* = \frac{\beta}{h} \sqrt{\frac{\gamma}{gE}}; q_* = \frac{q\alpha b}{\lambda}. \end{aligned} \quad (5)$$

В случае цилиндрической оболочки ($k_1 = 0, k_{12} = 0, k_2 = const$) на основании подстановок $v = k_2 \Phi_{,y}, w = \Phi_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi}$ решение сводится к интегрированию неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^6} - \frac{\gamma h}{gB} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^4 \partial t^2} + \frac{\gamma h}{gD} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^2 \partial t^2} - \frac{B}{D} k_2^2 \frac{\gamma h}{gB} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\gamma h}{gB} \frac{\gamma h}{gD} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial t^4} = -\alpha(1+\nu)k_2 \frac{B}{D} \Theta_0(t),$$

$$\text{при } t = 0: \Phi_{,y} = 0, \dot{\Phi}_{,y} = 0, \Phi_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi} = 0, \dot{\Phi}_{,yy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi} = 0,$$

$$\text{при } y = 0, y = b:$$

$$\Phi_{,yy} = R_2(1+\nu)\alpha\Theta_0(t), \ddot{\Phi} = \frac{gB}{\gamma h} R_2(1+\nu)\alpha\Theta_0(t), \Phi_{,yyyy} - \frac{\gamma h}{gB} \ddot{\Phi}_{,yy} = -\Psi(t).$$

Функция относительного прогиба запишется

$$\begin{aligned} W(y, t) = & -\sum_K \left((K\pi)^2 \left(\sum_{l=1}^4 C_{Kl} \varphi_{Kl}(t) + \sum_k \tilde{D}_{Kk} e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \right) \right) \sin \frac{K\pi y}{b} + \\ & + (1-\nu^2) \sum_K \left(\sum_{l=1}^4 d_{Kl}^2 C_{Kl} \varphi_{Kl}(t) - \frac{b^2}{h^2} \alpha_*^2 \sum_k (k\pi)^4 \tilde{D}_{Kk} e^{-\beta \left(\frac{k\pi}{h} \right)^2 t} \right) \sin \frac{K\pi y}{b} + \\ & + b^3(1-\nu^2) \frac{\gamma}{gE} \ddot{\Psi}(t) \left(\left(\frac{y}{b} \right)^4 - 2\left(\frac{y}{b} \right)^3 + \frac{y}{b} \right) - \frac{b}{2} \Psi(t) \left(\left(\frac{y}{b} \right)^2 - \frac{y}{b} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Количественный анализ выявил закономерности в поведении прогиба на прямой $y = b/2$ на двух временных интервалах с момента скачкообразного изменения температуры: 1) параметр кручения k_{12} существенно влияет на момент времени возникновения наибольшего прогиба (Рисунок 6 а); кривым 1-6 соответствуют параметры кручения k_{12} , равные 0; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05). При прочих равных условиях наибольший прогиб раньше возникает у пластинки ($k_{12} = 0$); 2) в случае цилиндрической оболочки (Рисунок

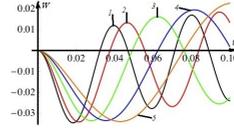
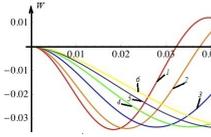


Рисунок 6 — $W(\frac{b}{2}, t)$ для оболочки постоянного кручения.

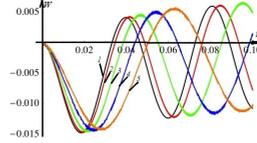
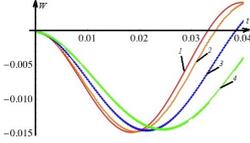


Рисунок 7 — $W(\frac{b}{2}, t)$ для цилиндрической оболочки.

7 а); кривым 1-4 соответствуют кривизны k_2 , равные 0,01; 0,02; 0,03; 0,04.) время наступления наибольшего прогиба менее чувствительно к параметру кривизны k_2 , а временной интервал максимальных прогибов значительно меньше временного интервала для оболочки постоянного кручения; 3) с увеличением значений параметров k_{12} и k_2 динамические прогибы оболочек при фиксированном моменте времени значительно убывают (на рисунке 6 б) кривым 1-5 соответствуют параметры кручения k_{12} , равные 0; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; на рисунке 7 б) кривым 1-5 соответствуют кривизны k_2 , равные 0,001; 0,01; 0,02; 0,03; 0,04). Величина максимального прогиба оболочек мало чувствительна к кривизне и кручению на временном отрезке $[0; 0,05]$ при той же тенденции к убыванию; 4) при прочих равных условиях значение динамического прогиба цилиндрической оболочки во всех случаях, практически, в два раза меньше прогиба оболочки постоянного кручения.

Вторая глава посвящена задачам термоупругости геометрически нерегулярных пластин под действием быстро возрастающих температурных и силовых нагрузок. В разделе 2.1 в рамках предположений раздела 1.2 рассматривается геометрически нерегулярная пластинка. Решение термодинамической задачи сводится к интегрированию сингулярного дифференциального уравнения относительно функции прогиба $w(x, y, t)$

$$\frac{\gamma h}{gD} \ddot{w} + \frac{\mu}{D} \dot{w} + \nabla^2 \nabla^2 w + \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{D} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \delta_{\tilde{x}_i} + \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{\beta}_i}{D} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \Big|_{x=\tilde{x}_i} \frac{d\delta_{\tilde{x}_i}}{dx} + \sum_{i=1}^n \frac{\gamma h_i a_i}{gD} \ddot{w} \delta_{\tilde{x}_i} =$$

$$= \frac{g_0 a_1 b_1}{D} \delta(x - x_1, y - y_1) (H_{t_1} - H_{t_2}) - \frac{1+\nu}{h} \alpha \nabla^2 \theta_1, \text{ где } \delta_{\tilde{x}_i} - \text{дельта функция Дирака, } \frac{\beta_i}{D} = \Phi_{3i} \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 a_i, \frac{\tilde{\beta}_i}{D} = 2(1-\nu) \frac{\beta_i}{D}, \Phi_{3i} = 1 + 3\frac{h_i}{h} + 3\left(\frac{h_i}{h}\right)^2, \theta_1(x, y) - \text{определяется в виде (3). В случае шарнирного закрепления краев решение, на основании метода Галеркина, сводится к интегрированию дифференциального уравнения}$$

