

На правах рукописи

Павл -

ПАВЛОВ Александр Сергеевич

ГРАНИЦЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РЕЖИМОВ ОБОБЩЕННОЙ
И ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ И ОСОБЕННОСТИ
ПОВЕДЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА ВБЛИЗИ ЭТИХ
ГРАНИЦ В ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ
ПОТОКОВЫХ СИСТЕМАХ

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2014

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского” на кафедре физики открытых систем факультета нелинейных процессов.

Научный руководитель:

Москаленко Ольга Игоревна, к.ф.-м.н., доцент, ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”, доцент кафедры физики открытых систем

Официальные оппоненты:

Прохоров Михаил Дмитриевич, д.ф.-м.н., ФГБУН “Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской Академии наук”, Саратовский филиал, ведущий научный сотрудник

Голдобин Денис Сергеевич, к.ф.-м.н., Институт механики сплошных сред УрО РАН, старший научный сотрудник

Ведущая организация: Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород

Защита состоится “16” октября 2014 г. в 17 часов 30 минут в 34 ауд. III корпуса СГУ на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 в Саратовском государственном университете (410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Саратовского государственного университета (Саратов, ул. Университетская, 42) и на сайте <http://www.sgu.ru/dissertation-council/d-212-243-01/dissertaciya-s-pavlova>.

Автореферат разослан “20” августа 2014 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук, профессор



В.М. Аникин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Исследование синхронизации хаотических колебаний связанных динамических систем представляется в настоящее время одной из актуальных задач современной радиофизики¹. Интерес к этому феномену обусловлен как фундаментальными, так и прикладными аспектами изучения этого вопроса. В частности, хаотическая синхронизация может найти применение при скрытой передаче информации, в физических, физиологических, биологических, химических системах, при управлении хаосом в системах радиофизики и микроволновой электроники и т.д.² В настоящее время известны различные типы хаотического синхронного поведения связанных нелинейных систем. Это, прежде всего, полная синхронизация, синхронизация с запаздыванием, обобщенная синхронизация, фазовая синхронизация, индуцированная шумом синхронизация и др.

Среди вышеназванных типов хаотической синхронизации особый интерес представляют режимы обобщенной³ и фазовой⁴ синхронизации. Существует достаточно большое число работ (см., например, работы H.D.I. Abarbanel, S. Boccaletti, L. Kocarev, J. Kurths, U. Parlitz, K. Pyragas, E. Rosa, M. Zaks, Z. Zheng, В.С. Анищенко, В.В. Астахова, Б.П. Безручко, Т.Е. Вадивасовой, Д.С. Голдобина, А.А. Короновского, О.И. Москаленко, Г.В. Осипова, А.Н. Павлова, А.С. Пиковского, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохорова, М.Г. Розенблюма, Н.Ф. Рулькова, А.Е. Храмова, А.В. Шабунина), направленных на определение факта существования этих режимов, разработку методов их диагностики и анализа, определение количественных и качественных характеристик, выявление механизмов возникновения и изучение эффектов, имеющих место на границах этих режимов. В то же самое время, почти все известные работы посвящены, как правило, изучению этих типов синхронного поведения в отдельности, в то время как вопросы взаимосвязи этих режимов в литературе практически не рассматриваются. Исключение представляют работы А.А. Короновского и А.Е. Храмова с соавторами⁵, в которых описываются общие подходы к анализу сразу нескольких типов хаотической синхронизации, последовательно сменяющих друг друга при изменении значения параметра связи, при этом каждый тип синхронного поведения рассматривается как

¹ А.С. Пиковский, М.Г. Розенблюм, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.: Техносфера, 2003.

² V.S. Anishchenko et al., *Int. J. Bifurcation and Chaos* 10 (10) (2000) 2339–2348; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов, *Успехи физических наук* 179 (12) (2009) 1281–1310.

³ N.F. Rulkov, M.M. Sushchik, L.S. Tsimring, H.D.I. Abarbanel, *Phys. Rev. E* 51 (2) (1995) 980–994.

⁴ В.С. Анищенко, Д.Э. Постнов, *Письма в ЖТФ* 14 (6) (1988) 569.

⁵ А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, *Chaos* 14 (3) (2004) 603–610; А.Е. Храмов, А.А. Koronovskii, М.К. Куровская, О.И. Moskalenko, *Phys. Rev. E* 71 (5) (2005) 056204.

