

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского»

На правах рукописи



Титов Алексей Владимирович

ВОЛНОВЫЕ И КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ С ДВУМЯ
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

01.04.03 – Радиофизика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель: Член-корреспондент РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор Д.И. Трубецков

Саратов – 2020

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1 Двухпотоковая неустойчивость – волновые линейные и нелинейные явления на сверхвысоких частотах.....	13
1.1 Двухпучковая неустойчивость в сверхвысокочастотной электронике	13
1.2 Пучки с непрерывной функцией распределения заряженных частиц по скоростям	17
1.3 Физика процессов взаимодействия	18
1.4. Нелинейные явления в системе двух взаимодействующих электронных потоков	19
1.5. Применение двухпотоковой неустойчивости в СВЧ приборах различных типов	21
1.6 Современные работы	28
1.7 Выводы.....	49
Глава 2 Физика явления двухлучевой неустойчивости в рамках теории связанных волн	51
2.1 Волновая трактовка двухпотоковой неустойчивости в рамках линейной теории	51
2.2 Двухволновое приближение	53
2.3 Модель трехволнового взаимодействия (аналогия с ЛБВ)	63
2.4 Полная модель двухпотоковой неустойчивости (четырёхволновое взаимодействие)	74
2.5 Выводы.....	77
Глава 3 Линейная теория систем с двумя взаимодействующими электронными потоками.....	79
3.1 Теория интерференционного режима усиления в системе двух взаимодействующих электронных потоков	79
3.2 Линейная теория взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной (линейная теория ЛБВ с двумя потоками).....	84
3.2.1 Основные уравнения и результаты их аналитического решения	85

3.2.2 Аналитическое решение самосогласованной задачи	93
3.2.3 Результаты линейной теории взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в рамках метода дисперсионного уравнения	97
3.3 Выводы.....	104
Глава 4 Приближенная нелинейная теория взаимодействия двух электронных потоков и их взаимодействия с электромагнитными полями	105
4.1 Основные уравнения нелинейной волновой теории взаимодействия двух электронных потоков и их взаимодействия с электромагнитными полями.	105
4.2 Линеаризация основных уравнений нелинейной теории	113
4.3 Результаты приближенной нелинейной теории.....	116
4.3.1 Нелинейная теория лампы бегущей волны с двумя электронными потоками.....	116
4.3.2 Результаты нелинейной теории лампы бегущей волны с двумя электронными потоками.....	121
4.4 Выводы.....	129
Заключение	131
Список литературы	133

Введение

Актуальность исследуемой проблемы

Волновые и колебательные явления в системах взаимодействующих электронных потоков – одно из фундаментальных направлений исследований в радиофизике, лежащее на пересечении таких областей науки, как теория колебаний и волн, вакуумная сверхвысокочастотная электроника, физика плазмы и пр. Возникнув в первой половине прошлого века, это направление получило серьезный толчок благодаря исследователям, занимающимся разработкой и усовершенствованием СВЧ-приборов О-типа. Благодаря работам Дж. Пирса, А. Гаева, Л. Ниргаарда и многих других это направление получило большую популярность среди исследователей по всему миру, в том числе и в Советском Союзе. Достаточно обратиться к более ранним обзорам В. М. Лопухина [1] и Р. Бриггса [2], а также ознакомиться с обзором, приведенным в первой главе настоящей диссертации. Интерес к исследованиям был обусловлен, прежде всего, теоретической возможностью замены замедляющей системы приборов О-типа вторым электронным пучком. В то же время предполагалось, что введение дополнительного скоростного разброса в электронный пучок повысит степень итоговой группировки электронов, что, свою очередь, должно повысить эффективность прибора в целом. Таким образом, появилось два направления исследований. Первое подразумевало создание приборов, принцип работы которых основывается на взаимодействии двух электронных пучков как таковом, таких как электронно-волновая лампа и двухлучевой усилитель. Второе направление отвечало за создание двухлучевых модификаций уже существующих приборов. К ним относились двухлучевые лампы бегущей волны, двухлучевые релятивистские пролетные клистроны, двухлучевые мазеры, а также двухлучевые лазеры на свободных электронах. Необходимо отметить значительный интерес к двухпоточковым системам со стороны специалистов из области плазменной электроники. К концу XX века интерес к двухпоточковым системам в низкочастотной области СВЧ диапазона значительно снизился. Тем не менее, активно продолжали вестись исследования высокоомощных релятивистских двухпоточковых систем. В последнее же время ситуация кардинально изменилась.

В последние годы международное научное сообщество вновь начало проявлять интерес к системам с двумя взаимодействующими электронными пучками. Новый всплеск в исследованиях связан с существующей тенденцией к освоению терагерцового диапазона частот и с миниатюризацией радиофизических устройств.

Как известно, сегодня большое внимание уделяется разработке и исследованию радиофизических систем, способных работать на стыке двух диапазонов – СВЧ и оптического. В частности, в 2014 году директор Агентства по перспективным исследованиям Министерства обороны США (DARPA) в своем ежегодном докладе отметил, что освоение терагерцового диапазона является одной из приоритетных задач. Вслед за уже завершенной программой DARPA «СВЧ-интегральная вакуумная электроника» (High Frequency Integrated Vacuum Electronics, HiFIVE), была анонсирована программа «Терагерцовая электроника» (THz electronics). В её рамках ставилась задача по созданию трех образцов вакуумных усилителей бегущей волны для трёх диапазонов частот: 670 ГГц, 850 ГГц и 1 ТГц [3, 4]. Все прототипы были успешно разработаны последовательно друг за другом [5]. Указанные работы ярко иллюстрируют чрезвычайно высокую сложность процесса освоения терагерцового диапазона. В связи с этим в сообществе исследователей возникла идея использования дополнительных механизмов для достижения поставленной задачи.

В научном сообществе существует мнение, что в свое время идея двухпоточкового взаимодействия «осталась на обочине истории» исключительно из-за слишком раннего появления. В настоящий же момент благодаря развитию современных технологий производства и тенденциям к переходу в коротковолновую область СВЧ диапазона двухпоточковые системы получили вторую жизнь. В частности, одной из первых научных групп, предложившей использовать системы с двумя электронными потоками, стала научная группа исследователей из Лос-Аламоса [6]. В указанной работе ими предложен проект СВЧ-генератора, принцип действия которого основан на взаимодействии двух попутных разнородных релятивистских электронных пучков с полем открытого резонатора. Согласно прогнозу авторов, данное устройство должно генерировать мощность до 100 Вт на частоте 1 ТГц.

Вслед за ними последовали публикации, посвященные двухпоточковой неустойчивости, из Китая, Японии, Ирана и др. Для подробного ознакомления с актуальными работами по системам с двумя электронными потоками следует обратиться к обзору, приведенному в первой главе настоящей диссертации. Основным лейтмотив проводимых исследований заключается в использовании механизма двухпоточковой неустойчивости в качестве вспомогательного для повышения выходных характеристик существующих приборов, например ЛОВ [7].

Большая часть упомянутых работ посвящена исключительно численному моделированию двухпоточковых систем и практически не содержит аналитических результатов. В первую очередь это связано с возросшей за последнее время вычислительной мощностью. Стоит также отметить, что, помимо этого, в настоящий момент наблюдается нехватка простой аналитической теории взаимодействия электронных потоков, позволяющей учесть нелинейные эффекты. Практически единственным примером работ, посвященных аналитическому подходу к анализу нелинейных процессов в системе двух взаимодействующих электронных потоков, являются статьи Г.Ф. Филимонова [8, 9]. В них автор для описания полей пространственного заряда использует аппарат функции Грина. В настоящей диссертации предложен более удобный в применении метод анализа нелинейных процессов в системе двух взаимодействующих электронных потоков, основанный на теории процессов группировки электронных потоков в собственном поле пространственного заряда и волновом методе В.А. Солнцева [10]. Также не стоит забывать об отсутствии ясной физической трактовки явления двухпоточковой неустойчивости, выходящего далеко за рамки СВЧ электроники. Таким образом, исследования, результаты которых приведены в настоящей диссертации, нацелены, в том числе, на восполнение указанных пробелов.

Сказанное выше позволяет считать тему диссертации актуальной и соответствующей специальности радиофизика – 01.04.03.

Объектом исследования являются системы с двумя взаимодействующими попутными электронными потоками.

Предметом исследования являются волновые и колебательные процессы, протекающие в системах с двумя взаимодействующими электронными потоками, а также возможные режимы взаимодействия двух потоков.

Цель диссертационной работы

Цель диссертации состоит в создании аналитической теории волновых и колебательных процессов (как линейной, так и нелинейной) в предварительно модулированных взаимодействующих электронных потоках, движущихся в попутном направлении.

Достижение поставленной цели обеспечено выполнением следующих **задач**:

1. Построение последовательной линейной теории взаимодействия двух предварительно модулированных попутных электронных потоков в рамках метода связанных волн с целью получения корректной физической трактовки явления двухпотоковой неустойчивости.
2. Анализ возможных режимов взаимодействия электронных потоков между собой и с полем бегущей электромагнитной волны внутри и вне областей неустойчивости.
3. Построение приближенной нелинейной теории двухпотоковой неустойчивости в рамках волнового метода Солнцева.
4. Построение на основе приближенной нелинейной теории двухпотоковой неустойчивости приближенной нелинейной теории взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной.

Положения и основные результаты, выносимые на защиту

1) В рамках развитой на основе метода связанных волн (в терминах взаимодействия волн пространственного заряда) последовательной теории двухпотоковой неустойчивости модель двух попутных взаимодействующих электронных потоков демонстрирует все виды индуцированного излучения, имеющие место в приборах типа О: излучение за счет аномального эффекта Доплера (модель двухволнового взаимодействия), Черенковское излучение и интерференционное усиление (модель трехволнового и четырехволнового взаимодействия).

2) В приближении линейной одномерной модели в системе двух взаимодействующих попутных, предварительно модулированных, разноскоростных, ионно-скомпенсированных электронных потоков при значениях параметров системы, соответствующих отсутствию двухпотоковой неустойчивости (при значении параметра неоднородности $\chi > \sqrt{2}$) имеет место режим усиления, увеличение мощности входного сигнала в котором достигается за счет интерференции четырех парциальных волн постоянной амплитуды.

3) В приближении линейной одномерной модели в системе «два взаимодействующих электронных потока – бегущая электромагнитная волна» при значениях параметров, соответствующих случаю отсутствия в решении нарастающих парциальных волн, существует режим усиления, в котором увеличение мощности выходного сигнала осуществляется вне области неустойчивости за счет интерференции пяти парциальных волн постоянной амплитуды.

4) В нелинейной модели добавление к системе «электронный поток – бегущая электромагнитная волна» второго электронного потока позволяет увеличить ширину частотной области конвективной неустойчивости, а также повысить коэффициент усиления вне области неустойчивости по сравнению с однолучевой моделью за счет интерференционно-крестатронного взаимодействия.

Научная новизна

1) Впервые в терминах взаимодействия волн пространственного заряда построена последовательная линейная теория процессов, протекающих при взаимодействии двух разноскоростных попутных электронных потоков. Проведенный анализ двух-, трех- и четырехволнового взаимодействия волн пространственного заряда показывает, что в основе механизма излучения в двухпотоковой системе лежат эффект Вавилова-Черенкова и аномальный эффект Доплера.

2) Впервые аналитически в трехволновом приближении на основе метода дисперсионных характеристик и метода связанных волн показана прямая аналогия между процессом взаимодействия двух попутных электронных потоков и процессом взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной.

3) Обоснован и предложен новый режим усиления электронно-волновой лампы, названный интерференционным. В данном режиме работы усиление

достигается не за счет явления двухпотоковой неустойчивости, а благодаря интерференции четырех парциальных волн постоянной амплитуды.

4) Обоснован и предложен новый интерференционно-крестатронный режим усиления лампы бегущей волны с двумя электронными потоками, в котором усиление достигается за счет интерференции пяти парциальных волн постоянной амплитуды.

5) На основе нелинейной теории группировки электронного потока конечного радиуса в собственном поле пространственного заряда и волнового метода построена приближенная полуаналитическая теория взаимодействия двух попутных разноскоростных электронных потоков. Также на её основе построена приближенная нелинейная теория взаимодействия двух попутных электронных потоков с бегущей электромагнитной волной. В рамках этой теории проанализированы новые режимы усиления в системе «два электронных потока – электромагнитная волна», проведены расчеты выходных характеристик.

Методология и методы исследования

При анализе колебательных и волновых процессов взаимодействия в исследуемых системах «два предварительно модулированных взаимодействующих попутных электронных потока» и «два электронных потока – электромагнитная волна» применяются традиционные для радиофизики и СВЧ электроники метод связанных волн и метод дисперсионного уравнения. В линейной теории в качестве основной теоретической модели используется гидродинамическая модель одномерного бесконечно широкого ионно-скомпенсированного электронного потока.

При анализе нелинейных колебательных и волновых процессов во взаимодействующих электронных потоках применяется классический для СВЧ электроники волновой метод наряду с дисковой моделью электронного пучка.

Научно-практическая значимость

Построенная аналитическая теория систем с двумя взаимодействующими электронными потоками, её математический аппарат и её результаты рекомендуются к использованию в конструкторской деятельности на начальном этапе моделирования для расчета выходных параметров приборов О-типа с двумя потоками. Предлагаемая модель электронно-волнового усилителя представляет интерес в

коротковолновой части СВЧ диапазона. Результаты диссертации рекомендуются к использованию в лекционных курсах, читаемых студентам-радиофизикам, в частности в курсах «Физика микроволн», «Электроника СВЧ и телекоммуникационные технологии», «Нелинейная динамика активных сред» и «Динамическое моделирование и диагностика».

Достоверность полученных результатов определяется следующим:

1. Используются традиционные для радиофизики и электроники СВЧ методы исследования процессов взаимодействия электронных потоков и электромагнитной волны: метод дисперсионного уравнения, метод связанных волн и волновой метод.

2. Результаты теории взаимодействия двух потоков в терминах взаимодействия связанных волн пространственного заряда согласуются с уже известными результатами линейной теории двухпоточковой неустойчивости в областях применимости обеих теорий.

3. Результаты построенной полуаналитической нелинейной теории взаимодействия двух электронных потоков согласуются с уже известными результатами более ранних работ исследователей в этой области.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, докладывались на следующих школах, семинарах и конференциях:

- Научная школа-конференция «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2010» (Саратов, 2010),
- XIII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» (Звенигород, 2011),
- VI научная конференция молодых ученых «Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика» (Саратов, 2011),
- 5-я Всероссийская молодежная конференция «Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики» (Москва, 2011),
- XIII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» (Звенигород, 2012),
- XIV Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» (Можайск, 2013),
- «Всероссийская научная конференция «Проблемы СВЧ электроники» (Москва, 2013),

- XIV Всероссийская научная школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» (Можайск, 2014),
- XV Всероссийская научная школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени профессора А.П. Сухорукова (Можайск, 2016),
- 11-я Международная школа «Хаотические колебания и образование структур» (Саратов, 2016),
- XVI Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова (Можайск, 2017),
- Научно-техническая конференция «Электронные приборы и устройства СВЧ» (Б/О «Луч», АО «НПП «Алмаз», 2017),
- XVII Международная Зимняя школа-семинар по радиофизике и электронике сверхвысоких частот (Саратов, 2018),
- XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова (Можайск, 2019),
- на объединенных научных семинарах кафедр факультета нелинейных процессов СГУ (Саратов, июнь 2017, апрель 2018, сентябрь 2020).

Материалы диссертации использовались при выполнении научно-исследовательских работ по грантам Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты № 13-02-01209-а, № 16-02-00238-а, 16-32-00468-мол_а, 18-02-00666-а).

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 15 работ, из них 5 статей в реферируемых научных журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук и индексируемых в международных реферативных базах данных и системах цитирования Web of Science и/или Scopus, 1 статья в материалах V Всероссийского конкурса молодых ученых, 9 статей в сборниках трудов научных конференций и семинаров.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты, включенные в диссертацию, получены лично соискателем. Соискателем были разработаны аналитические модели двух-, трех- и четырехволнового взаимодействия попутных электронных потоков, модель интерференционного взаимодействия двух потоков. Также им были разработаны нелинейные модели взаимодействия двух электронных потоков между собой и с полем бегущей электромагнитной волны. Постановка задач, обсуждение методов их решения и интерпретация полученных результатов проведены совместно с научным руководителем.

Структура диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 142 страницы, из которых 129 страниц основного текста, включая 2 таблицы и 86 иллюстраций. Список литературы состоит из 107 наименований на 10 страницах.

