

На правах рукописи

БУНТОВ АЛЕКСЕЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ

**УСТОЙЧИВОСТЬ МОНОЛИТНЫХ КРЕПЕЙ ПОДЗЕМНЫХ
СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА И
СЛОЖНОЙ РЕОЛОГИИ СЖАТОГО СКЕЛЕТА**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Воронеж – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном казенном военном образовательном учреждении высшего образования «Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)

Научный руководитель:

Гоцев Дмитрий Викторович

доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры математики ВУНЦ ВВС
«ВВА»

Официальные оппоненты:

Пеньков Виктор Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей механики ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», г. Липецк.

Мурашкин Евгений Валерьевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского» Российской академии наук, г. Москва

Ведущая организация:

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж

Защита состоится «14» июня 2017 года в 12:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.243.10 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, к. 9, ауд. 18.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» и на сайте <http://www.sgu.ru/research/dissertation-council/d-212-243-10>.

Автореферат разослан «___» _____ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к. ф.-м.н.

Сафонов Р.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время проходка и крепление горных выработок, проходимых на больших глубинах и в сложных горно-геологических условиях (многолетняя мерзлота, высокая сейсмичность, неотектонические явления и т.п.) имеют большое производственное и экономическое значение. Крепь подземных сооружений является сложной инженерной конструкцией, требующей для возведения значительных временных и финансовых затрат. Основным экономическим фактором при возведении крепи являются ее конструктивные размеры.

Цель расчета подземных конструкций заключается в определении основных напряженно-деформированных состояний (НДС), возникающих в элементах этих сооружений и установлении условий их прочности и устойчивости на основе найденных докритических состояний. В соответствии с результатами расчета выбираются рациональные конструкции крепей и оптимальные размеры их сечений, обеспечивающих надежную работу сооружений при минимальных затратах.

При нарушении условия благоприятного сочетания глубины и прочности материалов, обеспечение устойчивости выработок и их крепей, приобретает черты сложной инженерной и научной проблемы.

Использование современных достижений различных разделов механики, в частности трехмерной линейаризированной теории устойчивости (ТЛТУ) деформируемых тел, а также широкое распространение и высокий уровень развития средств вычислительной техники позволяют успешно моделировать и исследовать данные процессы.

Первой работой, положившей начало широким исследованиям по вопросам устойчивости равновесия горных выработок и их крепей, стала опубликованная в 1962 г статья Л. В. Ершова «О постановке задачи устойчивости горных выработок». Впервые привлечь математический аппарат ТЛТУ для исследования устойчивости горных выработок с монолитными крепями предложил А. Н. Гузь. В дальнейшем ТЛТУ применительно к задачам механики горных пород получила свое продолжение в работах Ж. С. Акопяна, М.Т. Алимжанова, А.М. Алимжанова, Г. Г. Кулиева, С. Б. Лобовика, В. М. Назаренко, А. Н. Спорыхина, А. И. Шашкина, Д.В. Гоцева и других авторов.

До настоящего времени остались неизученными вопросы устойчивости монолитных крепей вертикальных выработок и подземных сферических полостей при учете пористой структуры материала и сложной реологии сжатого скелета, проводимые в точной постановке в рамках трехмерной линейаризированной теории устойчивости. Поэтому построение математических моделей, описывающих поведение монолитных крепей вертикальных горных выработок и подземных сферических полостей с учетом внутренней структуры материала и сложной реологии сжатого скелета, а также решение вопроса об оптимальных параметрах давления внутри крепи и ее оптимальной толщины являются в настоящее время актуальными задачами.

Цели и задачи работы. Исследование на основе математического моделирования потери устойчивости и разработка на этой основе метода расчета монолитных крепей вертикальной горной выработки и подземной сферической полости с учетом внутренней структуры материалов и неупругой работы полностью сжатого скелета. Средством достижения поставленной цели является решение следующих задач:

- аналитическое исследование докритических НДС монолитных крепей указанных подземных сооружений с учетом внутренней структуры материалов и упругопластических или упруговязкопластических свойств полностью сжатого скелета;
- разработка математических моделей для исследования отказов монолитных крепей подземных сооружений при неупругой работе материалов с полностью сжатой матрицей на основе точных трехмерных линеаризованных соотношений теории устойчивости деформируемых тел;
- разработка алгоритма решения задач устойчивости монолитных крепей горных выработок для неоднородных докритических состояний;
- составление и разработка метода решения характеристических уравнений и с их помощью вычисление критических параметров для каждой из рассматриваемых задач;
- проведение численных экспериментов в рамках разработанных математических моделей отказов монолитных цилиндрических и сферических крепей подземных сооружений.

Методы исследования. В работе исследуемые вопросы решались на основе математического моделирования и анализа построенных моделей с помощью соотношений механики сплошных сред и ТЛТУ деформируемых тел.

Тематика работы. Содержание диссертации соответствует п. 5 «Теория упругости, пластичности и ползучести», п. 8. «Математические модели и численные методы анализа применительно к задачам, не допускающим прямого аналитического исследования» области исследования паспорта специальности 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» (код по ГАСНТИ 30.19.23, 30.19.29).

Научная новизна.

- построены математические модели, описывающие НДС монолитных крепей вертикальных горных выработок и подземный сферических полостей при учете пористой структуры материала и упругопластических или упруговязкопластических свойств полностью сжатой матрицы;
- разработан метод решения и решен класс задач устойчивости монолитных крепей подземных сооружений с учетом начальной пористости материалов и неупругих свойств сжатого скелета, в том числе:
 - а) вопрос о пространственной форме потери устойчивости основного состояния монолитной крепи вертикальной горной выработки для материала с полностью сжатой матрицей, обладающей упрочняющимися упруговязкопластическими свойствами;

б) задача об осесимметричной форме потери устойчивости монолитной крепи вертикальной выработки в случае, когда материал с полностью сжатой матрицей обладает одновременно упругими и пластическими свойствами;

в) задача об отказе монолитной крепи подземной сферической полости в случае, когда материал с полностью сжатой матрицей ведет себя как упрочняющееся упругопластическое тело;

- для каждой из перечисленных задач получены характеристические уравнения (выписаны отличные от нуля элементы определителей соответствующих алгебраических систем), разработан и реализован численный алгоритм их решения, на основе которого определена степень влияния физико-механических характеристик среды и геометрических размеров конструкции на критические значения параметров крепи.

Достоверность Проведенные в данной диссертационной работе исследования основаны на использовании положений ТЛТУ деформируемых систем; корректной математической постановке исследуемых задач с дальнейшими строгими выкладками; применении метода возмущений, показавшего высокую эффективность при решении задач устойчивости систем, и хорошо отработанного численного конечно-разностного метода. Достоверность проведенных в работе исследований и выводов основана на использовании апробированных моделей механики сплошных сред, а также сопоставлением теоретических результатов в частных случаях с известными и согласованием полученных результатов исследования с общими физическими представлениями.

Практическая ценность. В рассмотренных задачах устойчивости монолитных крепей подземных сооружений выявлены характерные эффекты (в частности установлено, что с ростом коэффициента упрочнения и предела текучести область устойчивости расширяется), которые на этапе проектирования позволяют правильно назначать прочностные нормы для конструкций, работающих под нагрузкой. Полученные результаты могут быть использованы для анализа НДС монолитных крепей подземных сооружений с учетом пористой структуры материалов и неупругой работы полностью сжатого скелета, при оптимальном выборе толщины несущих крепежных конструкций на основе данных о физико-механических свойствах материалов, а также для выбора расчетных схем, используемых при возведении монолитных крепей подземных сооружений.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на: международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», Воронеж, 2013г., 2015 г.; всероссийской научно-практической конференции «Академические Жуковские чтения». – Воронеж, 2013 г.; XI-ой международной научно-практической конференции «Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации», Курск, 2014 г.; VIII всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела, Чебоксары, 2014 г.; межвузовской научно-практической конференции курсантов и слушателей «Молодежные чтения памяти Ю.А. Гагарина. Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации», Воронеж, 2014 г., 2015 г.; всероссийской

научной школе-конференции «Механика предельного состояния и смежные вопросы», посвященной 85-летию профессора Д.Д. Ивлева, Чебоксары, 2015 г.; семинарах кафедры механики и компьютерного моделирования Воронежского госуниверситета 2013 – 2016 гг.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 18 печатных работ, из них 4 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Личный вклад автора получение результатов, выносимых на защиту, является определяющим и заключается в выполнении основного объема теоретических исследований и численных экспериментов, проведенных в диссертационной работе, включая разработку теоретических моделей, методик их исследований, анализ и оформление результатов в виде публикаций и научных докладов. В работах [1 - 4] лично автором в аналитическом виде получены соотношения, описывающие основные НДС монолитных крепей вертикальной выработки и подземной сферической полости на этапе деформирования упругого пористого материала, а также на этапе неупругого деформирования материала крепи с полностью сжатой матрицей.

