

**УТВЕРЖДАЮ**

проректор по научной работе и цифровому развитию

ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

д-р физ.-мат. наук, профессор

Алексей Александрович Короновский



2023 г.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по диссертации  
Чумаченко Сергея Алексеевича

«Аффинные системы, порожденные сплайнами» на соискание ученой  
степени кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.1. - Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Тема диссертационной работы утверждена приказом ректора СГУ  
№ 66-Д от 27.05.2022 г.

Соискатель Чумаченко Сергей Алексеевич в 2016 году окончил с  
отличием ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский  
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по направлению  
подготовки 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» с присвоением  
квалификации «Магистр».

В период подготовки диссертации с 2016 г. по 2021 г. соискатель  
обучался в аспирантуре федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования «Саратовский  
национальный исследовательский государственный университет имени  
Н.Г. Чернышевского» по направлению подготовки 01.06.01 «Математика и  
механика», направленности «Вещественный, комплексный и  
функциональный анализ».

Диплом об окончании аспирантуры по направлению подготовки  
01.06.01 «Математика и механика» с присвоением квалификации  
«Исследователь. Преподаватель-исследователь». № 106431 0284741 выдан 31  
августа 2021 г. федеральным государственным бюджетным образовательным

учреждением высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

В настоящее время работает в должности младшего научного сотрудника на кафедре математического анализа ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского».

Научный руководитель – Лукомский Сергей Федорович, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор кафедры математического анализа механико-математического факультета ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», утверждённый приказом ректора СГУ № 66-Д от 27.05.2022 г., представил положительный отзыв о диссертации и соискателе.

Научную экспертизу диссертация проходила на заседании кафедры математического анализа механико-математического факультета ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского». На заседании кафедры присутствовали: и.о. заведующего кафедрой канд. физ.-мат. н. Захаров А.М., канд. физ.-мат. н., доцент Разумовская Е.В., д-р физ.-мат. наук, профессор Лукомский С.Ф., д-р физ.-мат. наук, профессор Прохоров Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор Шамоян Ф.А., д-р физ.-мат. наук, профессор Ольшанский В.Ю., д-р физ.-мат. наук, доцент Абросимов М.Б., канд. физ.-мат. наук, доцент Гордиенко В.Г., канд. физ.-мат. наук, доцент Осипцев М.А., канд. физ.-мат. наук, доцент Сахно Л.В., канд. физ.-мат. наук, доцент Тимофеев В.Г, канд. физ.-мат. наук, доцент Крусс Ю.С.

Рецензенты диссертации:

Терехин Павел Александрович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры функций и стохастического анализа представил положительный отзыв.

Захаров Андрей Михайлович, кандидат физико-математических наук, и.о. заведующего кафедрой математического анализа представил положительный отзыв.

По итогам обсуждения принято следующее заключение:

**Общая оценка выполненной работы.** Диссертация Чумаченко С.А. представляет собой завершенное научное исследование, содержащее решение актуальной научной задачи, соответствует требованиям п.п. 9-11,

13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к кандидатским диссертациям.

**Актуальность темы и направленность исследования.** Актуальность работы обусловлена широким применением систем сжатий и сдвигов в теоретических и прикладных задачах.

Диссертационная работа Чумаченко С.А. посвящена рассмотрению нового класса таких систем, в которых порождающей функцией является двоичный базисный сплайн, получаемый многократным интегрированием функций Уолша.

**Личный вклад автора.** Соискатель предложил определение двоичного базисного сплайна и использовал его для построения непрерывных аналогов систем Фабера-Шаудера и Хаара, указал алгоритм разложения непрерывной функции по системе сжатий и сдвигов двоичного базисного сплайна, получил оценки отклонения частичных сумм в терминах модуля непрерывности, при доказательстве базисности Рисса нашел нормы всех двоичных базисных сплайнов и их производных, нашел масштабирующее уравнение для двоичного базисного сплайна, доказал, что система сжатий и сдвигов двоичного базисного сплайна любой степени порождает кратномасштабный анализ, который не является ортогональным и даже Риссовским. Оказалось, что базисом Рисса является система сжатий и сдвигов, образованная из производных двоичного базисного сплайна. Для функций из пространств Соболева соискатель нашел оценки приближения подпространствами, образующими КМА.

**Достоверность и обоснованность** результатов исследования обеспечивается корректностью математической постановки задачи, применением строгих математических методов, сравнением результатов с известными результатами других авторов.

**Научная новизна.** Найден новый класс сплайновых систем, состоящих из гладких функций и изучены их свойства. Простейшая из таких систем является обобщением наиболее популярных из существующих сплайновых аффинных систем Хаара и Фабера-Шаудера с сохранением

основных свойств базисности этих систем в функциональных пространствах: базисность гладкого аналога системы Хаара в гильбертовом пространстве и базисность гладкого аналога системы Фабера-Шаудера в пространстве непрерывных функций. Эти базисные свойства доказаны в работе.

**Практическая значимость.** Работа носит теоретически характер. Результаты могут быть использованы в гармоническом и вейвлет анализе для дальнейшего изучения нового вида сплайнов и их принципа построения, в обработке сигналов, а также в компьютерном моделировании и в алгоритмах сжатия, хранения и передачи информации.

