

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**о диссертационной работе Ардазишвили Романа Вячеславовича**  
**«Трехмерные кромочные волны в пластинах и оболочках»,**  
**представленной на соискание ученой степени кандидата**  
**физико – математических наук по специальности**  
**01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела**

Диссертационная работа Ардазишвили Р.В. посвящена исследованию системы трехмерных кромочных волн в пластинах и оболочках в широком диапазоне изменения частоты и длины волны. **Актуальность** темы исследования обеспечивается растущими потребностями динамической теории упругости, микроэлектроники и других областей современной науки и технологии во внедрении и развитии методов неразрушающего анализа и контроля деформируемых систем. Значительная часть этих методов основана на использовании свойств акустических волн. Установление физико – механических свойств, невозможное по тем или иным причинам с использованием прямых методов исследования, связано с определением скоростей распространения и поляризации соответствующих акустических волн. Дальнейшее сравнение экспериментально установленных дисперсионных соотношений с найденными теоретически, позволяет определить свойства системы. Ясно, что для проведения такого анализа требуются адекватные теоретические методы и подходы.

Первая глава диссертации посвящена выявлению условий существования трехмерных поверхностных волн в упругом полупространстве. Вектор перемещений представляется через упругие потенциалы Ламе, для которых в стационарном случае получаются уравнения Гельмгольца, частные решения которых отыскиваются в виде волн, затухающих на бесконечности. Показано, что распространение трехмерных поверхностных волн с плоским фронтом возможно либо в случае свободной поверхности, либо – когда на поверхности запрещено перемещение в одном из касательных направлений. В первом случае волна совпадает с волной Рэлея и распространяется с соответствующей скоростью. Второму случаю соответствует бездисперсионная волна, скорость распространения которой определяется углом между направлениями ее распространения и запрещенного перемещения.

Во второй главе исследуются антисимметричные трехмерные кромочные волны высшего порядка в пластине со свободными и жестко заземленными лицевыми поверхностями и смешанными граничными условиями на торце. Решения для полубесконечной пластины отыскиваются в виде разложения по модам, затухающим на бесконечности, так что резонансы определяются только кромочными волнами, в формировании которых задействованы поверхностная волна и объемные волны расширения и сдвига. Установлено, что в пластине с условиями свободного края на торце



существует бесконечное множество кромочных волн высшего порядка, скорости которых приближаются к скорости волны Рэлея при уменьшении длины волны. В случае, когда на торце пластины запрещено перемещение в одном из тангенциальных направлений, выявлено существование бесконечного множества симметричных и антисимметричных кромочных волн, скорости которых стремятся либо к скорости волны Рэлея, либо к скорости волны сдвига. При этом только в случае антисимметричных колебаний пластины со свободными лицевыми поверхностями скорость низшей волны приближается к скорости симметричной фундаментальной волны. Асимптотические приближения частот и форм колебаний для всех кромочных волн высшего порядка выявили качественное совпадение с формами колебаний стоячих трехмерных поверхностных волн при совпадении граничных условий на поверхности условиям на торце пластины.

В третьей главе исследуются трехмерные кромочные волны в тонкой оболочке на основе рассмотрения неосесимметричных гармонических колебаний полубесконечного полого упругого цилиндра. Для расходящейся и сходящейся поверхностной цилиндрической волны для потенциалов получены выражения, содержащие функции Ганкеля первого и второго рода, соответственно. При построении мод полого цилиндра упругие потенциалы отыскиваются в виде линейных комбинаций частных решений уравнения Бесселя. Для оболочки с условиями свободного края на торце выявлено существование двух фундаментальных волн, характеризующихся в низкочастотной области антисимметричным и симметричным распределением НДС соответственно. При этом первая волна соответствует изгибной, а вторая – тангенциальной волне теории Кирхгофа – Лява. Установлено, что вторая волна, в отличие от первой, демпфируется распространяющейся модой. Важным представляется факт установления, наряду с фундаментальными, бесконечного множества кромочных волн высшего порядка, которое нельзя выявить на основе двумерных теорий оболочек. Численное моделирование фундаментальных кромочных волн при смешанных граничных условиях на торце при запрещении перемещений в тангенциальном направлении позволило подтвердить предсказанный теорией Кирхгофа – Лява факт существования изгибной кромочной волны.

