**УТВЕРЖДАЮ**

Первый проректор – проректор
по науке и инновациям
ФГАОУ ВО "Самарский национальный
исследовательский университет имени
академика С.П. Королева,"
доктор технических наук, доцент

_________________ Прокофьев А.Б.

"___" ______03______ 2017 г.

# ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу Москалик Анны Давидовны "Аналитический метод приближенного решения краевых задач установившейся ползучести с возмущенными границами"на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертационная работа Москалик А.Д. посвящена развитию аналитических методов построения решения традиционного класса задач механики деформируемого твердого тела – задачам теории установившейся ползучести – для тел с классической геометрией – задача о толстостенной трубе, находящейся под действием внутреннего давления.

**Актуальность темы** определяется необходимостью развития аналитических методов решения краевых задач теории установившейся ползучести для тел с возмущенными границами.

**Новизна представляемого исследования** заключается в математическом моделировании цилиндрического тела в условиях ползучести, когда невозможно обеспечить идеальную симметрию поперечного сечения трубы в процессе изготовления и всего срока эксплуатации. В связи с чем в диссертационной работе рассмотрена постановка и линеаризация задачи о толстостенной трубе с возмущенными границами (когда учитывается возмущение внешнего контура трубы).

**Практическая значимость работы** заключается в разработке аналитических методов приближенного решения краевых задач теории установившейся ползучести с возмущенными границами для толстостенной трубы на основе метода малого параметра, построении приближенных аналитических решений до второго и третьего порядков приближений, исследованию их сходимости и погрешности. Предложенная методика определения показателей надежности толстостенных труб со стохастически возмущенными внешними границами на основе аналитических методов решения стохастических краевых задач дает возможность научно-обоснованно подходить к проблеме назначения ресурса этих элементов конструкций в условиях установившейся ползучести материала по деформационному критерию отказа.

**В первой главе** диссертационной работы приведен обзор научной литературы, посвященной тематике диссертационного исследования, и обсуждаются существующие методы и результаты исследования нелинейных задач установившейся ползучести.

**Во второй главе** приводится постановка и линеаризация задачи о толстостенной трубе с возмущенными границами. В главе построено приближенное аналитическое решение задачи о толстостенной трубе, находящейся под действием внутреннего давления, с произвольно возмущенной границей.

Предложен аналитический метод построения приближенного решения задачи о толстостенной трубе, находящейся под внутренним давлением на стадии установившейся ползучести, с возмущенной внешней границей, базирующийся на методе малого параметра. Во второй главе определен принцип решения задачи для каждого приближения вне зависимости от вида внешней границы.

**Во третьей главе** диссертационной работы приведено решение задачи об установившейся ползучести несоосной трубы.

Построено асимптотическое решение нелинейной краевой задачи установившейся ползучести для толстостенной несоосной трубы, находящейся под внутренним давлением, методом малого параметра, в котором удерживаются слагаемые до третьего порядка малости.

Разработана конечно-элементная модель толстостенной несоосной трубы и получено численное решение задачи для анализируемых частных случаев.

**Четвертая глава** содержит решение задачи теории установившейся ползучести о толстостенной трубе с эллиптически возмущенной границей. Полученное приближенное решение задачи, основанное на методе малого параметра, впоследствии сравнивается с конечно-элементным решением, построенным в многофункциональном пакете Mechanical ANSYS.

**В пятой главе** дается оценка надежности несоосной трубы по деформационному критерию отказа в условиях ползучести при стохастически возмущенной границе. В главе получена оценка надежности несоосной трубы на основе приближенного аналитического решения и приводится расчет работоспособности толстостенной трубы с возмущенными границами на основе функции надежности:

1) разработана методика расчета на надежность толстостенной трубы с возмущенным внешним контуром, находящейся под внутренним давлением, при установившейся ползучести, по деформационному критерию отказа. В методике используется построенное приближенное аналитическое решение задачи о несоосной толстостенной трубе, базирующееся на методе малого параметра (в котором удерживаются слагаемые до второго порядка приближения включительно);

2) выполнен вариативный параметрический анализ оценки надежности несоос-

ной толстостенной трубы с возмущенными границами в зависимости от показателя нелинейности установившейся ползучести, различной величины предельно допустимого перемещения, различной доверительной вероятности, разных внутренних давлениях.