Глава 1 Двухпоточковая неустойчивость – волновые линейные и нелинейные явления на сверхвысоких частотах

1.1 Двухпучковая неустойчивость в сверхвысокочастотной электронике

Данная глава представляет собой обзор работ, посвященный явлению двухпучковой неустойчивости в электронике сверхвысоких частот. Целью обзора является освещение по возможности наиболее полного списка существующих на сегодняшний день трудов, посвященных различным моделям и методам анализа двухпучковой неустойчивости.

Классическим примером систем, способных демонстрировать как абсолютную, так и конвективную неустойчивость, стали двухпоточковые системы (см., например, [11, 12]). В теории динамических систем это явление было названо двухпоточковой или двухпучковой неустойчивостью.

В самом начале определение типа неустойчивости в системе представляло собой достаточно трудную задачу, поскольку для этого отсутствовали однозначные критерии. Это обстоятельство нередко становилось причиной споров относительно правильной трактовки результатов исследования. Так, к примеру, в середине прошлого века разгорелся спор относительно правильной интерпретации решения дисперсионного уравнения для двухпоточковой системы. Он был начат Пидингтоном в работе [13], однако, позже споры были прекращены. Значительную роль здесь сыграло получение и точное доказательство критериев определения типа неустойчивости (см., например [14, 15]). В обзоре [14] приведены основные критерии определения типов неустойчивости в таких системах. В частности, были рассмотрены неустойчивости двухлучевой лампы, являющейся электронным воплощением двухпоточковой системы.

В данном обзоре сделан акцент на взаимодействие двух электронных пучков. Однако при описании явления двухпучковой неустойчивости невозможно не упомянуть, что значительный вклад в развитие теории взаимодействия электронных пучков внесли работы, касающиеся вопросов взаимодействия электронных пучков с плазмой.

После создания в середине 40-х годов Р. Компфнером лампы бегущей волны была открыта эпоха приборов с длительным взаимодействием. Различными научными группами велись работы по улучшению выходных характеристик ЛБВ. Также делались попытки создания более мощных приборов подобного типа, однако в этом случае возникали трудности, связанные с перегревом и выходом из строя замедляющих систем. На этом фоне было предложено заменить замедляющую систему вторым электронным пучком, особенно при переходе в короткую часть диапазона СВЧ. Теоретически это позволяло отказаться от технологически сложного процесса создания замедляющей системы и повысить общую мощность. И хотя основные принципы, лежащие в основе нового прибора, ранее уже использовались для описания взаимодействия электронного пучка с плазмой, конструктивно он был значительно проще своего плазменного «родственника».

Достаточно сложно судить, кто первым предложил использовать два электронных пучка для усиления сигналов. И все же первой вышла работа Л. Ниргаарда [16], содержащая последовательный теоретический линейный анализ системы, состоящей из двух взаимодействующих электронных пучков. За основу была взята гидродинамическая модель электронного пучка. Потoki полагались бесконечно широкими, идеально перемешанными и строго моноскоростными. Линеаризованная исходная система уравнений состояла из двух уравнений движения для пучков, двух уравнений непрерывности и уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} + v_{01,02} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} = \eta E, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} + \rho_{01,02} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} + v_{01,02} \frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{\epsilon_0}, \quad (1.3)$$

здесь $v_{1,2}$ – переменные высокочастотные составляющие скоростей пучков, $v_{01,02}$ – постоянные составляющие скоростей пучков, $\rho_{1,2}$ – переменные составляющие плотностей пучков, $\rho_{01,02}$ – постоянные составляющие плотностей пучков, E –

напряженность продольного высокочастотного электрического поля пространственного заряда, η – удельный заряд электрона, ε_0 – универсальная электрическая постоянная.

После предположения, что все переменные величины изменяются пропорционально $e^{j(\omega t - \beta x)}$, записывалась новая система из пяти алгебраических уравнений. Из условия наличия совместного решения этой системы уравнений было получено впоследствии широко известное дисперсионное уравнение,

$$\frac{\omega_{p1}^2}{(\omega - \beta v_{01})^2} + \frac{\omega_{p2}^2}{(\omega - \beta v_{02})^2} = 1, \quad (1.4)$$

здесь $\omega_{p1}^2 = \frac{\eta \rho_{01}}{\varepsilon_0}$, $\omega_{p2}^2 = \frac{\eta \rho_{02}}{\varepsilon_0}$ – квадраты плазменных частот пучков, ω – частота сигнала, β – постоянная распространения.

Значительную часть работы Ниргаарда занимает нахождение аналитического решения полученного уравнения четвертой степени. Результатом этого анализа явился колоссальный коэффициент усиления входного сигнала 120 дБ на частоте 3 ГГц при длине системы 30 см. Разумеется, автор отметил, что такие результаты могут соответствовать лишь сильно идеализированной модели, которая физически не может быть реализована. Однако он надеялся, что усовершенствования модели, приближающие ее к реальной системе, не заставят себя долго ждать.

Одной из них являлась работа А. Гаева [17]. В работе также присутствует линейная теория усилителя с двумя пучками, схожая с той, что была опубликована Ниргаардом. Однако Гаев использовал приближенное решение дисперсионного уравнения (1.4). Можно ввести среднюю скорость пучков и разность скоростей следующим образом:

$$v = \frac{v_{01} + v_{02}}{2}, \quad (1.5)$$

$$\delta = \frac{v_{01} - v_{02}}{2}, \quad (1.6)$$

при этом $v_{01} \neq v_{02}$, $v_{01} = v + \delta$, $v_{02} = v - \delta$.

Если теперь положить $\beta = \frac{\omega}{v} + \gamma$, подставить в исходное дисперсионное уравнение и пренебречь слагаемым $\gamma\delta \rightarrow 0$, что соответствует малому различию невозмущенных скоростей пучков, то можно получить новое уравнение вида:

$$\frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} + \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} - \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} = 1, \quad (1.7)$$

или

$$\frac{1}{(\chi + \xi)^2} + \frac{1}{(\chi - \xi)^2} = 1, \quad (1.8)$$

здесь $\chi = \frac{\omega\delta}{\omega_p v}$ – параметр неоднородности, $\xi = \frac{\gamma v}{\omega_p}$.

Уравнение (8) является биквадратным. Легко видеть, что для возникновения неустойчивости в системе из двух пучков, хотя бы один из корней должен иметь мнимую положительную часть. Это условие достигается при $0 < \chi < \sqrt{2}$. В этом случае в пространстве системы будут распространяться четыре волны: одна нарастающая, одна затухающая и две постоянной амплитуды. Также легко получить, что максимально быстрое нарастание амплитуды тока достигается при $\chi \approx 0.73$.

Помимо построенной теории в своей работе Гаев также привел результаты первого экспериментального исследования двухлучевого прибора, названного им электронно-волновой лампой (ЭВЛ). Схема прибора приведена на рисунке 1. Электронные пучки в ЭВЛ формировались двумя близко расположенными спиральными катодами и параллельно друг другу влетали в пространство взаимодействия. На входе и на выходе из пространства взаимодействия располагались короткие отрезки спирали, служащие вводом и выводом энергии. В ходе этого эксперимента при суммарном токе 15 мА на частоте 3 ГГц был получен коэффициент усиления 46 дБ.

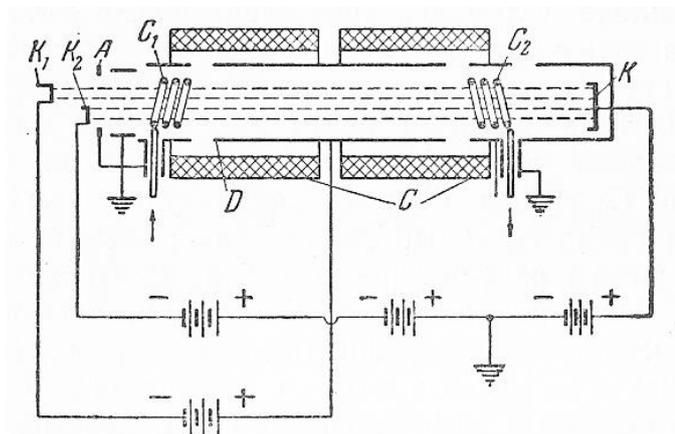


Рисунок 1 – Схема электронно-волновой лампы: $K_{1,2}$ – катоды, А – ускоряющий анод, $C_{1,2}$ – входная и выходная спирали, С – фокусирующие соленоиды, D – проводящая труба, Л – коллектор [17].

Практически одновременно с Ниргаардом и Гаевым похожие теоретические исследования проводили Пирс и Хебенстрейт [18]. В примечании к своей работе авторы отметили, что во время подготовки их статьи им стало известно о внезапном выходе статьи Гаева, посвященной результатам засекреченной до того момента работе и содержащей похожий анализ двухпучковой системы. Однако Пирс с соавтором впервые рассмотрели модель цилиндрических пучков. Такой анализ помог их коллеге Б. Холленбергу провести экспериментальное исследование прибора, ранее названного ими «двухлучевой усилитель» [19].

Позже в работе [20] Пирс более подробно рассмотрел двухлучевой усилитель с двумя концентрическими трубчатыми пучками, в котором для ввода и вывода энергии использовались резонаторы. Также им был проведен численный расчет коэффициента усиления для широкого набора параметров пучков, включая случаи, когда скорость одного из пучков мала или равна нулю [21].

1.2 Пучки с непрерывной функцией распределения заряженных частиц по скоростям

В Советском Союзе заниматься двухлучевыми приборами начали несколько позже. Пожалуй, первыми работами, посвященными данной теме стали работы Лопухина [1, 22]. В них была описана одномерная линейная теория электронно-волновой лампы, в рамках которой автор привел вывод дисперсионного уравнения для

такой системы, опираясь на теорию Власова [23]. Также в них был дан краткий обзор имеющихся на тот момент научных результатов. Вывод кинетического уравнения для данной задачи позже был приведен в книге Вайнштейна и Солнцева [24].

Учет теплового разброса применительно к системе из двух электронных потоков был впервые представлен в работе Бергнера [25]. В ней автор получил дисперсионное соотношение с учетом теплового движения электронов и аналитически показал, что для возникновения двухпотоковой неустойчивости значение средней тепловой скорости электронов должно быть много меньше модуля разности средних скоростей взаимодействующих пучков. Позже к похожему выводу пришла М.И. Родак [26]. В своей работе она рассмотрела двухлучевой усилитель, причем в качестве функции распределения была взята двугорбая функция, близкая по характеру к максвелловской. Было показано, что тепловой разброс электронов в двухлучевом усилителе уменьшает диапазон усиливаемых частот, снижая их верхнюю границу, а также уменьшает коэффициент усиления. Достаточно большой тепловой разброс может привести к прекращению усиления. Таким образом, для усиления необходимы четко выраженные пики в равновесной функции распределения электронов по скоростям.

1.3 Физика процессов взаимодействия

К концу 50-х годов теоретические и экспериментальные исследования давали достаточно полное описание основных принципов двухлучевого усиления. Однако по-прежнему не хватало физической трактовки данного явления. Многие авторы предпринимали попытки построить общую картину процессов, приводящих к неустойчивости двух электронных пучков, но зачастую, ограничивались лишь поверхностным рассмотрением. К примеру, подобные описания можно найти у Чена [27], Кролла и Трайвелписа [28], а также у Стикса [29] и Варнеке [30]. Однако, наиболее полной, на наш взгляд, является трактовка А.С. Тагера и М.Б. Голанта [31]. В своей работе авторы впервые провели сравнение механизмов работы электронно-волновой лампы с ЛБВ и параметрическим усилителем. Остановимся на ней подробнее.

Уже говорилось, что процессы возникновения неустойчивости в двухпоточковой системе имеют много общего с аналогичными процессами в ЛБВ. В Главе 2 будет показана справедливость подобной аналогии с точки зрения механизма связанных волн. В качестве взаимодействующих волн будут рассматриваться волны пространственного заряда в двух электронных пучках. Подобный подход упоминается, к примеру, в книге Дж. Лоусона [32]. При этом известно, что зачастую, при определенных условиях возможен учет взаимодействия только двух волн (см., например, [33]).

1.4. Нелинейные явления в системе двух взаимодействующих электронных потоков

Первой работой по нелинейному описанию процессов в электронно-волновой лампе стала работа Г.Ф. Филимонова [8]. В ней автор рассмотрел взаимодействие двух электронных однокоростных потоков, в каждом из которых электроны на входе лампы имеют определенную скорость, плотность и заданное распределение по сечению пучка. Тепловой разброс и поперечное движение электронов не учитывались. Для построения теории был использован метод, ранее широко применявшийся в нелинейной теории ЛБВ. Автором, в первую очередь, был предложен вид функции взаимодействия различных сечений пучка ограниченного диаметра, что позволило рассчитать поле пространственного заряда в такой системе. После этого были записаны нелинейные уравнения движения для многолучевой лампы. Полученная система интегро-дифференциальных уравнений могла быть решена аналитически только в приближении слабых возмущений. На основе этой системы автором было проведено исследование законов сохранения и, впоследствии, произведен численный расчет ЭВЛ [9]. Результатом расчета стало нахождение предельного КПД прибора, который достигает 60-65%. Помимо прочего, при учете нелинейности автор получил значительно большее усиление на единицу длины по сравнению со значениями, предсказанными линейной теорией.

В то же время, за границей также проводились работы по нелинейной теории двухпоточковой неустойчивости. Одно из первых нелинейных описаний двух

взаимодействующих электронных пучков встречается в работе Т. Мирана [34]. Изначально его интерес к двухпотоковой модели возник в результате исследования нелинейных явлений внутри пучка с непрерывным распределением электронов по скоростям. Для анализа такой системы им была предложена дисковая модель электронного пучка [35, 36]. При этом электронный пучок с непрерывным распределением был заменен на восемь моноскоростных пучков. В результате численного эксперимента наблюдался сильный нелинейный эффект, выражающийся в обгоне одних электронов другими при неожиданно низких уровнях сигнала. Для того чтобы прояснить картину происходящего, Миран упростил многолучевую модель до двухлучевой.

Интересный численный эксперимент был проведен Дж. Буснардо-Нито и Дж. Роу [37]. В своей работе они рассмотрели аксиально-симметричную систему, состоящую из двух попутных цилиндрических перемешанных электронных пучков конечного диаметра внутри проводящей трубы в одномерном и двумерном случаях. Как и Миран, авторы [37] показали наличие нелинейного ограничения неустойчивости, связанного с захватом. В случае скоростной модуляции в самом начале наблюдался большой рост амплитуд полей и токов за счет механизма клистронной группировки, и только после этого начинал преобладать двухлучевой механизм усиления.

Увеличив глубину модуляции, можно было получить такой режим, при котором преобладание двухпотоковой неустойчивости наступало при слишком больших значениях амплитуд полей и токов, и это приводило к разрушению области экспоненциального роста за счет возникающих нелинейностей. При начальной модуляции по плотности подобной картины не наблюдалось, поскольку в этом случае происходила постепенная разгруппировка электронных сгустков. Конечным результатом является тот факт, что при модуляции по плотности насыщение происходит позже, но при тех же значениях напряженности поля и тока, что и при модуляции по скорости. И это с учетом того, что при скоростной модуляции с самого начала возбуждается только одна гармоника, в то время как при модуляции по плотности возбуждались сразу несколько гармоник.

Схожие результаты были получены при численном моделировании в работе П. Филлипса и других [38]. В ней также было показано, что ограничение неустойчивости возникает за счет теплового уравнивания пучков. Следует отметить, что схожие задачи для «пучок–плазма» в разное время рассматривались О. Бунеманом [39], Дж. Доусоном [40], Дж. Фридбергом [41] и К. Робертсом [42].

В Советском Союзе подобные задачи рассматривались, но не с точки зрения компьютерного моделирования. В работе Б.Н. Руткевича [43] было проведено исследование неустойчивости в двухпотоковой плазме, в частности, при взаимодействии двух встречных электронных потоков. Исследуемая в работе система представляла собой два электронных потока в тонком слое, движущихся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. За счет малой толщины слоя делалось предположение о независимости колебаний от поперечной координаты. На основании методов, использованных ранее в работах [44] и [45], авторы получили дисперсионное уравнение для данной системы. Также был проведен анализ стационарных решений, получено уравнение для нестационарных волн, а также аналитическая формула зависимости амплитуды стационарной волны от времени. Таким образом, был проведен анализ процессов развития неустойчивости с последующим ограничением.

