

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по научной работе и цифровому развитию
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»
Короновский Алексей Александрович

«31»

марта

2023 г.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по диссертации Игнатъева Михаила Юрьевича **«Обратные задачи рассеяния для сингулярных дифференциальных операторов»** на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, выполненной на кафедре математической физики и вычислительной математики

Тема диссертационной работы утверждена приказом ректора СГУ от 12.11.2021 г. № 160-Д.

Соискатель Игнатъев Михаил Юрьевич в 1994 г. окончил Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского по специальности «Прикладная математика и информатика» с присвоением квалификации «Математик» (диплом ЦВ №038205).

Решением диссертационного совета Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского от 24.12.1998 г. № 49 Игнатъеву Михаилу Юрьевичу присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук (диплом КТ №006060). Решением Министерства образования Российской Федерации от 17.11.2004 г. № 858-д Игнатъеву Михаилу Юрьевичу присвоено ученое звание доцента.

В период подготовки диссертации соискатель работал доцентом кафедры математической физики и вычислительной математики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского».

Научный консультант – Юрко Вячеслав Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической физики и вычислительной математики ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», утвержденный приказом ректора СГУ 12.11.2021 г. № 160-Д, представил положительный отзыв о диссертации и соискателе.

Научная экспертиза диссертации проходила на заседании кафедры

математической физики и вычислительной математики с приглашением специалистов по профилю диссертации из других структурных подразделений СГУ. На заседании присутствовали:

Юрко В.А., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической физики и вычислительной математики;

Хромова Г.В., доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математической физики и вычислительной математики;

Прохоров Д.В., доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа;

Лукомский С.Ф., доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа;

Сидоров С.П., доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теории функций и стохастического анализа;

Терехин П.А., доктор физико-математических наук, профессор кафедры теории функций и стохастического анализа;

Бутерин С.А., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математической физики и вычислительной математики;

Бондаренко Н.П., доктор физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник;

Рыхлов В.С., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры;

Корнев В.В., кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры.

Рецензенты диссертации:

Прохоров Дмитрий Валентинович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа, представил положительный отзыв;

Сидоров Сергей Петрович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой теории функций и стохастического анализа, представил положительный отзыв;

Бондаренко Наталья Павловна, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, представила положительный отзыв.

По итогам обсуждения диссертации принято следующее заключение.

Общая оценка выполненной соискателем работы. Диссертация Игнатьева М.Ю. представляет собой самостоятельное научное исследование, совокупность результатов которого можно квалифицировать как научное достижение, соответствует требованиям пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации. Все основные результаты диссертации получены автором самостоятельно. Диссертация оформлена с соблюдением правил научного цитирования. Все заимствования снабжены ссылками на источники.

Достоверность результатов исследования подтверждена строгими математическими доказательствами.

Научная новизна проведенного исследования заключается в следующем:

1. Введены и исследованы интегральные преобразования, ядра которых строятся по решениям дифференциальных систем с регулярной особенностью. Данные преобразования можно рассматривать как далеко идущие обобщения классических преобразований Фурье – Бесселя. Доказаны теоремы о свойствах таких преобразований, аналогичные теоремам А.М. Седлецкого о свойствах преобразования Фурье--Лапласа в комплексной плоскости спектрального параметра.
2. Предложен метод построения и исследования решений типа Вейля для дифференциальных операторов с особенностью, основанный на использовании тензорно-значных решений построенных специальным образом вспомогательных дифференциальных систем. Метод позволяет исследовать решения типа Вейля при минимальных ограничениях на коэффициенты оператора, не предполагающих, в частности, их дифференцируемости. Также снято требование быстрого убывания коэффициентов при $x \rightarrow 0$.
3. Получены теорема единственности и конструктивная процедура решения обратной задачи рассеяния для дифференциальных операторов с особенностью в случае отсутствия дискретного спектра. Конструктивная процедура основана на сведении задачи к линейному интегральному уравнению, для указанного уравнения доказана корректная разрешимость.
4. Доказана теорема о необходимых и достаточных условиях разрешимости обратной задачи рассеяния для дифференциальных операторов с особенностью в случае отсутствия дискретного спектра. Получены легко проверяемые достаточные условия разрешимости обратной задачи.
5. Разработана конструктивная процедура решения обратной задачи рассеяния на графе-звезде для оператора Штурма--Лиувилля с бесселевой особенностью в вершине. Конструктивная процедура основана на сведении задачи к линейному интегральному уравнению, для указанного уравнения доказана корректная разрешимость.
6. Предложена конструктивная процедура решения обратной задачи для оператора Штурма--Лиувилля на некомпактном графе с циклом. Показано, что задача восстановления потенциала на неограниченном ребре по данным рассеяния, ассоциированным с этим ребром, может быть сведена к решению линейного уравнения. Найдены дополнительные данные, задание которых обеспечивает однозначное восстановление потенциала на цикле.
7. Доказана теорема единственности решения обратной задачи

рассеяния для оператора переменного порядка на простейшем некомпактном графе с циклом.

8. Разработана конструктивная процедура решения обратной задачи для некоторых интегро-дифференциальных операторов дробного порядка. Процедура основана на сведении задачи к некоторому нелинейному интегральному уравнению, для указанного уравнения установлена его однозначная разрешимость. При построении уравнения существенную роль играют полученные автором формулы умножения для функций типа Миттаг-Леффлера.