Принципиальная **научная новизна** работы, на мой взгляд, состоит в выявлении и установлении свойств фундаментальной симметричной кромочной волны в пластине со смешанными граничными условиями на торце, а также – в разработке методики асимптотического и численного анализа трехмерных кромочных волн в полубесконечном полом цилиндре, основанной на разложении по модам с использованием системы решений уравнения Бесселя.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием известных динамических уравнений линейной теории упругости, адекватных методов асимптотического и численного анализа полученных математических моделей, а также их соответствием



существующим представлениям о линейных волновых процессах в деформируемых твердых телах.

Считаю, что результаты работы и используемые для их получения подходы имеют определенное теоретическое и методическое значение и могут быть использованы при изложении специальных курсов для студентов соответствующих направлений Саратовского национального исследовательского государственного университета.

По диссертационной работе и автореферату можно сделать следующие замечания:

1. На стр. 24 диссертации утверждается, что вычисление определителя четвертого порядка требует громоздких выкладок, а на 30 стр. – что вычисления определителя четвертого порядка можно избежать. В обоих случаях после этого демонстрируется техника метода подстановок решения системы четырех линейных однородных алгебраических уравнений. Считаю, что этот фрагмент не обязателен в работе по физико – математическим наукам.

2. На стр. 16 диссертации (стр. 5 автореферата) в пункте о научной новизне говорится о предложенном численно – аналитическом методе решения задач о колебаниях полубесконечного полого цилиндра. На мой взгляд, здесь корректнее говорить о «методике численного решения, основанного на разложении по модам» (стр. 55), как в заключении к работе (стр.126, стр. 19 автореферата).

3. Во введении (стр. 4) волны, локализованные у торцов пластины или оболочки, автор называет краевыми или кромочными, хотя в названии и тексте работы речь идет о кромочных волнах. Термин «краевые волны» представляется в данном случае неудачным, так как теория нелинейных краевых волн является хорошо разработанным разделом современной гидродинамики.

4. В работе выявлен ряд динамических режимов, когда предельной скоростью кромочных волн является скорость волны Рэлея. Известно, что в упругих телах могут распространяться различные типы поверхностных волн, не упомянутых в диссертации: волны Лэмба, волны Стоунли, распространяющиеся по границе двух контактирующих полупространств, волны Лява, распространяющиеся в системе слой и полупространство. При этом волны Рэлея и Стоунли наименее пригодны для целей неразрушающей диагностики. В настоящее время широко используются нелинейные свойства поверхностных волн Рэлея, теория поверхностных солитонов Рэлея достаточно хорошо развита.

5. Библиографический список работы содержит 136 источников и достаточно полно отражает современное состояние проблемы. Однако в нем не упоминаются работы, которые необходимо должны присутствовать. Во-первых, это статья «Акустические кромочные волны в изотропных твердых телах» (Бондаренко В.С., Дубовицкий В.Ф., Акустический журнал, 1976, 22, с. 284-285). Во-вторых, это диссертация «Edge and interfacial vibration of a thin



elastic cylindrical panel» (Arulchandran V., 2013, <http://bura.brunel.ac.uk/handle/2438/7804>), в которой рассмотрены вопросы, близкие к исследованным в оппонируемой диссертации.

Сделанные замечания не затрагивают основных результатов и выводов диссертационной работы.

**Заключение.** Диссертация Ардазишвили Р.В. «Трехмерные кромочные волны в пластинах и оболочках» является самостоятельной научно – квалификационной работой и содержит решение научной задачи, имеющей важное значение для разработки методов постановки и методов решения краевых задач для прогноза поведения деформируемых систем при динамических воздействиях. Научная и практическая значимость диссертации определяется тем, что полученные результаты могут быть использованы специалистами, занимающимися динамическими задачами механики деформируемого твердого тела и приложениями волновой механики.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Основные результаты работы опубликованы в научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ для соответствующих публикаций.

Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела и отвечает предъявляемым к кандидатским диссертациям требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г., № 842. Автор Ардазишвили Р.В. заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико – математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент:  
заведующий кафедрой «Прикладная  
математика и системный анализ» СГТУ  
имени Гагарина Ю.А., д.ф.-м.н.,  
профессор

Землянухин Александр Исаевич

ФГБОУ ВО «Саратовский государственный  
технический университет имени Гагарина Ю.А.»

410054, г. Саратов, ул. Политехническая , 77

Телефон: +7 (8452) 998826

e-mail: [zemlyanukhinai@sstu.ru](mailto:zemlyanukhinai@sstu.ru)

Подпись Землянухина Александра Исаевича заверяю.

Ученый секретарь УС СГТУ имени Гагарина Ю.А.

П.Ю.Бочкарев



18.01.2017