частный случай единого типа синхронной хаотической динамики, названного синхронизацией временных масштабов (спектральных компонент). Однако, вопрос о взаимосвязи различных типов хаотической синхронизации при изменении силы связи и расстройки параметров между взаимодействующими системами, несмотря на всю значимость, до настоящего момента детально не рассматривался. Поэтому настоящая диссертационная работа нацелена на систематическое изучение поведения систем вблизи границ установления режимов фазовой и обобщенной синхронизации и содержит решение нескольких тесно связанных друг с другом задач. В частности, в диссертационной работе большое внимание уделено определению закономерностей поведения границ обобщенной и фазовой хаотической синхронизации при изменении величины параметра связи и расстройки параметров между системами и взаимосвязи между ними. Для этого рассмотрен также вопрос о трансформации спектрального состава сигнала ведомой системы при установлении этих типов хаотической синхронизации.

Режимы обобщенной и фазовой хаотической синхронизации наблюдаются, как правило, в неавтономных (например, находящихся под внешним гармоническим воздействием — режим фазовой синхронизации) и связанных (режимы обобщенной и фазовой синхронизации) хаотических системах. В то же самое время, теоретически не исключена возможность возникновения этих режимов в том случае, когда внешний хаотический сигнал воздействует на систему, демонстрирующую периодическое поведение. В частности, в работе О.И. Москаленко⁶ показана возможность возникновения фазовой синхронизации в данном случае и установлено, что сценарии перехода к этому режиму оказываются теми же, что и в случае двух связанных хаотических систем. Интерес представляет также режим обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотической системы на периодическую. Изучению этого режима и его возможных практических приложений (в частности, для скрытой передачи информации по каналам связи с высоким уровнем шумов) также посвящена настоящая диссертационная работа.

Важную роль при изучении хаотической синхронизации играют показатели Ляпунова. В частности, для однонаправлено связанных хаотических систем известно, что переход условного нулевого показателя Ляпунова в область отрицательных значений предшествует установлению режима фазовой синхронизации⁷, а отрицательность условного положительного ляпуновского

⁶О.И. Москаленко, Письма в ЖТФ 33 (19) (2007) 72–79.

⁷G.V. Osipov et al., Phys. Rev. Lett. 91 (2) (2003) 024101; A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, M.K. Kurovskaya, Phys. Rev. E 78 (2008) 036212.

показателя свидетельствует об установлении режима обобщенной синхронизации в исследуемой системе⁸. Этот аппарат оказывается эффективным как при изучении динамики связанных хаотических систем, так и при взаимодействии систем, демонстрирующих периодическую и хаотическую динамику. Можно утверждать, что он является универсальным средством для изучения динамики нелинейных систем, представляющих интерес для изучения.

Расчет ляпуновских показателей динамических систем не вызывает большого труда в том случае, когда оператор эволюции системы задан в явном виде: можно получить уравнения в вариациях, описывающие эволюцию малых возмущений, и применить алгоритм Бенеттина с процедурой ортогонализации Грамма-Шмидта. Однако, может возникнуть необходимость, например, при обработке экспериментальных данных, в расчете показателей Ляпунова, когда единственной доступной характеристикой является временная реализация изучаемой системы. В настоящее время известны методы⁹, позволяющие рассчитать несколько старших показателей Ляпунова по временному ряду, однако, все они не свободны от недостатков и применяются, как правило, для подтверждения наличия хаоса в автономных системах. Применение подобных методов к связанным системам приводит к большим погрешностям расчета, а в большинстве случаев делает точную оценку ляпуновских показателей, представляющих интерес для исследования, и вовсе невозможной. Поэтому в настоящей диссертационной работе большое внимание уделяется также разработке методов оценки условных (нулевого и положительного) показателей Ляпунова по временным данным.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно заключить, что изучение взаимосвязи режимов обобщенной и фазовой хаотической синхронизации и поведения показателей Ляпунова вблизи границ этих режимов представляет интерес для современной радиофизики, что делает тему диссертационной работы важной и актуальной.

Цель диссертационной работы. Целью настоящей диссертационной работы является выявление особенностей границ возникновения режимов обобщенной и фазовой синхронизации и поведения показателей Ляпунова вблизи этих границ в однонаправлено связанных потоковых системах, разработка новых методов их анализа и определение взаимосвязи между ними.

Основными вопросами, подробно рассмотренными в диссертационной работе, являются следующие:

- исследование особенностей расположения границ обобщенной и фазовой

⁸К. Pyragas, Phys. Rev. E 56 (5) (1997) 5183–5188.

⁹A. Wolf et al., Physica D 16 (1985) 285; J.P. Eckmann et al., Phys. Rev. A 34 (6) (1986) 4971–4979.

синхронизации в однонаправлено связанных хаотических осцилляторах при изменении управляющих параметров;

- изучение трансформации спектрального состава сигнала ведомой системы при установлении режимов обобщенной и фазовой синхронизации;
- исследование возможности установления режимов обобщенной и фазовой синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на генераторы периодических колебаний;
- разработка способа скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на генераторы периодических колебаний;
- разработка методов оценки условных показателей Ляпунова по временной реализации.