**Апробация работы.** Результаты работы были представлены на всероссийских и международных конференциях: XVIII Международная Саратовская зимняя школа «Современные проблемы теории функций и их приложения» (2016 г. Саратов. СГУ), XVI Всероссийская молодежная школа-конференция “Лобачевские чтения-2016” (2016 г. Казань. КФУ), XIII Международная летняя школа-конференция «Теория функций, её приложения и смежные вопросы - 2017», (2017 г. Казань. КФУ), X Международный симпозиум «Ряды Фурье и их приложения». Молодежная школа-конференция по гармоническому анализу. (2017 г. Новороссийск. ЮФУ), XIX Международная Саратовская зимняя школа «Современные проблемы теории функций и их приложения» (2018 г. Саратов. СГУ), XX Международная Саратовская зимняя школа «Современные проблемы теории функций и их приложения» (2020 г., Саратов. СГУ), Современные методы теории функций и смешные проблемы: Воронежская зимняя математическая школа (2021 г., Воронеж, ВГУ), Всероссийская научная конференция «Математика и математическое моделирование» (2021 г., Самара), XX Международная Саратовская зимняя школа «Современные проблемы теории функций и их приложения» (2022 г. Саратов. СГУ), Международная конференция «Современные методы теории функций и смежные проблемы» (2023 г., Воронеж).

**Публикации автора.** Основное содержание диссертации опубликовано в 14 работах, в том числе 3, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы

основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

Публикации в изданиях, входящие в перечень библиотек Web of Science и Scopus и в изданиях, рекомендуемых ВАК.

1. Лукомский С.Ф., Терехин П.А., Чумаченко С.А. Хаосы Радемахера в задачах построения сплайновых аффинных систем // Математические заметки. 2018. Т. 103, Вып. 6, С. 863-874.
2. Чумаченко С.А. Гладкие аппроксимации в  $C[0,1]$  // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия «Математика. Механика. Информатика», 2020. Т. 20, Вып. 3, С. 326-342
3. Чумаченко С.А. Двоичные базисные сплайны в кратномасштабном анализе // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия «Математика. Механика. Информатика», 2021. Т. 21, Вып. 4, С. 458-471.

Публикации статей и материалов конференции:

1. Чумаченко С.А. Обобщенная функция Мартенса-Терехина. Современные проблемы теории функций и их приложения // Материалы 18-й междунар. Сарат. зимней школы. — Саратов: Издательство «Научная книга», 2016. С. 320-322.
2. Чумаченко С.А. Об одном из аналогов системы Фабера-Шаудера// Труды математического центра им. Н. И. Лобачевского. 2016. Т. 53. С. 163-164.
3. Чумаченко С.А. Двоичные масштабирующие сплайн функции//Труды математического центра им. Н. И. Лобачевского. 2017. Т.54. С. 403.
4. Чумаченко С.А. Двоичные масштабирующие сплайн функции// XXV Международная конференция «Математика. Экономика. Образование» X Международный симпозиум «Ряды Фурье и их приложения». Молодежная школа-конференция по гармоническому анализу. Материалы. Ростов-на-Дону: Изд-во Фонд науки и образования, 2018, С. 16-18.
5. Чумаченко С.А. Двоичные масштабирующие сплайн-функции. Современные проблемы теории функций и их приложения // Материалы 19-й междунар. Сарат. зимней школы. – Саратов: Издательство «Научная книга», 2018. С. 342-343.

6. Чумаченко С.А. О полноте двоичных базисных сплайнов в пространстве  $L_p$ . Современные проблемы теории функций и их приложения// Материалы 20-й междунар. Сарат. зимней школы. - Саратов. ООО Издательство «Научная книга», 2020. С. 463-465.

7. Чумаченко С.А. Гладкие аппроксимации в  $C[0,1]$ . Современные методы теории функций и смежные проблемы // Материалы Международной конференции: Воронежская зимняя математическая школа (28 января - 2 февраля 2021 г.) Воронежский государственный университет; Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; Математический институт им. В. А. Стеклова РАН. Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2021. С. 296 – 298.

8. Чумаченко С.А. Двоичные базисные сплайны в пространстве кусочно-многочленных функций// Математика. Механика: сб. науч. тр. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2021, - Вып. 23. - С. 70-73.

9. Чумаченко С.А. Аффинные системы, порожденные сплайнами// Математика и математическое моделирование: Всероссийская научная конференция (с международным участием), Самара, 10-12 ноября 2021 года. – Самара: Самара, 2021. – С. 90-91.

10. Чумаченко С.А. Двоичные базисные сплайны// Современные проблемы теории функций и их приложения: Материалы 21-й международной Саратовской зимней школы, Саратов, 31 января – 4 февраля 2022 г. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2022. Вып. 21, С. 331-333.

11. Чумаченко С.А. Двоичные базисные сплайны и основная задача интерполяции // Современные методы теории функций и смежные проблемы: Материалы Международной конференции: Воронежская зимняя математическая школа, Воронеж, 28 января – 1 февраля 2023 г. – Воронеж: Издательский дом ВГУ, 2023. - С. 364 – 366.

Диссертационная работа аспиранта Чумаченко Сергея Алексеевича «Аффинные системы, порожденные сплайнами» соответствует требованиям пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г., № 842 и рекомендуется к защите

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. - Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Заключение принято на заседании кафедры математического анализа механико-математического факультета ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского» с привлечением специалистов из других структурных подразделений ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», протокол № 18 от 28 апреля 2023 г.

Присутствовало на заседании кафедры 12 человек, из них 5 докторов наук и 7 кандидатов наук по профилю рассматриваемой диссертации. Результаты голосования: «за» - 12 человек, «против» - нет, «воздержалось» - нет.

И.о. зав. кафедрой математического анализа  
ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»  
канд. физ.-мат. наук

*А. М. Захаров* Захаров Андрей Михайлович