1.5. Применение двухпотоковой неустойчивости в СВЧ приборах различных типов

Рассмотрим некоторые примеры использования систем с двумя взаимодействующими электронными пучками. В первую очередь уделим внимание отечественным работам, посвященным экспериментальному исследованию двухлучевых приборов.

В работе [46] Г.А. Бернашевский с соавторами первыми в нашей стране провел экспериментальное исследование двухлучевого усилителя в метровом и дециметровом диапазоне длин волн. Эксперименты производились на различных макетах с различными типами пучков и способами их смешения. В частности, была экспериментально подтверждена теоретическая зависимость коэффициента усиления

от расстояния между двумя ленточными пучками. Максимальный коэффициент усиления в этом случае достиг 40 дБ на частотах 100–200 МГц.

Также была сконструирована электронная пушка с магнитной фокусировкой, создающая хорошо перемешанный двухскоростной электронный пучок. В этом случае один электронный пучок вводился в другой пучок сквозь отверстия в катоде. Такой способ смешения позволил получить 60–70 дБ усиления при токе лучей 2–4 мА. Данная работа впоследствии часто упоминалась и зарубежными исследователями, поскольку содержала принципиально новые экспериментальные данные по созданию двухлучевых электронных пушек. Впоследствии ряд работ был посвящён влиянию структуры двухлучевого пучка (см., например, [47]) на коэффициент усиления.

В работе В.И. Канавца, Г.А. Кузьминой и В.М. Лопухина [48] была рассмотрена ЭВЛ с резонаторным входом и выходом. Для такой лампы была проведена оценка фактора шума в предположении, что катод эмитирует электроны в температурно-ограниченном режиме, а на вход пространства дрейфа поступает полный некоррелированный дробовой шум. Было показано, что в режиме усиления, когда параметр неоднородности близок к 0.8, фактор шума двухлучевой лампы при возбуждении ее полным дробовым шумом, как по току, так и по скоростям, имеет порядок 60–70 дБ. В работе Лопухина, Рошалья и Кузьминой приведена линейная теория двухлучевых модификаций ЛБВ и ЛОВ [49].

Идея использования двухпоточковой неустойчивости в СВЧ устройствах нашла свое применение и в приборах резонансного типа. Одно из первых описаний взаимодействия двух электронных пучков с полем резонатора впервые встречается в работе Д. Дана и Дж. Сэкмана, посвященной, фактически, двухлучевому монотронну [50]. В результате теоретического и экспериментального исследования авторы пришли к интересным выводам. Оказалось, что в диапазоне углов пролета 5π отрицательная нагруженная проводимость пучка примерно равна сумме отрицательных нагруженных проводимостей каждого пучка по отдельности. Это означало, что в данном диапазоне углов пролета, т.е. в котором может работать монотрон, нельзя получить какого-либо значительного увеличения отрицательной

проводимости за счет нарастающей волны, полученной с помощью двух пучков. Данное утверждение основывалось на одномерной теории системы с двумя полностью перемешанными пучками, и было подтверждено экспериментально в системе с двумя концентрическими, не перемешанными, но довольно близкими трубчатыми пучками.

Здесь следует сделать короткое отступление и упомянуть о системах усилителей с двумя взаимодействующими электронными пучками, в которых параметры подобраны таким образом, чтобы неустойчивость принудительно отсутствовала. Поясним сказанное.

Как известно, в простейшей линейной одномерной теории лампы бегущей волны итоговое решение представляет собой три волны, распространяющиеся в замедляющей системе вдоль пространства взаимодействия к коллекторному концу. Эти волны являются результатом решения дисперсионного уравнения третьей степени. Для обычного режима работы требуется наличие у дисперсионного уравнения двух комплексно-сопряженных корней и одного действительного корня. Таким образом, первая волна имеет постоянную амплитуду, вторая нарастает, а третья затухает. Именно неустойчивость, то есть неограниченное нарастание одной из парциальных волн, приводит к усилению (см., например [51]). Также хорошо известно, что помимо обычного режима работы ЛБВ еще существует режим, в котором усиление достигается за счет интерференции трех парциальных волн. Данный режим был назван крестатронным [52]. Впоследствии был предложен схожий режим работы и для двухпучковой системы. Усиление в нем достигалось за счет интерференции четырех парциальных волн. Впервые он упоминается в кратком сообщении В. Доу и Дж. Роу [53]. Впоследствии вышла работа В.М. Лопухина [54], посвященная усилителю на встречных пучках. В ней приводились результаты линейной теории и численного решения краевой задачи, из которых следовало, что помимо усиления за счет растущих собственных волн пространственного заряда, имеет место режим усиления за счет биений волн постоянной амплитуды. Более подробно данный режим интерференционного усиления будет рассмотрен в Главе 3.

Также упомянем об исследовании двухпучковой неустойчивости в релятивистских клистронах. В работе Ч. Чена и др. [55] предложен вариант двухлучевого релятивистского клистрона-усилителя, в котором взаимодействие медленной волны пространственного заряда быстрого электронного пучка с быстрой волной пространственного заряда медленного электронного пучка приводит к усилению модулирующего сигнала, причем модуляция возникает за счет биений быстрой и медленной волны пространственного заряда. За основу был взят многорезонаторный релятивистский клистрон, однако, в данной схеме входной и выходной резонаторы связаны гладкой трубкой без промежуточных пассивных резонаторов. Таким образом, входной и выходной резонаторы функционируют так же, как в двухрезонаторном пролетном клистроне. Согласно авторам, данная конструкция клистрона позволяет избавиться от ряда нежелательных эффектов, возникающих при работе многорезонаторного релятивистского клистрона-усилителя. А именно, за счет исключения промежуточных резонаторов исчезают возможности самовозбуждения лампы и высокочастотного пробоя промежуточных резонаторов. Также предполагается, что в отличие от классической электронно-волновой лампы с низким КПД, обусловленным низкоэффективными спиральными входом и выходом, двухлучевой клистрон с резонаторными вводом и выводом энергии будет иметь КПД, сравнимый с КПД обычного многорезонаторного клистрона.

Авторами был произведен аналитический расчет предельного тока в такой лампе, а также было проведено моделирование прибора методом частиц в ячейке. Расчеты показали, что на частоте 3.375 ГГц, токах пучков 5 кА и 1 кА усиление может достигать значения 30 дБ/м.

Среди исследований двухпотоковой неустойчивости в релятивистских электронных пучках стоит упомянуть работу Х. Ума [56]. В ней автор привел последовательную линейную теорию двухлучевой неустойчивости для случая взаимодействия двух полых релятивистских пучков, движущихся в проводящей трубке. Автор исследовал данную модель для анализа возможности повышения степени группировки пучков в двухлучевом релятивистском клистроне. В рамках теории был

проведен анализ продольной и поперечной неустойчивости, также были получены дисперсионные соотношения для этих случаев.

Интересным примером применения двухпучковой неустойчивости стала работа Д.И. Трубецкова и С.В. Подина [57]. В ней авторами изложена теория пускового режима оротрона с двухскоростным электронным потоком в приближении больших пространственных зарядов. Главным элементом оротрона является открытый резонатор, состоящий из вогнутого сферического зеркала и плоского зеркала с нанесенной на него периодической структурой типа «гребенка». Механизм генерации основан на излучении Смита-Парселла, возникающем при пролете электронов вблизи периодической структуры. Предполагается, что потоки являются строго моноскоростными, бесконечно широкими и идеально перемешанными. В пучках учитывается взаимодействие только одной пары волн пространственного заряда – быстрой волны одного пучка и медленной волны другого.

На основе метода связанных волн был проведен расчет мощности взаимодействия электронных пучков с полем резонатора и пусковых токов. Этот расчет показал, что использование двухскоростного электронного потока вместо односкоростного с тем же суммарным током приводит к снижению пусковой добротности резонатора.

Помимо исследования явления двухпучковой неустойчивости на основе взаимодействия волн пространственного заряда в электронных пучках существовало еще одно направление, возникшее при исследовании двухпотокового взаимодействия двух электронных пучков в конечном продольном магнитном поле. Первой в этом направлении стала работа Б. Вьюрала [58]. Он показал, что не только взаимодействие волн пространственного заряда, но и взаимодействие циклотронной волны с волной пространственного заряда, а также взаимодействие циклотронных волн различных пучков может привести к экспоненциальному нарастанию сигнала вдоль пространства взаимодействия. В отличие от плазменной частоты пучка, ограниченной эффектами пространственного заряда, циклотронная частота может с легкостью изменяться внешним магнитным полем с целью перекрытия всего диапазона СВЧ. Рассмотренная система состояла из двух цилиндрических, идеально

перемешанных нерелятивистских электронных пучков конечного радиуса, находящихся в конечном магнитном поле. В работе было получено дисперсионное соотношение для данной модели. Автор отметил, что для лучшего понимания процессов взаимодействия различных типов волн в подобной системе удобно использовать метод связанных волн. Также в своей работе Вьюрал впервые собрал воедино данные о всевозможных вариантах взаимодействия различных волн в двухпоточковых системах с магнитным полем с указанием приборов, принцип работы которых основан на соответствующем типе взаимодействия.

Позднее было проведено экспериментальное исследование двухлучевого циклотронного усилителя [59]. В эксперименте на основе взаимодействия быстрой циклотронной волны медленного пучка с медленной волной пространственного заряда быстрого пучка было получено усиление 10 дБ. Также при взаимодействии быстрой волны пространственного заряда медленного пучка и медленной волны пространственного заряда быстрого пучка было получено усиление 17 дБ. В конце работы автор отметил, что достижимый коэффициент усиления прямо пропорционален плотностям пучков, то есть зависит от плазменной частоты.

Использование взаимодействия циклотронных волн привело к созданию теории нового типа источника миллиметрового излучения – двухлучевого циклотронного мазера. В работе [60] Дж. Бекефи в линейном приближении показал, что взаимодействие медленной циклотронной волны одного пучка с быстрой циклотронной волной второго пучка приводит к высокочастотной группировке. При этом желаемая рабочая частота прямо пропорциональна циклотронной частоте и обратно пропорциональна разнице скоростей пучков и может быть достигнута при небольших энергиях пучков и слабом продольном магнитном поле.

Также для случая двух пучков на основе полностью релятивистских уравнений Власова был произведен расчет усиления в двухлучевом мазере. Результатом стало усиление 80 дБ/м на частоте 50 ГГц для одного прибора и 68 дБ/м на частоте 150 ГГц для другого. Нелинейный анализ циклотронной двухлучевой неустойчивости был проведен позднее Ч. Ченом, Дж. Бекефи и В. Ха в работе [61]. Построена двумерная самосогласованная нелинейная модель, которая была использована для

исследования двухлучевой циклотронной неустойчивости в системе двух одинаково направленных слабoreлятивистских электронных пучков.

Интересным примером использования двухпучковой неустойчивости в приборах для получения индуцированного излучения стал двухлучевой лазер на свободных электронах, предложенный Дж. Бекефи и К. Якобсом [62].

Авторы предложили использовать явление двухпучковой неустойчивости как механизм для предварительной группировки электронных пучков, что в свою очередь повышает интенсивность выходного излучения. Идея была вызвана трудностями в создании устройств предварительной модуляции в субмиллиметровом диапазоне длин волн, аналогичных тем, которые используются на более низких частотах.

Построенная авторами теория дала удовлетворительные результаты в субмиллиметровом диапазоне длин волн. Такая модель лишена дополнительных источников излучения, используемых для предварительной модуляции, и отличается простотой конструкции. Более точная настройка относительных скоростей электронных пучков позволяет регулировать интенсивность генерируемого излучения. При этом увеличение интенсивности излучения вдоль пространства практически не зависит от наличия двухпотоковой неустойчивости. То есть, как уже упоминалось, механизм двухпотоковой неустойчивости в данном конкретном случае приводит только к предварительной модуляции, но при этом не дает преимущества в выходной мощности.

Помимо непрерывного взаимодействия электронных пучков, следует рассмотреть случаи их дискретного взаимодействия. Это становится возможным, к примеру, когда пространство между пучками разделено металлическим экраном с отверстиями. В Советском Союзе подобная схема была рассмотрена в работах [63, 64]. В этом случае воздействие пучков друг на друга оказывается периодическим. В работе [65] впервые было учтено влияние несинхронных гармоник тока. В настоящее время интерес к системам с дискретным взаимодействием двух пучков достаточно высок. Об этом свидетельствуют недавно вышедшие работы

зарубежных исследователей, нацеленные на освоение коротковолновой части СВЧ диапазона, которые приведены далее.

В следующем подразделе собраны наиболее современные и актуальные работы, посвященные двухпоточковой неустойчивости в электронике СВЧ, которые подтверждают наличие вновь растущего интереса исследователей со всего мира к данной тематике.

1.6 Современные работы

В первую очередь следует упомянуть работы научной группы из университета Нью-Мехико. Среди них наиболее полной является диссертационная работа Т. Свимонишвили [66]. В ней наиболее подробно описывается устройство, также упоминавшееся ранее в работах [67, 68] и [69]. Устройство представляет собой систему из двух параллельных сферических зеркал (см. рисунок 2), одно из которых полупрозрачно, образующих своеобразный открытый резонатор. Два электронных пучка с помощью отклоняющих систем вводятся в область между зеркалами, затем взаимодействуют и после выводятся из области взаимодействия. В результате в резонаторе накапливается энергия, которая впоследствии выводится через полупрозрачное зеркало.

Согласно полученным в [66] результатам, подобное устройство может генерировать до 100 Вт на частоте 1 ТГц, при этом иметь линейный размер порядка 1 м. Сама работа в основном посвящена двумерному моделированию процесса взаимодействия двух попутных электронных потоков конечного радиуса. К сожалению, в ней нет подробного расчета системы, приведенной в начале, а лишь показана перспективность двухлучевого взаимодействия для генерации излучения в терагерцовом диапазоне частот.

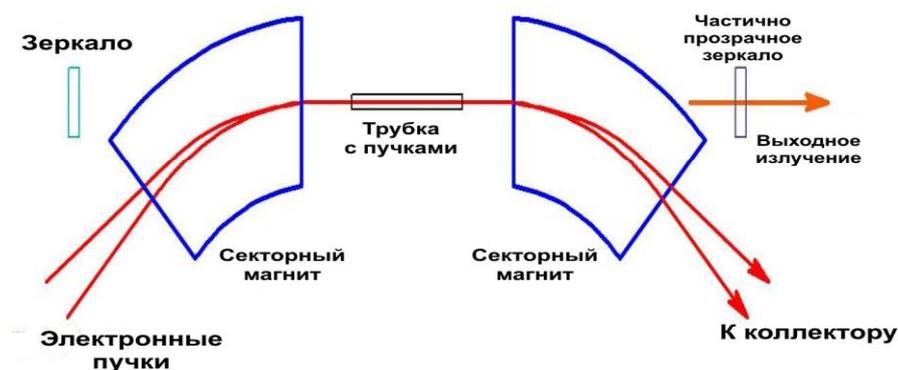


Рисунок 2 – Схема генератора на двух пучках [66].

В целом следует отметить, что интерес к двухпотоковой неустойчивости проявляют исследователи всего мира. В частности, в последнее время иранские ученые опубликовали несколько работ, посвященных численному моделированию двухпотоковых систем [70, 71], а также исследованию двухлучевого лазера на свободных электронах с плазменным фоном [72].

Продолжаются исследования двухлучевых ЛСЭ и в Украине. Например, в работе [73] изучается возможность получения с их помощью фемтосекундных волновых пакетов.

Схожие задачи рассматриваются и американскими исследователями. В работе [74] предложен новый способ получения сверхкоротких аттосекундных импульсов рентгеновского диапазона на основе двухпотоковой неустойчивости в релятивистских электронных пучках. Также для американских исследователей представляет интерес широкополосные источники терагерцового излучения на основе двухлучевых лазеров на свободных электронах [75].

В последнее время серьезные работы по исследованию двухпотоковой неустойчивости проводятся в Японии, Южной Корее и Китае. Об этом говорят появившиеся в последние годы монографии по численному моделированию неустойчивостей в электронных пучках [76, 77], а также ряд совместных работ исследователей из Китая, Японии и Южной Кореи, посвященных новым типам двухлучевых приборов. В них авторы утверждают, что ими предложены совершенно новые типы устройств.

Следует рассмотреть уже упомянутую ранее еще одну интересную работу членов этой же научной группы [7], посвященную моделированию системы, схема которой приведена на рисунке 3. Предложенная система состоит из цилиндра с нанесенной на внутреннюю поверхность замедляющей системой типа гребенка. Внутри цилиндра с различными скоростями распространяются два цилиндрических электронных пучка конечной толщины. В обычном случае данная структура обладает аномальной дисперсией, что позволяет использовать ее в качестве замедляющей системы для ЛОВ. Авторами было сделано предположение о возможности применения двух электронных пучков с целью улучшения выходных характеристик такого генератора за счет явления двухпоточковой неустойчивости. Рассмотрим систему подробнее.