Результаты настоящей диссертационной работы позволяют выявить особенности поведения нелинейных динамических систем, находящихся в режимах обобщенной и фазовой синхронизации. Они обладают высокой степенью общности, что дает возможность распространить полученные результаты на широкий класс нелинейных систем различной природы.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. В системе двух однонаправлено связанных генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича в случае относительно больших значений расстройки собственных частот возможно возникновение режима обобщенной синхронизации по сценарию, характерному для относительно слабых значений частотной расстройки: в этом случае режим фазовой синхронизации реализуется также по сценарию захвата частот, однако, в отличие от случая слабых расстроек, его разрушение сопровождается потерей фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы.
2. В случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой возможно возникновение режима обобщенной синхронизации, при этом порог возникновения синхронного режима сдвигается в сторону меньших значений параметра связи по сравнению со случаем двух связанных хаотических систем, если в ведомой системе не возбуждается собственная хаотическая динамика; в противном случае поведение границы обобщенной синхронизации аналогично случаю двух однонаправлено связанных хаотических систем.

3. Способ скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой обладает следующими достоинствами по сравнению с известными аналогами, основанными на использовании обобщенной синхронизации хаотических колебаний: стабильность при неидентичности управляющих параметров генераторов принимающего устройства, высокие устойчивость к шумам и качество передачи информации.
4. Аппроксимация плотности распределения вероятности для разности фаз взаимодействующих хаотических систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации, и неавтономных периодических осцилляторов, демонстрирующих синхронное поведение в присутствии шума, закономерностью для квадратичного отображения позволяет оценить величину условного нулевого показателя Ляпунова в закритической области значений управляющего параметра и определить степень синхронности установившегося режима.

Научная новизна. Научная новизна результатов диссертационной работы заключается в определении закономерностей поведения границ режимов обобщенной и фазовой хаотической синхронизации при изменении величины расстройки параметров между взаимодействующими системами, а также особенностей поведения показателей Ляпунова при установлении этих синхронных режимов.

Впервые получены следующие научные результаты:

- Обнаружены особенности в поведении границ режимов обобщенной и фазовой синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича. Показано, что в случае относительно больших значений расстройки собственных частот взаимодействующих систем возможно возникновение режима обобщенной синхронизации по сценарию, характерному для относительно слабых значений частотной расстройки.
- Исследована трансформация спектрального состава сигнала ведомой системы при установлении режимов обобщенной и фазовой синхронизации. Для изучения проявления режимов обобщенной и фазовой синхронизации на спектральном языке введены в рассмотрение количественные характеристики.

- Обнаружена обобщенная синхронизация в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой. Выявлены особенности поведения границы этого режима по сравнению со случаем двух однонаправлено связанных хаотических систем.
- Обнаружена возможность использования обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на систему с периодической динамикой для скрытой передачи информации. Выявлены принципиальные достоинства предложенного способа скрытой передачи данных по сравнению с известными аналогами.
- Предложен способ оценки величины условного нулевого показателя Ляпунова по временному ряду и проведена его апробация как на неавтономных системах, демонстрирующих периодическую динамику, в присутствии шума, так и связанных хаотических системах.

Научная и практическая значимость работы. Диссертационная работа решает научную задачу, имеющую существенное значение для радиофизики, связанную с выявлением общих закономерностей режимов обобщенной и фазовой синхронизации как связанных хаотических систем, так и периодических генераторов, находящихся под внешним хаотическим воздействием. В качестве объектов исследования в диссертационной работе выбраны эталонные модели теории колебаний, демонстрирующие периодическую (например, автогенератор Ван дер Поля) и хаотическую (системы Ресслера, генераторы Кияшко-Пиковского-Рабиновича) динамику. Эти модели хорошо зарекомендовали себя при решении задач радиофизики, теории колебаний и нелинейной динамики, что позволяет утверждать, что результаты, описанные в диссертационной работе, могут быть обобщены на широкий класс нелинейных систем, включая реальные системы радиофизической и физиологической природы. В частности, предложенный метод оценки величины условного нулевого показателя Ляпунова может быть применен для определения степени синхронности режима синхронизации, устанавливаемого, например, между различными областями головного мозга человека или лабораторных животных.

Кроме того, обнаруженная в рамках диссертационной работы возможность реализации обобщенной синхронизации не только в случае взаимодействия двух однонаправлено связанных хаотических систем, но и при воздействии хаотического сигнала на генераторы периодических колебаний, позволила разработать способ скрытой передачи информации на основе этого явления. В отличие от своего аналога, основанного на режиме обобщенной синхрони-

зации хаотических систем, он позволяет ликвидировать проблему неустойчивости способа при неидентичности управляющих параметров взаимодействующих систем, а также повысить устойчивость к шумам и качество передачи информации.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, внедрены в учебный процесс по подготовке бакалавров и магистров по направлению “Радиофизика” в ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строгих математических процедур; известных уравнений, описывающих нелинейные процессы; общепризнанных методов и подходов, апробированных на различных системах и хорошо зарекомендовавших себя при проведении научных исследований; обоснованным выбором параметров численных методов. Достоверность полученных результатов подтверждается их воспроизводимостью, сопоставлением аналитически и численно полученных результатов, совпадением результатов при использовании различных методов диагностики колебательных режимов, а также отсутствием противоречий с известными в научной литературе достоверными общепризнанными результатами.