Структура и объем работы. Полный объем диссертации составляет 201 страницу, в том числе 38 рисунков. Список литературы содержит 277 наименований. Описание представляемого исследования включает введение, три главы, заключение и список цитируемой литературы.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении раскрывается актуальность и практическая значимость темы диссертации. Сформулированы цель и основные задачи исследований. Дана краткая характеристика работы и ее изложение по главам.

Первая глава посвящена вопросу устойчивости деформирования пористых сред со сложной реологией сжатого скелета при малых начальных деформациях в рамках ТЛТУ.

Существенное внимание уделено выбору и разработке методов решения конкретных классов краевых задач при неоднородных докритических состояниях. Предложен алгоритм поиска критических нагрузок, соответствующих потере устойчивости монолитных крепей подземных сооружений.

В §1 в качестве модели среды, учитывающей пористую структуру материала и упруговязкопластические свойства полностью сжатой матрицы бралась модель, предложенная Д.В. Гоцевым. Данная модель строилась с помощью элемента «жесткого контакта», впервые введенным В.М. Садовским и позволяющим учитывать пористую структуру материала, а также модели А.Н. Спорыхина, позволяющей оценивать упруговязкопластические свойства сплошной среды. Механическая схема используемой модели показана на рисунке 1.

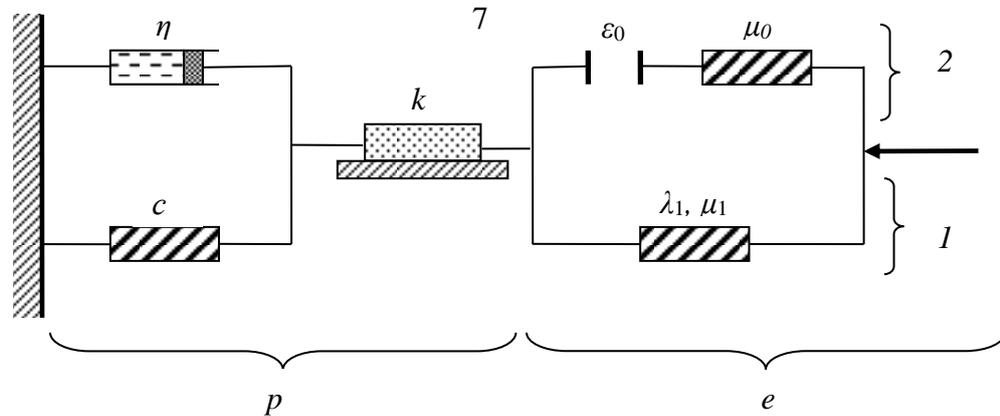


Рисунок 1

Модель представляет собой последовательное соединение двух частей: упругой – «*e*» и пластической – «*p*». Упругая часть состоит из параллельного соединения связки «2» и элемента «1». Связка «2» представляет собой последовательное соединение элемента «жесткого контакта», характеризуемого величиной ε_0 , определяемой удельным раствором пор и упругого несжимаемого элемента, характеризуемого коэффициентом упругости μ_0 . Элемент «1» является упругим сжимаемым элементом, характеризуемым коэффициентами Лямэ λ_1, μ_1 . Пластическая часть состоит из параллельной связки вязкого элемента, характеризуемого коэффициентом вязкости η и упругого элемента, характеризуемого коэффициентом упрочнения c , которая последовательно соединена с пластическим элементом, характеристикой которого является предел текучести k .

Материал, свойства которого описываются в рамках выбранной модели, будем считать сплошной средой. При этом напряженное состояние среды описывается симметричным тензором напряжений σ_j^β . Компоненты деформаций и напряжений такой среды будем находить в рамках соотношений геометрически линейной теории.

Приведем основные соотношения, описывающие механическое поведение пористых сред при упруговязкопластическом поведении сжатого скелета в рамках выбранной модели в произвольной криволинейной системе координат.

Уравнения равновесия имеют вид

$$\nabla_i \sigma_j^i + X_j = 0. \quad (1)$$

Здесь и далее X_j — массовые силы, символ ∇_i - обозначает ковариантную производную по i -ой координате.

На части S_1 поверхности тела, на которой известны напряжения граничные условия, запишем в форме

$$N_i \sigma_j^i = P_j, \quad (2)$$

где N_i — орты нормали к части поверхности S_1 тела, P_j — координаты вектора поверхностных сил;

В качестве геометрических соотношений при условии малых деформаций будем использовать формулы Коши, которые определяют

зависимость компонент симметричного тензора деформаций ε_j^i с компонентами вектора перемещений u_i

$$2\varepsilon_j^i = \nabla_j u^i + \nabla^i u_j. \quad (3)$$

Если в теле наряду с упругой зоной существует и пластическая зона, то на границе S раздела этих областей должны выполняться условия неразрывности компонент вектора перемещений:

$$[u_j]_S = 0 \quad (4)$$

и поверхностных сил

$$[N_i \sigma_j^i]_S = 0. \quad (5)$$

В (4), (5) и далее квадратные скобки обозначают скачок значений выражений, заключенных в скобки, на границе S раздела упругой и пластической областей. По индексам, повторяющимся два раза, предполагается суммирование от 1 до 3, если не оговорено противное.

Процесс деформирования материала, имеющего пористую структуру с характеристикой ε_0 , определяемой удельным раствором пор, разделим на два взаимосвязанных этапа. В качестве первого этапа примем деформирование упругого сжимаемого тела с пористой структурой. В качестве второго этапа рассмотрим процесс деформирования среды с полностью сжатой матрицей, обладающей упрочняющимися упруговязкопластическими свойствами. Зависимость между компонентами напряжений и деформаций на первом этапе примем в виде закона Гука для сжимаемого тела

$$\sigma_j^i = \begin{cases} \lambda_1 \varepsilon_\alpha^e g_j^i + 2\mu_1 \varepsilon_j^i, \\ -\varepsilon_\alpha^e < \varepsilon_0. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь и далее индекс « e » написанный сверху величин обозначает, что эти величины соответствуют упругой области деформирования материала, λ_1, μ_1 - параметры Ламе, характеризующие упругий сжимаемый элемент, g_j^i - смешанные компоненты метрического тензора.

На этапе деформирования материала с полностью сжатой матрицей упругие деформации удовлетворяют закону Гука для несжимаемого тела

$$S_j^i = \begin{cases} 2(\mu_0 + \mu_1) \varepsilon_j^i - 2\mu_0 \left(\varepsilon_j^i \right)_0 + \frac{2}{3} \mu_1 \varepsilon_0 g_j^i, \\ -\varepsilon_\alpha^e = \varepsilon_0, \end{cases} \quad (7)$$

где S_j^i - смешанные компоненты девиатора напряжений; $\mu_0 + \mu_1$ - модуль сдвига материала с полностью сжатой матрицей, обладающей свойством дальнейшей несжимаемости, $\left(\varepsilon_j^i \right)_0$ - смешанные компоненты тензора упругих деформаций, определяемые на момент полного сжатия пор, то есть при выполнении условия $\varepsilon_\alpha^e = -\varepsilon_0$.

В области пластического деформирования материала с полностью сжатой матрицей примем модель А.Н. Спорыхина, учитывающей наряду с вязкими упругие и пластические свойства среды. В этом случае поверхность нагружения имеет вид

$$F \equiv \left(S_j^i - c \varepsilon_j^i - \eta e_j^i \right) \left(S_i^j - c \varepsilon_i^j - \eta e_i^j \right) - k^2 = 0, \quad (8)$$

или модель упрочняющегося упругопластического тела, введенную Д.Д. Ивлевым с функцией нагружения

$$F \equiv \left(S_j^i - c \varepsilon_j^i \right) \left(S_i^j - c \varepsilon_i^j \right) - k^2 = 0, \quad (9)$$

где c — коэффициент упрочнения, k — предел текучести материала, η — коэффициент вязкости, e_j^p — компоненты тензора скоростей пластических деформаций, индекс « p » вверху величин обозначает их принадлежность к пластической области сжатого скелета.

