

На правах рукописи

Корнилов Максим Вячеславович

Оценка связанности колебательных систем
методом причинности по Грейнджеру при
использовании моделей с полиномиальной
нелинейностью

01.04.03 — Радиоп физика

Автореферат диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Саратов 2015

Работа выполнена на базовой кафедре динамического моделирования и биомедицинской инженерии факультета нано- и биомедицинских технологий ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Научный руководитель: кандидат физико-математических наук
Сысоев Илья Вячеславович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Приборостроение» Института электронной техники и машиностроения ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Купцов Павел Владимирович

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории колебаний и автоматического регулирования ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского»

Канаков Олег Игоревич

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Защита диссертации состоится 21 мая 2015 года в 15 часов 30 минут на заседании учёного совета Д 212.243.01 при Саратовском государственном университете имени Н.Г. Чернышевского по адресу: 410012 г. Саратов, ул. Астраханская, 83.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского (г. Саратов, ул. Университетская, 42).

Автореферат разослан ____ марта 2015 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета, профессор



Аникин В.М.

Общая характеристика работы

Задача определения наличия и направления связи между различными подсистемами сложных систем по их экспериментальным наблюдаемым временным рядам актуальна во многих областях знания: радиофизике, технике передачи информации, биомедицинских приложениях, климатологии, экономике и других. Для её решения было разработано множество методов, среди них: вычисление взаимной корреляционной функции, функции когерентности, индекса фазовой синхронизации, функции взаимной информации, а также подходы, основанные на использовании прогностических моделей. Последние интересны в том числе тем, что позволяют получить информацию не только о наличии связанности систем, но и о её направленности.

К таким подходам относится и метод причинности по Грейнджеру¹ — способ оценки влияния одной системы на другую по записям их колебаний (временным рядам). Согласно данному методу степень влияния одной системы на другую оценивается по изменению точности прогноза поведения первой системы при введении в прогностическую математическую модель данных о колебаниях второй — уменьшение ошибки прогноза истолковывается как признак влияния второй системы на первую. Метод был разработан применительно к эконометрике, однако сейчас он успешно применяется в задачах разных областей знания: в физиологии — для выявления связей между различными отделами головного мозга², мозгом и конечностью³, в климатологии — для исследования взаимосвязи между индийским муссоном и Эль-Ниньо⁴ и изучения глобальных климатических процессов⁵. Изначально использовались только линейные модели, однако на данный момент активно применяются также и нелинейные.

На практике далеко не всегда удаётся построить модельные уравнения системы исходя из первых принципов — на основе универсальных законов природы с учётом особенности моделируемого объекта. Поэтому часто реализуется эмпирический подход к построению прогностических моделей — они реконструируются по временным рядам. Прототипом такого подхода является аппроксимация точек на плоскости функцией. Когда стали доступны высокопроизводительные компьютеры, сформировалась концеп-

¹Granger C.W.J. *Econometrica*. 1969. V. 37. Iss. 3. P. 424–438.

²L.A. Baccala, K. Sameshima, G. Ballester, A.C. Do Valle and C. Timo-Laria. *Applied sig. processing*. 1998. V. 5. P. 40–48.

³P. Tass, D. Smirnov, A. Karavaev, U. Barnikol, T. Barnikol, I. Adamchic, C. Hauptmann, N. Pawelczyk, M. Maarouf, V. Sturm, H.-J. Freund, and B. Bezruchko. *J. Neural Eng.* 2010. V. 7. P. 016009.

⁴И.И. Мохов, Д.А. Смирнов, П.И. Наконечный, С.С. Козленко, Ю. Куртс. «Современные проблемы динамики океана и атмосферы», под ред. А.В. Фролов и Ю.Д. Реснянский. М.: ТРИАДА ЛТД, 2010. С. 251–267.

⁵И.И. Мохов, Д.А. Смирнов. Доклады академии наук, 2009. Т. 426. С. 679–684.

ция динамического хаоса и стало ясно, что сложное поведение может описываться и достаточно простыми нелинейными уравнениями, границы и возможности применения эмпирического подхода существенно расширились. К настоящему времени накоплен значительный опыт конструирования и реконструкции динамических систем различных классов. Так, для решения задачи поиска связанности методом причинности по Грейнджеру в качестве прогностических моделей часто используются отображения последования с полиномиальными функциями.

Опыт моделирования по временным рядам⁶ показывает, что обеспечение эффективности реконструкции модельных уравнений требует разработки и использования специальных технологий подбора параметров. При реконструкции полиномиальных моделей, используемых при оценке причинности по Грейнджеру, важен выбор параметров процедуры реконструкции вектора состояний: его размерности (числа точек) и лага (расстояния между точками), а также дальности прогноза (расстояния от предсказываемой точки до наиболее близкой к нему точки вектора состояния) и порядка полинома. Теоретически согласно теореме Такенса всегда можно взять достаточно большую размерность, а согласно теореме Вейерштрасса полиномиальные функции могут сколь угодно точно аппроксимировать любую сложную зависимость при условии использования достаточного числа членов. Однако, на практике задача упирается в недостаток данных: конечность длины временного ряда, недостаточная частота выборки, невозможность наблюдения части переменных вектора состояний (наличие скрытых переменных), наличие измерительных и динамических шумов. Трудности также возрастают, если связанные системы находятся в синхронизованном состоянии, например, при полной синхронизации определить направление связи между ними невозможно, поскольку их временные ряды идентичны.

Одной из основных проблем оценок связи методом причинности по Грейнджеру является обеспечение их значимости — достоверности результата, достаточно высокой вероятности того, что он не является результатом воздействия случайных факторов. Популярным способом осуществления такой проверки является тестирование с помощью суррогатных временных рядов, на основе которых строят доверительные интервалы. Существует множество способов генерации таких рядов для проверки различных нулевых гипотез. Среди них можно выделить суррогаты, сохраняющие когерентность сигналов⁷, полученные заданием случайным образом фаз сигналов⁸, перестановкой частей временного ряда⁹ (с различными условиями

⁶Boris P. Bezruchko, Dmitry A. Smirnov. *Extracting Knowledge From Time Series. An Introduction to Nonlinear Empirical Modeling*. Springer Series in Synergetics. 2010. 410 p.