Личный вклад. Результаты, вошедшие в диссертационную работу, получены автором лично или при его непосредственном участии. В ряде совместных работ автором выполнены все аналитические и численные расчеты. Разработка способа передачи информации на основе обобщенной синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на генераторы периодических колебаний осуществлялась совместно с А.А. Короновским, О.И. Москаленко, Н.С. Фроловым, А.Е. Храмовым, при этом все численные расчеты получены автором лично. Постановка задач, разработка методов их решения, объяснение и интерпретация результатов осуществлены совместно с научным руководителем.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы использовались при выполнении научно-исследовательских работ по грантам Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 12-02-00221-а, 14-02-31088-мол-а) и Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (соглашение № 14.В37.21.1289 от 21 сентября 2012 г., ГК № П586 от 18 мая 2010 г., П2492 от 20 ноября 2009 г.).

Представленные результаты неоднократно докладывались на различных научных конференциях и семинарах и отражены в тезисах докладов: научной школы-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (СГУ,

Саратов, 2011-2012), конференции для молодых ученых “Presenting Academic Achievements to the World” (СГУ, Саратов, 2012), VII Всероссийской конференции молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика” (СФ ИРЭ РАН, Саратов, 2012), X Международной школы “ХАОС-2013” (СГУ, Саратов, 2010), Международной научно-технической конференции, приуроченной к 50-летию МРТИ-БГУИР (БГУИР, Минск, 2014). Всего 5 публикаций в трудах конференций.

Публикации. Результаты работы опубликованы в центральных реферируемых научных журналах (4 статьи), рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук, а также в трудах конференций (5 статей и тезисов докладов).

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Она содержит 110 страниц текста, включая 29 иллюстраций. Список литературы содержит 119 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Введение содержит основные положения и результаты, выносимые на защиту, сведения о достоверности и апробации результатов.

Первая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования режимов обобщенной и фазовой синхронизации в однонаправлено связанных потоковых системах при изменении величины расстройки параметров между ними. В начале главы дается детальное описание этих типов синхронного поведения и способов их диагностики, кратко описаны результаты, изложенные в этой главе. Последующие разделы главы посвящены результатам исследования влияния величины расстройки параметров между взаимодействующими системами и степени когерентности аттрактора на установление режимов обобщенной и фазовой синхронизаций в конкретных потоковых системах.

В этой главе численно получены границы режимов обобщенной и фазовой синхронизации, а также линии появления/потери фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы для двух однонаправлено связанных осцилляторов Ресслера и генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича (рисунки 1). Показано, что для обеих рассмотренных систем расположение границ возникновения синхронных режимов существенным образом зависит от