Отметим главные достижения автора:

•Предложен метод нахождения приближенного аналитического решения краевой задачи о толстостенной трубе, находящейся под внутренним давлением на стадии установившейся ползучести, с возмущенной внешней границей произвольного вида методом малого параметра до третьего порядка приближения включительно;

•Развит метод построения приближенных аналитических решений краевых задач установившейся ползучести для несоосной толстостенной трубы и для толстостенной трубы с эллиптически возмущенной внешней границей;

•Предложены вероятностные методы определения показателей надежности толстостенной трубы с возмущенными внешними границами по деформационным критериям отказа, использующие построенное приближенное аналитическое решение данной задачи методом малого параметра до второго порядка приближения включительно. Выполнен вариативный параметрический анализ оценки надежности несоосной толстостенной трубы с возмущенными границами в зависимости от показателя нелинейности установившейся ползучести, различной величины предельно допустимого перемещения, различной доверительной вероятности и разных внутренних давлениях.

Предложенный теоретический метод решения задачи, опирающийся на метод малого параметра, дал возможность построить решение, допускающее расчет надежность трубы и доведение предложенной методики до ГОСТ.

**Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации.** Предложенный в диссертации метод поиска приближенного аналитического решения краевых задач установившейся ползучести с возмущенными границами может быть использован при решении других классов нелинейных задач теории установившейся ползучести. Результаты диссертационной работы могут найти свое практическое использование в исследовательских институтах и организациях, занимающихся проблемами механики деформируемого твердого тела и вопросами математического моделирования процессов нелинейного деформирования твердых тел, таких как:

1) Самарский государственный технический университет (г. Самара);

2) Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева;

3) Институт механики сплошных сред УрО РАН (г. Пермь);

4) Пермский национальный исследовательский университет (г. Пермь);

5) Пермский национальный исследовательский политехнический университет (г. Пермь);

6) Саратовский национальный исследовательский университет имени Н.Г. Чернышевского (г. Сааратов).

После чтения диссертационной работы были сформулированы следующие замечания.

1. Главное замечание по диссертационной работе связано с представлением определяющих уравнений задачи (2.7) (страница 32) в виде (2.10) на той же странице диссертации. В последнем уравнении системы уравнений (2.10) пропущен множитель 1/2 в правой части уравнения. Пропуск данного множителя может быть интерпретирован как допущенная опечатка в работе, не имеющая никакого влияния на результаты вычислений (как например, уравнение (2.11), содержащее опечатку, не несущую принципиального значения). Однако, как это следует из дальнейшего текста диссертационной работы, этот множитель отсутствует в уравнениях (2.18), (2.24), (2.26) (стр. 36). Уравнения (2.26) следует читать как

$$\dot{\varepsilon}_{rr}^{(1)} = -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(1)} = \frac{1}{4} L r^s n \Delta\sigma^{(1)}, \qquad \dot{\varepsilon}_{r\theta}^{(1)} = \frac{1}{2} L r^s \sigma_{r\theta}^{(1)}. \tag{1}$$

Указанного множителя не хватает в уравнениях (2.27), (2.29), (2.53), (2.54), (2.55), (3.30), (3.32), (3.34), (3.51), (4.11), (4.12), (4.34), (4.46).

На странице 43 диссертационной работы указывается, что напряжения в определяющих уравнениях (2.53) – (2.55) для первого, второго и третьего приближений содержат слагаемое, зависящее от скорости деформации соответствующего приближения, второе и третье приближения также содержат слагаемые, которые зависят от предшествующих приближений. Поэтому отсутствующий множитель будет сказываться на результатах вычислений, базирующихся на формулах (2.56) – (2.57) и всех приведенных ниже, в конечном итоге, на уравнения (2.66) – (2.72), и, следовательно, на корнях уравнения (2.71).

Данное влияние легко показать на примере вычисления первого приближения. Для определения первого приближения необходимо воспользоваться определяющими уравнениями (3.11) и (3.12), которые должны выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^{(1)} &= \frac{4}{nLr^s}\dot{\varepsilon}^{(1)}_{rr} = \frac{2p}{L}\left(-R_1' r^{-s-1} + R_1 r^{-s-2}\right)\cos\theta = \Delta\rho^{(1)}\cos\theta, \\ \sigma^{(1)}_{r\theta} &= \frac{2}{Lr^s}\dot{\varepsilon}^{(1)}_{r\theta} = \frac{1}{L}\left(R_1'' r^{-s} - R_1' r^{-s-1} + R_1 r^{-s-2}\right)\sin\theta = \Delta\rho^{(1)}_{r\theta}\sin\theta. \end{aligned} \tag{2}$$