$$\ddot{w}_{km} + \frac{\mu g}{\gamma h} \frac{1}{H_i} \dot{w}_{km} + \frac{gD}{\gamma h a^3} \frac{\tilde{H}_i}{H_i} w_{km} =$$

$$= 4 \frac{g_0 g}{\gamma h} \frac{1}{H_i} \frac{a_1 b_1}{ab} \sin^2 \frac{k\pi x_1}{a} \sin^2 \frac{m\pi y_1}{b} \langle (H_{t_1} - H_{t_2}) \rangle + \frac{1+\nu}{h} \frac{gD}{\gamma h a^2} \frac{1}{H_i} L_{km} \alpha \vartheta_{km}(t),$$

где обозначено $H_i = 1 + 2 \frac{h_i a_i}{ha} \sin^2 \frac{k\pi \tilde{x}_i}{a}$, $\tilde{H}_i = L_{km}^2 +$
 $+ 2 \left(\frac{m\pi a}{b} \right)^4 \Phi_{3i} \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 \frac{a_i}{a} \sin^2 \frac{k\pi \tilde{x}_i}{a} + 4 (k\pi)^2 \left(\frac{m\pi a}{b} \right)^2 (1 - \nu) \Phi_{3i} \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 \frac{a_i}{a} \cos^2 \frac{k\pi \tilde{x}_i}{a}$.

При условии $4 \frac{gD}{\gamma h a^4} \frac{\tilde{H}_i}{H_i} > \left(\frac{\mu g}{\gamma h H_i} \right)^2$ функция прогиба термоупругой системы запишется в виде

$$w(x, y, t) = \sum_{km} \left\langle (C_{km}^1 \sin(K_{km}t) + C_{km}^2 \cos(K_{km}t)) e^{-\tilde{\mu}t} + A_{km}^3 + B_{km}^3 e^{-\frac{\beta S_{km} t}{a^2}} + \right. \\ \left. + \sum_{l=1}^2 (D_{km1}^l \sin(K_{km}t) + D_{km2}^l \cos(K_{km}t) + \tilde{w}_{km}^l) H(t - t_l) + \right. \\ \left. + \sum_{l=1}^2 (F_{km1}^l \sin(K_{km}t) + F_{km2}^l \cos(K_{km}t) + \tilde{w}'_{km}{}^l) H(t - t_l) \right\rangle \sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}.$$

Постоянные интегрирования C_{km}^l ($l = 1, 2$) определялись из начальных условий, согласно которых при $t \in (0, t_1)$ пластинка находилась в покое.

В случае неоднородных краевых условий (на всех краях пластинки поддерживается постоянный перепад температуры по толщине $\tilde{\theta}_1$) краевые условия примут вид

$$\text{при } x = 0, x = a : w = 0, w_{,11} = -\frac{1+\nu}{h} \alpha \tilde{\theta}_1, \theta_1 = \tilde{\theta}_1, \quad (7)$$

$$\text{при } y = 0, y = a : w = 0, w_{,22} = -\frac{1+\nu}{h} \alpha \tilde{\theta}_1, \theta_1 = \tilde{\theta}_1. \quad (8)$$

Решение будем разыскивать в виде, тождественно удовлетворяющем только условиям (7)

$$w(x, y, t) = \sum_{km} w_{km}(t) \sin \frac{k\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b} + \sum_k f_k(y) \sin \frac{k\pi x}{a} - \frac{1+\nu}{2h} \alpha \tilde{\theta}_1 (x^2 - ax), \quad (9)$$

где $f_k(y) = \sum_{l=0}^3 A_l^k y^l$. Подстановка (9) в условия (8) приводит к неоднородной алгебраической системе относительно A_l^k , решения которой позволяют определить функцию $f_k(y)$ и записать

$$f_k(y) = -\frac{1+\nu}{h} \frac{a^2}{2} \left(\frac{\cos k\pi}{k\pi} + \frac{4(1-\cos k\pi)}{(k\pi)^3} \right) \alpha \tilde{\theta}_1 + \frac{1+\nu}{h} \frac{(1-\cos k\pi)}{2k\pi} \alpha \tilde{\theta}_1 y(b - y).$$

Следует отметить, что эта процедура может быть применена к случаю пологих оболочек.

Количественный анализ полученных решений выявил следующие закономерности в отклике термоупругой системы на изменения перечисленных параметров: 1) С увеличением числа ребер (как и их жесткости на изгиб и кручение) размахи колебаний уменьшаются, частота значительно возрастает (рисунки 8 - 9). Следует отметить, что в термостатической постановке задачи увеличение изгибной жесткости ребер как и их числа ведет к росту прогиба, а увеличение жесткости на кручение к уменьшению прогиба, при прочих равных условиях; 2) При наличии на краях пластинки перепада температуры по толщине асимметричные затухающие колебания происходят около прямой параллельной временной оси. Расстояние

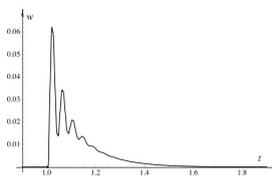


Рисунок 8 — $w(x_1, y_1, t)$, $Bio = 100$,
 $\frac{h_i}{h} = 5$, $n = 0$.

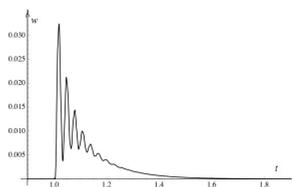


Рисунок 9 — $w(x_1, y_1, t)$,
 $Bio = 100$, $\frac{h_i}{h} = 5$, $n = 1$.

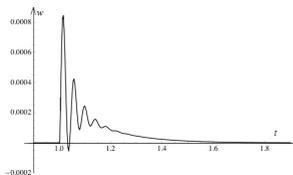


Рисунок 10 — $w(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, t)$, $Bio = 1$,
 $\tilde{\theta}_1 = 0$.