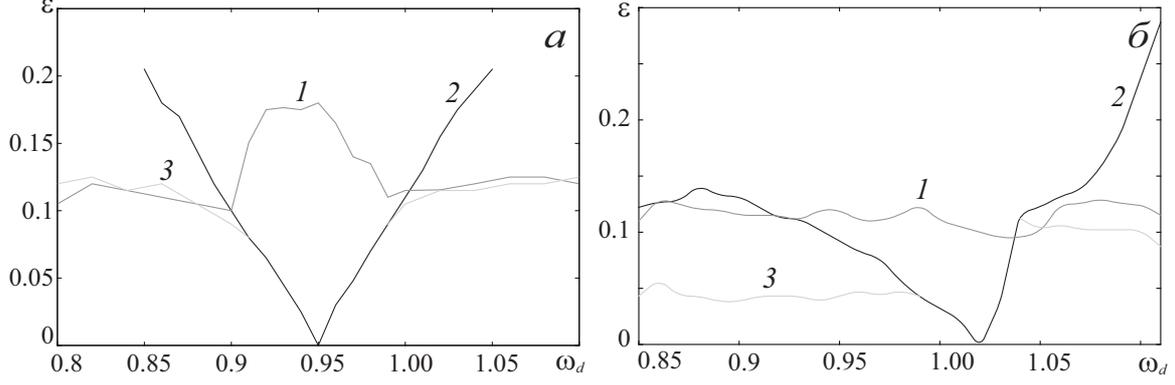


Рисунок 1 — Границы возникновения режимов обобщенной синхронизации (линии 1), фазовой синхронизации (линии 2) и появления/потери фазовой когерентности (линии 3) для двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера $\dot{x}_{d,r} = -\omega_{d,r}y_{d,r} - z_{d,r} + \varepsilon(x_{r,d} - x_r)$, $\dot{y}_{d,r} = \omega_{d,r}x_{d,r} + ay_{d,r}$, $\dot{z}_{d,r} = p + z_{d,r}(x_{d,r} - c)$, $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10.0$, $\omega_r = 0.95$ (а) и генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича $\dot{x}_{d,r} = \omega_{d,r}^2(h(x_{d,r} - \varepsilon(y_r - y_{d,r})) + y_{d,r} - z_{d,r})$, $\dot{y}_{d,r} = -x_{d,r} + \varepsilon(y_{d,r} - y_{r,d})$, $\mu\dot{z}_{d,r} = (x_{d,r} - f(z_{d,r}))$, $f(\xi) = \xi + 0.002 \operatorname{sh}(5\xi - 7.5) + 2.9$, $h = 0.2$, $\mu = 0.1$, $\omega_r = 1.02$ (б) на плоскости управляющих параметров (ω_d, ε)

величины расстройки между ними. При этом, в случае относительно слабой расстройки параметров режим обобщенной синхронизации наступает после режима фазовой синхронизации (возникновение фазовой синхронизации обусловлено синхронизацией основной спектральной компоненты ведомой системы, а обобщенная синхронизация возникает за счет синхронизации основной спектральной компоненты и ее субгармоник), в то время как при относительно большой расстройке фазовая синхронизация оказывается, как правило, сильнее обобщенной. В этом случае возникновение обобщенной синхронизации связано с синхронизацией двух спектральных компонент, соответствующих собственным частотам ведущей и ведомой систем, а возникновение/разрушение фазовой синхронизации происходит через появление/потерю фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы.

Однако, в некоторых случаях, например, для двух однонаправленно связанных генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича (рисунок 1, б) в случае относительно больших значений расстройки собственных частот ($0.93 < \omega_d < 0.99$) возможно возникновение режима обобщенной синхронизации по сценарию, характерному для относительно слабых значений частотной расстройки. Причины возникновения такой особенности объяснены путем анализа спектрального состава сигнала с ведомой системы. Показано, что при увеличении параметра связи происходит сдвиг основной частоты колебаний ведомой системы в сторону меньших значений параметра связи, а так как $\omega_d < \omega_r$, при некотором значении параметра связи (когда интенсивность спектраль-

ной компоненты на частоте ведущей системы в спектре ведомой системы станет значительной) произойдет захват основных частот взаимодействующих систем, а следовательно, установление фазовой синхронизации. Ниже порога возникновения фазовой синхронизации из-за наличия двух спектральных компонент в спектре ведомой системы ее аттрактор является фазово-некогерентным. Однако, возникновение фазовой синхронизации реализуется по сценарию, характерному для случая относительно слабых значений расстройки собственных частот.

Отдельно рассмотрен вопрос о влиянии степени когерентности аттрактора на установление синхронизации. На примере систем Ресслера показано, что не только расстройка собственных частот взаимодействующих систем влияет на сценарии возникновения обобщенной и фазовой синхронизации, но и степень когерентности хаотических аттракторов оказывает существенное влияние на установление этих режимов. При этом, сценарии возникновения/разрушения исследуемых типов хаотической синхронизации остаются теми же, что и при изменении частотной расстройки.

Во **второй главе** диссертационной работы представлены результаты исследования воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой в том случае, когда ведомая система демонстрирует сложнопериодический режим. На примере систем Ресслера и генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича показано, что в данном случае возможно также установление режимов обобщенной и фазовой синхронизации, причем способы диагностики, механизмы возникновения и соотношение границ этих режимов оказываются практически теми же, что и в случае однонаправлено связанных хаотических систем (ср. рисунки 1 и 2, где приведены границы синхронных режимов в случае взаимодействия систем с различными типами динамики ведомой системы). Особое внимание в этой главе уделено режиму обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на генераторы периодических колебаний. Установлено, что порог возникновения этого типа хаотической синхронизации сдвигается в сторону меньших значений параметра связи, как это имеет место в системах Ресслера (рисунок 2, *а*, кривая 1), если в ведомой системе не возбуждается собственная хаотическая динамика. Если же возбуждение хаотической динамики ведомой системы имеет место быть (как это происходит, например, в генераторах Кияшко–Пиковского–Рабиновича (рисунок 2, *б*, кривая 1)), поведение границы обобщенной синхронизации оказывается качественно аналогичным последнему в случае двух однонаправлено связанных хаотических систем.