В качестве соотношений, связывающих полные ε_{ij} , упругие ε_{ij}^e и пластические деформации ε_{ij}^p в пластической области деформирования материала с полностью сжатым скелетом примем

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (10)$$

Объемная деформация в пластической и упругой областях соответственно удовлетворяет условиям несжимаемости

$$\varepsilon_\alpha^p = 0, \quad \varepsilon_\alpha^e = -\varepsilon_0. \quad (11)$$

Отметим, что для осуществления перехода интегрированием от зависимостей вида «напряжения - скорости деформаций» к зависимостям вида «напряжения - деформации» необходимо, чтобы реализовывался процесс простого нагружения или близкие к нему процессы. Данная гипотеза основана как на анализе экспериментальных данных, так и на соображениях теоретического характера.

Приведенная система уравнений (1) - (11) положена в основу определения НДС рассматриваемых далее задач.

В §2 и §3 приводится постановка задач устойчивости состояния равновесия пространственных тел с пористой структурой, полностью сжатые матрицы которых обладают упруговязкопластическими свойствами. Отмечается, что при решении вопроса о бифуркации состояния равновесия или процесса деформирования пространственных тел с реологическими свойствами будем придерживаться следующей гипотезы: об устойчивости докритического состояния пространственных тел с реологическими свойствами будем судить по поведению малых возмущений, накладываемых на основное состояние, во времени в рамках соответствующей линеаризованной задачи. При этом процесс деформирования или состояние равновесия считается неустойчивым, если возмущения при $t \rightarrow \infty$ неограниченно возрастают и устойчивым - если затухают (условно называют устойчивым также состояние, когда получаются только периодические решения).

Исследование устойчивости основных НДС монолитных крепей вертикальной горной выработки и подземной сферической полости при принятии гипотезы о продолжающемся нагружении (концепция Шенли), сводится к решению системы дифференциальных уравнений в вариациях при соответствующих граничных условиях.

Уравнения равновесия в зонах пластического и упругого деформирования материала крепи с полностью сжатой матрицей имеют вид

$$\nabla_i(\sigma_j^i + \sigma_\alpha^i \nabla^\alpha u_j) - \rho \omega^2 u_j = 0, \quad (12)$$

где ω - комплексный параметр, индекс «0» вверху величин обозначает их принадлежности к компонентам основного (докритического) состояния.

Граничные условия в напряжениях на внутренней и внешней поверхностях крепи запишем в виде

$$N_i \left(\sigma_j^i + \sigma_\alpha^i \nabla^\alpha u_j \right) = 0. \quad (13)$$

Условия непрерывности на границе раздела упругой и пластической зон материала с полностью сжатой матрицей имеют вид

$$\left[\left(\sigma_j^i + \sigma_\alpha^i \nabla^\alpha u_j \right) N_i \right]_\Gamma = 0, \quad [u_i]_\Gamma = 0. \quad (14)$$

Соотношения, связывающие компоненты возмущений напряжений и деформаций для материала с полностью сжатой матрицей, обладающей упруговязкопластическими свойствами и свойством дальнейшей несжимаемости, в упругих и пластических областях запишем в виде

$$\sigma_j^i = p \delta_j^i + 2\mu \varepsilon_j^i - \nu \cdot f_j^i f_\alpha^i \varepsilon_\alpha^i, \quad (15)$$

где p - множитель Лагранжа, в пластической области $\nu = \frac{4\mu^2}{k^2(2\mu + c + \eta\omega)}$, в упругой

области надо положить $\nu = 0$, $f_j^i = S_j^i - c \varepsilon_j^i$.

В случае если докритическое НДС определяется только главными компонентами напряжений и деформаций уравнения состояния для пористых тел с полностью сжатой матрицей при условии ее дальнейшей несжимаемости, согласно А.Н. Спорыхину, можно представить в виде

$$\sigma_j^i = \left(a_{i\alpha} g^{\alpha\alpha} \nabla_\alpha u_\alpha + p \right) g_j^i + \left(1 - g_j^i \right) g^{ii} G_j^i \left(\nabla_j u^i + \nabla^i u_j \right). \quad (16)$$

В (16) производится суммирование по α , а по индексам i, j суммирования нет; коэффициенты $a_{i\alpha}$ и G_j^i имеют вид:

- в упругой области деформирования материала с полностью сжатым скелетом

$$a_{\beta\alpha} = 2\mu g_{\beta\alpha}, \quad G_j^\beta = \mu \quad (17)$$

- в пластической области упрочняющейся полностью сжатой матрицы обладающей одновременно упругим, вязкими и пластическим свойствами

$$a_{\beta\alpha} = 2\mu g_{\beta\alpha} - \nu f_{\alpha\alpha}^0 f_{\beta\beta}^0, \quad G_j^\beta = \mu, \quad (18)$$

Уравнения (12) – (15) или (12 -14, 16 – 18) совместно с условиями несжимаемости для каждой из областей упругого и пластического деформирования материала крепи будем использовать в качестве математических моделей для исследования устойчивости основных состояний монолитных крепей вертикальных горных выработок и подземных полостей сферической формы в случае, когда материал крепи с полностью сжатой матрицей разделяется на зоны упругого и пластического деформирования. Указанные соотношения представляют собой краевые задачи на собственные значения относительно параметра ω ; обозначим их через ω_α ($\alpha=1, 2, \dots$). В этом случае при принятом критерии устойчивости основное состояние будет устойчивым, если выполняется условие

$$\text{Im } \omega_\alpha \geq 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \infty),$$

определяющее область устойчивости в пространстве параметров, характеризующих рассматриваемую задачу. Граница области устойчивости и соответствующие критические комбинации параметров нагружения будут определяться из условия

$$\min(\text{Im } \omega_\alpha) = 0, \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \infty). \quad (19)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению не нулевых возмущений перемещений и соответствующих собственных чисел, удовлетворяющих (19), по которым вычисляется первые в истории нагружения критические значения внешних сил при неизменяющихся зонах разгрузки, возникших в основном состоянии.

В §4 приведена запись основных соотношений ТЛТУ деформируемых тел в цилиндрической и сферической системах координат.

Для нахождения собственных значений полученных цилиндрических и сферических задач перемещения и гидростатические давления в каждой из зон упругого и пластического деформирования материала крепи с полностью сжатым скелетом аппроксимируем двойными тригонометрическими рядами (для цилиндрических задач) или двойными рядами по сферическим функциям (для сферических задач) соответственно в формах:

$$\begin{aligned} u &= \sum_n \sum_m A_{nm}(r) \cdot \cos(m\theta) \cdot \cos(nz), \quad v = \sum_n \sum_m B_{nm}(r) \cdot \sin(m\theta) \cdot \cos(nz), \\ w &= \sum_n \sum_m C_{nm}(r) \cdot \cos(m\theta) \cdot \sin(nz), \quad p = \sum_n \sum_m D_{nm}(r) \cdot \cos(m\theta) \cdot \cos(nz). \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} A_{jm}(r) Y_{jm}(\theta, \varphi), \quad v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} B_{jm}(r) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_{jm}(\theta, \varphi), \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} C_{jm}(r) \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_{jm}(\theta, \varphi), \quad p = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} D_{jm}(r) Y_{jm}(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (21)$$

В (21) $Y_{jm}(\theta, \varphi) = P_j^m(\cos \theta)(\alpha_{jm} \cos m\varphi + \beta_{jm} \sin m\varphi)$ - сферические функции, $P_j^m(\cos \theta)$ - присоединенные функции Лежандра первого рода степени j и порядка m ($P_j^m = 0$ для $m > j$). Функции Y_{jm} являются решениями уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + j(j+1) \right) Y_{jm}(\theta, \varphi) = 0.$$

Подставляя функции u, v, w, p , определяемые формулами (20) или (21) в уравнения равновесия (12), граничные условия (13), условия сопряжения (14) и учитывая (15) или (16) – (18), а также условие несжимаемости после ряда преобразований получим цилиндрическую и сферическую краевые задачи относительно неизвестных $A_{nm}(r), B_{nm}(r), C_{nm}(r), D_{nm}(r)$ и $A_{jm}(r), B_{jm}(r), C_{jm}(r), D_{jm}(r)$ соответственно. Найти точные аналитические решения полученных краевых задач не представляется возможным. Построение приближенного решения таких задач в дальнейшем будет основано на методе конечных разностей.