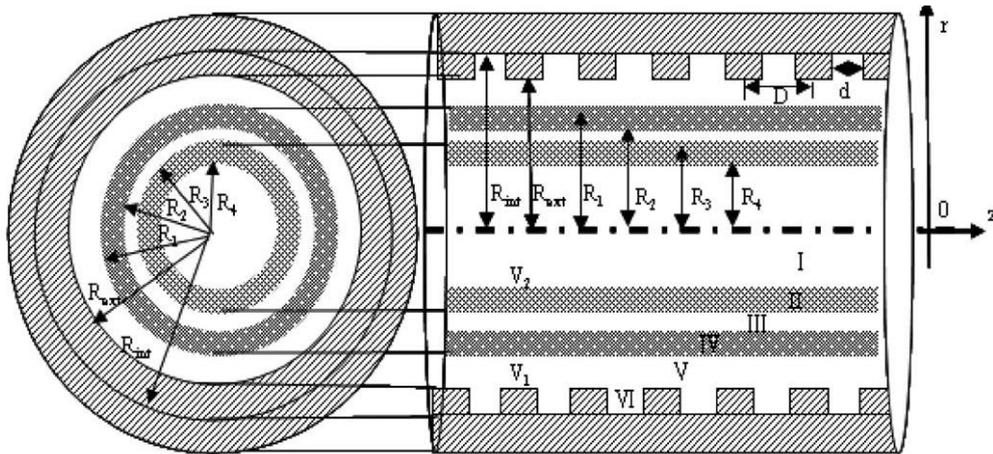


Рисунок 3 – Две проекции исследуемой системы [7].

Период гребенки равен D , расстояние между кольцами гребенки d . Концентрические пучки имеют толщину b и находятся на расстоянии $\Delta r = |R_2 - R_3|$, где R_2 – внутренний радиус первого и основного пучка, ток которого составляет 75% от общего тока. Радиус R_3 – это внешний радиус второго пучка, играющего роль возмущаемого пучка, чей ток составляет 25% от общего тока. Таким образом, пространство взаимодействия можно поделить на шесть областей следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{(I): } 0 \leq r < R_4 \\
 \text{(II): } R_4 \leq r < R_3 \\
 \text{(III): } R_3 \leq r < R_2 \\
 \text{(IV): } R_2 \leq r < R_1 \\
 \text{(V): } R_1 \leq r < R_{\text{ext}} \\
 \text{(VI): } R_{\text{ext}} \leq r \leq R_{\text{int}}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Итак, в данной системе предполагается, что пучки движутся в бесконечном продольном магнитном поле только в направлении z со скоростями v_1 и v_2 . Пучок, расположенный ближе к гребенке, принимается за первый, а пучок, расположенный ближе к центру, принимается за второй пучок. Таким образом, толщина первого пучка равна $d_1 = |R_1 - R_2|$, а толщина второго пучка равна $d_2 = |R_3 - R_4|$.

Авторы отмечают, что поведение двух электронных пучков в трубке удовлетворяет уравнениям Максвелла, уравнению Пуассона и уравнению непрерывности. Волновое уравнение для n -ой пространственной гармоники продольной компоненты электрического поля имеет вид:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \varepsilon_{L,n} \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_n^2 \right) \right] E_{zn}(r) = 0, \quad (1.10)$$

здесь индекс L соответствует номеру области, ω – круговая частота, c – скорость света, а $\varepsilon_{L,n}$ – диэлектрическая проницаемость, вид которой определяется для различных участков как:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{2,n} &= 1 - \frac{\omega_{p2}^2}{\gamma_2^3 (\omega - k_n v_2)^2}, \\
 \varepsilon_{4,n} &= 1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\gamma_1^3 (\omega - k_n v_1)^2}, \\
 \varepsilon_{1,n} &= \varepsilon_{3,n} = \varepsilon_{5,n} = 1,
 \end{aligned} \quad (1.11)$$

здесь $k_n = k_0 + \frac{2\pi n}{D}$ – продольное волновое число n -й гармоники,

$\gamma_i = 1 + \frac{eV_i}{m_0 c^2}$ ($i=1,2$) – релятивистский фактор первого и второго пучка, ω_{pi} –

плазменные частоты пучков. Поскольку период гребенки много меньше длины волны в свободном пространстве, поля в области VI удовлетворяют уравнениям Максвелла и могут быть представлены в виде стоячих TEM волн.

В ходе сложных преобразований, включающих описание полей в каждой области, авторы получили дисперсионное уравнение системы. Также был осуществлен переход к дисперсионным уравнениям для однолучевой системы и для «холодной» системы без пучков. Первым было проанализировано дисперсионное уравнение для «холодной системы». Были построены дисперсионные уравнения для различных значений радиусов гребенки при среднем ускоряющем напряжении 40 кВ. Для анализа авторами была выбрана одна из низших мод (см. рисунок 4), соответствующая частоте 33.4 ГГц.

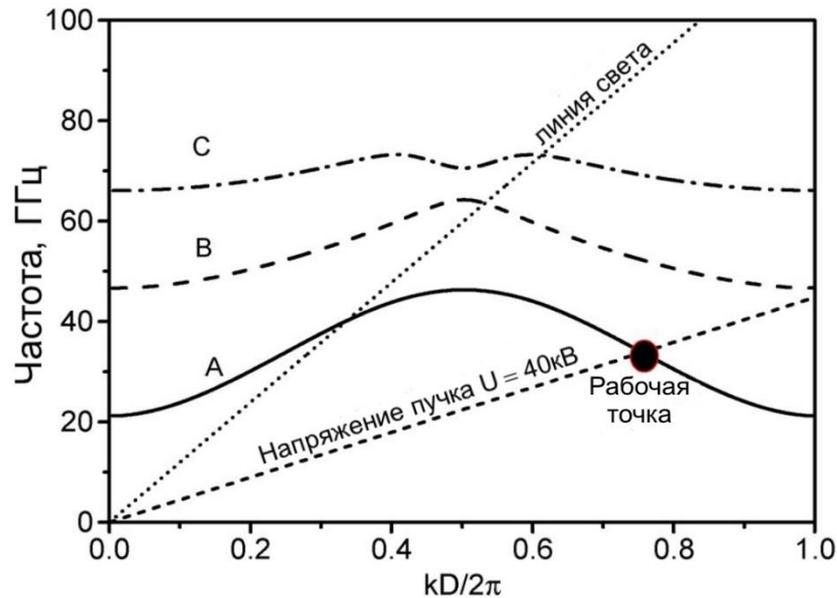


Рисунок 4 – Три низшие моды, полученные из дисперсионного уравнения (1.11) в работе [7].

На рисунке 5 показаны дисперсионные характеристики для низшей моды при различных радиусах гребенки. Видно, что по мере уменьшения радиуса значения рабочей частоты и частоты отсечки увеличиваются. Для случая наименьшего радиуса было проведено сравнение теоретической дисперсионной характеристики с характеристикой, полученной с помощью моделирования методом «частица в ячейке». Теоретическая модель показала хорошее совпадение с результатами моделирования (рисунок 6).

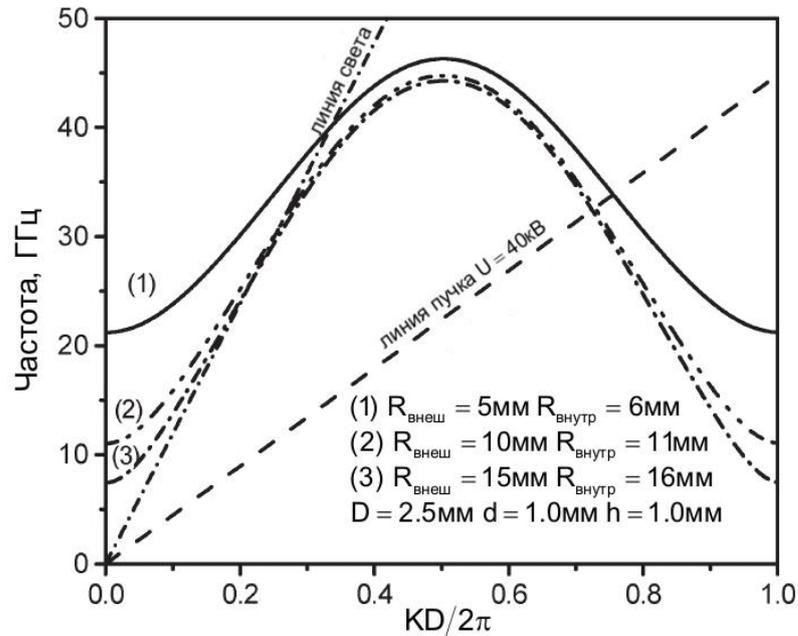


Рисунок 5 – Дисперсионные кривые при различных радиусах гребенки [7].

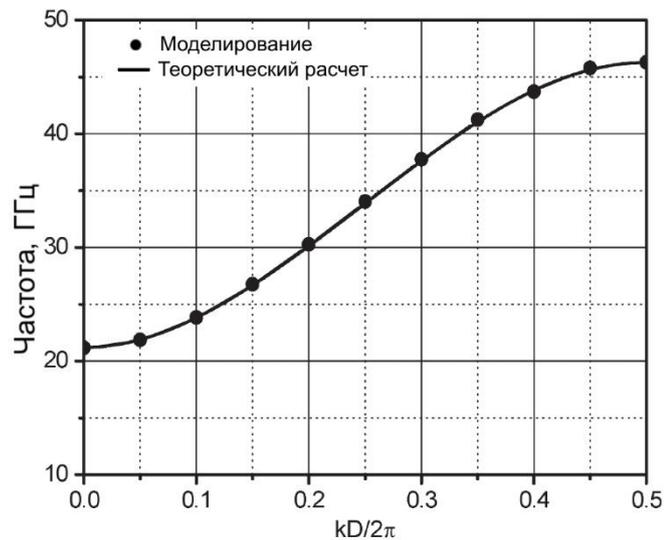


Рисунок 6 – Сравнение результатов моделирования и теоретического расчета [7].

Далее авторы провели анализ уже «горячей» системы, который состоял из двух частей. В первой части анализа предполагалось, что имеет место только один электронный пучок. Это соответствует ситуации, когда у пучков отсутствует разность скоростей, а между пучками отсутствует зазор. При этом общий ток составлял 72 А, а ускоряющее напряжение равнялось 40 кВ. Соответствующая дисперсионная характеристика приведена слева на рисунке 7.

Во второй части анализа предполагалось наличие уже двух пучков. Ток первого пучка составлял 54 А, а ток второго составлял 18 А, что в сумме давало тоже

значение, что и в первом случае. Полученная дисперсионная характеристика приведена в правой части рисунка 7.

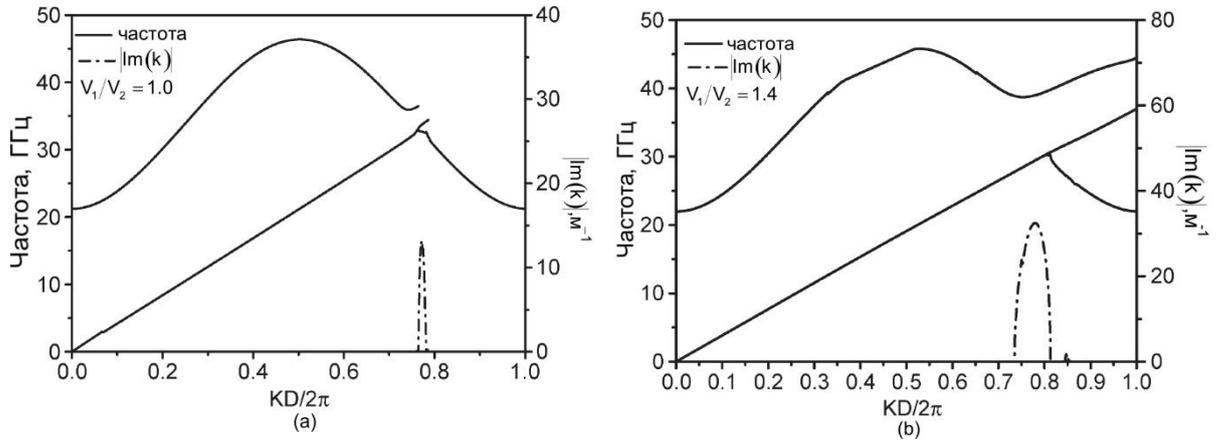


Рисунок 7 – Дисперсионные характеристики для случаев одного пучка (а) и двух пучков (б) [7].

Анализ характеристик позволил авторам говорить о значительном преимуществе, возникающем при использовании двух пучков. Наиболее оптимальному усилению, как было показано, соответствует отношение напряжений $v_1 / v_2 = 1.04$. Это вытекало из зависимости, приведенной на рисунке 8. Было показано, что в случае применения двух пучков увеличивается значение усиления на единицу длины. Как отмечают авторы, это происходит за счет явления двухпучковой неустойчивости, возникающей при взаимодействии двух электронных потоков.

Помимо описанного выше анализа авторы статьи провели моделирование изучаемой системы методом «частица в ячейке». Геометрия модели приведена на рисунке 9. В данной цилиндрической системе по краям слева и справа расположены слои поглотителя. Цилиндрическая гребенка представлена в виде замедляющей структуры с периодом $D=2.5$ мм и с количеством периодов $N=30$. Предполагается, что поверхность гребенки представляет собой идеальный проводник, а ее канавки строго параллельны и имеют ширину и глубину равные 1 мм. Два близких концентрических пучка формируются двумя катодами, расположенными на левой границе области. Общий ток составляет 72 А, три четверти от которого составляет ток первого, внешнего пучка, а оставшуюся четверть составляет ток второго, внутреннего пучка. Расстояние от замедляющей структуры до первого пучка составляет $h_0 = 0.1$ мм. Ускоряющее напряжение первого пучка оставалось постоянным и

равнялось 40 кВ. Ускоряющее напряжение второго пучка зависело от значения параметра $V_r = V_1 / V_2$, которое изменялось в диапазоне от 1 до 1.12. Система находилась в продольном магнитном поле с индукцией 2 Тл.

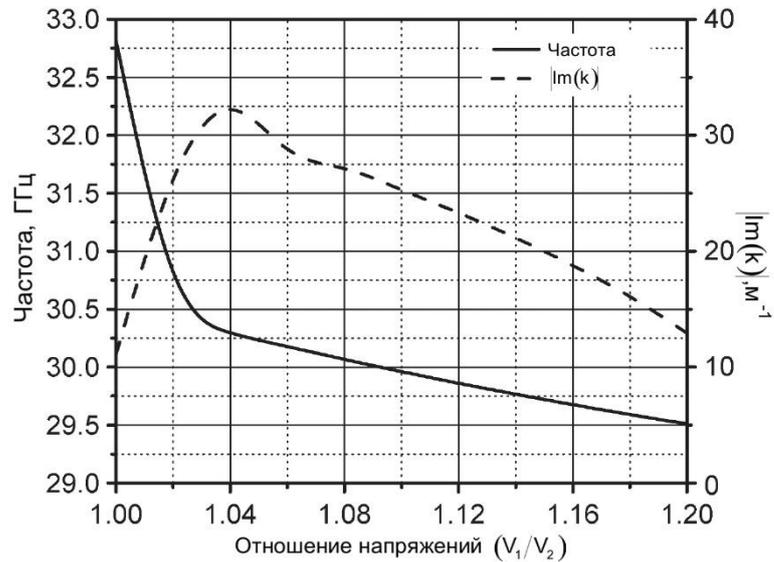


Рисунок 8 – График зависимости рабочей частоты и величины усиления от отношения напряжений [7].

