

## ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора физико-математических наук, доцента,  
профессора кафедры «Математика и моделирование» федерального  
государственного бюджетного образовательного учреждения высшего  
образования «Саратовский государственный технический университет имени  
Гагарина Ю.А.»

Жигалова Максима Викторовича

на диссертационную работу

Сафрончик Марии Ильиничны

«Математическое моделирование нестационарного течения «запаздывающих»  
вязкопластических сред бингамовского типа с учетом эффекта «пристенного  
скольжения» на базе реологической модели Слибара-Паслая»

по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

### 1. Актуальность диссертационного исследования

Вязкопластические среды относятся к материалам со сложной реологией, которые проявляют как свойства вязкости, так и пластичности. Механизмы течения таких сред весьма специфичны и значительно отличаются от обычных, ньютоновских жидкостей, что обусловлено наличием сложной внутренней структуры. При течении вязкопластических сред образуются два типа зон: зона течения, где среда проявляет свойства вязкой жидкости и зона, где среда ведет себя как твердое тело. Такие задачи относят к многофазным задачам типа Стефана. Часто именно поведение границ раздела зон представляет большой интерес в прикладных задачах. В современных технологических процессах различных отраслей химической, нефтяной, пищевой промышленности, медицине и других часто применяются вязкопластические материалы, к которым можно отнести цементные и глинистые растворы, торфомассы, различные виды смол и битумов, масляные краски и т.д. Исследование поведения таких сред имеет большое прикладное значение для оптимизации различных технологических процессов. Известные модели Шведова-Бингама, Гершеля – Балкли, Кэссона, Шульмана не учитывают экспериментально установленного для некоторых вязкопластических сред эффекта гистерезиса при восстановлении структуры, когда разрушение структуры таких материалов происходит при одном пределе текучести, а восстановление при другом, значительно меньшем. Данное свойство хорошо учитывается в модели Слибара – Паслая, и для оптимизации ряда технологических процессов требуется развитие подобных математических моделей и соответствующих методов компьютерного моделирования. Также следует учитывать возможное резкое изменение сопротивления при определенных скоростях движения и скольжение жидкости вдоль твердых стенок, что выполнено аналогично подходу Н.П. Петрова для вязкой жидкости. При математическом моделировании нестационарных многофазных течений вязкопластических жидкостей приходится решать краевые задачи в областях с изменяющимися во времени границами раздела зон течения, а в определяющих соотношениях среды отсутствует информация о распределении напряжений в твердой зоне.

Диссертационное исследование выполнялось в рамках гранта РФФИ «Математические модели и компьютерное моделирование течений вязкопластических жидкостей» (проект РФФИ № 20-31-90040).

Исходя из вышеуказанного, следует, что диссертационная работа Сафрончик Марии Ильиничны, посвященная разработке новых математических методов, вычислительных алгоритмов, компьютерных моделей и реализующих их комплексов программ для моделирования неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред, является актуальной.

**2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций** является достаточно высокой и подтверждается корректной физической и математической постановкой задач, а также применением апробированных методов качественного и численного анализа математических моделей. Используются методы механики вязкопластических сред, а также аналитические и численные методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Сформулированные научные положения подтверждаются также результатами выполнения гранта РФФИ.

Научные положения и практические достижения диссертационной работы целесообразно использовать для моделирования неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред, а также в образовательном процессе классических и технических университетов.

### **3. Достоверность и новизна научных положений и рекомендаций**

*Достоверность научных положений и рекомендаций* подтверждается корректной математической постановкой задач, адекватно описывающей рассматриваемые физические процессы, применением апробированных методов качественного и численного анализа математических моделей и подтверждается расчетами на основе численного моделирования, а также согласованием полученных результатов с данными экспериментальных и численных исследований других авторов.