Исследованы возможные практические приложения режима обобщенной

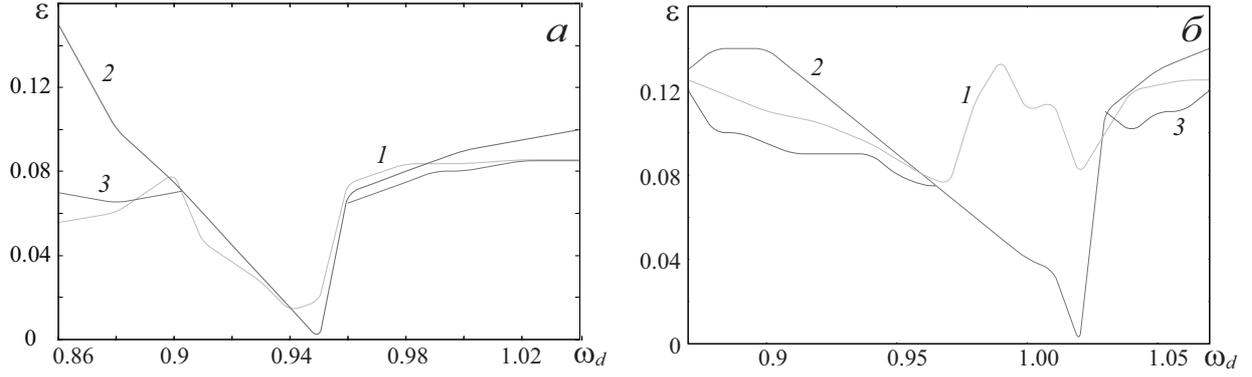


Рисунок 2 — Границы режимов обобщенной синхронизации (линии 1), фазовой синхронизации (линии 2) и потери/появления фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы (линии 3) двух одинаково связанных осцилляторов Ресслера $\dot{x}_{d,r} = -\omega_{d,r}y_{d,r} - z_{d,r} + \varepsilon(x_{r,d} - x_r)$, $\dot{y}_{d,r} = \omega_{d,r}x_{d,r} + a_{d,r}y_{d,r}$, $\dot{z}_{d,r} = p + z_{d,r}(x_{d,r} - c)$, $a_d = 0.15$, $a_r = 0.09$, $p = 0.2$, $c = 10.0$, $\omega_r = 0.95$ (а) и генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича $\dot{x}_{d,r} = \omega_{d,r}^2(h(x_{d,r} - \varepsilon(y_r - y_{d,r})) + y_{d,r} - z_{d,r})$, $\dot{y}_{d,r} = -x_{d,r} + \varepsilon(y_{d,r} - y_{r,d})$, $\mu_{d,r}\dot{z}_{d,r} = (x_{d,r} - f(z_{d,r}))$, $f(\xi) = \xi + 0.002 \operatorname{sh}(5\xi - 7.5) + 2.9$, $h = 0.2$, $\mu_d = 0.1$, $\mu_r = 1/3$, $\omega_r = 1.02$ (б) на плоскости управляющих параметров (ω_d, ε)

синхронизации в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на периодическую систему. Показано, что как и при взаимодействии одинаково связанных хаотических систем, возможно использование этого режима для скрытой передачи информации и в данном случае. Принципиальная схема для реализации этого способа приведена на рисунке 3. Способ скрытой передачи информации заключается в следующем. Полезный информационный сигнал $m(t)$ 1 кодируется в виде бинарного кода. Один или несколько управляющих параметров передающего (первого) генератора $\mathbf{x}(t)$ 2 модулируется информационным сигналом таким образом, чтобы характеристики передаваемого сигнала менялись незначительно, но при этом оставалась возможность возникновения/разрушения режима обобщенной синхронизации в зависимости от передаваемого бинарного бита. Сигнал, генерируемый передающей системой, передается по каналу связи 3, где он подвергается влиянию шумов и искажений, неизбежно присутствующих в реальных устройствах. Принимающее устройство находится на другой стороне канала связи. Оно представляет собой два идентичных генератора периодических колебаний, второй $\mathbf{u}(t)$ 4 и третий $\mathbf{v}(t)$ 5, способных находиться в режиме обобщенной синхронизации с передающим 2. Принцип работы принимающего устройства основан на диагностике режима обобщенной синхронизации при помощи метода вспомогательной системы. Сигнал с канала связи поступает на генераторы принимающего устройства. Полученные на выходе сигналы проходят