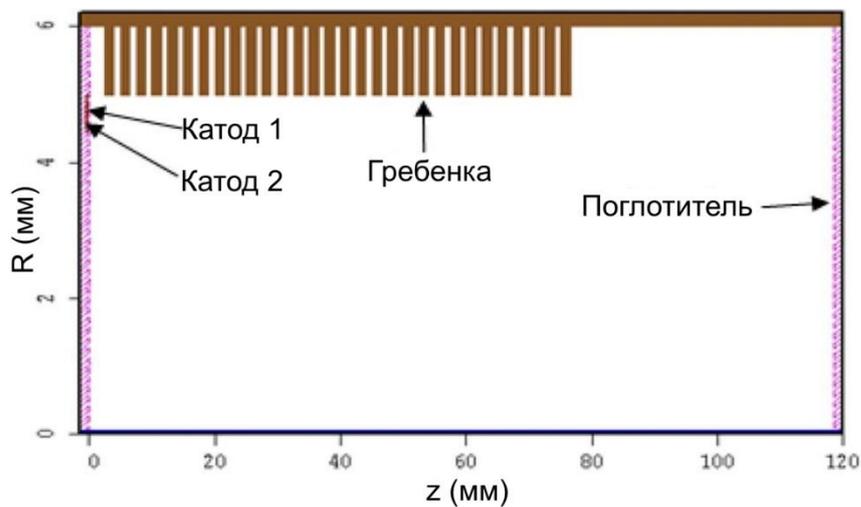


Рисунок 9 – Геометрия моделируемой системы [7].

Результаты моделирования представлены на рисунках ниже. На рисунке 10 представлена зависимость выходной мощности от соотношения ускоряющих напряжений пучков. Видно, что максимальному значению выходной мощности соответствует $V_r = 1.05$. На рисунке 11 представлена зависимость выходной мощности от параметра $I_r = I_1 / I$, имеющего смысл доли, которую составляет ток первого

пучка от полного тока. Очевидно, что случай $I_r = 1$ соответствует системе с одним пучком. Из графика видно, что максимальная мощность достигается при $I_r = 0.75$.

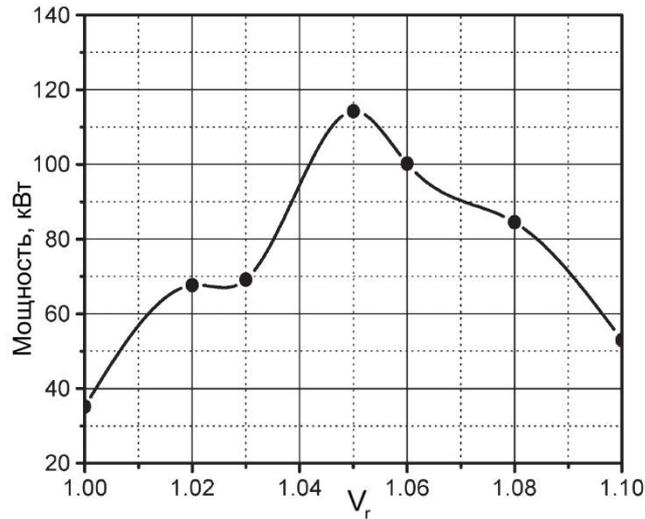


Рисунок 10 – График зависимости выходной мощности (кВт) от параметра $V_r = V_1 / V_2$ [7].

Таким образом, из приведенных графиков следует, что значение выходной мощности может быть значительно увеличено путем выбора оптимальных значений V_r и I_r . На графике, представленном на рисунке 12, приведена зависимость выходной мощности от расстояния между пучками. Очевидно, что эффект двухпучковой неустойчивости экспоненциально убывает при увеличении расстояния между пучками.

Результаты, полученные в данной работе, говорят о том, что применение двух электронных пучков может значительно повысить выходные характеристики приборов за счет явления двухпучковой неустойчивости.

Следует отметить, что этой работе предшествовало несколько более ранних статей этой же научной группы. При этом данная статья является достаточно полной агрегацией идей, представленных в предыдущих работах этого коллектива. Тем не менее, следует хотя бы кратко перечислить их.

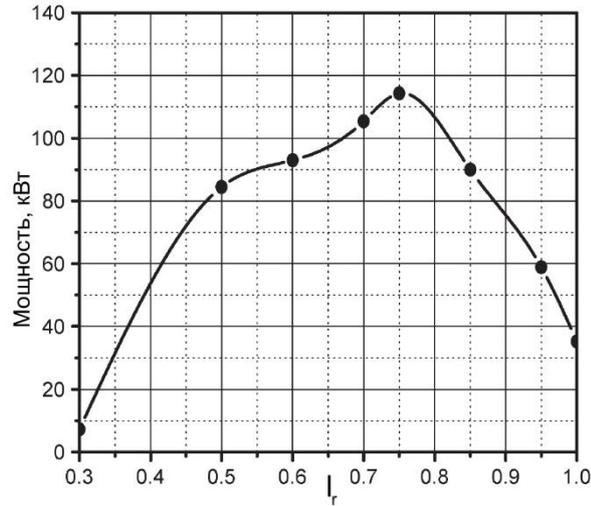


Рисунок 11 – График зависимости выходной мощности (кВт) от параметра $I_r = I_1 / I$, здесь I – полный ток [7].

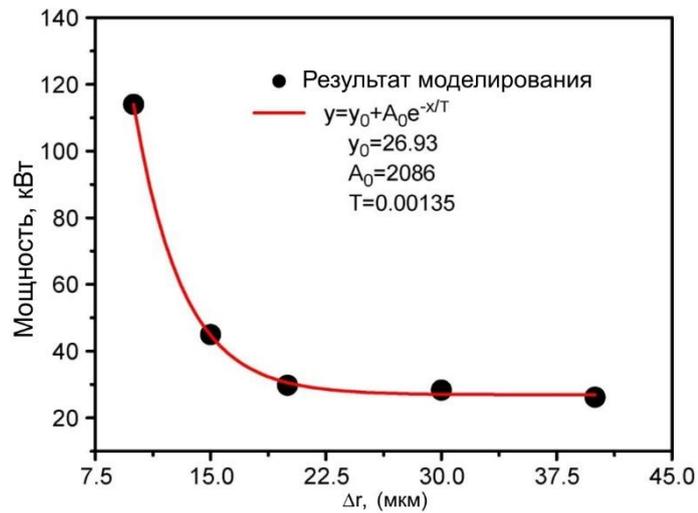


Рисунок 12 – Зависимость выходной мощности (кВт) от расстояния между пучками Δr (мкм) [7].

Первая работа [78] была посвящена линейному анализу системы, представленной на рисунке 13. Два хорошо перемешанных релятивистских электронных пучка движутся в пространстве между двумя поверхностями, на которые нанесена замедляющая структура типа гребенка. В ходе работы получены дисперсионные уравнения и характеристики. На их основе авторы предсказывали работу подобной системы на частотах до 375 ТГц.

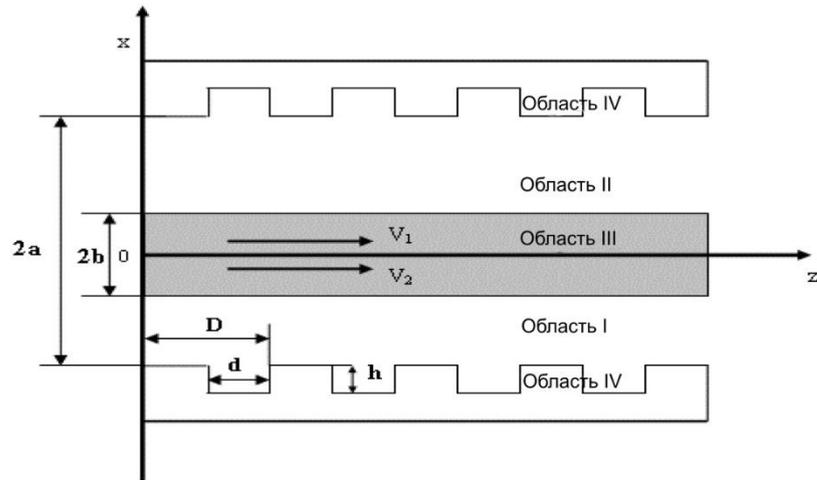


Рисунок 13 – Принципиальная схема исследуемой модели [78].

Как видно из рисунка, система является прообразом цилиндрической системы с кольцевой гребенкой, рассмотренной авторами позднее. Результат линейного анализа данной системы показал перспективность использования двух электронных потоков.

Вскоре данной научной группой было проведено моделирование системы, в которой два ленточных электронных пучка движутся вдоль замедляющей системы типа гребенка [79]. Моделирование проводилось с помощью пакета MAGIC. Геометрия модели приведена на рисунке 14. Пучки эмитировались с поверхностей двух катодов и ускорялись вдоль оси X средним напряжением 40 кВ при суммарной плотности тока на единицу ширины пучка 1000 А/м (погонная плотность пучка вдоль оси Z). Пространство взаимодействия со всех сторон было окружено слоем поглотителя.

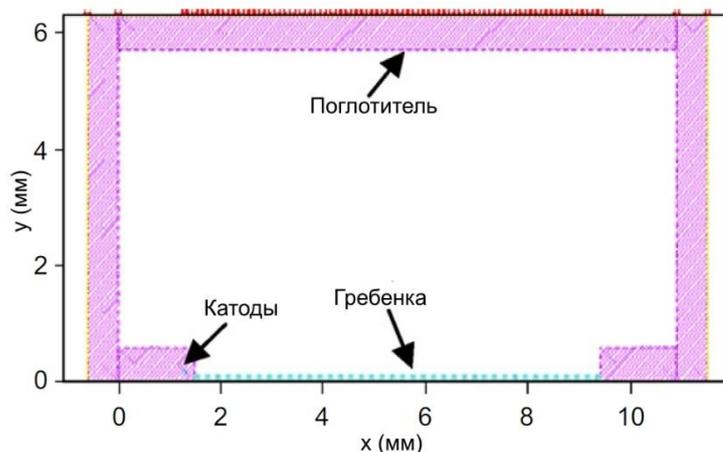


Рисунок 14 – Геометрия моделируемой системы [79].

Значительная часть исследования была посвящена нахождению оптимальных соотношений между токами пучков и ускоряющими напряжениями. Также было проведено сравнение с однолучевой моделью. Большая часть результатов была использована при анализе уже упоминавшейся цилиндрической системы. Интересным результатом моделирования стал тот факт, что применение двух пучков помимо снижения пусковых токов также может привести и к увеличению общей мощности излучения.

Похожую модель члены этой же научной группы рассмотрели в работе [80]. В данном случае исследования проводились как аналитически, так и с помощью моделирования. Остановимся на ней подробнее. Схема представлена на рисунке 15.

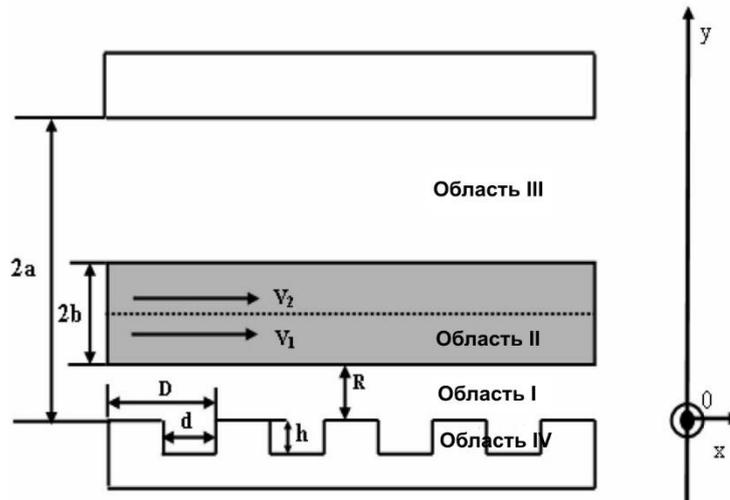


Рисунок 15 – Схема рассматриваемой модели [80].

Два электронных пучка с общей толщиной $2b$ движутся вдоль прямоугольной гребенки в направлении x со скоростями v_1 и v_2 . Период гребенки обозначен через D , h – глубина канавок, d – ширина канавок, R – расстояние до пучков, $2a$ – расстояние между металлическими поверхностями. Для удобства пространство взаимодействия поделено на четыре области: $0 < y < R$ – область I, $R \leq y \leq R + 2b$ – область II, $R + 2b < y \leq 2a$ – область III, а пространство внутри канавок, т.е. $-h \leq y \leq 0$ – область IV.

При выводе дисперсионного соотношения предполагалось, что система находится в бесконечно большом продольном магнитном поле, что исключает

поперечное движение. Также предполагалось отсутствие статических полей, создаваемых пучками. Для описания системы применялись уравнения Максвелла и гидродинамические уравнения для холодных релятивистских пучков. В случае, когда ширина канавок d много меньше длины волны в свободном пространстве, поля внутри канавок могут быть представлены в виде стоячих ТЕМ волн. С другой стороны, в областях I, II и III поля могут быть описаны с точки зрения пространственных гармоник с волновыми числами $k_n = k_0 + 2\pi n / D$, где n – номер гармоники. Используя граничные условия при $y = 0$, $y = R$, $y = R + 2b$ и $y = 2a$, можно получить дисперсионное уравнение вида:

$$\frac{D}{d} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega h}{c}\right) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{c k_n} H_n \left(\frac{\sin(k_n d / 2)}{k_n d / 2} \right)^2 = 0, \quad (1.12)$$

здесь

$$H_n = \frac{\left\{ \varepsilon_{3,n}^{1/2} + \operatorname{tg}(\kappa_n R) \cdot G_n \right\}}{\left\{ \varepsilon_{3,n}^{1/2} \cdot \operatorname{tg}(\kappa_n R) - G_n \right\}}, \quad (1.13)$$

$$G_n = \frac{\left\{ \varepsilon_{3,n}^{1/2} \cdot \operatorname{tg}[\kappa_n (R + 2b - 2a)] - \operatorname{tg}(2\beta_n b) \right\}}{\left\{ 1 + \varepsilon_{3,n}^{1/2} \cdot \operatorname{tg}[\kappa_n (R + 2b - 2a)] \right\}}, \quad (1.14)$$

$\kappa_n = \left[(\omega / c)^2 - k_n^2 \right]^{1/2}$ – поперечное волновое число для n -ой пространственной гармоники в вакууме, $\beta_n = \sqrt{\varepsilon_{3,n}} \kappa_n$ – поперечное волновое число для n -ой пространственной гармоники в области электронных пучков, $\varepsilon_{3,n} = 1 - \sum_{i=1}^2 \left(\omega_{pi}^2 / \gamma_i^3 (\omega - k_n v_i)^2 \right)$ – диэлектрическая проницаемость в области пучка, $\gamma_i = 1 + eV_i / m_0 c^2$ – релятивистский фактор i -го пучка, ω – круговая частота, c – скорость света, V_i – ускоряющее напряжение i -го пучка, $v_i = c \cdot \left[(\gamma_i^2 - 1) / \gamma_i^2 \right]^{1/2}$ – скорость i -го пучка, $\omega_{pi} = \left(e^2 n_{i0} / m_0 \varepsilon_0 \right)^{1/2}$ – плазменная частота i -го пучка, n_{i0} – концентрация электронов в i -том пучке, e – заряд электрона, m_0 – масса покоя электрона.

В случае отсутствия пучков дисперсионное уравнение будет иметь вид:

$$\frac{D}{d} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega h}{c}\right) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{c k_n} \left[\frac{\sin(k_n d / 2)}{k_n d / 2} \right]^2 \operatorname{ctg}(k_n 2a) = 0 \quad (1.15)$$

Подробный вывод этих уравнений приведен в [81] и [82]. Далее авторами проведен численный анализ дисперсионного уравнения (11). На рисунке 16 приведены дисперсионные характеристики для четырех низших мод, названных А, В, С, и D. Также на рисунок нанесена прямая, соответствующая пучку с ускоряющим напряжением 40 кВ. Из рисунка видно, что пучок может одновременно взаимодействовать с модами А и В. Частоты, на которых происходит взаимодействие, соответственно равны 389.2 ГГц и 460.1 ГГц. При этом видно, что в обеих рабочих точках (а) и (b) фазовая скорость положительна, а групповая скорость отрицательна. Таким образом, волновод с гребенкой может быть использован в качестве замедляющей системы лампы обратной волны.