*Новизна научных положений, значимость для науки и практики* результатов диссертационного исследования заключается в предложенной математической модели неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред на основе модели Слибара – Паслая, отличающаяся от известных аналогов учетом возможного «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки. Предложен метод численного моделирования для решения задач неустановившегося течения вязкопластических сред, отличающийся от известных решений отображением области с подвижной границей на неподвижную область, применением дискретизации по независимой пространственной переменной на основе проекционного метода Галеркина, и дальнейшим численным интегрированием по времени задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод позволяет определить положение границы раздела фаз течения и применим на всех этапах компьютерного моделирования (развитие течения, переходные этапы, восстановление структуры). По результатам сравнения с найденными точными автомодельными решениями показана высокая точность метода. Для корректной постановки задачи развития течения из состояния покоя, когда возникающая область течения харак-

теризуется бесконечно малой протяженностью в начальный момент, и требуется решать начально-краевые задачи с особой точкой, предложено использовать методы асимптотического интегрирования в малой окрестности особой точки. На основе предложенных методов и алгоритмов разработан и реализован программный комплекс моделирования неустановившихся течений вязкопластических сред с подвижными границами раздела фаз. Для задач с гистерезисом деформации и возможным «проскальзыванием» вдоль твердой стенки на основе численного моделирования впервые исследовано движение границы раздела фаз, что дает возможность более точного предсказания динамики поведения среды в различных фазах течения. На основе компьютерного моделирования в специально разработанном комплексе программ впервые исследовано влияние «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки на параметры течения.

#### **4. Значимость для науки и практики выводов и рекомендаций диссертационного исследования**

*Значимость для науки выводов и рекомендаций* диссертационного исследования состоит в том, что развита теория, проведена постановка задач, разработаны математические модели и методы численного моделирования в задачах нестационарных многофазных течений вязкопластических сред с подвижными границами. Проведенная разработка является основой для дальнейшего развития методов численного анализа и компьютерного моделирования для начально-краевых задач типа Стефана с подвижной границей, в том числе и для сред с более сложными свойствами.

*Значимость для практики выводов и рекомендаций* диссертационного исследования заключается в том, что полученные результаты могут быть использованы при проектировании и математическом моделировании технологических процессов в различных производствах, таких как добыча нефти и торфа, изготовление цемента, пластмасс, стекла, различных пищевых продуктов, прокат металлов и других связанных с использованием вязкопластических материалов.

#### **5. Общая характеристика работы**

##### **5.1. Оценка диссертационного исследования как квалификационной работы**

Диссертация Сафрончик Марии Ильиничны является завершенной самостоятельно выполненной научно-квалификационной работой, в которой впервые приведены результаты, позволяющие квалифицировать их как решение актуальной научной задачи, имеющей важное значение для математического моделирования неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред с подвижными границами. На основании вышеуказанного можно утверждать, что работа удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук и изложенным в Постановлении Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. №842 «О порядке присуждения ученых степеней» (пункты 9, 10, 11, 13, 14).

## 5.2. Оценка содержания и авторского вклада. Соответствие работы паспорту специальности

Диссертация соответствует следующим направлениям исследований паспорта специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»:

**1:** *«Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений».*

- Предложена математическая модель неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред на основе модели Слибара – Паслая, отличающаяся от известных аналогов учетом возможного «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки.

- Для корректной постановки задачи развития течения из состояния покоя, когда возникающая область течения характеризуется бесконечно малой протяженностью в начальный момент, и требуется решать начально-краевые задачи с особой точкой, предложено использовать методы асимптотического интегрирования в малой окрестности особой точки.

**2:** *«Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий».*

- Предложен метод численного моделирования для решения задач неустановившегося течения вязкопластических сред, отличающийся от известных решений отображением области с подвижной границей на неподвижную область, применением дискретизации по независимой пространственной переменной на основе проекционного метода Галеркина, и дальнейшим численным интегрированием по времени задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

- Предложенный метод позволяет определить положение границы раздела фаз течения и применим на всех этапах компьютерного моделирования (развитие течения, переходные этапы, восстановление структуры).

- По результатам сравнения с найденными точными автомодельными решениями показана высокая точность метода.

**3:** *«Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента».*

- На основе предложенных методов и алгоритмов разработан и реализован программный комплекс моделирования неустановившихся течений вязкопластических сред с подвижными границами раздела фаз.

**8:** *«Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».*

- Для задач с гистерезисом деформации и возможным «проскальзыванием» вдоль твердой стенки на основе численного моделирования впервые исследовано движение границы раздела фаз, что дает возможность более точного предсказания динамики поведения среды в различных фазах течения.

- На основе компьютерного моделирования впервые исследовано влияние «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки на параметры течения на основе специально разработанного комплекса программ.

### 5.3. Структура и объем работы

Диссертация включает: введение, 4 главы, заключение, список литературы из 128 наименований, 41 рисунок и 4 таблицы. Полный объем диссертации составляет 137 страниц.