В §5 излагается суть конечно-разностного метода применительно к решению статических задач устойчивости для сред, обладающих упруговязкопластическими свойствами. При этом вопрос определения критических значений параметров нагружения, соответствующих потери устойчивости начального состояния сводится к разрешимости характеристического уравнения полученной алгебраической системы

$$\det [X_{ij}] = 0. \quad (22)$$

В (22) $\det [X_{ij}]$ - определитель соответствующей алгебраической системы.

При исследовании уравнения (22) необходимо учитывать, что элементы соответствующего характеристического определителя для пористого тела, сжатый скелет которого обладает упруговязкопластическими свойствами, будут зависеть как геометрических параметров крепи, внешних нагрузок и физико-механических характеристик материала, так и от произвольного комплексного числа ω . Это приводит к определенным затруднениям вычислительного характера. Поэтому, при выполнении численного эксперимента будем полагать, что $\omega = \hat{\omega}$ - действительное число. При этом случай, когда выполняется условие $0 \leq \hat{\omega} < \infty$ будет соответствовать неограниченному росту компонент возмущенного состояния, то есть потере устойчивости. Выполнение условия $-\infty < \hat{\omega} < 0$, соответствует случаю затухания амплитудных величин возмущений во времени. С учетом сказанного для нахождения величины критической нагрузки (внешней или внутренней) уравнение (22) переписывается в форме

$$\det (q_i, \omega, \chi_j, \tau) = 0, \quad (23)$$

где через χ_i - обозначены константы, характеризующие физико-механические свойства материала с полностью сжатой матрицей, а также геометрические параметры конструкции, τ - шаг конечно-разностной сетки.

Таким образом, поиск критических параметров сводится к решению задачи многомерной оптимизации этих величин в зависимости от параметров ω, m, n, τ при условии (23).

Вторая глава посвящена математическому моделированию НДС монолитных цилиндрических и сферических крепей подземных сооружений с учетом пористой структуры материала и сложной реологии сжатого скелета. Крепи вертикальной выработки и подземной полости сферической формы моделировались соответственно толстостенными цилиндрическим и сферическим телами, находящимися под действием сжимающих нагрузок интенсивностями q_a и q_b равномерно распределенными по внутренней (радиус a) и внешней (радиус b) поверхностям крепи соответственно (рисунок 2). При этом внешняя нагрузка заменяет действие массива горных пород, а внутренняя - моделирует собой давление жидкости или газа.

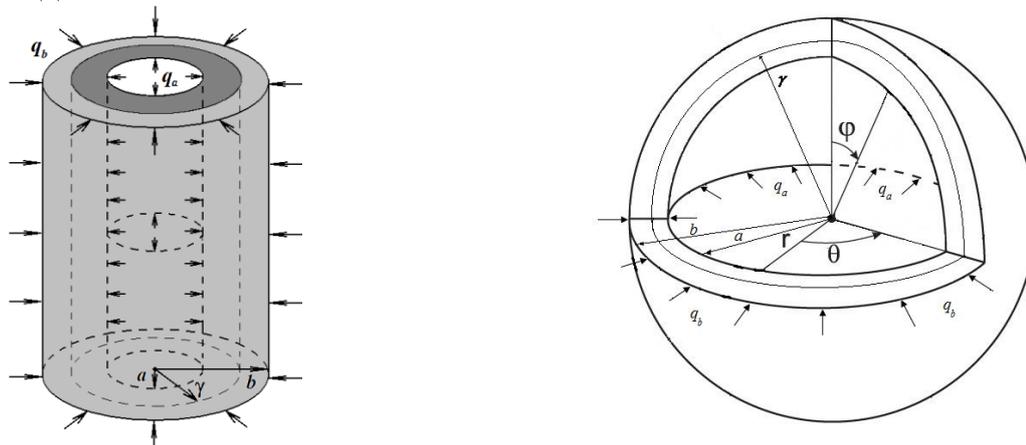


Рисунок 2

Как отмечалось выше, деформирование материала крепи, обладающего внутренней структурой, разделим на два взаимосвязанных этапа. В качестве первого этапа рассмотрим деформирование упругой сжимаемой пористой среды, в качестве второго – деформирование полностью сжатой матрицы с упрочняющимися упругопластическими или упруговязкопластическими свойствами.

Задача нахождения НДС крепи вертикальной выработки, имеющей круговую форму поперечного сечения на каждом этапе деформирования решается в цилиндрической системе координат (r, θ, z) в рамках плоского деформированного состояния, а построение математической модели, описывающей поля напряжений и перемещений для сферической крепи, проводилось в сферических координатах (r, θ, φ) в рамках осесимметричной постановки.

В аналитической форме определены НДС монолитных крепей вертикальной горной выработки и подземной сферической полости на первом этапе деформирования:

Получены аналитические зависимости, определяющие НДС монолитных цилиндрической и сферической крепей в каждой из областей упругого и пластического деформирования на втором этапе в случаях, когда поведение материала с полностью сжатой матрицей моделировалось упрочняющимся упругопластическим или упруговязкопластическим телом. При этом в случае, когда поведение материала крепи с полностью сжатой матрицей описывалось в

рамках упруговязкопластической среды НДС для рассматриваемых крепежных конструкций имеет вид:

- для цилиндрической крепи

условие необходимое для реализации неупругого этапа деформирования крепи с полностью сжатым скелетом имеет вид

$$q_b > \varepsilon_0 (\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0) a^2, \quad (24)$$

где $f(\varepsilon_0) = \begin{cases} 1, & \text{если } \varepsilon_0 \neq 0 \\ 0, & \text{если } \varepsilon_0 = 0 \end{cases}$;

перемещения и полные деформации в упругой и пластической областях определяются соотношениями

$$u = \frac{D}{r} - \frac{\varepsilon_0}{2} r, \quad \varepsilon_r = -\frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}, \quad (25)$$

где

$$D(t) = \frac{\eta \chi}{2\mu(c+2\mu)} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(2\gamma \dot{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right) + \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^2 \right) + \frac{\mu_0 (q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 (\lambda_1 + 1)) a^2}{2\mu},$$

$$\chi = \text{sign}(q_a - q_b), \quad \mu = 1 + \mu_0;$$

в упругой области ($\gamma \leq r \leq 1$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\eta \chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(2\gamma \dot{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right) + \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^2 \right) \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) - q_b, \\ \sigma_\theta &= \frac{\eta \chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(2\gamma \dot{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right) + \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^2 \right) \left(1 + \frac{1}{r^2} \right) - q_b; \end{aligned} \quad (26)$$

в пластической области ($a \leq r \leq \gamma$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &= -\varepsilon_\theta^p = \frac{\chi \sqrt{k^2 - \varepsilon_0^2/3}}{c+2\mu} \left(1 - \frac{\gamma^2}{r^2} \right), \\ \sigma_r &= -q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \mu_1^2 \varepsilon_0^2} \left\{ 2 \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right) \left(\mu \left(\frac{\gamma^2}{r^2} - \frac{\gamma^2}{a^2} + 2 \ln \frac{r}{a} \right) + \gamma \dot{\gamma} \eta \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + (c+2\mu) \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - \frac{\gamma^2}{r^2} \right) \right\}, \\ \sigma_\theta &= -q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \mu_1^2 \varepsilon_0^2} \left\{ 2 \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta} t} \right) \left(\mu \left(2 - \frac{\gamma^2}{r^2} - \frac{\gamma^2}{a^2} + 2 \ln \frac{r}{a} \right) + \gamma \dot{\gamma} \eta \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + (c+2\mu) \left(\frac{\gamma^2}{a^2} + \frac{\gamma^2}{r^2} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (27)$$

уравнение для определения радиуса γ раздела упругой и пластической областей имеет вид

$$q_b - q_a + \frac{\chi}{c+2\mu} \sqrt{k^2 - \frac{1}{3}\varepsilon_0^2} \left(2 \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) \left(\mu \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - 1 + 2 \ln \frac{a}{\gamma} \right) + \gamma \dot{\gamma} \eta \left(1 - \frac{1}{a^2} \right) \right) + (c+2\mu) \gamma^2 \left(\frac{1}{a^2} - 1 \right) \right) = 0; \quad (28)$$

- для сферической крепи
условие необходимое для реализации неупругого этапа деформирования крепи с полностью сжатым скелетом имеет вид

$$q_b > \frac{\varepsilon_0}{3} (3\lambda_1 + 2) \cdot (1 - a^3) + q_a \cdot f(\varepsilon_0) a^3; \quad (29)$$

