

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию

Семеновой Надежды Игоревны

«ВОЗВРАТЫ ПУАНКАРЕ В ЭРГОДИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»,

представленную на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.04.03 — радиофизика.

При изучении систем, содержащих значительное количество сложновзаимодействующих элементов, одной из основных становится задача выявления наблюдаемых, т. е. получение скалярных или низкоразмерных, по сравнению с размерностью самой системы, векторных величин, значения которых позволяло бы судить о тех или иных аспектах изучаемой системы. Классические и в то же время простейшие примеры такого рода — это средние по ансамблю с успехом применяемые в статистической физике. В радиофизике эта задача, которая сводится к выявлению и исследованию содержательных характеристических величин для сложных динамических режимов, была и остаётся актуальной. К числу таких характеристик относятся, например, показатели Ляпунова, энтропия инвариантной меры на аттракторе, фрактальная размерность аттрактора и т. п. Диссертация посвящена ещё одной характеристике такого рода: времени возврата Пуанкаре. По определению — это минимальное время, за которое траектория испущенная из некоторой точки инвариантного множества, т. е. аттрактора, возвращается в её ε -окрестность. Для периодических режимов время возврата с очевидностью не зависит от размера окрестности ε , при условии её достаточной малости, и равно периоду. Если же режим непериодический, но при этом траектория остаётся в ограниченной области фазового пространства, то время возврата приобретает нетривиальное значение, играя роль в некотором смысле обобщения понятия периода. Время возврата тесно связано с понятием эргодичности, т. е. со способностью любых траекторий на аттракторе проходить сколь угодно близко к любой наперёд заданной точке этого аттрактора. Эргодичность может сопровождаться свойством перемешивания фазовых

объёмов — таковыми являются системы с динамическим хаосом. Однако, эргодичность может быть присуща и системам без перемешивания. Это имеет место в случае квазипериодического движения. Из-за отсутствия у таких систем стохастических свойств, затруднено как теоретическое так и численное их исследование в силу сложностей с вычислением усреднений и плохой сходимости численных процедур. Поэтому в отличие от систем с перемешиванием, эти системы изучены пока недостаточно хорошо. Таким образом тема диссертации, которая посвящена исследованию возвратов Пуанкаре в эргодических системах без перемешивания, является актуальной.

Структура диссертации достаточно хорошо продумана, что, очевидно, является следствием тщательного предварительного планирования. Сначала детально рассматривается простейшая модель эргодической системы без перемешивания, представленная в виде отображения окружности с иррациональным числом вращения. Для неё впервые была обнаружена и исследована ступенчатая зависимость времени возврата от размера окрестности. Рассмотрены различные иррациональные числа вращения. Обнаружено, что в случае выбора в качестве чисел вращения золотого или серебряного сечения ступенчатая зависимость имеет регулярную структуру, т. е. ширина и высота каждой ступеньки одинакова и определяется числом вращения. Рассмотрены также другие типы иррациональных чисел и получены соответствующие зависимости времени возврата от размера окрестности. Для них эта зависимость также оказалась ступенчатой, однако размеры ступенек не одинаковые. Также получена аналитическая формула для линейной аппроксимации времени возвратов для произвольного числа вращения.

Далее, результаты, полученные для простейшей модельной системы, используются для изучения систем, более приближенных к реальным. Нельзя не отметить, что хотя такой подход и считается одним из основных в теоретической радиофизике, тем не менее далеко не всегда он реализуется в достаточно полной мере. Существует значительное количество исследований простейших модельных систем, выполненных без «оглядки» на реалистичные физические системы, что, конечно же сни-

жает их ценность. Рассматриваемая диссертационная работа выгодно отличается от таких отвлечённых работ.

Приложения теоретических результатов, полученных при изучении отображения окружности, рассматриваются применительно к генератору Ван дер Поля под внешним периодическим воздействием и к неавтономному консервативному осциллятору. Также рассматривается критический аттрактор Фейгенбаума. Во всех случаях обнаруживается хорошее соответствие результатов.

Научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации, обоснованы в достаточной мере и достоверны. Они получены на основе исследований, проведённых в рамках поставленных задач. Кроме того, положения логически согласованы с предшествовавшими результатами в этой области. Выполненные исследования и результаты, к которым они привели, являются новыми, они прошли апробацию на российских и международных конференциях. Отдельно следует отметить большое количество публикаций в авторитетных международных журналах. Представленные в диссертации результаты имеют высокую значимость. Результаты работы могут быть использованы в работе научных групп, занимающихся радиофизикой, в работе таких организаций как ИРЭ РАН, СГУ, СГТУ, а также в учебном процессе. Автореферат точно отражает содержание работы.

Замечания.

1. На некоторых представленных рисунках имеет место ситуация, когда время возврата перестаёт расти с уменьшением размера окрестности. Это наблюдается, например, при шумовом воздействии на отображение окружности, см. рис. 1.19 и 1.20 на стр. 59 и в гамильтоновой системе на рис. 3.13 на стр. 107. Вероятно, тоже самое имеет место и для случая, представленного на рис. 2.6 на стр. 71, где иллюстрируются свойства неавтономного генератора Ван дер Поля при малой амплитуде воздействия. Во всех этих случаях имеет место отклонение на малых масштабах от степенной зависимости. Типичной же при изучении степенных зависимостей является обратная ситуация, при которой именно на малых масштабах она воспроизводится наилучшим образом. Прекращение роста

времени возврата, как кажется, можно попробовать объяснить тем, что траектория на самом деле представляет собой запутанный предельный цикл с очень высоким периодом. Когда окрестность велика, мы регистрируем фрагменты этого цикла, которые могут проходить достаточно близко точке, взятой за начальную, а при достаточно малой окрестности мы начинаем фиксировать точные повторения. Но при этом наличие шума на рис. 1.19 и 1.20 свидетельствует как раз против того, что мы здесь имеем дело с предельным циклом. Таким образом, я полагаю, что в диссертации стоило бы уделить больше внимания анализу достаточно тонких ситуаций прекращения роста времени возврата с уменьшением размера окрестности.

2. Численное исследование статистики возвратов требует вычисления достаточно длинных временных реализаций и достаточно малых окрестностей точек траектории. В принципе, в такой ситуации есть опасность столкнуться с потерей значимости, когда результат вычислений выходит за разрядную сетку машинного представления вещественных чисел. В первую очередь это относится к отображению окружности: кажется, что выполняя многократные сложения можно сравнительно быстро «исчерпать» разряды числа вращения и выйти на периодический режим, являющийся численным артефактом. В диссертации стоило бы обсудить, какие меры предпринимались, для контроля подобных ситуаций.

3. Для целей работы существенным является точный подбор иррациональных значений чисел вращения. Однако, такие числа в принципе не могут иметь точного представления в машинной арифметике и значит мы всегда будем иметь дело только с их рациональными приближениями. Следовательно, существует принципиальное ограничение малости рассматриваемых окрестностей точек возврата. Я полагаю, что не лишним было бы специально обсудить эти пределы.

4. В диссертации много внимания уделяется размерности Афраймовича-Песина. Однако, при этом не дано определение этой величины. В тексте на стр. 18 и 20 только коротко упоминается, что для одномерных и двумерных хаотических отображений она совпадает с величиной показателя Ляпунова. В виду большого внимания в работе к этой ха-

рактеристике, в начале диссертации стоило бы развёрнуто обосновать её практическую важность.

Указанные недостатки не снижают впечатления о работе, которая свидетельствует о высокой квалификации автора. В диссертационной работе Семеновой Н. И. содержится новое решение актуальной научной задачи радиофизики. Она представляет собой законченное исследование, выполненное автором самостоятельно. Диссертация Семеновой Н. И. удовлетворяет критериям, установленными «Положением о присуждении ученых степеней» и соответствует специальности 01.04.03 — радиофизика. Ее автор, Семенова Надежда Игоревна, заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.03 — радиофизика.

Профессор кафедры «Приборостроение» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.» (Россия, 410054, Саратов, ул. Политехническая, 77, Эл. почта: p.kuptsov@sstu.ru, Телефон: 8452-99-88-14), д. ф.-м. н., доцент

Купцов Павел Владимирович

Подпись П. В. Купцова заверяю, Учёный секретарь Учёного совета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.», к. и. н., доцент



Малова Наталия Анатольевна