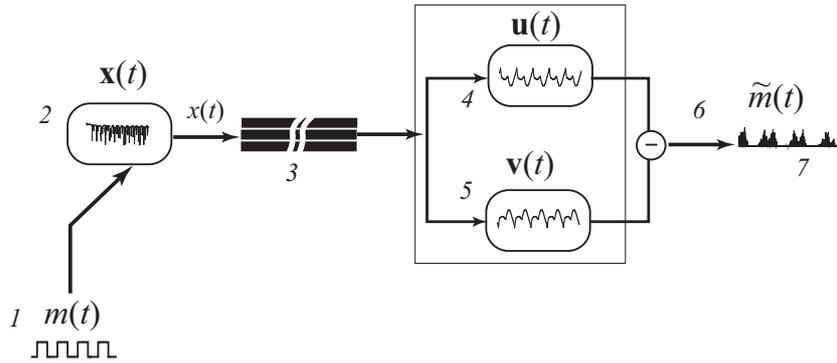


Рисунок 3 — Схема для скрытой передачи информации на основе обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на периодические генераторы: 1 — полезный бинарный сигнал $m(t)$, 2 — первый (передающий) генератор, 3 — канал связи, 4 — второй (принимающий) генератор, 5 — третий генератор, идентичный второму генератору 4 по управляющим параметрам, 6 — вычитающее устройство, 7 — восстановленный полезный сигнал $\tilde{m}(t)$

через вычитающее устройство 6, и затем детектируется восстановленный полезный сигнал 7, представляющий собой чередующуюся последовательность участков с несинхронным и синхронным поведением, по которой исходный информационный сигнал может быть легко детектирован.

Проведена численная реализация предложенного способа скрытой передачи информации в случае использования систем Ресслера в качестве генераторов передающего и принимающего устройств и установлено, что использование генераторов периодических колебаний в принимающем устройстве позволяет ликвидировать проблему неустойчивости работы способа при неидентичности управляющих параметров взаимодействующих систем, а также повысить устойчивость к шумам и качество передачи информации.

Рассмотрены пути возможного совершенствования предложенного способа передачи информации на основе обобщенной синхронизации. Показано, что добавление дополнительного генератора шума на передающую сторону канала связи, а также изменение его характеристик ложным сообщением практически не влияют на качество передачи информации, позволяя повысить конфиденциальность передачи информации указанным способом.

Третья глава диссертационной работы посвящена изучению поведения показателей Ляпунова при установлении режимов обобщенной и фазовой хаотической синхронизации. Особое внимание уделено разработке методов оценки условных (нулевого и старшего) показателей Ляпунова по временным рядам в закритической области значений параметра связи. Применение этих методов к исследуемым системам позволяет определить степень синхронности установившегося синхронного режима: абсолютная величина условного

положительного ляпуновского показателя показывает степень обобщенной синхронизации, в то время как величина нулевого условного показателя Ляпунова может быть рассмотрена как степень фазовой синхронизации. Для оценки величины старшего условного показателя Ляпунова модифицирован метод вспомогательной системы. Показано, что величина старшего условного показателя Ляпунова однозначна связана с длительностью переходного процесса, предшествующего установлению обобщенной синхронизации, оценить которую можно как раз при помощи модификации метода вспомогательной системы. Для этого необходимо подвать один и тот же предварительно записанный сигнал на исследуемую систему дважды, тем самым первый раз имитируя ведомую систему, второй — вспомогательную, и сравнивая состояния этих систем при некоторой наперед заданной точности, определить длительность переходного процесса. Значение старшего показателя Ляпунова может быть тогда получено как обратная величина от углового коэффициента наклона графика зависимости длительности переходного процесса от логарифма точности.

Чтобы оценить условный нулевой показатель Ляпунова в закритической области значений параметра связи предложен подход, основанный на аппроксимации распределения разности фаз взаимодействующих систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации, распределением

$$\rho(x) = A \exp\left[-\frac{2}{D}\left(\varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3}\right)\right], \quad (1)$$

полученным для квадратичного отображения

$$x_{n+1} = f(x_n) + \xi_n = x_n + \Omega x_n^2 - \varepsilon + \xi_n, \quad (2)$$

где ξ_n — дельта-коррелированный гауссов шум [$\langle \xi_n \rangle = 0$, $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n - m)$], Ω и ε — управляющие параметры, D — дисперсия шума, A — нормировочный коэффициент¹⁰. Величина нулевого условного показателя Ляпунова в данном случае может быть вычислена по формуле

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) \ln |1 + 2\Omega x| dx, \quad (3)$$

при этом значения x_1 и x_2 определяются эмпирически из вида $\rho(x)$, а параметр Ω получается из аппроксимации распределения. Предложенный подход

¹⁰ А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii, М.К. Kurovskaya, А.А. Ovchinnikov, S. Boccaletti, Phys. Rev. E 76 (2) (2007) 026206.

применен для оценки нулевого показателя Ляпунова систем как демонстрирующих периодическую динамику, в присутствии шума, так и связанных хаотических систем. Во всех случаях получено хорошее совпадение результатов предложенного метода с результатами расчета того же показателя Ляпунова при помощи алгоритма Бенеттина и процедуры ортогонализации Грамма-Шмидта.