перемещения и полные деформации в упругой и пластической областях

$$u = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{3} r, \quad \varepsilon_r = -\frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\varphi = \frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}, \quad (30)$$

$$\text{где } D(t) = \frac{\chi \eta k}{2\sqrt{3}\mu(c+2\mu)} \cdot \left(3\gamma^2 \dot{\gamma} \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) - \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^3 \right) + \frac{(3q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 (3\lambda_1 + 2)) \mu_0 a^3}{12\mu},$$

$$\chi = \text{sign}(q_a - q_b), \quad \mu = 1 + \mu_0;$$

в упругой области ($\gamma \leq r \leq 1$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{r^3} \right) \left\{ \frac{8\chi \eta k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \cdot \left(3\gamma^2 \dot{\gamma} \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) - \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^3 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{(3q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 (3\lambda_1 + 2)) \mu_0 a^3}{3} \right) \right\} - q_b, \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{3} \left(2 + \frac{1}{r^3} \right) \left\{ \frac{4\chi \eta k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \cdot \left(3\gamma^2 \dot{\gamma} \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) - \frac{c+2\mu}{\eta} \gamma^3 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{(3q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 (3\lambda_1 + 2)) \mu_0 a^3}{6} \right) \right\} - q_b; \quad (31) \end{aligned}$$

в пластической области ($a \leq r \leq \gamma$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &= \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\chi k}{(c+2\mu)} \cdot \left(\frac{\gamma^3}{r^3} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} \right), \\ \sigma_r &= -q_a + \frac{2\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left\{ \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) \left(\left(\frac{\gamma^2}{r^3} - \frac{\gamma^2}{a^3} \right) (2\mu\gamma - 3\dot{\gamma}\eta) + 6\mu \ln \frac{r}{a} \right) - \right. \\ &\quad \left. - (c+2\mu) \left(\frac{\gamma^3}{a^3} - \frac{\gamma^3}{r^3} \right) \right\}, \\ \sigma_\theta &= -q_a + \frac{\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left\{ \left(e^{-\frac{c+2\mu t}{\eta}} - 1 \right) \left((3\eta\dot{\gamma} - 2\mu\gamma) \left(\frac{\gamma^2}{r^3} + \frac{2\gamma^2}{a^3} \right) + 6\mu \left(1 + 2 \ln \frac{r}{a} \right) \right) - \right. \\ &\quad \left. - (c+2\mu) \left(\frac{\gamma^3}{r^3} + \frac{2\gamma^3}{a^3} \right) \right\}; \quad (32) \end{aligned}$$

уравнение для определения радиуса γ раздела упругой и пластической областей имеет вид

$$q_b - q_a + \frac{2\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \left(\mu \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}} \right) \left(2 \left(\frac{\gamma^3}{a^3} - 1 \right) + 6 \ln \frac{a}{\gamma} \right) + \gamma^2 \left(3\eta \dot{\gamma} \left(e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}} - 1 \right) - (c+2\mu)\gamma \right) \left(\frac{1}{a^3} + \frac{1}{3\gamma^3} - \frac{4}{3b^3} \right) \right) + \frac{(3q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(3\lambda_1 + 2))\mu_0}{9} \left(\frac{a^3}{\gamma^3} - \frac{a^3}{b^3} \right) = 0. (33)$$

В соотношениях (24) – (33) все величины размерности длины отнесены к внешнему радиусу b , а величины размерности напряжений отнесены к величине μ_1 . Если в этих соотношениях осуществить предельный переход при $\eta \rightarrow 0$, то придем к формулам описывающим НДС монолитных крепей цилиндрической и сферической формы в случае, когда материал крепи с полностью сжатой матрицей описывается в рамках упрочняющегося упругопластического тела.

Результаты численного эксперимента, проведенного на основе безразмерных соотношений (24) – (28), описывающих НДС монолитной крепи вертикальной горной выработки представлены на рисунках 3, 4.

На рисунке 3 показаны зависимости величины радиуса γ раздела зон упругого и пластического деформирования от начального раствора пор ε_0 . При этом на рисунке 3а) линия 1 соответствует $k = 0.038$, линия 2- $k = 0.039$, линия 3- $k = 0.04$; на рисунке 3б) кривая 1 соответствует $c = 0.05$, кривая 2- $c = 0.08$, кривая 3- $c = 0.1$. На рисунке 4 представлены зависимости радиальной компоненты напряжений σ_r от координаты r на этапе неупругого деформирования крепи с полностью сжатой матрицей. При этом на рисунке 4а) кривая 1 соответствует $k = 0.038$, кривая 2- $k = 0.039$, кривая 3- $k = 0.04$, а на рисунке 4б) кривая 1 соответствуют $\varepsilon_0 = 0.02048$, кривая 2- $\varepsilon_0 = 0.022$, кривые 3- $\varepsilon_0 = 0.03$.

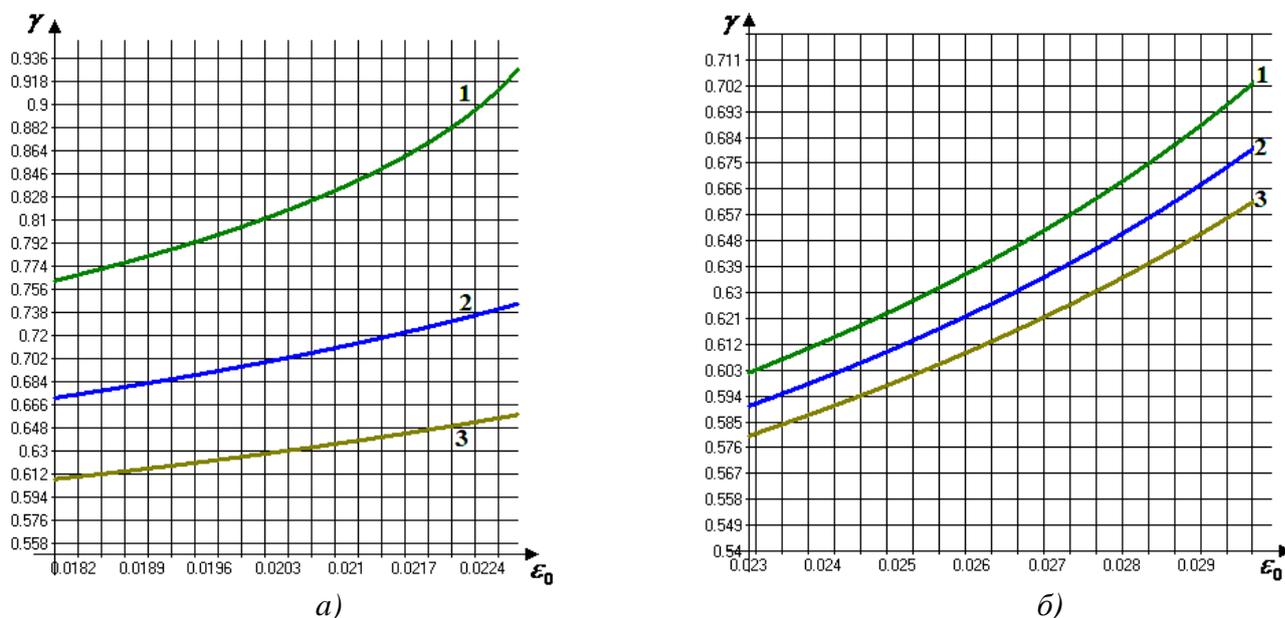


Рисунок 3. Зависимость величины радиуса упругопластической границы в монолитной крепи вертикальной выработки от начального раствора пор, при различных значениях предела текучести k и коэффициента упрочнения c материала сжатой матрицы