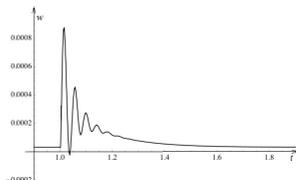


Рисунок 11 — $w(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, t)$, $Bio = 1$,
 $\tilde{\theta}_1 = 20$.

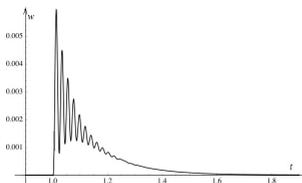


Рисунок 12 — $w(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, t)$,
 $Bio = 50$, $\tilde{\theta}_1 = 100$, $\frac{a}{b} = 1$, $n = 3$.

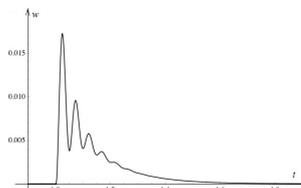


Рисунок 13 — $w(\frac{a}{3}, \frac{b}{3}, t)$,
 $Bio = 50$, $\tilde{\theta}_1 = 100$, $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$,
 $n = 3$.

между этими прямыми зависит от величины перепада (рисунки 10 - 11);
3) Существенное влияние на частоту и размахи колебаний ребристой пластинки оказывает параметр a/b (рисунки 12, 13) с уменьшением которого размахи колебаний возрастают, при этом частота колебаний существенно уменьшается. Этот факт объясняется изменением длины подкрепляющих элементов; 4) При малых значениях параметра Bio затухающие колебания геометрически нерегулярной пластинки происходят около прямой, практически совпадающей с временной осью.

Отмеченные закономерности термоупругого поведения геометрически нерегулярной пластинки происходят на временном промежутке значительно большем (более чем в 38 раз) временного интервала температурно-силового воздействия. В целом картина нестационарного термоупругого поведения геометрически нерегулярной пластины чрезвычайно сложная.

В разделе 2.2 решается задача устойчивости нагретой до постоянной температуры Θ_0 геометрически нерегулярной ортотропной пластинки обдуваемой сверхзвуковым потоком газа со стороны одной из ее поверхностей. Интенсивность поперечной нагрузки, вызванной изгибом пластинки определяется по «поршневой теории». Тангенциальные усилия T^{ij} ($i, j = 1, 2$) в исходном безмоментном состоянии термоупругой системы «пластинка-ребра» определяются на основании решений системы сингулярных дифференциальных уравнений

$$u_{,11} + \frac{G_{12}h}{B_1} u_{,22} + \left(\nu_2 + \frac{G_{12}h}{B_1} \right) v_{,2} + \frac{G_{12}(1-\nu_1\nu_2)}{E_1} \sum_{i=1}^n \frac{h_i a_i}{h} (u_{,2} + v_{,1})_{,2} \delta_{x_i} = 0,$$

$$\left(\nu_1 + \frac{G_{12}h}{B_2} \right) u_{,12} + v_{,22} + \frac{G_{12}h}{B_2} v_{,11} + \sum_{i=1}^n \frac{h_i}{h} a_i (v_{,2} + \nu u_{,1})_{,2} \delta_{x_i} = 0,$$

при краевых условиях $u_{,2} + v_{,1} = 0$, $u_{,1} + \nu_2 v_{,2} = (\alpha_1 + \nu_2 \alpha_2) \theta_0$ при $x = 0$, $x = a$; $u_{,2} + v_{,1} = 0$, $v = 0$ при $y = 0$, $y = b$, и имеют вид $T^{11} = T^{12} = 0$; $T^{22} = -E_2 h \alpha_2 \theta_0$.

Дифференциальное уравнение динамической термоустойчивости подкрепленной пластинки в сверхзвуковом потоке при линейной аэродинамике запишется

$$\begin{aligned} w_{,1111} + 2 \left(\nu_2 + 2 \frac{D_k}{D_1} \right) w_{,1122} + \frac{E_2}{E_1} w_{,2222} + \frac{E_2}{E_1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{h_i}{h} \right) \Phi_{3i} a_i w_{,2222} \delta_{x_i} + \\ + p_0 \frac{\varkappa M}{D_1} w_{,2} + \frac{B_2}{D_1} \alpha_2 \theta_0 (1 - \nu_1 \nu_2) w_{,22} + \alpha_2 \theta_0 (1 - \nu_1 \nu_2) \sum_{i=1}^n \frac{B_{2i}}{D_1} w_{,22} a_i \delta_{x_i} + \\ + \frac{\gamma h}{g D_1} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\gamma a_i h_i}{g D_1} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \delta_{x_i} + \frac{\mu}{D_1} \frac{\partial w}{\partial t} = 0. \end{aligned}$$

При определении динамической устойчивости термоупругой системы функцию прогиба (при шарнирном опирании всех краев пластинки), во втором приближении, зададим в виде

$$\tilde{w}(x, y, t) = \xi_{11}(t) \sin \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi}{b} + \xi_{12}(t) \sin \frac{\pi}{a} \sin \frac{2\pi}{b},$$

где $\xi_{ij}(t)$ являются решениями линейных однородных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 \xi_{11}}{dt^2} + \frac{\mu g}{h p_1 \gamma} \frac{d \xi_{11}}{dt} + \frac{g D_1}{\gamma h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \frac{H_{11}}{p_1} \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_{kp}} \right) \xi_{11} - \frac{8}{3} \frac{p_0}{p_1} \frac{\varkappa M g}{\gamma h b} \xi_{12} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{8}{3} \frac{p_0}{p_1} \frac{\varkappa M g}{\gamma h b} \xi_{11} + \frac{d^2 \xi_{12}}{dt^2} + \frac{\mu g}{h p_1 \gamma} \frac{d \xi_{12}}{dt} + 4 \frac{g D_1}{\gamma h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \frac{H_{11}}{p_1} \left(1 + \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - \frac{\theta_0}{\theta_{kp}} \right) \xi_{12} = 0.$$

Здесь $p_1 = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{2a_i h_i}{ah} \sin^2 \frac{\pi x_i}{a}, \dots, H_{11}^0 = 6 \frac{a^4 E_2}{b^4 E_1} \left(\frac{1}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{h_i^3}{h^3} \Phi_{3i} \frac{a_i}{a} \sin^2 \frac{\pi x_i}{a} \right) - \frac{3}{4}$.