⁷Kevin T. Dolan, Alexander Neiman. *Physical Review*. E. 2002. V.65. P. 026108.

⁸T. Schreiber and A. Schmitz. *Phys. Rev. Lett.* 1996. V.77. P. 635.

⁹M. Thiel, M. C. Romano¹, J. Kurths¹, M. Rolfes and R. Kliegl. *Europhys. Lett.* 2006. V.75. Iss. 4. P. 535.

перестановки) и другие.

Учитывая перечисленные сложности, требуется разработать подходы к оценке эффективности метода, в частности, по таким параметрам, как специфичность и чувствительность. Чувствительность определяется тем, насколько слабую связь может детектировать метод. Различные факторы: ограниченность наблюдаемых временных рядов, шумы измерений, использование слишком простых базисных функций, недостаточная точность расчётов и т.п. не позволяют определять наличие связи при сколь угодно малых её уровнях. Под специфичностью понимается способность метода избегать ложно положительных результатов. Хорошая специфичность означает относительно малое число ложных связей (найденных там, где их на самом деле нет), а плохая — большое их число.

Актуальность работы определяется следующим:

- Следует ответить на вопрос, можно ли надеяться на успех при поиске направленной связи методом причинности по Грейнджеру в случае использования в качестве эмпирических моделей отображений последования с полиномиальными функциями, если размерность и порядок полинома не обеспечивают должную аппроксимацию свойств объекта? Например, когда колебания исследуемой системы являются хаотическими, а временной ряд, полученный с помощью реконструированной полиномиальной модели, демонстрирует более простое поведение.
- Без дополнительной «настройки» метод часто демонстрирует произвольные результаты при использовании в качестве моделей отображений последования с полиномиальными функциями, показывая недостаточную чувствительность или специфичность. Необходимо разработать технологию оптимального, соблюдая баланс между чувствительностью и специфичностью, подбора параметров прогностической модели.
- В природе многие системы находятся в синхронизованном состоянии. Это существенно затрудняет задачу поиска направления связи. Применимость метода нелинейной причинности по Грейнджеру в режимах, близких к синхронным, исследована недостаточно.

Целью диссертационной работы является исследование эффективности метода причинности по Грейнджеру применительно к однонаправленно связанным системам в случае, когда прогностическая модель в виде отображения последования с полиномиальными функциями качественно не воспроизводит характер наблюдаемого временного ряда, представляющего

собой сложные, хаотические колебания, при наличии скрытых переменных, а также в случае фазовой синхронизации взаимодействующих систем.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- проведена оценка эффективности метода нелинейной причинности по Грейнджеру при использовании моделей в виде отображений последования с полиномиальными функциями для поиска направленной связи между системами различной сложности;
- разработаны критерии оптимального подбора значений лага и дальности прогноза эмпирической модели, при которых метод позволяет получить значимые результаты для систем с ярко выраженными характерными временными масштабами;
- исследована эффективность метода в случае сильной фазовой синхронизации систем с ярко выраженными временными масштабами при различных степенях нерегулярности;
- проведено сопоставление различных подходов к генерации суррогатных временных рядов для оценки значимости величины улучшения прогноза для однонаправленно связанных потоковых динамических систем, обладающих ярко выраженными характерными временными масштабами.

Объекты исследования. Эффективность метода причинности по Грейнджеру с моделями в виде отображений последования с полиномиальными функциями в зависимости от параметров модели тестируется на эталонных однонаправленно связанных динамических системах: отображениях Эно, окружности, Икеды, Заславского; системах, обладающих ярко выраженными характерными временными масштабами: Рёсслера, Лоренца, уравнениях генераторов Кияшко-Пиковского-Рабиновича, Анищенко-Астахова, хаоса с 1.5 степенями свободы. Разработанный метод оценки наличия связанности был применён ко временным рядам электроэнцефалограммы детей, страдающих односторонним детским церебральным параличом.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Требование, чтобы реконструированная по временным рядам прогностическая модель в виде отображения последования с полиномиальными функциями качественно воспроизводила режим поведения исследуемого процесса не является обязательным для успеха поиска направленной связи между системами методом нелинейной причинности по Грейнджеру.

2. Предложенные в данной работе численные критерии, первый — учитывающий среднюю разницу между значениями показателя улучшения прогноза, полученными при поиске связи в заведомо верном и заведомо ложном направлении, и второй — учитывающий долю случаев, для которых вывод о связанности в верную сторону является значимым, а в неверную — незначимым, позволяют подбирать дальность прогноза и лаг модели для оценки связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру по временным рядам с выраженным характерным временным масштабом однонаправленно связанных систем, исходя из оптимального баланса между чувствительностью и специфичностью с учётом значимости результатов.
3. Метод причинности по Грейнджеру при использовании в качестве моделей отображений последования с полиномиальными функциями позволяет выявить однонаправленную связь для систем, обладающих ярко выраженными характерными масштабами и находящихся в режиме фазовой синхронизации.

Достоверность научных результатов и выводов подтверждается их воспроизводимостью в численном эксперименте, а также тем, что они опираются на базовые результаты нелинейной динамики и радиофизики.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Проведена оценка эффективности метода причинности по Грейнджеру для систем различной сложности. Показано, что для выявления направленных связей для рассмотренных классов систем достаточно использовать модели в виде отображений последования с полиномиальными функциями малой степени.
2. Разработаны критерии подбора оптимальных с точки зрения чувствительности и специфичности значений лага и дальности прогноза эмпирической модели в методе нелинейной причинности по Грейнджеру. С их помощью показано, что эффективность работы метода также зависит и от значения старшего ляпуновского показателя системы, а также предложены рекомендации выбора значений лага и дальности прогноза, при которых метод позволяет получить лучшие результаты для систем с выраженными характерными временными масштабами.
3. Проведено исследование эффективности метода в случае фазовой синхронизации систем. Показано, что метод нелинейной причинности по Грейнджеру позволяет выявить направленную связь даже в таких неблагоприятных условиях. Существует интервал значений

коэффициента фазовой синхронизации, при которых метод позволяет выявить преимущественное направление связи, даже в случае, когда результаты, полученные при поиске связи в заведомо ложном направлении проходят проверку на значимость с помощью суррогатных временных рядов (при недостаточной специфичности).