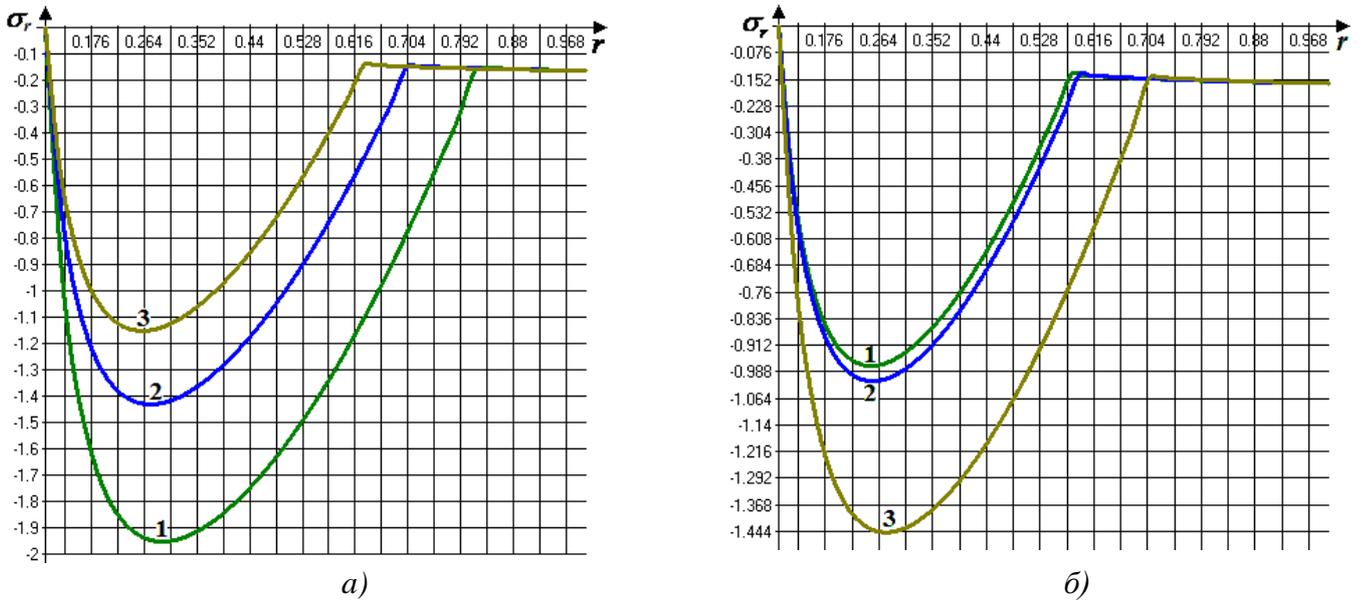


Рисунок 4. Зависимости радиальной компоненты напряжений от текущего радиуса, при различных значениях предела текучести k материала и начального раствора пор

Относительные значения других геометрических и физико-механических параметров, если не оговорено особо, брались следующими: $a = 0.1$, $b = 1$, $q_a = 10^{-5}$, $q_b = 0.16384$, $c = 0.15$, $\eta = 3.2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_1 = 3$, $\mu_1 = 1$, $k = 0.04096$, $\varepsilon_0 = 0.02048$, $\mu = 2$.

Результаты численного эксперимента, проведенного на основе безразмерных соотношений (29) – (33), описывающих НДС монолитной крепи подземной сферической полости представлены на рисунках 5, 6.

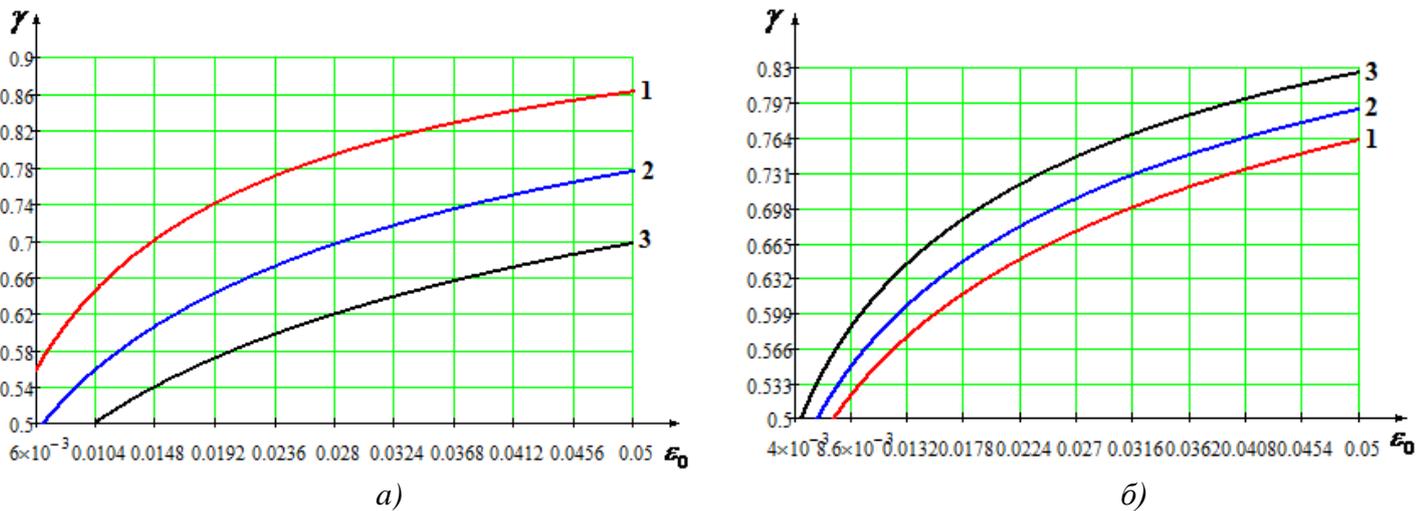


Рисунок 5. Зависимость величины радиуса упругопластической границы в сферической крепи от начального раствора пор, при различных значениях предела текучести k материала сжатой матрицы и величины внутреннего давления q_a

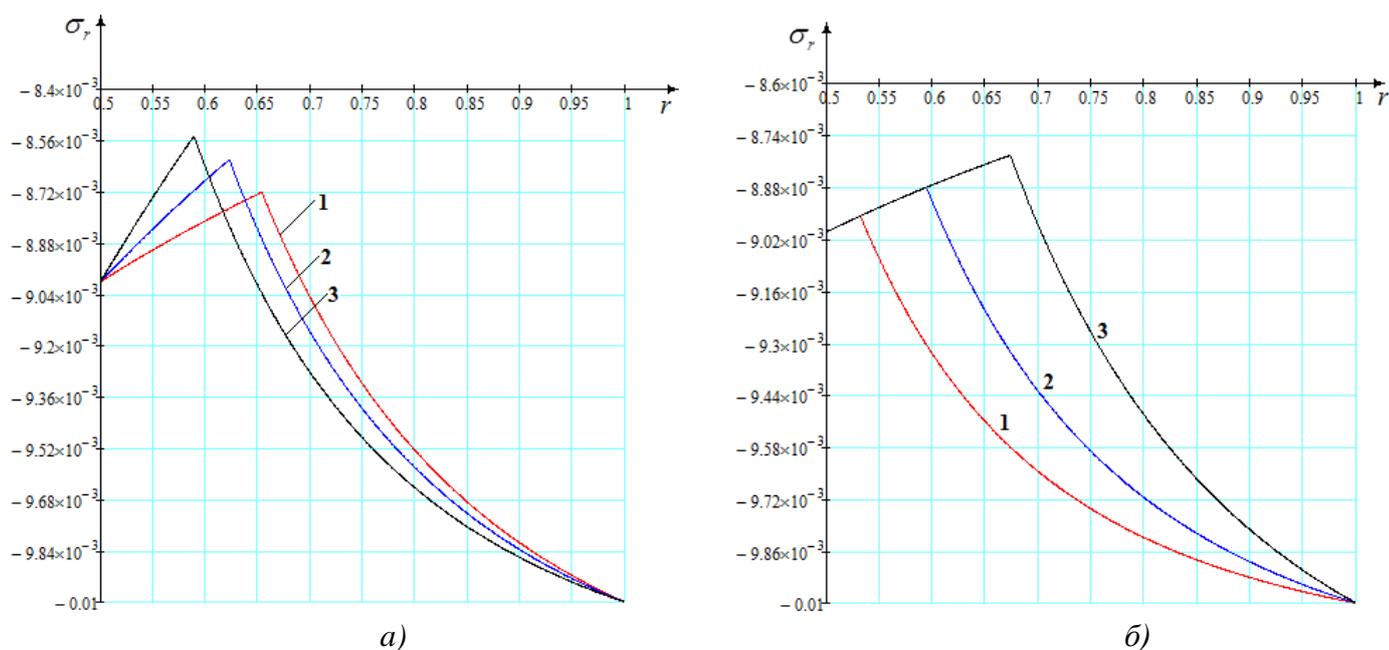


Рисунок 6. Зависимости радиальной компоненты напряжений от текущего радиуса, при различных значениях предела текучести k материала и параметра Ламе λ_1

На рисунке 5 показаны зависимости величины радиуса r раздела зон упругого и пластического деформирования от начального раствора пор ε_0 . На рисунке 5а) кривая 1 соответствует $k=0.0001$, кривая 2- $k=0.002$, кривая 3- $k=0.005$. На рисунке 5б) кривая 1 соответствует $q_a=0$, кривая 2- $q_a=0.002$, кривая 3- $q_a=0.005$.