Используя новые соотношения (2), можно получить модифицированные уравнения (3.13) и (3.14):

$$\frac{\partial\sigma^{(1)}_{rr}}{\partial r} = \frac{\cos\theta}{L}\left[-R_1'' r^{-s-1} + R_1' r^{-s-2}(1+2p) - R_1 r^{-s-3}(1+2p)\right], \tag{3}$$

$$\frac{\partial\sigma^{(1)}_{\theta\theta}}{\partial r} = \frac{\sin\theta}{L}\left[-R_1''' r^{-s+1} + (s-1)R_1'' r^{-s} - sR_1' r^{-s-1} + sR_1 r^{-s-2}\right]. \tag{4}$$

В результате уравнение (3.15) диссертационной работы принимает иной вид

$$R_1^{IV} - 2(p-3)R_1''' r^{-1} + R_1'' r^{-2}(p-1)(p-5) + R_1' r^{-3}(p^2-1) + R_1 r^{-4}(1-p^2) = 0. \tag{5}$$

Полагая $R_1(r) = r^\mu$, можно получить алгебраическое уравнение вида

$$\mu^4 - 2p\mu^3 + (p^2-2)\mu^2 + 2p\mu + 1 - p^2 = 0, \tag{6}$$

которое отличатся от уравнения (3.16) на странице 53 диссертации и имеет совсем другие корни

$$\mu_1 = 1,\ \mu_2 = -1,\ \mu_3 = p - 1,\ \mu_4 = p + 1. \tag{7}$$

Таким образом, изменение корней уравнения (3.16) на странице 53 повлечет за собой изменение решения (3.18), и, следовательно, вида первого приближения решения задачи (3.22), (3.23). Изменение первого приближения повлечет, в свою очередь, изменение второго приближения (3.30).

2. Второе замечание тесно связано с предыдущим. Пропущенный множитель не мог не сказаться на результатах вычислений, приведенных на графиках. Например, рис. 4.4, 4.6. Из рис. 4.6. следует, что кривые 2 и 3 существенно отличаются друг от друга, даже при значении малого параметра $\delta = 0.04$. Можно было бы ожидать, что при таком значении малого параметра кривые 2 и 3 должны быть близкими друг к другу и к конечно-элементному решению, а на рисунке кривые сильно отличаются друг от друга, особенно на внутреннем радиусе трубы $r = 1$. На рис. 4.11 показана скорость радиальной деформации, вычисленная только по аналитическому приближенному решению. Кривая 3, построенная с помощью трех приближений: нулевого, первого и второго; и кривая 2, построенная посредством двух приближений, сильно отличаются друг от друга. Т.о., найденная поправка не является малой? Почему так сильно трехчленное асимптотическое разложение отличается от двухчленного асимптотического разложения? Из рис. 4.11 немедленно следует вывод: построенные приближения не сходятся к некоторому предельному решению и требуется продолжить построение следующих приближений.

При анализе решения также возникает вопрос: почему на графиках 4.2 – 4.9, где приводится тангенциальное напряжение, есть сравнение с конечно-элементным решением, а на графиках 4.10, 4.11, где приведена скорость радиальной деформации, не приводятся результаты конечно-элементного решения?

3. В работе сформулированы основные результаты исследования (автореферат,

стр. 16-17), в соответствии с которыми вывод 4 гласит, что в диссертации разработаны две конечно-элементные модели толстостенной трубы: для несоосной трубы и для трубы с эллиптически возмущенным внешним контуром и получены численные решения задач для анализируемых частных случаев.