Система (10) эквивалентна одному дифференциальному уравнению четвертого порядка

$$\frac{d^4 \eta}{dt^4} + 2e_1 \frac{d^3 \eta}{dt^3} + e_3 \frac{d^2 \eta}{dt^2} + e_4 \frac{d \eta}{dt} + e_5 \eta = 0,$$

$$\text{где обозначено: } e_1 = \frac{\mu g}{h p_1 \gamma}, e_3 = e_1^2 + \frac{g D_1}{\gamma h} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \frac{H_{11}}{p_1} \left(5 + 4 \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - 5 \frac{\theta_0}{\theta_{kp}} \right),$$

$$e_4 = e_1 \frac{gD_1}{\gamma h} \left(\frac{\pi}{a}\right)^4 \frac{H_{11}}{p_1} \left(5 + 4 \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - 5 \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right),$$

$$e_5 = \left(\frac{8}{3} \frac{p_0}{p_1} \frac{\varkappa M g}{\gamma h b}\right)^2 + 4 \left(\frac{gD_1}{\gamma h} \left(\frac{\pi}{a}\right)^4 \frac{H_{11}}{p_1}\right)^2 \left(1 - \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right) \left(5 + 4 \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - 5 \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right).$$

Вопрос об устойчивости системы решается на основании критерия Гурвица, из которого получим

$$\frac{v_y}{c_0} < \frac{E_1 \pi^4}{64(1-\nu_1\nu_2)} \left(\frac{h}{a}\right)^3 \frac{b}{a} \frac{H_{11}}{\varkappa p_0} \cdot \sqrt{\left(5 + 4 \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - 5 \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right)^2 +$$

$$+ \frac{24(1-\nu_1\nu_2)\mu^2 g}{\pi^4 \gamma E_1 p_1 H_{11}} \left(\frac{a}{h}\right)^4 \left(5 + 4 \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - 5 \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right) + 16 \left(\frac{\theta_0}{\theta_{kp}} - 1\right) \left(1 + \frac{H_{11}^0}{H_{11}} - \frac{\theta_0}{\theta_{kp}}\right)}.$$

Количественный анализ показал, что увеличение параметров (h_i/h и n) значительно повышает предельное значение скорости потока при которой система устойчива. Влияние параметра демпфирования незначительно на величины наименьших скоростей потока и тем меньше чем больше относительная высота ребер, их число и величина модуля упругости в направлении потока. С увеличением температуры наименьшая скорость потока, при прочих равных условиях, убывает. Полученные решения в случае изотропной гладкой «холодной» пластинки полностью согласуются с результатами, приведенными в книгах Вольмира А.С. и Огибалова П.М.

В разделе 2.3 решается задача термоупругости ГНП под действием локального быстровозрастающего перепада температуры и моментов на двух противоположных краях пластинки $\Theta_1(y) = \theta_0^1 f\left(\frac{y}{b}\right) H_{y_1}$, $M(y) = M^0 \tilde{f}\left(\frac{y}{b}\right) H_{y_1}$, где f , \tilde{f} – быстровозрастающие непрерывные функции и такие, что $f^{(\beta)}|_{y=y_1} = 0$, $f^{(\alpha)}|_{y=y_1} = 0$ при $\beta = 0,1$; $\alpha = 0,1,2,3$.

Пластинка находится в условиях конвективного теплообмена через основные плоскости со средой, температуры которых соответственно $T^+ = T_0^+ H_{y_0}$ и T^- .

Решение сингулярного дифференциального уравнения термоупруго-го равновесия геометрически нерегулярной пластинки

$$\nabla^2 \nabla^2 w + \frac{\beta_1}{D} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta_{y_2} + \frac{\beta_1}{D} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3 \partial y} \Big|_{y=y_2} \frac{d\delta}{dy} = -\frac{\alpha(1+\nu)}{h} \nabla^2 \Theta_1,$$

$$\text{где} \quad \Theta_1(x, y) = \sum_k \left\langle C^1 e^{Y_k} + C^2 e^{-Y_k} - 6 \frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a}{h} \frac{a_k^0}{S_k^2} T^- + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{1}{2} \tilde{f}_k(y, y_1) A_{k0} + A_{k2} \left(\frac{y}{b} - \frac{y_1}{b}\right)^2 + A_{k0} \right] H_{y_1} + \right.$$

$$\left. + \tilde{\theta}_{1k} \left[1 - \frac{1}{2} \tilde{f}_k(y, y_0) \right] H_{y_0} \right\rangle \sin \frac{k\pi x}{a} + \theta_1^0 \left(\frac{y}{b} - \frac{y_1}{b}\right)^2 H_{y_1},$$

запишется в случае шарнирного закрепления краев

$$w(x, y) = \sum_k \left(\sum_{m=1}^4 C^m \left\{ \varphi_{km}(y) + \left[\left(\sum_{n=1}^4 C_n^3 \varphi_{kn}(y) \right) \varphi_{km}(y_2) \right] H_{y_2} + \right. \right.$$

