

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу

Эстрады Мезы Марии Гуаделупе

на тему «Анализ динамического поведения вязкоупругих балок при ударных воздействиях с использованием моделей, содержащих дробные операторы»,

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности

01.02.04 – механика деформируемого твёрдого тела

**1. Актуальность исследований.** Воронежская научная школа в области исследования аппарата дробного интегродифференцирования и его приложений к моделированию различных процессов, в том числе и в механике деформируемого твердого тела, хорошо известна и имеет более чем 60-летнюю историю. Поэтому внутренняя логика развития механики деформируемого твердого тела, связанная с усложнением реологических определяющих соотношений на базе операторов дробного интегродифференцирования и их использования при решении краевых задач, и определяет актуальность данной диссертационной работы. Несмотря на большое число работ в этом направлении, динамические и контактные краевые задачи с операторами дробного дифференцирования находятся в стадии разработки. Здесь помимо новых корректных постановок краевых задач требуется и разработка математических методов их решения, чему в большей степени и посвящены исследования Марии Гуаделупе Эстрады Мезы.

Внешняя же логика развития данного направления определяется получением решений в замкнутой форме для ряда явлений ударного взаимодействия при наличии вязкоупругой составляющей в материалах ударника и мишени. Поскольку дробные операторы обладают большим спектром возможностей для описания вязкоупругого поведения при кратковременных нагрузках высокой интенсивности по сравнению с операторами с целочисленными производными, то рассмотренные в диссертации модели и результаты исследований несомненно представляют интерес в прикладных исследованиях, например, на стадии проектирования и моделирования тех или иных задач контактного взаимодействия.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что выполненные исследования являются актуальными как с точки зрения дальнейшего внутреннего

развития методов решения краевых задач МДТТ с дробными операторами дифференцирования, так и с точки зрения использования результатов в инженерной практике и строительной механике.

**2. Основные результаты и научная новизна.** Основным достижением диссертанта является постановка в определенном смысле новых краевых задач с операторами дробного дифференцирования в волновой теории соударяющихся тел, обладающих свойствами вязкоупругости их материалов, и разработка метода их решения сведением к интегро-дифференциальным уравнениям относительно интересующих параметров (величина смятия, контактная нагрузка и другие), который в частных случаях позволил построить приближенные аналитические решения. Это выгодно отличает данную работу от многих других, повально использующих численные методы решения на основе многочисленных программных пакетов и вычислительных комплексов. Преимущества аналитических решений очевидны, поскольку позволяют его параметризовать и применить весь арсенал непрерывной математики. В частности, соискатель средствами математического анализа аналитически решила ряд экстремальных задач по определению максимальной контактной силы, максимального локального смятия и других величин (рис. 2.5–2.11, рис. 3.4–3.7).

Анализируя частные научные результаты, можно отметить определенное обобщение на случай вязкоупругих свойств материалов системы «шар – балка» в условиях кратковременного интенсивного соударения разработанной ранее теории для упругих тел. Получение конкретных результатов явилось следствием аккуратной работы с использованием алгебры операторов. Так, при анализе задачи об ударе вязкоупругого шара по упругой шарнирно опертой балке Бернулли–Эйлера, находящейся в вязкой среде, получены определяющие интегральные уравнения как для контактной силы, так и для величины, характеризующей местное сжатие материалов балки и шара. На основании полученных приближенных решений этих уравнений исследованы влияние параметра дробности  $\gamma \in [0,1]$  на максимум контактной силы; влияние массы ударника, его начальной скорости и размеров поперечного сечения (точнее жесткости балки – решается все таки одномерная задача) на основные характеристики

ударного взаимодействия шара и балки (временные зависимости локального смятия материалов ударника и мишени и их максимальные значения).

Одним из результатов исследования этой задачи является факт уменьшения максимума контактной силы и увеличения времени контакта ударника и мишени при возрастания параметра дробности от нуля до единицы (фактически – увеличения вязкости). Вообще говоря, этот факт интуитивно очевидный, но соискатель «оцифровал» результаты, довел расчетные величины до количественных значений.

Более сложный класс краевых задач поставлен и решен в третьей главе, в которой обобщена теория удара упругих тел на случай ударного взаимодействия шара с вязкоупругой мишенью в виде балки, при этом учитывалось растяжение балки (по терминологии диссертанта – ее срединной поверхности, что не совсем корректно, поскольку решается одномерная задача). В этом классе задач решена задача об ударе упругого шара по вязкоупругой балке типа Тимошенко, уравнения динамического поведения которой учитывают инерцию вращения и деформации поперечного сдвига. Здесь использовался достаточно сложный для математического решения задачи подход, заключающийся в том, что вне области контакта решение для ударных волн строится при помощи лучевых рядов, коэффициенты которых находятся из системы уравнений при помощи кинематических и геометрических условий совместности, а в зоне контакта – при помощи обобщенной теории Герца, при этом для второй задачи диссертанту пришлось преодолеть существенные математические трудности, связанные с использованием линейных комбинаций из дробных операторов Ю.Н. Работнова. В итоге соискатель получил систему интегро-дифференциальных уравнений относительно перемещений балки в зоне контакта и локального смятия материалов балки и шара, на основании которых получил ряд приближенных аналитических решений. К новым механическим эффектам, полученным из решения, следует отнести увеличение максимальных значений локального смятия материала балки и шара в зоне контакта и увеличение продолжительности контактного взаимодействия (при одних и тех же параметрах дробности) при учете растяжения балки (по терминологии диссертанта – растяжения срединной поверхности).