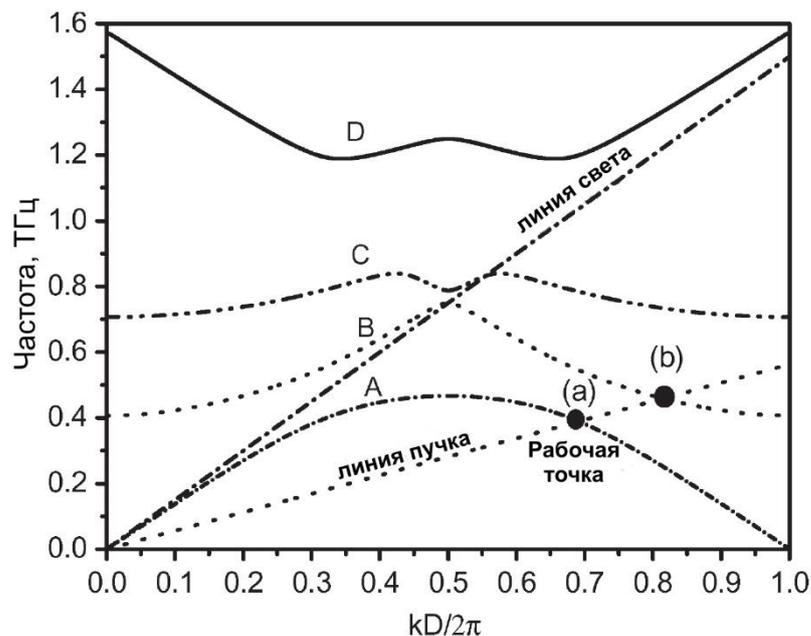


Рисунок 16 – Дисперсионная характеристика системы [80].

На графике на рисунке 17 приведена дисперсионная характеристика для случая, когда ускоряющие напряжения пучков одинаковы и равны 40 кВ. При этом пучки сливаются в один с суммарной плотностью тока на единицу ширины пучка 1000 А/м. Пунктиром обозначена мнимая часть решения, соответствующая нарастанию. Как видно из рисунка, максимальное нарастание наблюдается при синхронизме электронного пучка и медленной волны, что для мод А и В составляет

387.2 ГГц и 457.6 ГГц соответственно. При взаимодействии с модой А нарастание выше.

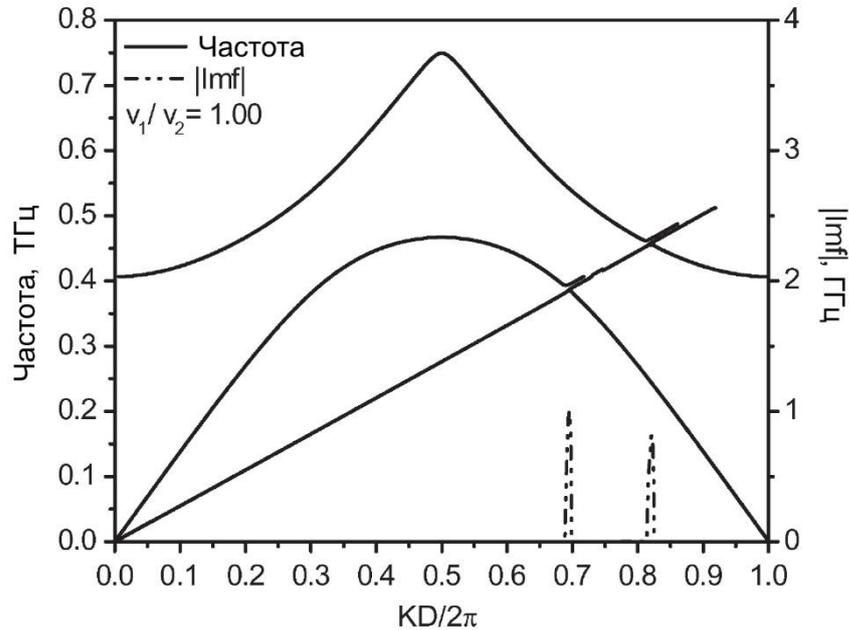


Рисунок 17 – Дисперсионная характеристика системы в случае совпадения скоростей пучков [80].

Ниже на рисунке 18 приведена дисперсионная характеристика для случая с двумя пучками, скорости которых различаются. Параметры гребенки остались теми же. Напряжение первого пучка $V_1 = 40$ кВ, плотность тока I_1 составляет 900 А/м, напряжение второго пучка определяется из значения $V_r = 1.02$, где $V_r = V_2 / V_1$. Плотность тока второго пучка $I_2 = 100$ А/м.

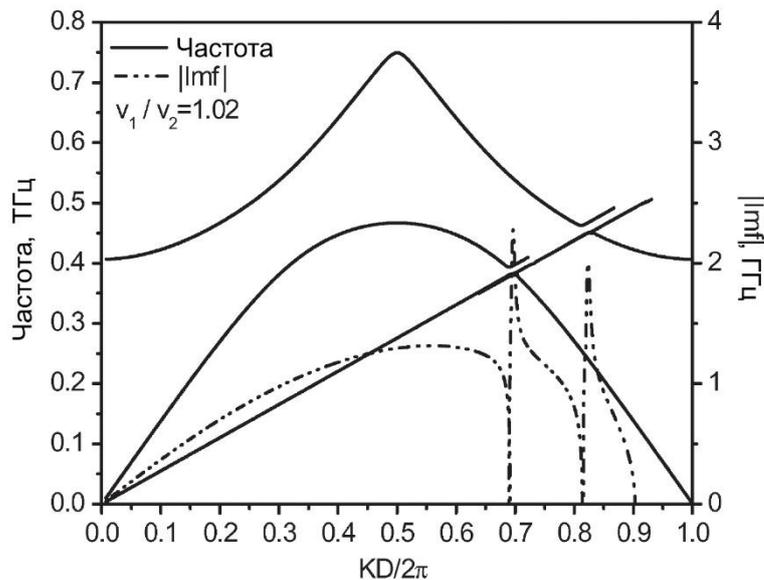


Рисунок 18 – Дисперсионная характеристика системы в случае $V_r = 1.02$ [80].

Из сравнения рисунков 17 и 18 видно, что форма дисперсионной характеристики заметно меняется благодаря наличию двухпотоковой неустойчивости. Также можно отметить, что за счет двухпотоковой неустойчивости увеличивается коэффициент нарастания возмущений во времени. Авторы провели анализ зависимости коэффициента нарастания от соотношения ускоряющих напряжений для случая взаимодействия пучков с модой А. Результаты приведены на рисунке 19.

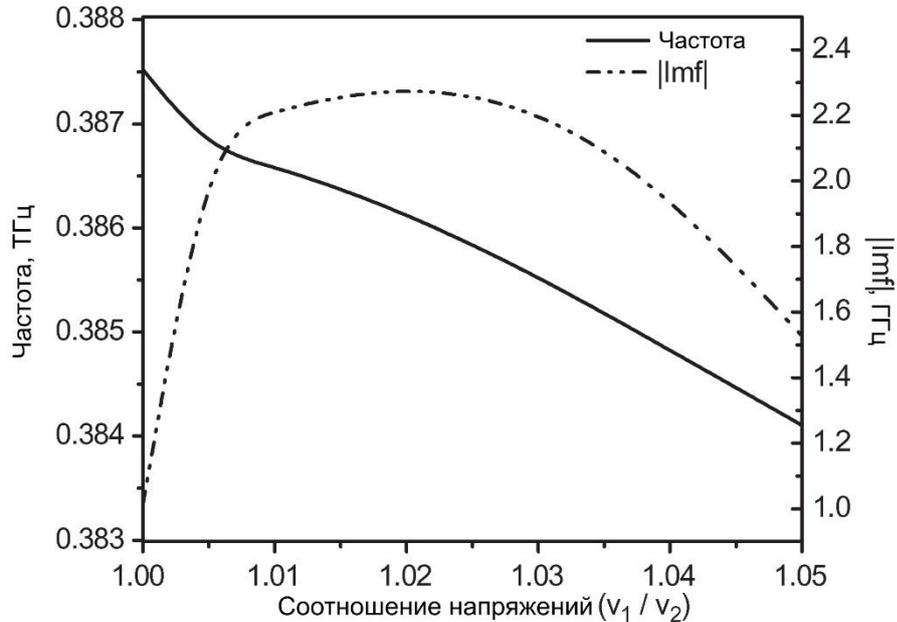


Рисунок 19 – Зависимость частоты генерации и коэффициента нарастания от соотношения ускоряющих напряжений пучков [80].

Примечательно, что соотношение напряжений имеет оптимальное значение $V_r = 1.02$, и при нем коэффициент нарастания более чем в два раза превышает аналогичный при $V_r = 1$.

Далее авторами было проведено моделирование исследуемой системы методом «частица в ячейке». Геометрия модели приведена на рисунке 20. Отличие от предыдущей модели заключается в наличии верхней идеально проводящей стенки.

Идеально проводящая, прямоугольная, строго параллельная гребенка расположена в нижней части системы. Расстояние от гребенки до верхней пластины составляет 0.3 мм. Над гребенкой движутся два близких ленточных электронных потока, создаваемые двумя катодами, расположенными на левой грани. Общая толщина двух пучков 60 мкм. Первый пучок, называемый основным, имеющий

толщину 45 мкм и переносящий 90% общего тока, расположен вблизи поверхности гребенки на расстоянии 40 мкм. Второй пучок, переносящий остальные 10% общего тока, находится над основным пучком на расстоянии 3 мкм. Вся моделируемая область поделена на прямоугольные ячейки ($\delta x = 10$ мкм, $\delta y = 10$ мкм). Ускоряющее напряжение основного пучка равнялось 40 кВ, а параметр V_r изменялся в пределах от 1 до 1.05. В системе предполагалось наличие постоянного продольного магнитного поля с индукцией 4 Тл.

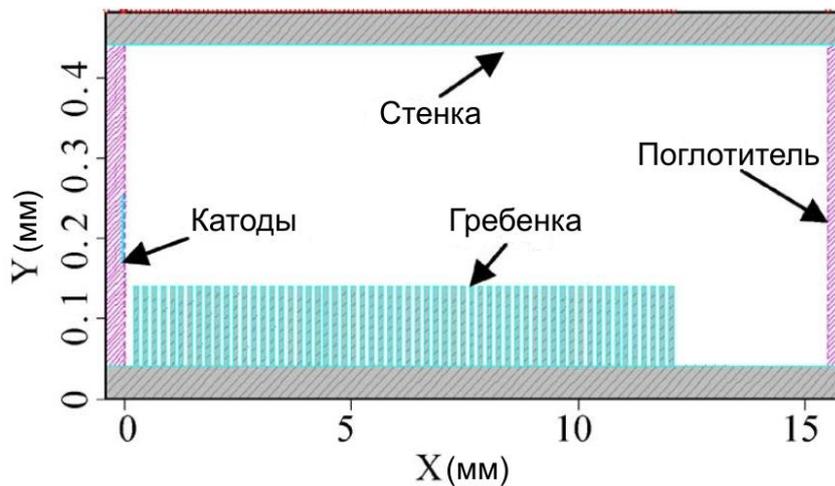


Рисунок 20 – Схема модели взаимодействия двух электронных пучков с гребенкой [80].

На графиках на рисунке 21 приведены спектры генерируемых сигналов, полученные в результате моделирования. Слева приведен спектр сигнала в системе с одним электронным пучком, справа приведен спектр сигнала в системе с двумя электронными пучками. Видно, что в первом случае происходит генерация на частотах 386.2 ГГц и 456 ГГц, а втором случае генерация происходит на частотах 384.8 ГГц и 454.9 ГГц. Эти частоты соответствуют рабочим точкам на дисперсионных характеристиках, приведенных ранее на рисунке 16.

Авторы отмечают, что за счет эффектов пространственного заряда полученные значения частот оказались ниже значений, предсказанных теорией. Интересной задачей оказалось нахождение наиболее оптимальных соотношений токов пучков, ускоряющих напряжений, а также соотношений толщин пучков. Ниже приведены соответствующие диаграммы зависимости мощности излучения от указанных параметров.

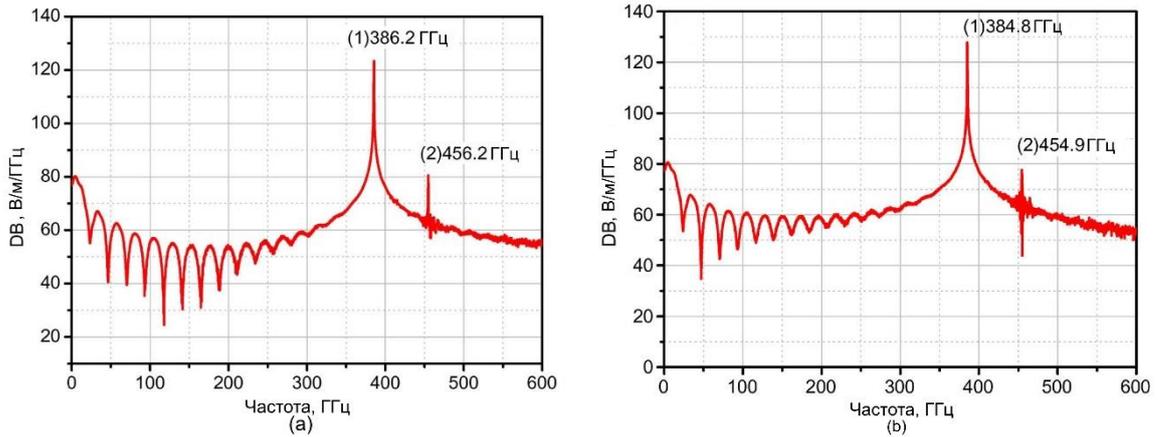


Рисунок 21 – Спектры генерируемых сигналов в системе с одним пучком (а) и в системе с двумя пучками (b) [80].

Из графика на рисунке 22 следует, что оптимальные значения параметра $V_r = V_1 / V_2$ равно 1.02, что совпадает с данными теоретического расчета. При этом значении были построены графики зависимостей мощности излучения от соотношения I_1 / I и соотношения b_1 / b , приведенные на рисунках 23 и 24 соответственно. Здесь I_1 – ток первого пучка, I – полный ток, b_1 – толщина первого пучка, b – толщина двух пучков.

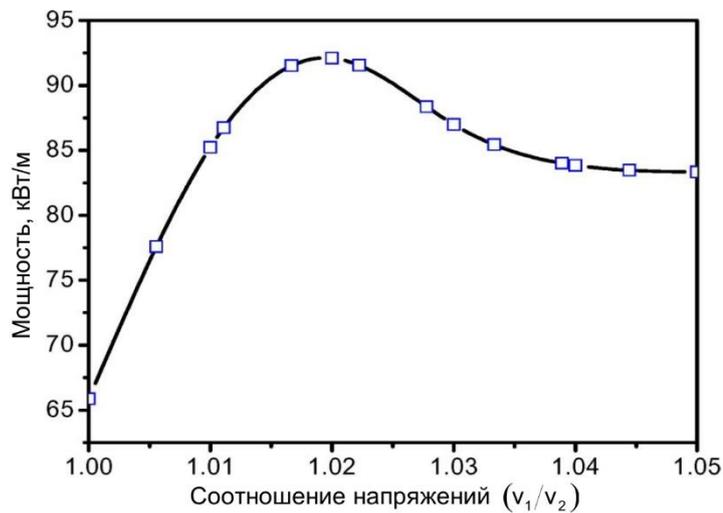


Рисунок 22 – Зависимость выходной мощности от соотношения ускоряющих напряжений [80].

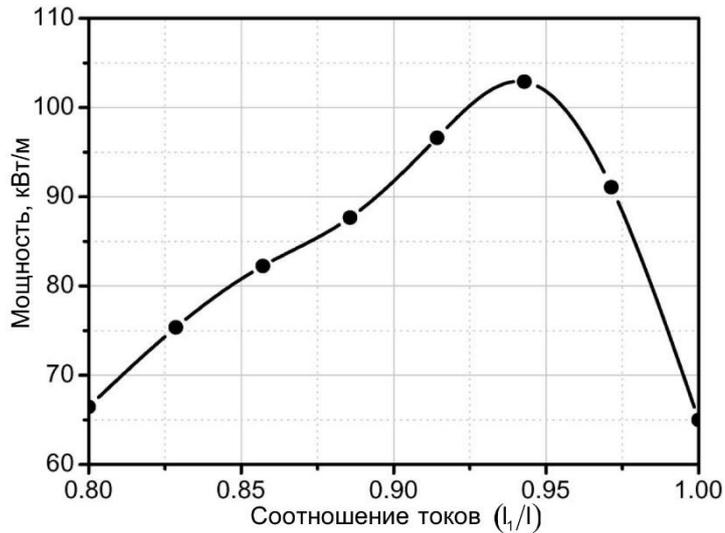


Рисунок 23 – Зависимости выходной мощности от соотношения токов пучков [80].