$$\left. + k\pi \left[\left(\sum_{n=1}^4 C_n^4 \varphi_{kn}(y) \right) \varphi_{km}^{(1)}(y_2) \right] H_{y_2} \right\} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\sum_{m=1}^4 C_m^3 \varphi_{km}(y) \right] \left\langle \left[\sum_{m=1}^4 \widetilde{C}'_m \varphi_{km}(y_2) + \widetilde{D}'_1 e^{\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_2 e^{-\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_3 \right] + \right. \\
& \quad \left. + \left[\sum_{m=1}^4 \widetilde{C}'_m \varphi_{km}(y_2) + \widetilde{D}'_1 e^{\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_2 e^{-\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_3 \right] + \right. \\
& \quad \left. + 6(1 + \nu) \left(\frac{a}{h} \right)^2 \frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a_0^k}{(k\pi)^4} \alpha T^- \left(\frac{1}{S_k^2} - 1 \right) \right\rangle a H_{y_2} + \\
& + \left[\sum_{m=1}^4 C_m^4 \varphi_{km}(y) \right] \left\langle k\pi \sum_{m=1}^4 \left(\widetilde{C}'_m + \widetilde{C}'_m \right) \varphi_{km}^{(1)}(y_2) + S_k \left(\widetilde{D}'_1 + \widetilde{D}'_1 \right) e^{\frac{S_k y_2}{a}} - \right. \\
& \quad \left. - S_k \left(\widetilde{D}'_2 + \widetilde{D}'_2 \right) e^{-\frac{S_k y_2}{a}} + 2 \frac{a}{b} \widetilde{D}'_3 \left(\frac{y_2}{b} - \frac{y_1}{b} \right) \right\rangle a H_{y_2} + \left[\sum_{m=1}^4 C_m^5 \varphi_{km}(y) \right] a H_{y_2} + \\
& \quad + \left[\sum_{m=1}^4 \widetilde{C}'_m \varphi_{km}(y) + \widetilde{D}'_1 e^{\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_2 e^{-\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_3 \right] a H_{y_0} + \\
& + \left[\sum_{m=1}^4 \widetilde{C}'_m \varphi_{km}(y) + \widetilde{D}'_1 e^{\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_2 e^{-\frac{S_k y_2}{a}} + \widetilde{D}'_3 \left(\frac{y_2}{b} - \frac{y_1}{b} \right)^2 + \widetilde{D}'_4 \right] a H_{y_1} + \\
& \quad + 6(1 + \nu) \left(\frac{a}{h} \right)^2 \frac{\varkappa a}{\lambda} \frac{a_0^k}{(k\pi)^4} \alpha T^- \left(\frac{1}{S_k^2} - 1 \right) a \sin \frac{k\pi x}{a} + \\
& \quad + \frac{a}{2h} \left[\frac{M^0 h}{D} \widetilde{f} \left(\frac{y}{b}, \frac{y_1}{b} \right) H_{y_1} + (1 + \nu) \alpha \theta_1^0 f \left(\frac{y}{b}, \frac{y_1}{b} \right) \right] \left(\frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2} \right) a.
\end{aligned}$$

где $\{\varphi_{km}(y)\} \sim \left\{ \text{sh} \frac{k\pi y}{a}, \text{ch} \frac{k\pi y}{a}, \frac{k\pi y}{a} \text{sh} \frac{k\pi y}{a}, \frac{k\pi y}{a} \text{ch} \frac{k\pi y}{a} \right\}$, $m = 1, 2, 3, 4$.

Постоянные интегрирования C^m ($m = 1, 2, 3, 4$) определялись из условий шарнирного закрепления краев.

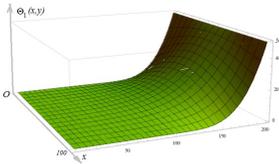


Рисунок 14 — $\Theta_1(x, y)$, $y_1^\Theta = \frac{b}{2}$,
 $\theta_1^0 = 50$

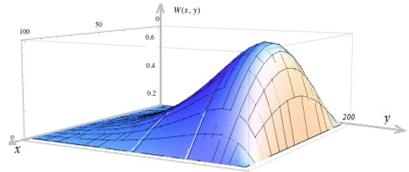


Рисунок 15 — $\Theta_1(x, y)$, $y_1^\Theta = \frac{b}{4}$,
 $\theta_1^0 = -50$

Количественный анализ функции прогиба проводился с учетом конфигурации термической поверхности, изображения которой приводятся на

рисунках 14. Рассматривались различные случаи температурного и силового нагружений границ пластинки: воздействия в одном направлении из одной точки (рисунок 15); в противоположных направлениях из той же точки; в противоположных направлениях с пересечением из двух точек и в противоположных направлениях без пересечения из тех же точек. Во всех случаях, при указанных значениях геометрических параметров: $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$, $\frac{a}{h} = 100$, $\frac{h_1}{h} = 2$, $\frac{b_1}{b} = 0,01$ – области наибольших прогибов пластинки находятся в области наибольших значений температуры. Прогиб пластинки менее чувствителен к интенсивности силовой нагрузки на границе, чем к перепаду температуры по толщине, при прочих равных условиях. Важно отметить, что постановка подкрепляющего элемента в виде «сжатого» ребра, во всех рассмотренных случаях, приводит к уменьшению величины прогиба пластинки.

Третья глава посвящена определению строгой континуальной модели составных конструкций из различных по геометрическим свойствам оболочек вращения гладко сопряженных между собой. На основании определения обобщенного вектора положения любой точки срединной поверхности композиции, методами теории поверхностей, определяются обобщенные параметры Ламе и главные кривизны. Такой подход позволяет при решении статических и динамических задач обращаться к различным по степени точности теориям оболочек в криволинейных координатах, при предварительной конкретизации параметров Ламе. Возникающие при этом алгебраические операции со структурами содержащими функции Хевисайда ($H(\theta - \theta_i)$), обозначим H_{θ_i} , неопределенными и ограниченными при значениях $\theta = \theta_i$ и позволяющими выносить их из под знака функции математически обоснованы и приводятся в виде формул.

В разделе 3.1 рассматриваются возможные многочисленные варианты композиций из оболочек вращения (сфера, конус, цилиндр, эллипсоид вращения), определяются обобщенные параметры Ламе и главные кривизны обобщенной срединной поверхности композиции. В каждом конкретном случае доказывается выполнение условий Кодацци-Гаусса.