4. Для систем, обладающих ярко выраженными характерными временными масштабами, проведено сравнение различных подходов к генерации суррогатных временных рядов. Показано, что проверяющие различные нулевые гипотезы суррогатные временные ряды позволяют получить близкие доверительные интервалы, расширяющиеся с ростом степени синхронизации систем.

Теоретическая и практическая значимость результатов.

Метод причинности по Грейнджеру находит в последние годы активное применение к задачам нейрофизиологии и климатологии. При этом одна из основных проблем в приложении к этим областям — недостаточный объём данных из-за малой длины рядов, недостаточной частоты выборки и нестационарности. Использовать модели, построенные из первых принципов, как правило невозможно из-за их громоздкости. Поэтому важно понимать, насколько могут быть применимы компактные и простые эмпирические модели, например, с полиномиальными аппроксимирующими функциями, исследованию чего посвящена данная работа.

Также многие процессы в нейрофизиологии характеризуются основным ритмом — выделенным временным масштабом, например, при абсансной эпилепсии; часто рассматриваются фильтрованные в определённом диапазоне сигналы; имеют место процессы синхронизации на разных уровнях от групп нейронов до целых отделов головного мозга. Для таких временных рядов возможно повысить эффективность применения метода, опираясь на сформулированные в данной работе рекомендации по выбору лага и дальности прогноза. Пример такого подхода продемонстрирован в «**Приложении**».

Личный вклад соискателя. Основные результаты диссертации получены лично автором. В совместных работах автором выполнены все основные компьютерные расчёты, включая обработку экспериментальных данных. Постановка задач, разработка методов их решения, выбор объектов, изложение и интерпретация результатов были осуществлены совместно с руководителем и другими соавторами.

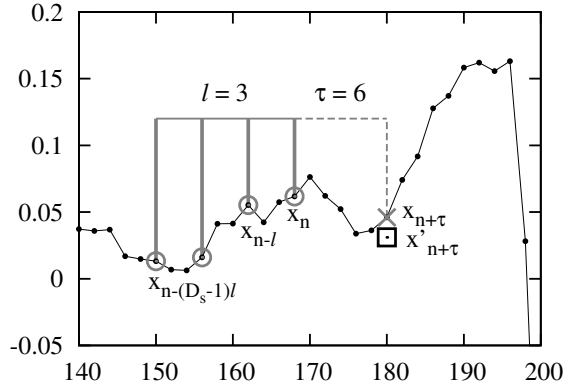


Рис. 1: Временной ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ с выделенными кругами точками, составляющими вектор состояния, где $D_s = 4$ его размерность, l — лаг, τ — дальность прогноза, квадратом обозначено предсказанное значение $x'_{n+\tau}$, крестом — соответствующее ему измеренное $x_{n+\tau}$.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность и определены цели и задачи диссертационной работы, описан объект исследования, отражены наиболее значимые результаты, сформулированы положения, выносимые на защиту.

В первой главе приводится описание метода нелинейной причинности по Грейнджеру¹, который заключается в следующем: пусть имеются записи колебаний двух систем — ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ от системы X и ряд $\{y_n\}_{n=1}^N$ от системы Y , где $n = 1, 2, \dots, N$ — дискретное время, а N — длина временных рядов. На основе анализа временных реализаций исследуемых систем требуется определить, влияет ли система Y на систему X . Для этого на первом шаге строится индивидуальная модель (динамическая система):

$$x'_{n+\tau} = f(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, \mathbf{c}^s), \quad (1)$$

где x'_n — предсказанное значение в момент времени n , которое может отличаться от измеренного значения x_n , f — аппроксимирующая функция (если она нелинейна, метод называется нелинейной причинностью по Грейнджеру), l — лаг модели (количество шагов дискретного времени между точками ряда, образующими D_s -мерный вектор состояния $\mathbf{x}_n = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-(D_s-1)l})$ (рис. 1), τ — дальность прогноза (расстояние во времени между предсказываемой точкой и наиболее близкой точкой вектора состояния), D_s — размерность индивидуальной модели, \mathbf{c}^s — неизвестный вектор коэффициентов, который подбирается методом наименьших квадратов так, чтобы минимизировать среднеквадратичную ошибку аппроксимации:

$$\varepsilon_S^2 = \frac{1}{N-n'} \sum_{n=n'+1}^N (x'_n - x_n)^2, \quad (2)$$

где $n' = \tau + (D_s - 1)l$.

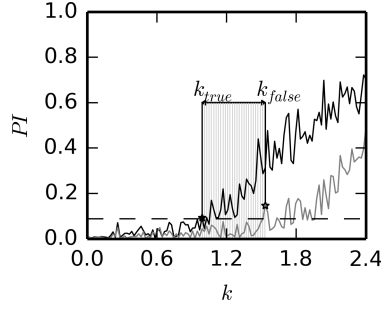


Рис. 2: Типичный вид зависимости показателя улучшения прогноза PI от коэффициента связи k при однонаправленном воздействии. На графике чёрной линией показаны значения PI , полученные при поиске связи в заведомо верном направлении, а серой — в заведомо ложном, пунктиром — 95% доверительный интервал; k_{true} — минимальное значение, при котором связь значимо обнаруживается методом в заведомо верном направлении, и k_{false} — минимальное значение k , при котором связь значимо обнаруживается в неверном направлении.