В **Заключении** подведены итоги диссертационной работы, сформулированы основные результаты и намечены направления дальнейших исследований в данном направлении.

Основные результаты и выводы

1. Показано, что в случае относительно слабой расстройки параметров взаимодействующих систем режим обобщенной синхронизации наступает после возникновения фазовой синхронизации, в то время как при большой расстройке границы этих режимов, как правило, “меняются местами”.
2. Установлено, что в системе двух однонаправлено связанных генераторов Кияшко–Пиковского–Рабиновича в случае относительно больших значений расстройки собственных частот режим обобщенной синхронизации может наступать также после возникновения фазовой синхронизации. В этом случае режим фазовой синхронизации реализуется по сценарию захвата частот, но его разрушение сопровождается потерей фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы. Порог обобщенной синхронизации в данном случае практически не зависит от величины расстройки.
3. Показано, что в случае воздействия внешнего хаотического сигнала на систему с периодической динамикой возможно возникновение режима обобщенной синхронизации, при этом порог возникновения синхронного режима сдвигается в сторону меньших значений параметра связи, если в этой системе не возбуждается собственная хаотическая динамика; в противном случае поведение границы обобщенной синхронизации аналогично последнему в случае двух однонаправлено связанных хаотических систем.
4. Обнаружена возможность использования обобщенной синхронизации в случае воздействия хаотического сигнала на систему с периодической динамикой для скрытой передачи информации. Установлено, что использование генераторов периодических колебаний в принимающем устройстве

позволяет ликвидировать проблему неустойчивости работы способа при неидентичности управляющих параметров взаимодействующих систем, а также повысить устойчивость к шумам и качество передачи информации.

5. Показано, что добавление дополнительного генератора шума на передающую сторону канала связи в предложенном способе передачи информации, а также изменение его характеристик ложным сообщением практически не влияют на качество передачи данных, позволяя повысить конфиденциальность указанного способа.
6. Предложен способ оценки величины условного нулевого показателя Ляпунова по временному ряду и проведена его апробация как на неавтономных системах, демонстрирующих периодическую динамику, в присутствии шума, так и связанных хаотических системах.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

- [1] Москаленко О. И., Павлов А. С. Способ оценки нулевого условного показателя Ляпунова по временному ряду, Письма в ЖТФ 40 (12) (2014) 66–72.
- [2] Короновский А. А., Москаленко О. И., Павлов А. С., Фролов Н. С., Храмов А. Е. Обобщенная синхронизация в случае воздействия хаотического сигнала на периодическую систему, Журнал технической физики 84 (5) (2014) 1–8.
- [3] Павлов А. С. Взаимосвязь обобщенной и фазовой синхронизации в Системе двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов. Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика 20 (1) (2012) 91–98.
- [4] Москаленко О. И., Павлов А. С. Граница обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных генераторов на туннельном диоде, Письма в ЖТФ 37 (23) (2011) 45–52.
- [5] Москаленко О.И., Короновский А.А., Павлов А.С., Фролов Н.С., Храмов А.Е. Способы скрытой передачи информации на основе хаотической синхронизации. Международная научно-техническая конференция, приуроченная к 50-летию МРТИ–БГУИР. Материалы конференции. Часть I, 2014, 245–246.

- [6] Павлов А.С., Москаленко О.И. Метод оценки нулевого показателя Ляпунова по временному ряду. Материалы X Международной школы-конференции “Хаотические автоколебания и образование структур”, 2013, 87.
- [7] Pavlov A.S. Boundary of generalized synchronization in two unidirectionally coupled tunnel diode generators. Papers from the conference for young scientists “Presenting Academic Achievements to the World”, 2013, 93–98.
- [8] Павлов А.С. Обобщенная синхронизация в случае воздействия хаотического сигнала на систему с периодической динамикой. Нелинейные дни в Саратове для молодых-2012. Материалы научной школы-конференции, 2012, 156-159.
- [9] Павлов А.С. Влияние характеристик ведомой системы на установление обобщенной синхронизации. Тезисы докладов VII Всероссийской конференции молодых ученых “Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, 2012, 106–107.

ПАВЛОВ Александр Сергеевич

ГРАНИЦЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ РЕЖИМОВ ОБОБЩЕННОЙ
И ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ И ОСОБЕННОСТИ
ПОВЕДЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА ВБЛИЗИ ЭТИХ
ГРАНИЦ В ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ СВЯЗАННЫХ
ПОТОКОВЫХ СИСТЕМАХ

Автореферат

Подписано к печати 03.07.2014. Формат 60 × 84 1/16.

Бумага офсетная. Гарнитура “Times”

Усл. печ. л. 1,39 (1,5). Тираж 120 экз. Заказ №

Отпечатано с готового оригинал-макета

Типография СГУ.

410012, Саратов, Большая Казачья, 112а, корпус 8.