В заключение отметим, что все сформулированные в автореферате и диссертации положения, выносимые на защиту, а также положения

заклучения в целом отражают действительное содержание диссертационной работы и они аргументировано и с достаточной строгостью (в рамках принятых гипотез и ограничений) доказаны, хотя по их изложению имеются и замечания, о которых речь пойдёт ниже.

**3. Достоверность** результатов диссертации сомнений не вызывает. Основные положения диссертации в достаточной мере обоснованы и логически вытекают из поставленных диссертантом целей. Достоверность результатов обеспечивается в целом корректностью постановок «физических» и математических задач, непротиворечивостью полученных результатов существующим теоретическим и качественным результатам работ других авторов, строгостью использования основных положений механики деформируемого твёрдого тела, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Соблюдается принцип вложенности, когда результаты диссертационной работы соискателя в частных случаях совпадают с известными решениями других авторов. В предельных случаях параметра дробности полученные решения естественным образом переходят в известные (в том числе – и классические) решения для целочисленных производных.

**4. Теоретическая и практическая ценность.** При анализе теоретической и практической значимости полученных результатов следует отметить, что с точки зрения внутренней логической завершенности работы диссертантом сделан определенный шаг в механике деформируемого твердого тела в области разработки методов решения краевых задач с операторами дробного дифференцирования в области моделирования соударения шара и балки при скоростном интенсивном соударении при наличии широкого спектра реологических свойств материалов ударника и мишени. Особую ценность эти результаты представляют в том смысле, что получены аналитические (хотя и приближенные) решения.

С другой стороны, с точки зрения внешней логической завершенности работы (ее связи со смежными отраслями науки и производством), очевидно, что полученные результаты имеют понятные пути использования, во-первых, в расчетной практике проектных и научно-исследовательских организаций на стадии проектирования элементов конструкций (балка – широко представленный в строительстве и промышленности элемент) на ударные взаимодействия и назначения оптимальных геометрических и реологических

параметров для научно-обоснованного назначения коэффициентов запаса. Во-вторых, расчетные данные, полученные в диссертационной работе, естественным образом пополняют и расширяют соответствующую базу расчетных данных в условиях ударного взаимодействия вязкоупругих тел, которую можно использовать другими авторами для сравнительного анализа.

**5. Апробация работы.** Основные положения рецензируемой работы в достаточной мере опубликованы в научных журналах (в том числе, и в требуемом минимуме журналов из перечня ВАК, включая публикации в изданиях из базы данных Web of Science) и в материалах ряда Международных научных конференций. Работа выполнялась в рамках международного проекта РФФИ, который проходит тщательную научную экспертизу при его одобрении. Полностью она докладывалась на двух научных семинарах в ведущих Воронежских университетах Российской Федерации. Поэтому считаю, что рецензируемая диссертационная работа в достаточной мере опубликована и апробирована.

**6. Диссертация и автореферат** написаны понятным научным языком. Содержание диссертации достаточно полно, подробно и ясно раскрывает постановку, методы и результаты решения рассмотренных задач. Автореферат в целом отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата в основном соответствует существующим требованиям.

**7. Замечания по содержанию и оформлению работы.** Недостатков, ставящих под сомнение справедливость какого-либо результата, в диссертации не обнаружено. Тем не менее замечания по диссертационной работе Марии Гуаделупе Эстрады Мезы можно квалифицировать как по оформлению диссертации, так и по существу работы.

**По существу работы** можно сделать следующие замечания.

1. Вообще говоря имеется некорректность в постановках краевых задач. В диссертации во всех задачах анализируется удар шара по балке при различных вариациях реологических свойств материалов ударника и мишени. Однако по постановкам все задачи одномерные, поэтому говорить о смятии материалов шара и балки в локальных зонах не совсем корректно. Начиная со схем на рис. 2.1 и везде далее (рис. 2.4, рис. 3.1, рис. 3.3), в которых дается схематически взаимодействие шара и балки, если оставаться в рамках одномерной модели, более логично, если вместо шара использовать

цилиндр. По всей видимости шар использован по той причине, что диссертант в дальнейшем использовал обобщенный закон Герца (2.27) (далее формулы (2.44) и другие), который справедлив именно для шара.