Следующим шагом строится совместная модель, в которой кроме данных из ряда $\{x_n\}_{n=1}^N$ используется D_a членов из ряда $\{y_n\}_{n=1}^N$:

$$x''_{n+\tau} = g(x_n, x_{n-l}, \dots, x_{n-(D_s-1)l}, y_n, y_{n-l}, \dots, y_{n-(D_a-1)l}, \mathbf{c}^j), \quad (3)$$

где x''_n есть предсказанное моделью значение, \mathbf{c}^j — коэффициенты совместной модели. Минимизированная среднеквадратичная ошибка прогноза совместной модели, аналогично (2), имеет вид:

$$\varepsilon_j^2 = \frac{1}{N-n''} \sum_{n=n''+1}^N (x''_n - x_n)^2, \quad (4)$$

где $n'' = \tau + (\max(D_s, D_a) - 1)l$.

При $\varepsilon_j^2 < \varepsilon_S^2$ говорят, что Y действует на X (системы связаны). В качестве меры связанности, как правило, используется показатель *улучшения прогноза*:

$$PI = 1 - \varepsilon_j^2 / \varepsilon_S^2. \quad (5)$$

Если $PI = 0$ (учёт сигнала Y не помог в предсказании X), то считают, что Y не воздействует на X . Если же $PI \rightarrow 1$ (учёт сигнала Y существенно улучшил предсказание X), считают, что Y воздействует на X .

В главе на ряде последовательно усложняющихся эталонных однонаправленно связанных систем, содержащих сложные нелинейные функции, скрытые переменные, в том числе описываемые дифференциальными уравнениями, проведено исследование работоспособности метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае, когда эмпирическая модель качественно не воспроизводит динамику исследуемого объекта.

В качестве объекта исследования были выбраны эталонные связанные динамические системы: отображения Эно, окружности, Икеды, Заславско-

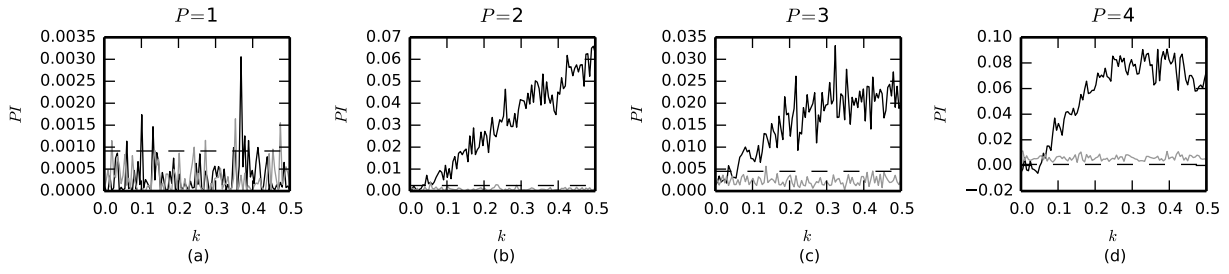


Рис. 3: Зависимость показателя улучшения прогноза PI от величины коэффициента связи k при исследовании чувствительности метода на связанных отображениях Икеды. Непрерывной черной линией показаны значения PI при поиске связи в верную сторону, серой линией — значения, полученные при поиске связи в заведомо ложном направлении (оценка воздействия системы X на Y), пунктирной черной линией — 95% уровень значимости.

го, осцилляторы Лоренца. Оценивалась зависимость показателя улучшения прогноза (5) от значения коэффициента связи k между системами. На рис. 2 представлен типичный вид такой зависимости. В качестве моделей в методе нелинейной причинности по Грейнджеру использовались отображения последования с полиномиальными функциями общего вида:

$$x'_{n+\tau} = \sum_{k=0}^P \sum_{q=1}^{C_{D+k}^k} a_i \prod_{m=1}^D x_{n-(m-1)l}^{w_{k,m}}, \quad (6)$$

где P — степень, D — размерность, a_i — коэффициенты полинома, $w_{k,m}$: $\forall k = 0, \dots, P \sum_{m=1}^D w_{k,m} = k$.

На рис. 3 показаны результаты численного эксперимента при поиске связи между однонаправленно связанными отображениями Икеды. Видно, что при достаточно высоких степенях полинома и размерностях модели метод верно диагностирует направленную связь. При этом анализ временных рядов, полученных от реконструированной совместной модели, показывает, что её аттрактор не воспроизводит режим поведения наблюдаемого ряда — устойчивое положение равновесия, возмущаемое сигналом воздействующей системы вместо хаотического режима (рис. 4). Таким образом оказывается, что для успешности применения метода причинности по Грейнджеру от модели не требуется качественное воспроизведение режима поведения наблюдаемых систем. Аналогичные результаты были получены и для других исследуемых систем.

Дополнительно было показано, что большое количество коэффициентов полиномиальной модели приводит к появлению большого числа значимых выводов о наличии связанности в заведомо неверную сторону (рис. 3 (d)). Это происходит вследствие того, что предсказательная модель начинает описывать не процесс, а конкретные особенности измеренного ряда, в том числе, конкретную реализацию шума. Кроме того, возрастают вычислительные ошибки определения коэффициентов, поэтому мини-

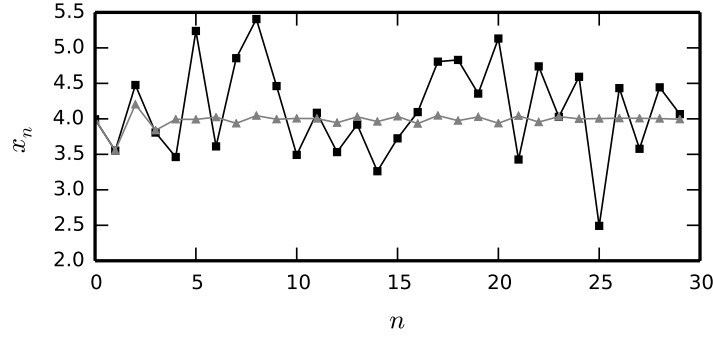


Рис. 4: Сопоставление наблюдаемого временного ряда отображения Икеды (показан чёрной линией) и временного ряда, восстановленного с помощью совместной модели вида (3) с начальными условиями, взятыми из исходного ряда (серый пунктир). Параметры модели: $D_s = 2$, $P = 3$, $D_a = 1$.