Основная идея определения обобщенного вектора - положения $\bar{r}(\alpha^1, \alpha^2)$ любой точки срединной поверхности композиции из конечно-го числа элементов заключается в конкретизации структуры правой части равенства

$$\bar{r}(\alpha^1, \alpha^2) = \bar{r}_1(\alpha^1, \alpha^2) + \sum_{i=1}^n (\bar{r}_{i+1}(\alpha^1, \alpha^2) - \bar{r}_i(\alpha^1, \alpha^2)) H(\alpha^1 - \alpha_i^1)$$

с учетом подходящей единой идентификации точек срединных поверхностей элементов композиции и выполнении равенств $\bar{r}_{i+1}(\alpha_i^1) = \bar{r}_i(\alpha_i^1)$, $\frac{\partial \bar{r}_{i+1}}{\partial \alpha^1} \Big|_{\alpha^1 = \alpha_i^1} = \frac{\partial \bar{r}_i}{\partial \alpha^1} \Big|_{\alpha^1 = \alpha_i^1}$.

В качестве примера рассматривается композиция из трех элементов «сфера - конус - сфера». Обобщенный вектор – положения любой точки срединной поверхности композиции

$$\bar{r}(\theta, \varphi) = \left\langle R_1(1 - \cos \theta) + \left(R_1 \frac{\sin(\theta + \psi) - \cos \theta}{\sin(\theta + \psi)} - R_1(1 - \cos \theta) \right) H_{\theta_1} + \left(R_2(1 + \cos 2\theta) - \frac{R_2 \cos \theta}{\sin(\theta + \psi)} \right) H_{\theta_2} \right\rangle \bar{e}_3 +$$

$$+\langle R_1 \sin \theta + \left(\frac{R_1 \sin \theta}{\sin(\theta+\psi)} - R_1 \sin \theta \right) H_{\theta_1} + \left(R_2 \sin(2\pi - 2\theta) - \frac{R_1 \sin \theta}{\sin(\theta+\psi)} \right) H_{\theta_2} \rangle (\cos \varphi \bar{\xi}_1 + \sin \varphi \bar{\xi}_2).$$

Обобщенные параметры Ламе и главные кривизны имеют вид

$$\begin{aligned} \sqrt{G_{11}} &= \left\langle R_1 + \left(\frac{R_1}{\sin^2(\theta+\psi)} - R_1 \right) H_{\theta_1} + \left(2R_2 - \frac{R_1}{\sin^2(\theta+\psi)} \right) H_{\theta_2} \right\rangle; \\ \sqrt{G_{22}} &= \left\langle R_1 \sin \theta + \left(\frac{R_1 \sin \theta}{\sin(\theta+\psi)} - R_1 \sin \theta \right) H_{\theta_1} + \left(R_2 \sin(2\pi - 2\theta) - \frac{R_1 \sin \theta}{\sin(\theta+\psi)} \right) H_{\theta_2} \right\rangle; \\ k_1 &= \left\langle \frac{1}{R_1} + \left[0 - \frac{1}{R_1} \right] H_{\theta_1} + \left[\frac{1}{R_2} - 0 \right] H_{\theta_2} \right\rangle; \\ k_2 &= \left\langle \frac{1}{R_1} + \left[\frac{\cos \psi \sin(\theta+\psi)}{R_1 \sin \theta} - \frac{1}{R_1} \right] H_{\theta_1} + \left[\frac{1}{R_2} - \frac{\cos \psi \sin(\theta+\psi)}{R_1 \sin \theta} \right] H_{\theta_2} \right\rangle. \end{aligned}$$

В этом же разделе получены обобщенные векторы - положений, обобщенные параметры Ламе и главные кривизны для композиций: сфера-конус, конус-сфера-конус, конус-сфера-цилиндр-сфера, сфера-цилиндр-сфера, сфера-эллипсоид, эллипсоид-цилиндр, а также открытой композиции из цилиндра-пластинки-цилиндра.

В разделе 3.2. в рамках модели типа Лява из вариационного принципа Лагранжа выведены основные уравнения осесимметричной термоупругости оболочки вращения с термочувствительной толщиной в перемещениях. В качестве примера коэффициенты дифференциальных уравнений термоупругого равновесия конкретизируются для композиции конус-сфера. Температурные функции θ_0 и θ_1 (при линейной аппроксимации температурного поля $\Theta(\alpha^1, z)$ по толщине) предварительно определяются из соответствующей системы уравнений для этих функций в криволинейных координатах, полученных на основании уравнения теплопроводности для оболочки произвольного очертания в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Коэффициенты этих уравнений так же конкретизируются с учетом обобщенных параметров Ламе и главных кривизн на случай композиции сфера-конус.

В разделе 3.3 определяются решения в замкнутом виде сингулярных уравнений статики осесимметричного безмоментного состояния перечисленных выше вариантов композиций. Рассмотрены случаи когда композиции из оболочек вращения деформируются нагрузками, вызывающими только тангенциальные усилия T^{11} и T^{22} .

В случае композиции сфера-конус разрешающие уравнения в усилиях примут вид

$$\begin{aligned} \frac{dT^{11}}{d\theta} + T^{11} \left\langle 2 \operatorname{ctg} \theta + \left(-\frac{\sin \psi}{\sin \theta \sin(\theta-\psi)} - 2 \operatorname{ctg} \theta \right) H_{\theta_1} \right\rangle &= \\ = q_3 R \left\langle \operatorname{ctg} \theta + \left(-\frac{\sin \psi}{\sin^2(\theta-\psi) \cos \psi} - \operatorname{ctg} \theta \right) H_{\theta_1} \right\rangle; \\ T^{22} = q_3 R \left\langle 1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \psi \sin(\theta-\psi)} - 1 \right) H_{\theta_1} \right\rangle - T^{11} \left\langle 1 + (0 - 1) H_{\theta_1} \right\rangle. \end{aligned}$$

Решения этих уравнений запишутся

$$T^{11} = \frac{q_3 R}{2} \left\langle 1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \psi \sin(\theta-\psi)} - 1 \right) H_{\theta_1} \right\rangle; T^{22} = \frac{q_3 R}{2} \left\langle 1 + \left(\frac{2 \sin \theta}{\sin \psi \sin(\theta-\psi)} - 1 \right) H_{\theta_1} \right\rangle.$$