2. Имеются вопросы по поводу аппроксимации функции  $\mathcal{E}_{\gamma_2}$  соотношением (2.45) (далее – (2.69)). Апелляция к «кратковременности процесса» ничего не проясняет, так как используется лишь первый член разложения ряда (2.40) при  $n=0$ , а остальные члены этого ряда отбрасываются и понять, какая при этом возникает погрешность, невозможно. Например, при  $\gamma_2$ , близких к единице, она может быть существенной. С другой стороны, при использовании аппроксимации (2.45) теряется ряд специфических свойств, присущих операторам дробного порядка в определяющих дифференциальных уравнениях.

3. К сожалению, до логического конца доведены решения лишь в частных случаях линеаризации. Так, в пункте 2.3.3 используется лишь линейный член (тренд) для смятия (формула (2.50)), кроме этого в (2.51) вновь использована линеаризация, причем на каком основании отброшены другие (нелинейные) члены, не комментируется. Какая при этом вносится погрешность в решение, также остается за кадром, однако при величинах  $\gamma_2$  в (2.51), близких к единице, погрешность может быть значительной.

4. С точки зрения механики деформируемого твердого тела непонятна гипотеза относительно того, что балка из одного и того же материала вне зоны контакта и в зоне контакта описываются разными вязкоупругими моделями. Поскольку любая теория вязкоупругости в конечном итоге феноменологическая, то отсюда следует, что изменение свойств материала в зоне контакта связано со скоростью соударения. Но они крайне малы, чтобы использовать, например, механические характеристики материалов при высокоскоростном соударении (при скоростях, соизмеримых со скоростями распространения звука). Тогда возникает резонный вопрос, какой должен быть характер определяющего эксперимента, чтобы получить все параметры модели в зоне контакта? И вообще, возможен ли такой определяющий эксперимент?

5. В выводах заключения указывается, что задачи решены приближенно с использованием малого параметра, в качестве которого выступает время протекания ударного процесса. В самом тексте диссертации

в явном виде это не упоминается. Вообще-то говоря, при использовании метода малого параметра решение ищется в виде разложения неизвестных величин по малому параметру, чего в диссертации нет. Единственно, что в этом плане было сделано, это ряд разложений по формуле Тейлора с использованием только линейной части разложения. Но при применении этой формулы нигде не упоминалось о малости соответствующих параметров, при этом связь этих величин со временем протекания процесса просто отсутствует.

К замечаниям, связанным с оформлением работы и изложением материала, можно отнести следующие.

6. Некорректно использовать термин «срединная поверхность балки», поскольку все рассмотренные задачи одномерные.

Научная новизна пункта №3 автореферата и диссертации не совпадают, также как и пункты «Актуальность» в диссертации (стр. 4) и автореферате не соответствуют друг другу.

На стр. 50 в тексте диссертации после формулы (2.57) идет ссылка на формулу (2.58), которая отсутствует.

Параметр  $\mu_n$ , который входит в формулу (2.12), некорректно называть коэффициентом вязкости  $n$ -ой гармоники. Вязкость – это свойство материала.

Нет пояснений, почему в задачах используется именно шарнирное закрепление, а не другие.

Разумеется, отмеченные недостатки носят частный характер и ни в коей мере не влияют на общую положительную оценку работы Марии Гуаделупе Эстрады Мезы.

**8. Заключение по диссертации.** Оценивая работу в целом, считаю, что диссертация является законченной научно-квалификационной работой, выполненной соискателем самостоятельно и на достаточно высоком научном уровне. Диссертантом выполнено теоретическое решение ряда новых краевых задач с операторами дробного дифференцирования, в результате которых получены новые данные о закономерностях механического поведения конструкций «шар – балка», материал которых наделен свойствами вязкоупругости. Получены в определенном смысле более общие результаты по сравнению с существующими на сегодняшний день.

Полученные результаты достоверны, выводы и умозаключения обоснованы. Работа базируется на достаточном объеме полученных теоретических результатов и вносит существенный вклад в соответствующий раздел механики деформируемого твердого тела.

Исходя из вышеизложенного, считаю, что диссертационная работа «Анализ динамического поведения вязкоупругих балок при ударных воздействиях с использованием моделей, содержащих дробные операторы» является завершённым научным исследованием, выполненным на высоком научно-методическом уровне, соответствует специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» и имеет важное научное и практическое значение, соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», а её автор – Мария Гуаделупе Эстрада Меза – заслуживает присуждения ей учёной степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент:  
заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета,  
доктор физико-математических наук (01.02.04),  
профессор



Радченко  
Владимир  
Павлович

Подпись Владимира Павловича Радченко  
заверяю  
Ученый секретарь СамГТУ,  
доктор технических наук,



Малиновская  
Юлия  
Александровна

31 марта 2017 года

Служебный телефон:  
8(846)3370443  
E-mail: radch@samgtu.ru  
Служебный адрес:  
443100, г. Самара  
ул. Молодогвардейская ,244,  
Главный корпус СамГТУ,  
кафедра «Прикладная математика и информатика»