мум целевой функции определяется неточно и, как следствие, рассчитанное улучшение прогноза может принимать произвольные, в том числе, отрицательные значения.

Вторая глава диссертации посвящена оптимальному подбору параметров прогностических моделей метода нелинейной причинности по Грейнджеру в приложении к сигналам, характеризующимся хорошо выраженными временными масштабами. Для этой цели были разработаны два критерия, позволяющие, соблюдая баланс между чувствительностью и специфичностью, а также учитывая значимость результатов, подбирать параметры прогностической модели (лага и дальности прогноза).

Первый критерий учитывает, насколько в среднем для всех рассмотренных значений коэффициента связи k различаются величины PI в заведомо верную — PI_{true} и в заведомо ложную — PI_{false} стороны (рис. 5 (а)) и определяется формулой:

$$S_1 = \langle PI_{true}(k) - PI_{false}(k) \rangle_k, \quad (7)$$

Первый критерий визуально можно определить как среднюю ширину заштрихованной области на рис. 5 (а). Поскольку согласно (5) PI есть нормированная величина и изменяется от 0 до 1, величина S_1 может изменяться на отрезке от -1 до 1. Если для всех значений k $PI_{true} = 1$ (связи в верную сторону определяются идеально при любой силе связи), а $PI_{false} = 0$ (связи в ложную сторону всегда отсутствуют), то согласно (7) $S_1 = 1$. Если оказывается, что $\langle PI_{true} \rangle_k = \langle PI_{false} \rangle_k$ (улучшение прогноза в верную и ложную стороны в среднем одинаково, т. е. метод не способен определить направление связи), $S_1 = 0$. Если же $PI_{false} = 1$ и $PI_{true} = 0$ (в ложную сторону связи всегда находятся, а в истинную — никогда), $S_1 = -1$.

Второй критерий (см. рис. 5 (б)) учитывает значимость полученных значений PI , но не учитывает их абсолютные величины. Вводится вели-

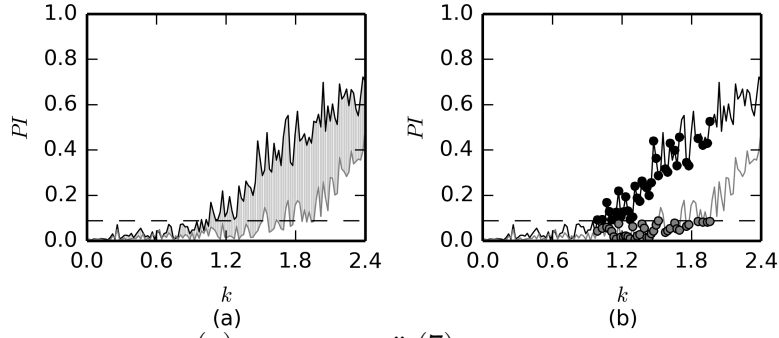


Рис. 5: Проиллюстрированы: (a) — критерий (7), значению которого соответствует средняя ширина заштрихованной области; (b) — критерий (8), соответствующий отношению числа значений k , при которых PI отмечен жирными точками (где метод специфичен и чувствителен), к общему рассмотренному числу значений k .

чина $\delta(k)$, $\delta = 1$, если связь в верную сторону определена как значимая, а связь в неверную — как незначимая, иначе $\delta = 0$. Далее значения $\delta(k)$ усредняются по всем k , итоговая величина S_2 лежит в диапазоне от 0 (нет таких k , при которых связи в верную сторону определяются как значимые, а в неверную, как незначимые) до 1 (для всех k связи в верную сторону определяются как значимые, а в неверную — как незначимые).

$$S_2 = \frac{1}{Z_k} \sum \delta(k),$$

$$\delta(k) = \begin{cases} 1, & PI_{true} > PI_{sign} \wedge PI_{false} < PI_{sign}, \\ 0, & PI_{true} \leq PI_{sign} \vee PI_{false} \geq PI_{sign}, \end{cases} \quad (8)$$

где Z_k — число рассмотренных значений коэффициента связи; PI_{sign} — это 95% уровень значимости, полученный при использовании суррогатных временных рядов, полученных от тех же систем, что и исследуемые на связанность ряды при тех же значениях коэффициентов, но без связи.

Критерии (7) и (8) дополняют друг друга. Если критерий S_1 достигает значения, близкого к 1, можно утверждать, что метод работает хорошо при данных параметрах, а если близок к 0 или отрицателен, — работает плохо. При этом проверку значимости, как правило, можно не проводить. Если же критерий S_1 принимает некоторые промежуточные между 0 и 1 значения, тестирование на значимость существенно, и работоспособность метода определяется по критерию S_2 , согласно которому выбор параметров l и τ тем более оптимален, чем больше S_2 .

Разработанные критерии позволили выработать рекомендации к выбору параметров прогностической модели (лага и дальности прогноза), представленной в виде отображения последования с полиномиальными функциями (однако применимость критериев не ограничивается только этим классом моделей), для метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае поиска направленной связи между системами, обладающими ярко