Во *введении* обоснована актуальность выполненного автором научного исследования. Сформулированы цель и задачи диссертационной работы. Приведены научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методы исследования, обоснованность и достоверность полученных в работе результатов. Приведены результаты практической реализации работы. Представленное соискателем обоснование актуальности темы и цели диссертационного исследования выполнено корректно и замечаний не вызывает.

В *первой главе* приводится обзор различных реологических моделей вязкопластических сред и обосновывается выбор модели Слибара – Паслая в качестве основы для построения математической модели неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред с учетом гистерезиса деформации при нагружении и разгрузке и эффекта возможного «проскальзывания» вдоль твердой стенки. Приводятся сведения о программной реализации проблемно-ориентированного комплекса для моделирования неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред с подвижными границами раздела фаз.

Во *второй главе* поставлена и решена задача о моделировании неустановившегося «запаздывающего» течения вязкопластической жидкости по наклонной плоскости с учетом эффекта пристенного скольжения. Рассмотрены все возможные этапы течения, приведены результаты численного моделирования.

В *третьей главе* поставлена и решена задача о моделировании неустановившегося «запаздывающего» течения вязкопластической жидкости в неподвижной трубе круглого сечения под действием перепада давления с учетом эффекта пристенного скольжения.

В *четвертой главе* рассматривается ряд автомодельных решений для задач течений вязкопластических сред. Приводятся результаты тестирования алгоритмов компьютерного моделирования для проверки точности предложенных численных методов решения начально-краевых задач на основе автомодельных решений для этапа разгона среды.

В *заключении* обобщены полученные в работе научные и практические результаты, сформулированы направления перспективных исследований.

Содержание автореферата соответствует содержанию диссертации.

В целом представленные материалы диссертационной работы позволяют достаточно полно оценить объем, сложность и актуальность проведенного исследования.

## **6. Публикации**

### **6.1. Опубликование основных результатов**

По результатам исследования опубликовано 13 статей в рецензируемых изданиях, из них 3 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ (две категория К2 и одна категория К1). Получено 1 свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ в Роспатенте РФ.

### **6.2. Характеристика источников результатов работы**

В диссертационной работе содержатся необходимые обязательные ссылки на источники заимствования, а также отметки об авторстве новых научных результатов с указанием личного вклада.

Таким образом, работа соответствует пункту 14 Положения о порядке присуждения ученых степеней.

## **7. Замечания**

1. Разработанная математическая модель предполагает, что на этапах течения (разрушение структуры без «пристенного скольжения», разрушение структуры со скольжением, переходный этап со скольжением, переходный этап без скольжения, восстановление структуры) зависимость напряжений от скоростей деформаций является линейной. Вместе с тем, предложенные методы численного моделирования применимы и в случае, когда зависимость напряжений от скоростей деформаций нелинейна.

2. Можно было бы явно указать начальные условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.42) – (2.44), (2.47), полученной в разделе 2.1 в результате дискретизации соответствующей начально-краевой задачи после отображения области с подвижной границей на неподвижную область.

3. Следовало бы пояснить, что в формуле (4.45) на стр. 102 используется специальная функция – интеграл вероятностей.

Указанные замечания не влияют на главные теоретические и практические результаты диссертации.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Диссертационная работа Сафрончик Марии Ильиничны «Математическое моделирование нестационарного течения «запаздывающих» вязкопластических сред бингамовского типа с учетом эффекта «пристенного скольжения» на базе реологической модели Слибара-Паслая», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», отвечает формуле и пунктам паспорта специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, изложенным в Постановлении Правительства Российской

Федерации от 24 сентября 2013 г. №842 «О порядке присуждения ученых степеней» (пункты 9, 10, 11, 13, 14), а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по заявленной специальности.

Оппонент согласен на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и дальнейшую их обработку.

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук, доцент  
профессор кафедры «Математика и моделирование»  
ФГБОУ ВО «Саратовский государственный  
технический университет имени Гагарина Ю.А.»  
Специальность ВАК, по которой защищена докторская диссертация  
05.13.18 –«Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»

 Жигалов Максим  
Викторович

Адрес: Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77  
Тел.: +7 (8452) 99-88-11  
E-mail: rectorat@sstu.ru  
Сайт: <https://www.sstu.ru/>

Подпись д.ф.-м.н., доцента Жигалова М.В. заверяю.

Ученый секретарь Ученого совета  
СГТУ имени Гагарина Ю.А.





А.В. Потапова