При линейном температурном воздействии по переменной $\langle \theta \rangle$ - $\theta_0(\theta) = \theta_0 \left(1 - \frac{\theta}{\pi} \right)$, где $\theta_0 = \text{const}$ решения примут вид

$$\begin{aligned}\tilde{T}^{11} &= \frac{q_3 R}{2} \left\langle 1 + \left(\frac{\sin \theta}{\cos \psi \sin(\theta - \psi)} - 1 \right) H_{\theta_1} \right\rangle + \frac{E h \alpha \theta_0}{1 - \nu} \left(1 - \frac{\theta}{\pi} \right); \\ \tilde{T}^{22} &= \frac{q_3 R}{2} \left\langle 1 + \left(\frac{2 \sin \theta}{\cos \psi \sin(\theta - \psi)} - 1 \right) H_{\theta_1} \right\rangle + \frac{E h \alpha \theta_0}{1 - \nu} \left(1 - \frac{\theta}{\pi} \right).\end{aligned}$$

Уравнения упругого равновесия композиции сфера-цилиндр-сфера под действием внутреннего давления q_3 запишется

$$\begin{aligned}\frac{dT^{11}}{d\theta} + \left\langle 2 \operatorname{ctg} \theta + (0 - 2 \operatorname{ctg} \theta) H_{\theta_1} + \left(-4 \operatorname{tg} \left(2\theta - \frac{3\pi}{2} \right) - 0 \right) H_{\theta_2} \right\rangle T^{11} &= \\ = q_3 R \left\langle \operatorname{ctg} \theta + (0 - \operatorname{ctg} \theta) H_{\theta_1} + \left(-2 \operatorname{ctg} \left(2\theta - \frac{3\pi}{2} \right) - 0 \right) H_{\theta_2} \right\rangle; \\ T^{22} &= - \left(1 + (0 - 1) H_{\theta_1} + (1 - 0) H_{\theta_2} \right) T^{11} + q_3 R.\end{aligned}$$

Решения в этом случае примут вид:

$$\begin{aligned}T^{11} &= C \left\langle \frac{1}{\sin^2 \theta} + \left(1 - \frac{1}{\sin^2 \theta} \right) H_{\theta_1} + \left(\frac{1}{\sin^2 2\theta} - 1 \right) H_{\theta_2} \right\rangle - \frac{q_3 R}{2} \left\langle \operatorname{ctg}^2 \theta + \right. \\ &+ \left. (0 - \operatorname{ctg}^2 \theta) H_{\theta_1} + (2 \operatorname{ctg}^2 2\theta - 0) H_{\theta_2} \right\rangle, T^{22} = \frac{q_3 R}{2} \left\langle 1 + (2 - 1) H_{\theta_1} + (1 - 2) H_{\theta_2} \right\rangle.\end{aligned}$$

Решения на основе континуальной модели в случае композиции из трех элементов сфера - цилиндр - сфера полностью согласуются с результатами, приведенными в книге академика Новожилова В.В. Анализ замкнутых интегралов обнаружил локальные нарушения безмоментного состояния на линиях искажения ($\theta = \theta_i$), которые проявляются в виде разрывов первого рода усилий T^{22} . Этот факт является причиной разрыва первого рода одной из главных кривизн обобщенной срединной поверхности композиций, и, следовательно, не может быть устранен путем симметричного изменения толщины в окрестности линий искажения. Установлено, что величина разрыва чувствительна к температуре и дополнительной кусочно-непрерывной нормальной нагрузке, приложенной со стороны меньшего по величине усилия T^{22} . На примере композиции сфера-конус доказано, что изменением интенсивности дополнительной нагрузки в области сферы можно устранить конечный разрыв, что обеспечивает безмоментное состояние конструкции в целом.

В **заключении** подробно излагаются основные результаты работы, краткое содержание которых состоит в следующем:

1. На основании метода суперпозиции тригонометрических рядов с переменными коэффициентами, многочленов и других функций получены новые аналитические решения (содержащие замкнутые интегралы для коэффициентов аппроксимирующих рядов) статических и динамических задач несвязной термоупругости ПО и ГНП под действием локальных быстро возрастающих силовых и температурных воздействий на краях и основных поверхностях.

1.1. Решена сингулярная задача несвязной термоупругости ПО двоякой кривизны два противоположных края которой нагружены быстро возрастающими локальными усилиями и моментами.

1.2. Решена динамическая задача ПО постоянного кручения под действием кратковременного воздействия сосредоточенной силы на одну из основных поверхностей оболочки в предположении конвективного теплообмена оболочки через основные поверхности с окружающей средой. Крат-

ковременное воздействие сосредоточенной силы сопровождается скачкообразным изменением температуры окружающей среды со стороны силовой нагрузки.

1.3. Решены задачи несвязной термоупругости для пологих оболочек постоянного кручения и цилиндрической (бесконечными по одной из пространственных координат), подверженных внезапному воздействию теплового потока со стороны одной из внешних поверхностей.

1.4. На основании замкнутого интеграла сингулярного дифференциального уравнения термоупругости ГНП проводится количественный анализ влияния подкрепляющих элементов на динамику при кратковременном воздействии сосредоточенной силы и скачкообразном изменении температуры окружающей среды на этом же временном интервале.

1.5. В квазистатической и динамической постановках, на основе «поршневой» теории, решены задачи устойчивости ортотропной геометрически нерегулярной нагретой пластинки в сверхзвуковом потоке газа.

1.6. Получено в замкнутом виде решение сингулярной краевой задачи термоупругости ГНП в условиях конвективного теплообмена через основные поверхности с окружающей средой и быстропеременных локальных температурных и силовых нагрузок на двух противоположных краях.

2. Разработана строгая континуальная модель композиции из различных по геометрическим свойствам оболочек вращения, которая позволяет при решении статических и динамических задач исходить из различных по степени точности уравнений теории оболочек в триортогональных криволинейных координатах.