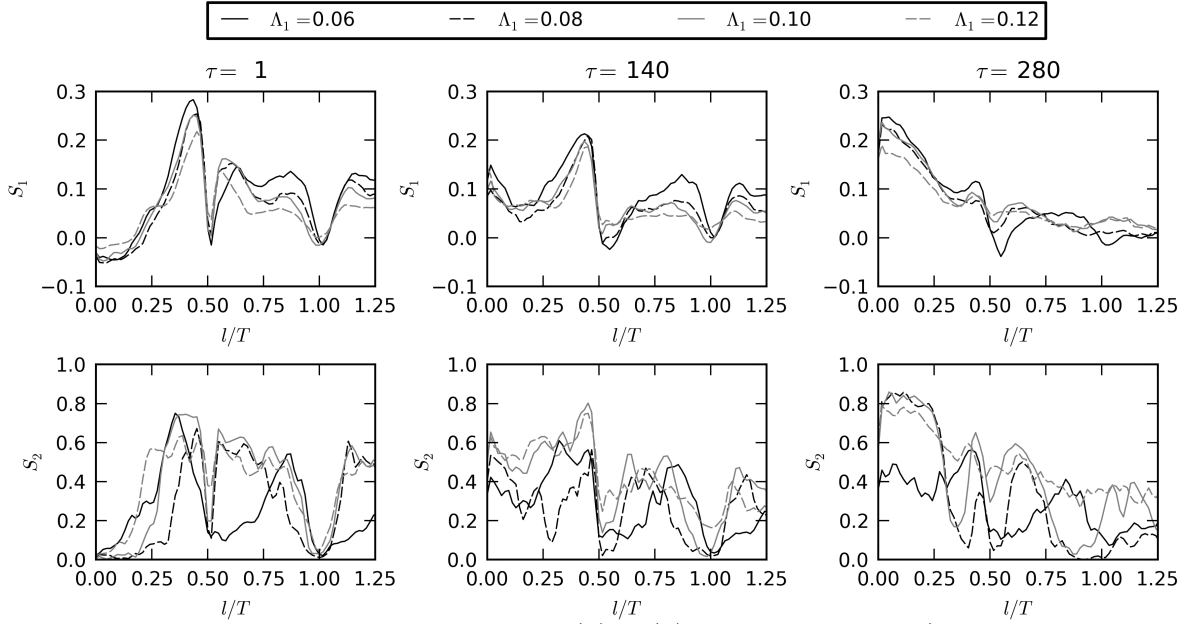


Рис. 6: Зависимости величины критериев (7) и (8) от лага модели (измеряется в характерных периодах), построенные при использовании моделей с размерностями $D_s = 2$ и $D_a = 1$ и при аппроксимации функций f и g полиномами общего вида, при различных дальностях прогноза для двух однонаправленно связанных систем Рёсслера. Верхний ряд соответствует критерию (7), нижний — критерию (8).

выраженными временными масштабами. В качестве эталонных тестовых систем рассматривались связанные однонаправленной связью системы Рёсслера, генераторы Анищенко-Астахова, Кияшко-Пиковского-Рабиновича, генераторы с 1.5 степенями свободы. Параметры осцилляторов подбирались таким образом, чтобы получить хаотические режимы. Было показано, что необходимо соблюдать баланс между выбором значений лага и дальности прогноза: при малых значениях лага удачным оказывается выбор дальности прогноза порядка половины характерного периода системы; в случае же малых дальностей прогноза оптимальным оказывается выбор лага между четвертью и одной третью характерного периода системы.

Было проведено исследование зависимости работоспособности метода нелинейной причинности по Грейнджеру от значения старшего ляпуновского показателя ведомой системы. Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера рассматривались 4 набора параметров, при котором старший ляпуновский показатель системы принимал значения 0.06^{10} , 0.08^{11} , 0.10^{12} , 0.12^{13} соответственно. Было показано, что с увеличением значения старшего ляпуновского показателя зависимость значений критериев от лага модели становится менее выраженной (рис. 6). И даже в этом слу-

¹⁰ $a_1 = 0.146, b_1 = 0.3, c_1 = 10, a_2 = 0.16, b_2 = 0.2, c_2 = 16$

¹¹ $a_1 = 0.176, b_1 = 0.19, c_1 = 11, a_2 = 0.172, b_2 = 0.2, c_2 = 10$

¹² $a_1 = 0.2, b_1 = 0.3, c_1 = 10, a_2 = 0.2, b_2 = 0.15, c_2 = 7.5$

¹³ $a_1 = 0.205, b_1 = 0.05, c_1 = 20, a_2 = 0.20, b_2 = 0.05, c_2 = 11$

чае критерии позволяют подобрать оптимальные параметры модели, при которых метод нелинейной причинности по Грейнджеру эффективен. Это было подтверждено и на других эталонных тестовых системах.

В третьей главе диссертации рассматривается важный вопрос работоспособности метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае исследования связанности между системами, находящимися в режиме частичной фазовой синхронизации. В настоящий момент понятие фазовой синхронизации широко используется при описании коллективной динамики как периодических, так и хаотических систем. Это явление интересно также тем, что при такого рода синхронизации индивидуальные особенности сигналов частично сохраняются, что позволяет надеяться на возможность детектировать направление взаимодействия.

В данной главе на примере тестовых систем, обладающих ярко выраженным временным масштабом, связанных однонаправленной синхронизирующей связью осцилляторах Рёсслера, уравнениях генераторов Кияшко-Пиковского-Рабиновича, оценивалась эффективность работы метода. Степень синхронизации систем оценивалась при помощи коэффициента фазовой синхронизации. Значения коэффициента связи между системами варьировались от 0 (нет связи) до значения при котором коэффициент фазовой синхронизации был близок к 1 (фазовая синхронизация систем). Параметры полиномиальной модели подбирались в соответствии с предложениями, полученными в предыдущей главе.