Безразмерные значения других физико-механических и геометрических параметров для этих рисунков брались следующими: $a=0.5$, $b=1$, $q_a=0.001$, $q_b=0.005$, $c=0.06$, $\lambda_1=3$, $\mu_1=1$, $k=0.002$, $\varepsilon_0=0.006$, $\mu=2$.

На рисунках 6 представлены зависимости радиальной компоненты напряжений σ_r от координаты r на этапе неупругого деформирования сферической крепи с полностью сжатой матрицей. При этом на рисунке 6а) линия 1 соответствует $k=3 \cdot 10^{-4}$, линия 2- $k=5 \cdot 10^{-4}$, линия 3- $k=8 \cdot 10^{-4}$. На рисунке 6б) кривая 1 соответствует $\lambda_1=1.5$, кривая 2- $\lambda_1=2$, кривая 3- $\lambda_1=3$.

Относительные значения других физико-механических и геометрических параметров для этих рисунков брались следующими: $a=0.5$, $b=1$, $q_a=0.009$, $q_b=0.01$, $c=0.08$, $\lambda_1=3$, $\mu_1=0.9$, $k=2 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_0=0.006$, $\mu=2$.

Отметим, что приведенные в расчетах безразмерные характеристики материалов соответствуют допустимым диапазонам значений для различных марок бетона и растворов используемых для подземного шахтного строительства.

Третья глава посвящена исследованию отказов монолитных крепей подземных сооружений цилиндрической и сферической форм с учетом начальной пористости материалов и неупругой работы сжатого скелета.

Проведено моделирование отказов крепей вертикальных горных выработок и подземных сферических полостей при упругопластическом или упруговязкопластическом поведении сжатой матрицы в случае пространственной

формы потери устойчивости. Кроме того для цилиндрической крепи исследуется вопрос об ее отказе в случае осесимметрической формы потери устойчивости.

Неоднородное докритическое состояние монолитных крепей цилиндрической формы описывается системой уравнений (24) - (27), а основное НДС сферических крепей моделируется соотношениями (29) – (32). В первом случае граница раздела γ упругой и пластической зон материала крепи с полностью сжатой матрицей определяется из (28), во втором – из (33).

Для каждой конкретной задачи определяются области устойчивости, дается оценка влияния физико-механических и геометрических параметров конструкции на величины критических давлений, соответствующих потери устойчивости крепи. На основе конечно-разностного метода приведены характеристические уравнения в виде определителя для каждой рассматриваемой задачи.

Определение оптимальной толщины крепежной конструкции, а также величины критической нагрузки q_a , соответствующей отказу монолитной крепи, сводится к задаче многомерной оптимизации этих величин в зависимости от параметров волнообразования (одного или двух) при условии равенства нулю определителя соответствующей алгебраической системы.

Результаты вычислительных экспериментов для случая пространственной формы потери устойчивости монолитных крепей вертикальной выработки и подземной полости сферической формы представлены на рисунках 7, 8 и рисунках 9, 10 соответственно. На рисунке 7 показана зависимость критической величины внутреннего давления интенсивностью q_a от внешней нагрузки интенсивности q_b , моделирующей собой давление массива горных пород на крепь при различных значениях внутреннего радиуса a монолитной цилиндрической крепи. При этом кривая 1 соответствует $a=0.6$, кривая 2 - $a=0.5$, кривая 3 - $a=0.4$. На рисунке 8 представлена зависимость критического давления интенсивностью q_a от относительного внутреннего радиуса a монолитной цилиндрической крепи при различных значениях коэффициента упрочнения c материала с полностью сжатой матрицей. При этом кривая 1 соответствует $c=0.01$, кривая 2 - $c=0.04$, кривая 3 - $c=0.08$. Здесь принималось $q_b = 0.03$.

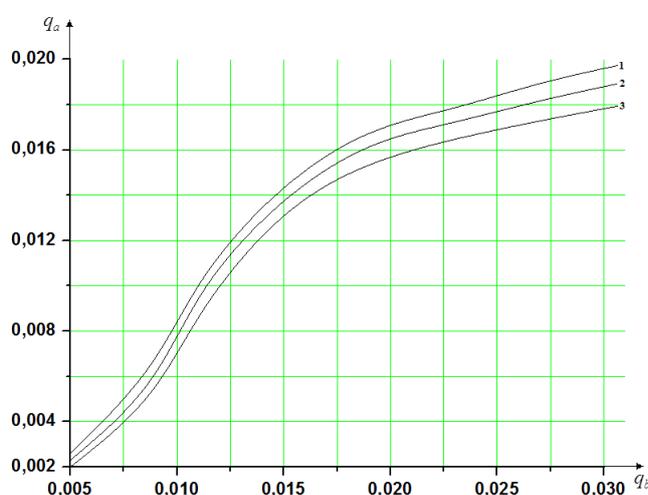


Рисунок 7

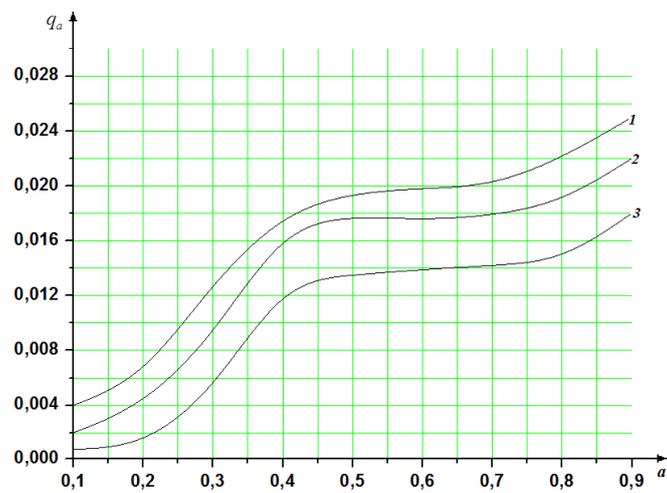


Рисунок 8

Расчетам, результаты которых отражены на рисунках 7, 8 соответствуют значения параметров волнообразования $m=n=3$. Безразмерные значения других геометрических и физико-механических параметров брались следующими: $k=0.007$, $\eta=3.2 \cdot 10^{-4}$, $\lambda_1=2$, $\mu_1=1$, $\varepsilon_0=8 \cdot 10^{-4}$.

На рисунке 9 представлены зависимости критической величины внутреннего давления интенсивностью q_a от толщины монолитной сферической крепи при различных значениях внешнего давления q_b . При этом кривая 1 соответствует $q_b=0.04$, кривая 2 - $q_b=0.03$, кривая 3 - $q_b=0.02$. На рисунке 10 показана зависимость оптимальной толщины монолитной сферической крепи от внешнего давления (давление горного массива) при различных значениях внутреннего давления. При этом кривая 1 соответствует $q_a=0.004$, кривая 2 - $q_a=0.008$, кривая 3 - $q_a=0.013$, кривая 4 - $q_a=0.015$.

Расчетам, результаты которых отражены на рисунках 9, 10 соответствует значение параметра волнообразования $j=2$. При этом относительные значения других геометрических и физико-механических параметров брались следующими: $c=0.23$, $k=0.005$, $\lambda_1=2$, $\mu_1=1$, $\varepsilon_0=8 \cdot 10^{-4}$.