Решения, построенные в программных комплексах, реализующих метод конечного элемента, не являются самостоятельной целью диссертационного исследования, однако конечно-элементные решения являются иллюстративно очень богатыми. Мы можем наглядно видеть распределения интересующих нас механических величин: полей напряжений, деформаций и скоростей деформаций ползучести. Однако в диссертационной работе не приведено ни одной иллюстрации из программного комплекса ANSYS. Не показано разбиение области на конечные элементы, не показаны результаты расчета для упругой модели и для учета деформаций ползучести. Хорошо известно, что результаты конечно-элементного расчета крайне чувствительны к значениям масштабного множителя $A$ в степенном законе ползучести. Для рассматриваемого сплава ХН73МБТЮ(ЭИ698) значение константы $A = 4.57 \cdot 10^{-33}\text{МПа}^{-n}\text{ч}^{-1}$. Многие исследователи прибегают к различным методам (замена переменных, переход к более удобным единицам измерений), позволяющим избежать оперирования с такими степенями (часто возникают в материальной константе $A$ степени $A \sim 10^{-59}\text{МПа}^{-n}\text{ч}^{-1}$.). С такими величинами очень тяжело работать. Какие особенности вычислений в данном случае были обнаружены? С какими трудностями автор столкнулся? В целом, в диссертационной работе очень скупо описаны конечно-элементные решения 1) первая модель (стр. 79 – 81); 2) вторая модель описана только на одной странице: стр. 121. На стр. 80 указано, что за время 1000 часов напряженное состояние выходит на стационарный режим, соответствующий стадии установившейся ползучести. Почему не показать распределение напряжений и скоростей деформаций установившегося режима? Почему не показать зависимость деформаций ползучести от времени, используя данные расчета и проиллюстрировать выход на установившийся режим? Особенно интересным представляется распределение скоростей деформаций ползучести на различных стадиях: диссертационная работа выиграла бы, если автор привел распределения упругих деформаций и деформаций ползучести в трубе.

На стр. 80 в диссертационной работе указаны материальные константы для выбранного материала: модуль Юнга и плотность. В любом конечно-элементном пакете для описания линейно-упругого материала следует задать две константы материала: модуль Юнга и коэффициент Пуассона, а не модуль Юнга и плотность. Без задания плотности статический расчет легко реализуется, а без задания коэффициента Пуассона – нет. Таким образом, на стр. 80 следовало бы указать наряду с модулем Юнга и коэффициент Пуассона (понятно, что коэффициент Пуассона близок к 0.3, но потенциальный читатель должен иметь возможность реализовать эти вычисления и выполнить количественные сравнения).

Таким образом, в выводах по главе 4 указано, что получено численное решение данной задачи с помощью программного комплекса ANSYS при частных значениях реологических и геометрических параметров, однако никаких распределений деформаций и скоростей деформаций ползучести не приведено; не указано влияние параметров сетки на расчеты (может быть не стоило прибегать к такой мелкой сетке), не показаны результаты расчета для различных значений времени, подтверждающие выход на режим установившейся ползучести. В качестве достоверности проведенных расчетов можно было бы сравнить решения линейных задач: аналитическое и конечно-элементное.

4. Хотелось бы отметить и необходимость более внимательного отношения к принятой терминологии в механике деформируемого твердого тела: в диссертационной работе и автореферате соотношения Коши называются соотношениями типа Коши (диссертация - стр. 31, 59, 113, 131); автореферат – стр. 9.

5. Диссертационная работа существенно выиграла бы при более широкой апроба-

ции работы: согласно автореферату (стр. 6,7) работа полностью не докладывалась ни на одном научном семинаре, в списке конференций, где докладывались основные результаты работы, доминируют конференции, проведенные в Самаре. Диссертационная работа также существенно выиграла бы, если бы имелись публикации в ведущих международных и российских изданиях и материалах международных конференций.

6. В автореферате и диссертации имеются опечатки.

Сформулированные выше замечания не снижают ценности диссертационной работы в целом.

## Заключение

**Автореферат** полно отражает содержание диссертации. Диссертация в целом представляет собой законченный научный труд, в котором содержатся решения задач, имеющих существенное значение для понимания теории ползучести металлов. Указаны конкретные методы получения аналитических решений краевых задач установившейся ползучести для тел с возмущенными границами. Предложен аналитический метод построения приближенных решений краевых задач теории ползучести, который доведен до разработанной методики расчета на надежность толстостенной труб с возмущенным контуром.

Работа отвечает критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней (пп. 9-11, 13, 14), утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. №842 (в ред. 02.08.2016 г.), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Москалик Анна Давидовна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Отзыв рассмотрен на расширенном заседании кафедры математического моделирования в механике ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева" от 23 марта 2017 г., протокол №9.

Профессор кафедры математического моделирования в механике
ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева" Степанова Лариса
доктор физико-математических наук, доцент Валентиновна

Профессор кафедры космического машиностроения
имени генерального конструктора Д.И. Козлова
ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева" Буханько Анастасия
доктор физико-математических наук, доцент Андреевна

ФГАОУ ВО "Самарский национальный исследовательский
университет имени академика С.П. Королева"
Адрес: 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34
Телефон: (846) 335-18-26
E-mail: ssau@ssau.ru

Подпись Степановой Л.В, Буханько А.А. удостоверяю.
Начальник отдела сопровождения деятельности
ученых советов Самарского университета

«27» марта 2017