Неотъемлемым этапом при поиске связанности является проверка результатов на значимость, которая в данной работе проводится путём построения суррогатных временных рядов. Рассматривались различные методы создания суррогатных временных рядов: сохраняющих функцию когерентности сигнала; полученных при помощи случайного задания фаз Фурье образа сигнала; полученных перестановкой частей временного ряда; а также полученных от тех же систем, что и изучаемые ряды, но при отсутствии связи. В данной работе сравнивается, на сколько различаются оценки уровня значимости, полученные на основе вышеописанных подходов к генерации суррогатных временных рядов

Результаты исследования эффективности работы метода при поиске направленной связи для связанных систем Рёсслера представлены на рис. 7. На графике 7 (d) представлена зависимость показателя улучшения прогноза, полученного при поиске связи в заведомо верную сторону (PI), полученного при поиске связи в заведомо ложном направлении (rPI), а также зависимость значений 95% доверительных интервалов, полученных на основе различных суррогатных временных рядов, от коэффициента связи. Аналогичная зависимость от значения коэффициента фазовой синхронизации представлена на рис. 7 (e). Из графиков видно, что даже в таких

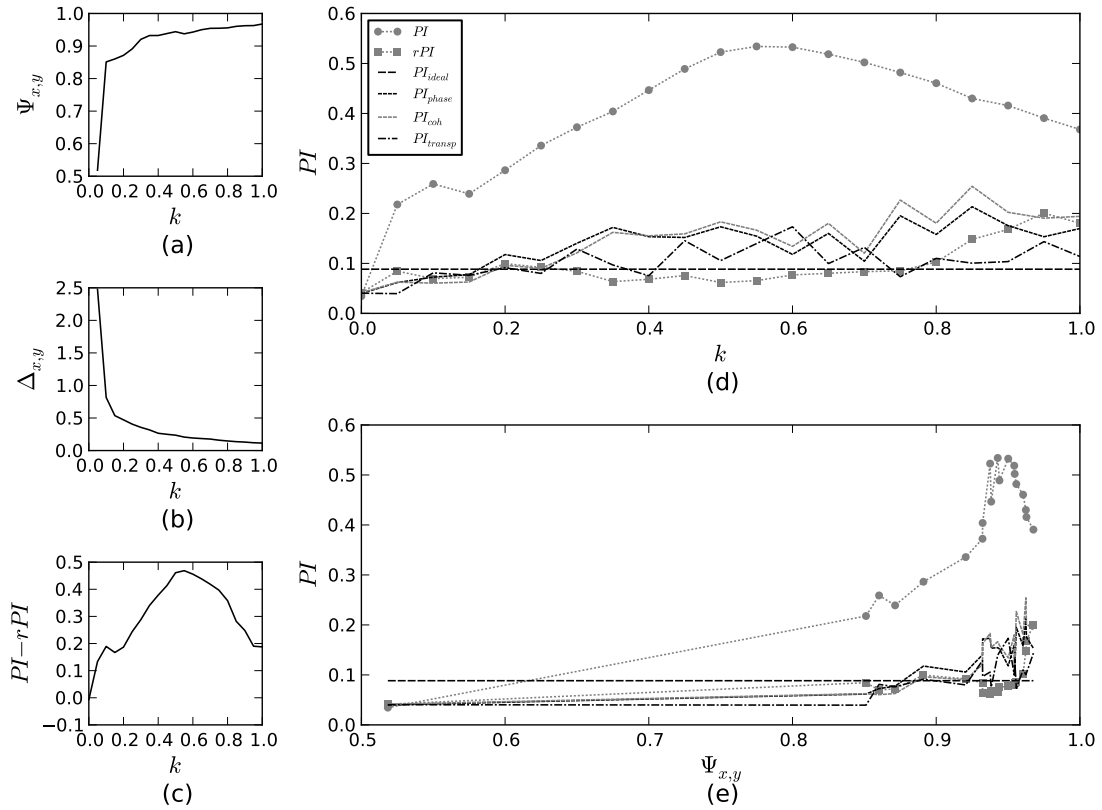


Рис. 7: Для связанных однонаправленной связью систем Рёсслера со старшим ляпуновским показателем 0.06 показаны зависимости от значения коэффициента связи между системами: (a) — коэффициента фазовой синхронизации; (b) — отношения дисперсии разностного сигнала ведущей и ведомой систем к дисперсии временного ряда ведомой системы; (c) — разность $PI - rPI$. На графиках (d) и (e) представлены зависимости значений PI и rPI от коэффициента связи и коэффициента фазовой синхронизации соответственно, а также PI_{ideal} , PI_{phase} , PI_{coh} , PI_{transp} — 95% доверительные интервалы, полученные с помощью различных подходов к генерации суррогатных рядов.

неблагоприятных условиях (вплоть до значения коэффициента фазовой синхронизации 0.95) метод позволяет выявить направленную связь при использовании в качестве эмпирической модели отображений последования с полиномиальными функциями. И даже в случае, когда метод утрачивает специфичность, он все равно позволяет определить преимущественное направление связи. Также показано, что проверяющие различные нулевые гипотезы суррогатные временные ряды позволяют получить близкие доверительные интервалы, расширяющиеся с ростом коэффициента связи и степени синхронизации систем.

В «Приложении» показано практическое использование метода нелинейной причинности по Грейнджеру для анализа медицинских данных. Было осуществлено исследование изменения направления связей между отведениями поверхностной электроэнцефалограммы головного мозга детей, страдающих детским церебральным параличом. ДЦП представляет собой распространенное нейродегенеративное заболевание и, как правило,

является результатом травмы при рождении или в раннем возрасте. Лечение и реабилитация при ДЦП являются, обыкновенно, симптоматическими.

Временные ряды электроэнцефалограмм были предоставлены доктором Клементиной ван Рейн из Дондерс-Института университета города Неймеген в Нидерландах. Данные представляли собой 32 канальную электроэнцефалограмму с частотой дискретизации 1кГц. Временные ряды имели длину 16384 значений. ЭЭГ снималась у 12 пациентов — детей 3–8 лет — до и после лечения при закрытых и при открытых глазах. К детям применялось как медикаментозное, так и процедурное лечение. Дополнительно рассматривался тестовый набор данных, полученный от взрослого здорового человека. Общим для всех пациентов является большая степень уникальности каждого конкретного случая, что затрудняет статистический анализ и интерпретацию результатов.

В приложении исследовалось изменение архитектуры связей между отведениями ЭЭГ до и после лечения. Рассматривались связи между отведениями F3, C3, C4, F4 по стандартной схеме, которые соответствуют сомато-сенсорной и моторной областям коры головного мозга, играющим большую роль в нарушениях при ДЦП.