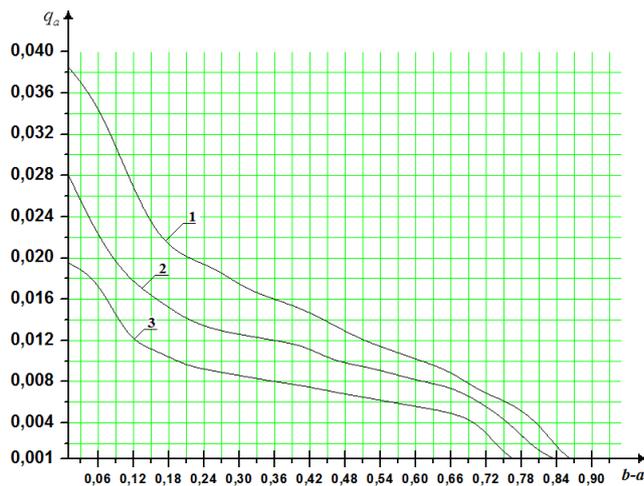


Рисунок 9

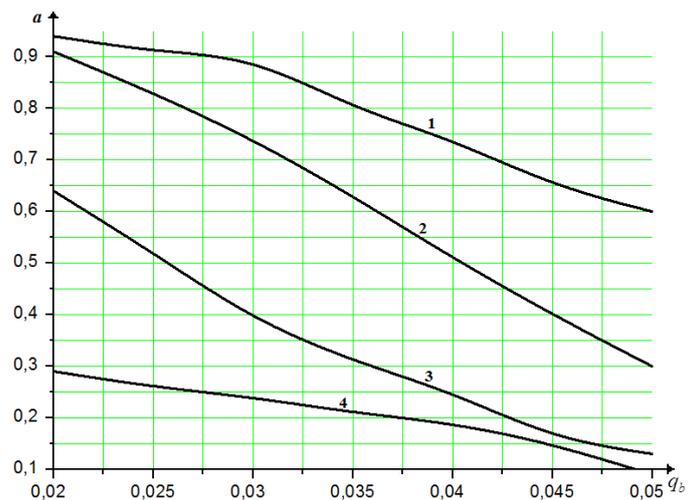


Рисунок 10

В заключении сформулированы результаты, полученные в диссертации, основными из которых являются:

1. В рамках принятой модели материала на этапе упругого деформирования сжимаемой пористой среды и на этапе неупругого деформирования тела с полностью сжатой матрицей разработаны и проанализированы математические модели, описывающие НДС монолитных крепей подземной сферической полости и вертикальной горной выработки в случаях, когда поведение материала с полностью сжатой матрицей моделировалось упрочняющимся упруговязкопластическим или упругопластическим телами.

2. На базе построенных моделей при статических нагрузках произведён аналитический расчёт соответствующих докритических НДС монолитных крепей горных выработок.

3. В рамках ТЛТУ деформируемых тел разработаны математические модели для исследования отказов монолитных крепей подземных сооружений при неупругой работе материалов с полностью сжатой матрицей.

4. На основе построенных моделей решены задачи о пространственных и осесимметричных формах потери устойчивости монолитных цилиндрических и сферических крепей рассматриваемых подземных сооружений.

5. Для неоднородных докритических состояний разработан алгоритм решения задач устойчивости монолитных крепей горных выработок на основе метода конечных разностей, в рамках которого задачи сведены к системам линейных уравнений.

6. Построены характеристические определители, с помощью которых находились критические нагрузки для каждой из рассматриваемых задач.

7. Проведен теоретический и численный анализ полученных решений. Результаты представлены в виде графических зависимостей.

Публикации автора

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Бунтов, А.Е. Устойчивость монолитной крепи подземного нефтехранилища сферической формы с учетом начальной пористости материала / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния 2014 № 4 (22). С.114-123.

2. Бунтов, А.Е. Математическая модель напряженно-деформированного состояния крепи вертикального шахтного ствола с учетом начальной пористости материала и упругопластических свойств сжатого скелета / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния 2015 № 2 (24). С.88-96.

3. Бунтов, А.Е. Математическая модель процесса деформирования крепи вертикальной горной выработки с учетом начальной пористости материала и упруго-вязко-пластических свойств сжатого скелета / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов // Проблемы прочности и пластичности. Т.78, №3.-Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2016. С. 289 – 299.

4. Бунтов, А.Е. Устойчивость монолитной крепи вертикальной горной выработки с учетом начальной пористости материала и неупругой работы сжатого скелета / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев // Вест. Сам. гос. техн. ун-та. Сер Физ.-мат. науки», 2016. Т. 20, №3. С. 457 - 474

Статьи и материалы конференций

5. Бунтов, А.Е. Исследование устойчивости шахтных стволов с многослойными крепями при неупругой работе горного массива и крепи / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев // Деп. ВИНТИ № 334-В2013.

6. Бунтов, А.Е. Напряженно-деформированное состояние пористой сферической оболочки с учетом сложной реологии материала / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, А.Ю. Яковлев // Сб. трудов Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015 г. С. 93 – 97.

7. Бунтов, А.Е. Устойчивость пористой сферической оболочки при неупругой работе сжатого скелета материала / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев // Материалы VIII Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела «Чебоксары 16-21 июня 2014 г.»: В двух частях. Часть 1. Чебоксары: Чувашский гос. педагог. ун-т, 2014. С. 64-68.

8. Бунтов, А.Е. Математическое моделирование напряженно-деформированных состояний пористых цилиндрических и сферических тел при сжатии с учетом неупругого поведения сжатого скелета / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов // Материалы Всероссийской научной школы-конференции «Механика предельного состояния и смежные вопросы», посвященной 85-летию профессора Д.Д. Ивлева (Чебоксары 15-18 сентября 2015 г.): в 2 ч. Ч.1. - Чебоксары: Чувашский гос. педагог. ун-т, 2015. С. 91-99.

9. Бунтов, А.Е. Математическая модель отказа подкрепленного горизонтального шахтного ствола глубокого заложения / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев // Актуальные проблемы математических и естественнонаучных дисциплин при подготовке военных специалистов. Часть 1. Сборник статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции «Академические Жуковские чтения». – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», 2013. С. 47-53.

10. Бунтов, А.Е. Математическая модель напряженно-деформированного состояния монолитной крепи подземной сферической полости с учетом начальной пористости материала / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Е.В. Корчагина // Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации: сб. научных трудов XI-ой Международной научно-практической конференции в 4-х томах, Том 1, Юго-Зап. гос. ун-т., Курск, 2014. С. 371 – 376

11. Бунтов, А.Е. Устойчивость глубоких подземных нефтехранилищ сферической формы с учетом сложной реологии материалов / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Е.В. Корчагина, А.С. Косолапенко // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные чтения памяти Ю.А. Гагарина 20 мая 2014 г.»: в 2-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2014. Ч. 1. С. 53-59

12. Бунтов, А.Е. Численно-аналитическое исследование устойчивости горного массива в окрестности подземной сферической полости / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов., В.А. Духанин // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам II Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные чтения, посвященные памяти Ю.А. Гагарина» (20 мая 2015 г.): в 3-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2015. Ч.1. – С. 74-80.

13. Бунтов, А.Е. Нахождение и анализ полей напряжений и перемещений вблизи некруговых горных выработок в реологически сложных массивах / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов, С.Н. Польских // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам II Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные

чтения, посвященные памяти Ю.А. Гагарина» (20 мая 2015 г.): в 3-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2015. Ч.1. – С. 80-84.

14. Бунтов, А.Е. Математическая модель напряженно-деформированного состояния сферического тела при всестороннем сжатии с учетом начальной пористости материала и сложной реологии сжатой матрицы / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов, К.Ю. Сокольников // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам II Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные чтения, посвященные памяти Ю.А. Гагарина» (20 мая 2015 г.): в 3-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2015. Ч.1. – С. 84-90.

15. Бунтов, А.Е. Моделирование полей напряжений и перемещений кусочно-однородного упругого сферического тела с учетом пористой структуры материала / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов, А.Н. Шишкин // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам III Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные чтения, посвященные памяти Ю.А. Гагарина» (18 мая 2016 г.): в 3-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2016. Ч.2. – С. 31-42.

16. Бунтов, А.Е. Математическая модель напряженно деформированного состояния пористого сферического тела с учетом упрочняющихся упругопластических свойств сжатого скелета. / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов, К.Ю. Сокольников // Современные проблемы естествознания. Инженерный анализ объектов обеспечения авиации [текст]: сб. ст. по материалам III Межвузовской НПК курсантов и слушателей «Молодежные чтения, посвященные памяти Ю.А. Гагарина» (18 мая 2016 г.): в 3-х ч. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2016. Ч.2. – С. 42-50.

17. Бунтов, А.Е. Математическая модель деформирования цилиндрической крепи горной выработки с учетом начальной пористости материала и неупругой работы полностью сжатой матрицы / А.Е. Бунтов, Д.В. Гоцев, Н.С. Перунов // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2016г. №3 С.112-121.

18. Бунтов, А.Е. Математическая модель напряженно-деформированного состояния крепи вертикальной горной выработки с учетом начальной пористости материала при упругой работе сжатой матрицы / А.Е. Бунтов // Международный научный журнал «Символ науки» №10-2/2016 С.10-17.