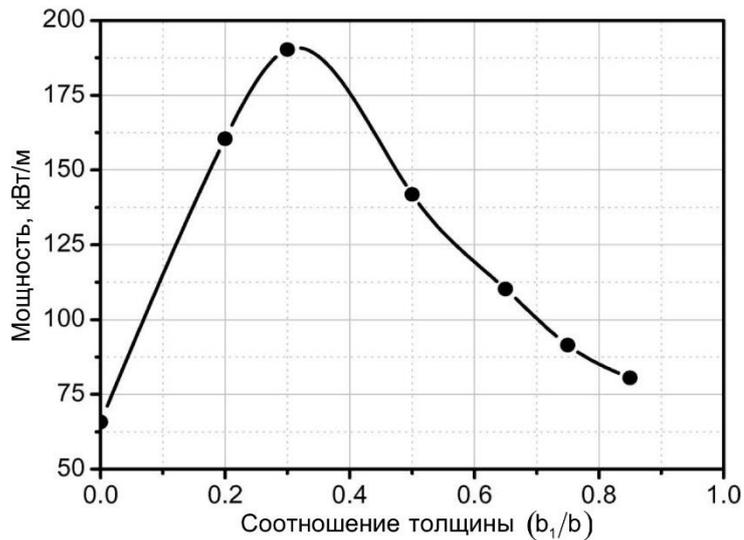


Рисунок 24 – Зависимости выходной мощности от соотношения толщины пучков [80].

В описанных выше работах содержатся материалы, позволяющие говорить о перспективности применения двух электронных потоков для генерации излучения в терагерцовом диапазоне частот. Во всех четырех работах рассматриваются перспективные двухлучевые системы, позволяющие на их базе создать коротковолновые ЛОВ. На момент выхода каждой из этих работ, их авторами планировалось создание экспериментальных макетов систем.

Также дополнительно в качестве примера можно упомянуть работу китайских исследователей, посвященную системе, состоящей из изогнутого волновода, пронизываемого двумя электронными пучками [83].

Последним следует рассмотреть цикл работ, посвященный модели, сочетающей в себе особенности приборов с дискретным взаимодействием и приборов с дифракционным излучением. В одной из них [84] авторы рассматривают систему, в которой два электронных потока сначала по отдельности группируются, а затем взаимодействуют сквозь перфорированный экран, что приводит к значительному увеличению излучаемой мощности. Рассмотрим подробнее структуру, приведенную на рисунке 25.

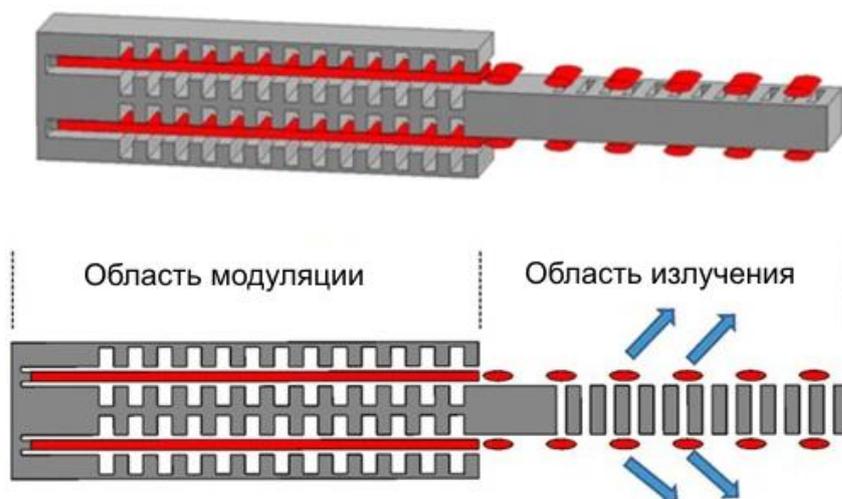


Рисунок 25 – Общий вид исследуемой системы с дискретным взаимодействием [84].

Система состоит из двух секций – секции модуляции и секции излучения. В первой секции пучки не взаимодействуют друг с другом, находясь каждый в своем канале. При этом каждый пучок движется вблизи двухсторонней замедляющей гребенки. Значительная часть указанной работы была посвящена анализу процессов в модулирующей системе. Под действием возникающего излучения Смита-Парселла происходит группировка электронных пучков в каналах. Далее пучки влетают в пространство, в котором происходит их взаимодействие друг с другом сквозь перфорированный экран, а также происходит процесс излучения. Согласно авторам, за счет наличия отверстий связи возникает синхронизация пучков. За счет этого происходит увеличение мощности излучения более чем в два раза по сравнению с вариантом, когда используется только один пучок с тем же полным током. Данные выводы авторами были сделаны на основании результатов компьютерного

моделирования. В дальнейшем авторы предполагают создание многолучевых приборов подобного типа.

Еще одна работа этой научной группы посвящена специфической сэндвич-структуре [85]. На рисунке 26 приведена схема рассматриваемой ими модели.

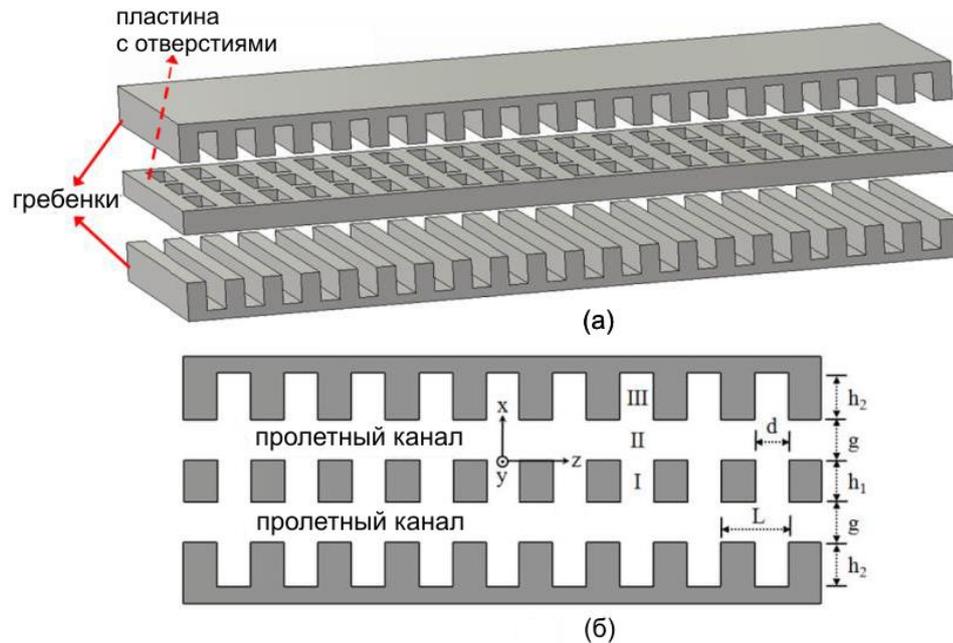


Рисунок 26 –Схема структуры: (а) трехмерная схема, (б) двумерное изображение структуры [85].

Данная структура представляет собой три слоя – две замедляющие структуры типа гребенка, между которыми находится пластина с отверстиями. Согласно терминологии, используемой авторами, по поверхности перфорированной пластины могут распространяться медленные электромагнитные волны, именуемые поверхностными плазмонами, способные взаимодействовать с электронными пучками. При достаточно малых размерах отверстий это может приводить к генерации электромагнитного излучения терагерцового диапазона частот. Этот же подход был использован в работе, описанной выше. Однако, поскольку данная структура является открытой, для ее возбуждения требуются достаточно большие стартовые плотности токов (на частоте 0.3 ТГц требуется около 50 А / см^2). Также не приходится говорить о высоком КПД, поскольку группировка электронов оказывается весьма слабой. Для решения этих проблем авторами предложено использовать двухрядную гребенку, поскольку данная замедляющая система обладает высокой

эффективностью в терагерцовом диапазоне. Таким образом, новая конструкция с двумя пучками должна позволить увеличить выходную мощность, тем самым снизить пусковые токи, а также увеличить КПД.

Авторами было показано, что поверхностные волны гребенок могут взаимодействовать с поверхностными плазмонами, а электронные пучки могут взаимодействовать друг с другом сквозь отверстия в пластине. Благодаря таким связям значительно повышаются глубина модуляции пучков, а также мощность излучения. Таким образом, значение плотности пускового тока снижается почти до 10 А / см^2 , а КПД достигает 4%.

1.7 Выводы

Данный обзор является попыткой наиболее полного анализа трудов, посвященных широкому во всех смыслах явлению как двухпотоковая неустойчивость применительно к вакуумной электронике сверхвысоких частот. При этом совершенно очевидно, что в общем случае это явление выходит далеко за границы рассмотренной здесь области, поскольку данное понятие часто встречается в работах исследователей в области аэро- и гидродинамики, астрофизики, плазменной, твердотельной электроники и пр.

В подразделах обзора 1.1-1.5 собраны работы, внесшие основной вклад в развитие идей двухпотоковой неустойчивости в электронике. Анализ этих работ позволяет говорить о чрезвычайной теоретической и практической значимости представленных в них результатов. Можно отметить, что усилиями исследователей были созданы теоретические модели, а в некоторых случаях даже рабочие макеты двухлучевых модификаций почти всех известных генераторов и усилителей, применяемых в СВЧ диапазоне. Новый виток развития исследований двухпотоковой неустойчивости в электронике начался в 2008 году и связан с работами по изучению перспектив применения явления двухпотоковой неустойчивости в коротковолновой области СВЧ диапазона на базе ЛБВ, ЛОВ и генераторов дифракционного излучения. В разделе 1.6 проведен анализ последних наиболее актуальных работ, посвященных явлению двухпотоковой неустойчивости в электронике СВЧ, а

также системам и приборам, в которых применяются два взаимодействующих электронных потока. Из этого анализа следует, что общая тенденция к смещению рабочих частот в терагерцовый диапазон фактически подарила двухпоточковым системам вторую жизнь. Об этом также свидетельствует резко возросшее в последнее время количество публикаций из Китая, Кореи, Японии и США, посвященных теме двухпоточковой неустойчивости.

Рассмотренные в данном обзоре работы, с одной стороны, в полной мере иллюстрируют заинтересованность зарубежных исследователей в данной теме, а с другой стороны, подтверждают актуальность выбранной темы исследования.

Глава 2 Физика явления двухлучевой неустойчивости в рамках теории связанных волн

2.1 Волновая трактовка двухпотоковой неустойчивости в рамках линейной теории

На сегодняшний день не существует единой физической трактовки явления двухпотоковой неустойчивости. Многие авторы предпринимали попытки построить общую картину процессов, приводящих к неустойчивости двух электронных пучков, но, зачастую, ограничивались лишь поверхностным рассмотрением. Подобные описания можно найти у Чена [27], Кролла и Трайвелписа [28], а также у Стикса [29] и Варнеке [30]. Наиболее полной является трактовка Тагера и Голанта [31]. В своей работе эти авторы впервые провели подробное качественное сравнение механизмов работы электронно-волновой лампы с лампой бегущей волны.

В данной главе предложено сравнительное количественное рассмотрение разных качественных объяснений неустойчивости с единой позиции теории связанных волн.

В данном разделе приведены основные уравнения теории взаимодействия двух электронных потоков с точки зрения линейной теории связанных волн.

Рассмотрим систему двух бесконечно широких ионно-скомпенсированных идеально перемешанных электронных потоков в отсутствие теплового разброса, движущихся в одном направлении с незначительно различающимися скоростями в продольном магнитном поле бесконечно большой величины. Соответствующая система линеаризованных уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_1}{dx^2} + 2jk_{e1} \frac{di_1}{dx} - (k_{e1}^2 - k_{p1}^2) i_1 &= -k_{p1}^2 i_2, \\ \frac{d^2 i_2}{dx^2} + 2jk_{e2} \frac{di_2}{dx} - (k_{e2}^2 - k_{p2}^2) i_2 &= -k_{p2}^2 i_1, \end{aligned} \tag{2.1}$$

здесь i_1, i_2 – переменные составляющие токов пучков, $k_{e1,e2} = \frac{\omega}{v_{01,02}}$, $k_{p1,p2} = \frac{\omega_{p1,p2}}{v_{01,02}}$,

ω – частота возмущающего сигнала, $\omega_{p1,p2}$ – плазменные частоты пучков, $v_{01,02}$ – невозмущенные скорости пучков.

Перейдем к интегральной форме уравнений для тока, полученной после преобразования Лапласа [86]:

$$i_1(x) = -k_{p1}^2 \int_0^x i_2(\zeta) \frac{\sin k_{p1}(x-\zeta)}{k_{p1}} e^{-jk_{e1}(x-\zeta)} d\zeta + e^{-jk_{e1}x} \left[i_1(0) \cos k_{p1}x + jk_{e1} \frac{I_{01}}{v_{01}} v_1(0) \frac{\sin k_{p1}x}{k_{p1}} \right], (2.2)$$

$$i_2(x) = -k_{p2}^2 \int_0^x i_1(\zeta) \frac{\sin k_{p2}(x-\zeta)}{k_{p2}} e^{-jk_{e2}(x-\zeta)} d\zeta + e^{-jk_{e2}x} \left[i_2(0) \cos k_{p2}x + jk_{e2} \frac{I_{02}}{v_{02}} v_2(0) \frac{\sin k_{p2}x}{k_{p2}} \right], (2.3)$$

здесь $i_{1,2}(0)$ – начальные значения переменных компонент токов, $v_{1,2}(0)$ – начальные значения переменных компонент скоростей, $I_{01,02}$ – постоянные компоненты токов пучков.

Правые части уравнений системы (2.2) – (2.3) могут быть представлены как суммы «быстрой» и «медленной» волн следующим образом:

$$i_1(x) = -e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} + \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] + e^{-j(k_{e1}+k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}+k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} - \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right], (2.4)$$

$$i_2(x) = -e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} + \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] + e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right], (2.5)$$

или в случае нулевых начальных условий, как показано в [86]:

$$\begin{cases} i_1(x) = -\frac{k_{p1}}{2j} \left[e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta - e^{-j(k_{e1}+k_{p1})x} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}+k_{p1})\zeta} d\zeta \right] \\ i_2(x) = -\frac{k_{p2}}{2j} \left[e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta - e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta \right] \end{cases}, \quad (2.6)$$

Формально можно рассмотреть четыре вида взаимодействия различных волн. Далее приведены результаты анализа в двух-, трех- и четырехволновом приближении.

2.2 Двухволновое приближение

Основанием для такого рассмотрения служит известный факт, что взаимодействие волн с различными по знаку потоками кинетической мощности может приводить к возникновению неустойчивости (см., например [11, 87]).

Рассмотрим взаимодействие быстрой волны пространственного заряда (БВПЗ) одного пучка с медленной волной пространственного заряда (МВПЗ) другого. Данный случай представляет наибольший интерес с точки зрения объяснения неустойчивости. Известно, что БВПЗ переносит положительный поток кинетической мощности, в то время как МВПЗ – отрицательный.

Пусть в результате предварительной модуляции специального вида в первом электронном потоке возбуждена БВПЗ, а во втором МВПЗ. Тогда, исходя из системы (2.6), выражения для амплитуд высокочастотных токов, соответствующих волнам пространственного заряда имеют вид:

$$i_{16}(x) = -e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_{2m}(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} + \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right], \quad (2.7)$$

$$i_{2m}(x) = e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_{16}(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right], \quad (2.8)$$

где i_{16}, i_{2m} – токи БВПЗ первого потока и МВПЗ второго потока соответственно.

Система уравнений (2.7) – (2.8) может быть легко приведена к дифференциальной форме:

$$\begin{cases} \frac{di_{16}}{dx} = -j(k_{e1} - k_{p1})i_{16} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{2M} \\ \frac{di_{2M}}{dx} = -j(k_{e2} + k_{p2})i_{2M} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{16}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Из условия совместности уравнений системы (2.9) для случая взаимодействия БВПЗ и МВПЗ получим дисперсионное соотношение следующего вида:

$$\left[k - (k_{e1} - k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} + k_{p2}) \right] + \frac{k_{p1}k_{p2}}{4} = 0. \quad (2.10)$$

На основе анализа полученного для данного случая дисперсионного соотношения можно сделать вывод, что в системе при определенных условиях возможно возникновение конвективной неустойчивости. Это следует из приведенной ниже на рисунке 27 дисперсионной характеристики. На ней пунктирными линиями обозначены дисперсионные прямые, соответствующие волнам пространственного заряда в невзаимодействующих потоках. На диаграмме видна область неустойчивости, в которой действительным значениям частот соответствуют комплексные значения волновых чисел.