Практическая значимость исследования. Результаты диссертации могут быть полезны при решении обратных спектральных задач, возникающих в различных областях квантовой механики, теории упругости, оптики, астрофизики. Все представленные в диссертации методы решения обратных задач конструктивны. На их основе могут быть разработаны численные алгоритмы решения прикладных задач.

Ценность научных работ соискателя. Научные работы соискателя представляют ценность для специалистов в спектральной теории операторов и смежных областях. По результатам диссертации опубликованы 12 работ в высокорейтинговых российских и зарубежных журналах, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI.

Специальность, которой соответствует диссертация. Диссертация по своему содержанию соответствует специальности 1.1.1. - «Вещественный, комплексный и функциональный анализ», направления исследований «теория дифференциальных операторов, теория рассеяния, специальные функции и интегральные преобразования».

Полнота изложения материалов диссертации в работах, опубликованных соискателем. Основные результаты и методы диссертационного исследования достаточно полно изложены в 13 опубликованных научных работах соискателя, из них 12 – в рецензируемых научных изданиях, индексируемых Web of Science, Scopus, RSCI и включенных в Перечень ВАК РФ. Таким образом, **качество и количество публикаций соответствуют требованиям**, установленным к диссертациям на соискание ученой степени доктора наук.

Статьи, опубликованные в журналах Web of Science, Scopus, RSCI и включенных в Перечень ВАК РФ:

1. Игнатъев М.Ю. О подобии вольтерровых операторов и операторах преобразования для интегро-дифференциальных операторов дробного порядка //Мат. заметки – 2003 – т.73 - №2 – С. 206 – 216.

2. Игнатъев М. Ю. Единственность решения обратной задачи рассеяния для дифференциального уравнения переменного порядка на простейшем некомпактном графе с циклом //Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика – 2014 – т.14 - №4(2) – С. 542 – 549.

3. Ignatyev M. Inverse scattering problem for Sturm--Liouville operator on

one-vertex noncompact graph with a cycle //Tamkan J. of Mathematics – 2011 – Vol. 42 – No.3 – Pp. 365 – 384.

4. Ignatyev M. Inverse scattering problem for Sturm–Liouville operators with Bessel singularities on noncompact star-type graphs //Inverse Problems – 2015 – Vol. 31 – No.12 – DOI: 10.1088/0266-5611/31/12/125006.

5. Ignatyev M. Spectral Analysis for Differential Systems with a Singularity //Results Math. – 2017 – Vol. 71 – Pp. 1531 – 1555 – <https://doi.org/10.1007/s00025-016-0605-0>.

6. Ignatyev M. On an Inverse Spectral Problem for the Convolution Integro-Differential Operator of Fractional Order //Results Math. – 2018 – Vol. 73 – Article number: 34 – <https://doi.org/10.1007/s00025-018-0800-2>

7. Ignatiev M. On an inverse spectral problem for one integro-differential operator of fractional order //Journal of Inverse and Ill-posed Problems – 2018 – Vol. 27 – No.1 – Pp. 17 – 23.

8. Ignatiev M. Integral transforms connected with differential systems with a singularity //Tamkang J. of Mathematics – 2019 – Vol. 50 – No.3 – Pp. 253 – 268.

9. Ignatiev M. Yu. Asymptotics of Solutions of Some Integral Equations Connected with Differential Systems with a Singularity [Игнатъев М. Ю. Асимптотики решений некоторых интегральных уравнений, связанных с дифференциальными системами с особенностью] // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика – 2020 – Т. 20 – вып. 1. – С. 17 – 28.

10. Ignatiev M. Yu. On Weyl-type Solutions of Differential Systems with a Singularity. The Case of Discontinuous Potential //Mathematical Notes – 2020 – Vol. 108 – No. 6 – Pp. 814 – 826.

11. Ignatiev M. Yu. Reconstruction Formula for Differential Systems with a Singularity [Игнатъев М. Ю. Формула восстановления для систем дифференциальных уравнений с особенностью] // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика – 2021 – Т. 21 – вып. 3 – С. 282 – 293.

12. Ignatiev M. Yu. On Scattering Data for Differential Systems with a Singularity //Mathematical Notes – 2022 – Vol. 111 – No. 6 – Pp. 879 – 893.

Иные публикации:

1. Игнатъев М.Ю. Обратная задача рассеяния для систем дифференциальных уравнений с особенностью. – Саратов: Изд-во Саратовского университета, 2020, 156 с.

Диссертация Игнатъева Михаила Юрьевича «Обратные задачи рассеяния для сингулярных дифференциальных операторов» рекомендуется к защите на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ, как соответствующая критериям, предъявляемым к докторским диссертациям, установленным пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении

ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842.

Присутствовало на заседании кафедры: 7 докторов наук и 3 кандидата наук по профилю диссертации.

Результаты открытого голосования: «за» – 10 человек, «против» – нет, «воздержалось» – нет, протокол № 9 от 20.03.2023 г.

Председатель заседания
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры математической физики
и вычислительной математики
ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

 Сергей Александрович Бутерин