2.1. Вариационным путем получены уравнения осесимметричной термоупругости из оболочек вращения с термочувствительной толщиной в компонентах поля перемещений. На примере композиции из двух элементов определены сингулярные коэффициенты в уравнениях теплопроводности и термоупругости.

2.2. Получены новые точные решения сингулярных уравнений осесимметричного безмоментного состояния для различных вариантов композиций под действием нормальной нагрузки и температуры.

2.3. На примере композиции из двух элементов сфера - конус, доказана возможность устранения разрыва первого рода в одном из тангенциальных усилий на линии искажения, что обеспечивает безмоментное состояние конструкции в целом.

Публикации автора по теме диссертации

В изданиях из списка ВАК РФ

1. Мыльцина, О.А. Уравнения термоупругости композиций из оболочек вращения / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Вестник Саратовского

государственного технического университета, г. Саратов, Издательство СГТУ. Т. 4, № 1. 2011 г. С. 56-64.

2. Мыльцина, О.А. Динамические уравнения несвязной осесимметричной термоупругости тонкостенной конструкции в виде гладко сопряженных оболочек вращения / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Вестник Саратовского государственного технического университета, г. Саратов, Издательство СГТУ. Т. 4, № 2. 2011 г. С. 66-69.

3. Мыльцина, О.А. Колебания пологих оболочек при внезапном воздействии теплового потока / О.А. Мыльцина, Е.Н. Савина, Г.Н. Белосточный // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2014, Т. 14, вып. 2. С. 227-232.

4. Мыльцина, О.А. Термоупругость подкрепленной пластинки под действием быстропеременных температурно-силовых воздействий на границе / О.А. Мыльцина, Г.Н. Белосточный // Вестник московского авиационного института, 2014 г., том 21, № 2. С. 169-174.

5. Мыльцина, О.А. Статистическое и динамическое поведение пологих оболочек под действием быстропеременных температурно-силовых воздействий / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Электронный журнал «Труды МАИ», выпуск № 82, 26 июня 2015 г. Режим доступа: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58453>

6. Мыльцина, О. А. Геометрически нерегулярные пластинки под действием быстропеременных по временной координате силовых и температурных воздействий / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2015, Т. 15, вып. 4. С. 442-451.

В сборниках трудов конференций

7. Мыльцина, О.А. Динамика поверхности прогиба ребристой пластинки при мгновенном воздействии температуры со стороны окружающей среды / О.А. Мыльцина, Г.Н. Белосточный // Материалы XIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО «ТР-принт», 2013.- С. 167-170.

8. Мыльцина, О.А. Колебания пологих оболочек при внезапном воздействии теплового потока / О.А. Мыльцина, Е.Н. Савина, Г.Н. Белосточный // Теории оболочек и мембран в механике и биологии: от макро- до наноразмерных структур = Shell and Membrane Theories in Mechanics and Biology: from Macro- to Nanoscale Structures: материалы междунар. науч. конф., 16-20 сент. 2013 г., Минск, Беларусь / под общ. ред. Г.И. Михасева, Х. Альтенбаха. – Минск: Изд. Центр БГУ, 2013. – С. 92-95.

9. Мыльцина, О.А. Об одном решении несвязной термоупругости пластинки под действием быстропеременных по пространственной координате температурных и силовых факторов на контуре / О.А. Мыльцина//

Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса. Материалы III Международной научно-практической конференции. – Гомель, 17–19 октября 2013 г. – Гомель: БелГУТ, 2013, – С. 379–381.

10. Мыльцина, О.А. Пологие оболочки и геометрически нерегулярные пластинки под действием быстропеременных по пространственным координатам температурных и силовых воздействий в зонах закрепления краев / О.А. Мыльцина, Г.Н. Белосточный // Материалы XX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО «ТР-принт», 2014.- С. 149-151.

11. Мыльцина, О.А. Динамика полой оболочки постоянного кручения в условиях конвективного теплообмена через основные поверхности с окружающей средой при быстропеременных по временной координате температурно-силовых воздействиях / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Материалы XXI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО «ТР-принт», 2015.- С. 21-24.

12. Мыльцина, О.А. Пологие оболочки и пластинки под действием быстропеременных по пространственной и временной координатам температурных и силовых воздействий / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // В сборнике: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов (Казань, 20-24 августа 2015 г.). Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров. – Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. - С. 427-429.

13. Мыльцина, О.А. Устойчивость нагретой геометрически нерегулярной ортотропной пластинки в сверхзвуковом потоке газа / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Материалы XXII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО «ТР-принт», 2016. - С. 39-42.

14. Мыльцина, О.А. Континуальная модель композиции из гладко сопряженных оболочек вращения / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Материалы XXIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: ООО «ТР-принт», 2017. - С. 34-35.

В прочих изданиях

15. Мыльцина, О.А. К вопросу статической устойчивости композиции из различных, по геометрическим свойствам, оболочек вращения / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Доклады академии военных наук. №5 (54), ОАО «КВ ЭЛЕКТРОПРИБОР», г. Саратов, 2012, с. 21-25.

16. Мыльцина, О.А. Термоупругое поведение пластин под действием быстропеременных температурных и силовых факторов / Г.Н. Белосточный, О.А. Мыльцина // Доклады академии военных наук. №3 (58), ОАО «КБ ЭЛЕКТРОПРИБОР», г. Саратов, 2013, с. 33-38.

17. Myltcina, O.A. On the Solution to Problem of Uncoupled Thermoelasticity for Plate under Influence of Quick Change along Coordinate of Thermal and Force Factors on the Boundary / Olga Myltcina // Представляем научные интересы миру. Естественные науки: Материалы V международной научной конференции молодых ученых «Presenting Academic Achievements to the World». – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2014. – Вып. 5. - С. 143-150

18. Мыльцина, О.А. Динамика пластинки под действием импульсных нагрузок / О.А. Мыльцина, М.Ю. Сурова // Математика. Механика: Сб. науч. тр. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2015. - Вып.17.- С. 117-121.

Мыльцина Ольга Анатольевна

Термоупругость геометрически нерегулярных пластин и оболочек под действием быстропеременных температурных и силовых воздействий

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____._____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____