Уникальность представленных данных заключалась в том, что у всех детей поражена была только одна сторона мозга, в результате чего развилась асимметрия возможностей рук: в то время как одна конечность, контролируемая непоражённым полушарием, развивалась и действовала нормально, вторая оказывалась слабо задействована.

Результаты, полученные при поиске направленных связей методом причинности по Грейнджеру с использованием полиномиальных моделей, параметры которых подбирались в соответствии с предложениями, изложенными в главе второй, демонстрируют сильную вариативность (рассматривались только значимые на уровне 0.05 результаты, значимость оценивалась с помощью суррогатных временных рядов). Это обусловлено тем, что у пациентов были повреждены различные области коры головного мозга. Тем не менее, можно отметить, что в ряде случаев после лечения у пациентов стала наблюдаться архитектура связей, близкая к архитектуре у здорового испытуемого. Было показано, что в большинстве случаев после лечения появились новые связи. Связи, выявленные при исследовании с открытыми и закрытыми глазами, отличаются.

В заключении диссертационной работы сформулированы основные результаты исследования особенностей оценок связанности колебательных систем по экспериментальным временным рядам методом причинности по Грейнджеру:

- для нелинейных колебательных систем при поиске наличия связи методом причинности по Грейнджеру с использованием в качестве про-

гностических моделей отображений последования с полиномиальными функциями было показано, что не является обязательным требованием, чтобы реконструированная по временным рядам прогностическая модель качественно воспроизводила динамику исследуемого объекта (демонстрировала аттрактор того же типа, что и изучаемая система);

- разработаны два критерия, позволяющие подобрать параметры прогностической модели в виде отображения последования (лаг и дальность прогноза), один из которых основан на величине средней разницы между значениями показателя улучшения прогноза, полученными при поиске связи в заведомо верном и в заведомо ложном направлениях, по всем допустимым значениям коэффициента связи, а другой — на оценке количества значимых и специфичных результатов;
- проведено исследование применимости метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае, когда исследуемые объекты находятся в процессе фазовой синхронизации. Показано, что даже при больших (близких к единице) значениях коэффициента фазовой синхронизации между системами, метод позволяет выявить преимущественное направление связи;
- было показано, что созданные для систем, обладающих ярко выраженными характерными временными масштабами, суррогатные временные ряды, полученные для исследования различных нулевых гипотез, позволяют получить близкие доверительные интервалы, расширяющиеся с ростом степени синхронизованности систем.

Публикации по теме диссертации

По результатам диссертации были опубликованы 3 статьи в журналах из перечня ВАК:

1. М.В. Корнилов, И.В. Сысоев. Влияние выбора структуры модели на работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. Т.21. № 2. 2013. С. 74–88.
2. М.В. Корнилов, И.В. Сысоев, Б.П. Безручко. Оптимальный подбор параметров прогностических моделей в методе нелинейной причинности по Грейнджеру в приложении к сигналам, характеризующимся хорошо выраженными временными масштабами // Нелинейная динамика. Т.10. № 3. 2014. С. 279–295.
3. М.В. Корнилов, И.В. Сысоев. Исследование эффективности метода нелинейной причинности по Грейнджеру в случае сильной синхронизации систем // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. Т.22. № 4. 2014. С. 66–75.

А также 11 статей в сборниках трудов и тезисов докладов:

1. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Чувствительность и специфичность метода нелинейной грейнджеровской причинности для объектов различной сложности // Тезисы докладов VI Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов 2011. С. 120–121.
2. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Эффективность метода причинности по Грейнджеру в случае сильно неадекватной структуры модели // Материалы ежегодной Всероссийской научной школы-семинара «Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине — 2011». Саратов. 2011. С. 76–79.
3. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру при использовании неадекватных моделей // Сборник докладов научной конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых — 2011». Саратов. 2012. С. 87–93.
4. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Работоспособность нелинейной грейнджеровской причинности для сигналов с выраженными характерными масштабами // Тезисы докладов VII Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов 2012. С. 75–76.
5. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Поиск связанности методом грейнджеровской причинности по сигналам с выраженными временными масштабами // Материалы ежегодной Всероссийской научной школы-семинара «Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине — 2012». Саратов. 2012. С. 26–28.
6. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Чувствительность и специфичность метода нелинейной причинности по Грейнджеру для объектов различной сложности // Тезисы докладов XVI научной школы молодых учёных «Нелинейные волны — 2012». Нижний Новгород. 2012. С. 73–74.
7. Корнилов М.В., Голова Т.М., Сысоев И.В. Подбор временных масштабов прогностической модели, используемой для оценки связанности методом причинности по Грейнджеру // Тезисы докладов VIII Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов. 2013. С. 128–129.
8. Корнилов М.В., Сысоев И.В., С.М. van Rijn Выявление изменений в архитектуре связей различных отделов коры головного мозга при лечении врожденного расстройства движения // Материалы ежегодной Всероссийской научной школы-семинара «Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине — 2013». Саратов. 2013. С. 104–105.
9. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Выбор временных масштабов модели для метода причинности по Грейнджеру // Материалы X Международной школы-конференции «Хаотические автоколебания и образование структур» (ХАОС-2013). Саратов. 2013. С. 20.
10. M. Kornilov, I. Sysoev, Choosing empirical model parameters for detecting connectivity with nonlinear Granger causality approach from time series with a main time scale. The International Conference «Nonlinear Dynamics of Deterministic and Stochastic Systems: Unraveling Complexity». Saratov. 2014. P. 25.
11. Корнилов М.В., Сысоев И.В. Оценка эффективности различных подходов к генерации суррогатных временных рядов в случае систем, близких к синхронизации // Тезисы докладов IX Всероссийской конференции молодых учёных «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика». Саратов. 2014. С. 72–73.

Подписано в печать 11.03.2015. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Computer Modern. Объем 1,25 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 40–Т.

Отпечатано с готового оригинал-макета
Типография Саратовского государственного университета
имени Н.Г. Чернышевского
410012, г. Саратов, ул. Большая Казачья, д. 112а, корпус 8
Тел.: (8452) 27-33-85