Заметим, что в данном случае возможно элементарное аналитическое решение задачи. Корни дисперсионного соотношения (2.10) определяются следующим выражением:

$$k_{1,2} = \frac{1}{2} \left((k_{e1} - k_{p1} + k_{e2} + k_{p2}) \pm \sqrt{\left[(k_{e1} - k_{p1}) - (k_{e2} + k_{p2}) \right]^2 - k_{p1}k_{p2}} \right). \quad (2.11)$$

Очевидно, что устойчивость в системе возникает при выполнении условия

$$\left[(k_{e1} - k_{p1}) - (k_{e2} + k_{p2}) \right]^2 < k_{p1}k_{p2}. \quad (2.12)$$

Таким образом, легко получить точное аналитическое решение системы (2.9). Будем искать решение для тока быстрой волны первого потока в виде:

$$i_{16}(x) = C_1 e^{-jk_1 x} + C_2 e^{-jk_2 x}, \quad (2.13)$$

тогда, очевидно, из системы (2.9) для медленной волны следует:

$$i_{2m}(x) = \frac{2}{k_{p1}}(k_{e1} - k_{p1} - k_1)C_1 e^{-jk_1 x} + \frac{2}{k_{p1}}(k_{e1} - k_{p1} - k_2)C_2 e^{-jk_2 x}, \quad (2.14)$$

где константы $C_{1,2}$ определяются начальными условиями.

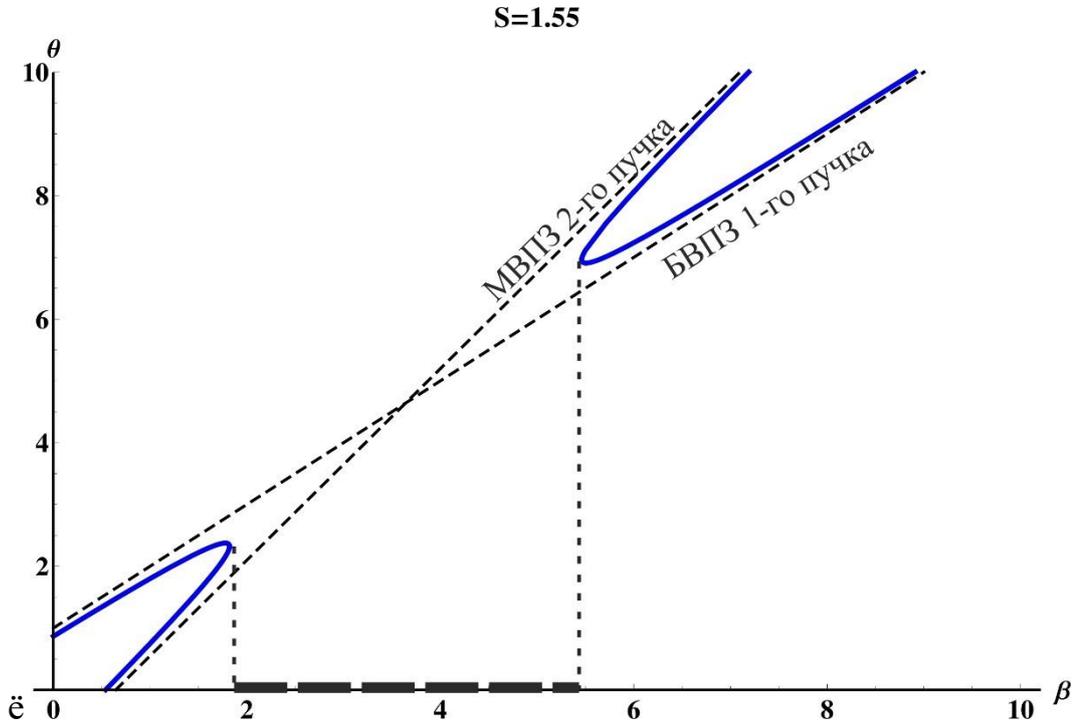


Рисунок 27 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия быстрой и медленной волн в двух попутных электронных потоках, здесь $\beta = \frac{kv_{01}}{\omega_p}$, $\theta = \frac{\omega}{\omega_p}$, $S = \frac{v_{02}}{v_{01}}$.

В случае отсутствия начальной модуляции по скорости выражения для констант имеют следующий вид:

$$C_1 = \frac{2i_1(0)(k_{e1} - k_{p1} - k_2) - i_2(0)k_{p1}}{2(k_1 - k_2)}, \quad (2.15)$$

$$C_2 = \frac{-2i_1(0)(k_{e1} - k_{p1} - k_1) + i_2(0)k_{p1}}{2(k_1 - k_2)}.$$

Выражения (2.13) и (2.14), использованные совместно с (2.11) и (2.15), дают точное аналитическое решение для токов, соответствующих волнам пространственного заряда в данной модели. Как видно, каждый ток представляет собой линейную суперпозицию двух парциальных волн. Сами выражения для токов

достаточно громоздки, поэтому для простоты рассмотрим случай точного синхронизма волн пространственного заряда. Предположим, что выполняется условие:

$$(k_{e1} - k_{p1}) = (k_{e2} + k_{p2}). \quad (2.16)$$

Данное условие соответствует выбору точки дисперсионной характеристики, лежащей на пересечении пунктирных линий на рисунке 27. В этом случае выражения для токов принимают вид:

$$\begin{aligned} i_{16}(x) = & \frac{i_1(0)\sqrt{k_{p1}k_{p2}} + jk_{p1}i_2(0)}{2\sqrt{k_{p1}k_{p2}}} e^{\left[\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}} - j(k_{e1}-k_{p1})\right]x} + \\ & + \frac{i_1(0)\sqrt{k_{p1}k_{p2}} - jk_{p1}i_2(0)}{2\sqrt{k_{p1}k_{p2}}} e^{\left[-\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}} - j(k_{e1}-k_{p1})\right]x}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} i_{2m}(x) = & \frac{-j\sqrt{k_{p1}k_{p2}}i_1(0) + k_{p1}i_2(0)}{2k_{p1}} e^{\left[\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}} - j(k_{e1}-k_{p1})\right]x} + \\ & + \frac{j\sqrt{k_{p1}k_{p2}}i_1(0) + k_{p1}i_2(0)}{2k_{p1}} e^{\left[-\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}} - j(k_{e1}-k_{p1})\right]x}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Отметим, что при нулевых начальных условиях в одном из потоков, например при $i_2(0) = 0$, выражения (2.17) – (2.18) можно привести к следующему виду:

$$i_{16}(x) = i_1(0) \left[\frac{e^{\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}}x} + e^{-\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}}x}}{2} \right] e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x}, \quad (2.19)$$

$$i_{2m}(x) = -\frac{j\sqrt{k_{p1}k_{p2}}i_1(0)}{k_{p1}} \left[\frac{e^{\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}}x} - e^{-\frac{1}{2}\sqrt{k_{p1}k_{p2}}x}}{2} \right] e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x}, \quad (2.20)$$

ИЛИ

$$i_{16}(x) = i_1(0) \operatorname{ch} \left(\frac{1}{2} \sqrt{k_{p1}k_{p2}} x \right) e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x}, \quad (2.21)$$

$$i_{2m}(x) = -\frac{j\sqrt{k_{p1}k_{p2}}i_1(0)}{k_{p1}} \operatorname{sh} \left(\frac{1}{2} \sqrt{k_{p1}k_{p2}} x \right) e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x}. \quad (2.22)$$

Полученные выражения (2.21) и (2.22) имеют схожую структуру с выражениями для полей из теории ЛБВ в двухволновом приближении.

Таким образом, выражения для токов, соответствующих волнам пространственного заряда могут быть представлены в виде сумм двух парциальных волн.

Для возникновения неустойчивости необходимо, чтобы МВПЗ была возбуждена в более быстром электронном потоке, а БВПЗ в более медленном. Это связано с тем, что при увеличении амплитуды медленной волны, как известно, уменьшается общая кинетическая энергия электронов в потоке. При увеличении амплитуды быстрой волны общая энергия электронного потока, напротив, возрастает. Таким образом, увеличение степени группировки электронов в обоих потоках вдоль пространства взаимодействия, что соответствует развитию конвективной неустойчивости, возможно только при наличии запаса энергии в пучке с МВПЗ.

Ниже на рисунке 28 показано как в случае развития конвективной неустойчивости происходит группировка электронов каждого потока вдоль пространства взаимодействия. При этом происходит возрастание амплитуд ВПЗ в обоих пучках.

Данный пример является классическим примером возникновения конвективной неустойчивости в системе двух взаимодействующих попутных электронных потоков. В случае возбуждения МВПЗ в более медленном потоке и БВПЗ в быстром потоке неустойчивость отсутствует, поскольку условие синхронизма волн в этом случае становится недостижимым. Соответствующая дисперсионная характеристика приведена на рисунке 29. Данный вывод следует из анализа области диаграммы, расположенной в первой четверти координатной плоскости. На рисунке 30 приведено распределение переменных компонент токов волн пространственного заряда вдоль пространства взаимодействия для этого случая. Из рисунка 30 видно, что в начале координат ток, соответствующий одной из волн (МВПЗ), равен нулю, в то время как ток, соответствующий второй волне (БВПЗ), не равен нулю.

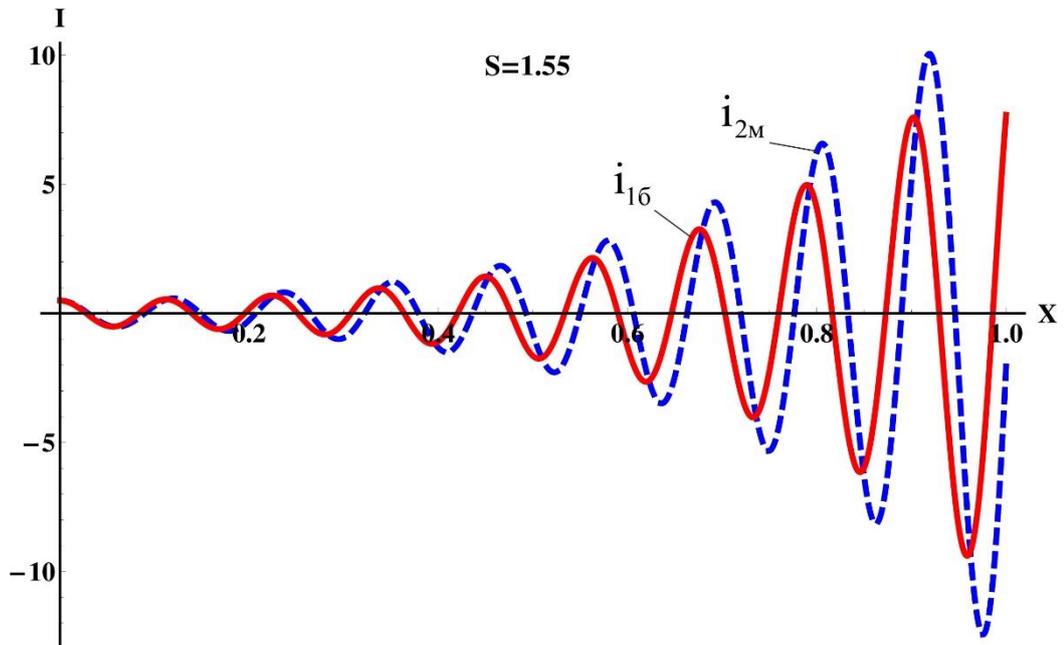


Рисунок 28 – Зависимость безразмерных амплитуд переменных компонент токов, соответствующих волнам пространственного заряда от координаты, нормированной на длину пространства взаимодействия; сплошная линия соответствует сгруппированному току первого потока, пунктирная – току второго потока.

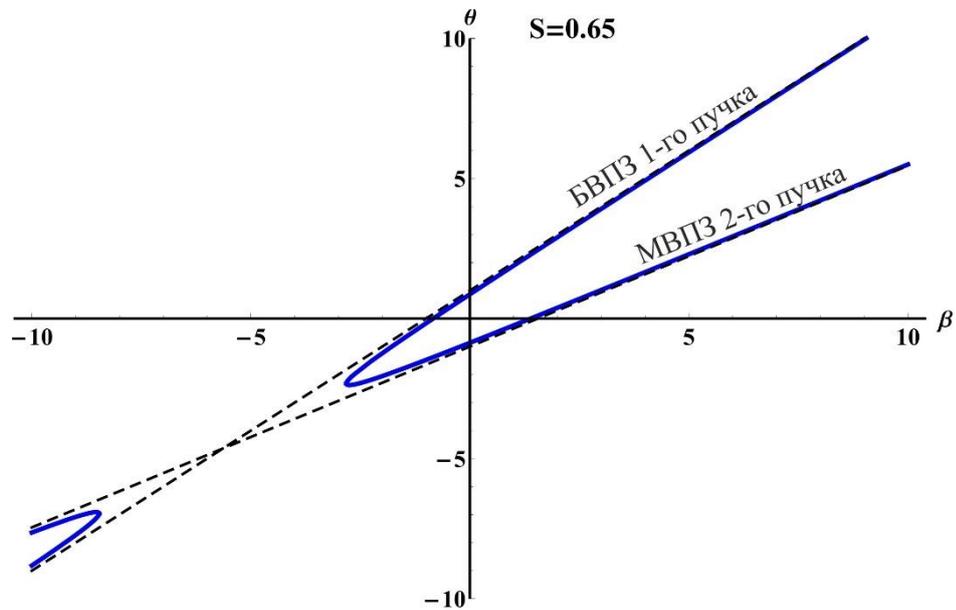


Рисунок 29 – Дисперсионная характеристика для случая отсутствия синхронизма потоков; пунктиром отмечены прямые, являющиеся дисперсионными характеристиками МВПЗ и БВПЗ в случае отсутствия взаимодействия потоков; сплошные линии соответствуют системе взаимодействующих волн пространственного заряда.

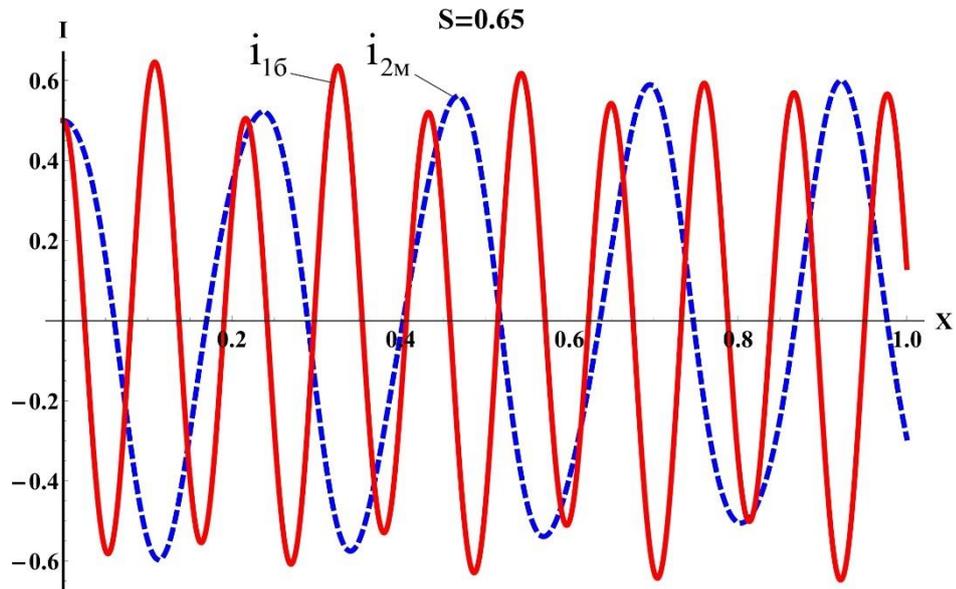


Рисунок 30 – Распределение амплитуды переменной компоненты токов волн пространственного заряда вдоль пространства взаимодействия в отсутствие синхронизма потоков и неустойчивости; сплошная линия соответствует сгруппированному току первого потока, пунктирная – току второго потока; нормировка тока проведена на значение начального возмущения тока.

Также следует отметить, что в этом случае начальная разность фаз между волнами составляет π . При этом по мере движения вдоль пространства взаимодействия фазовое соотношение между волнами изменяется. Это связано с отличием фазовых скоростей БВПЗ и МВПЗ. Таким образом, на некоторой длине пространства взаимодействия волны, изначально движущиеся в противофазе, окажутся синфазными. Это приведет к увеличению сгруппированного тока в данной точке пространства. Подобный интерференционный механизм увеличения тока представляет интерес и будет рассмотрен в работе позже.

Таким образом, система взаимодействующих быстрой и медленной волн пространственного заряда в попутных электронных потоках представляет собой базовую модель для иллюстрации возникновения конвективной неустойчивости.

Легко получить выражения для случаев взаимодействия двух быстрых волн и двух медленных волн. Для удобства результаты собраны в таблицы 2 и 3.

В таблицах 1 и 2 приведены основные выражения теории для случаев взаимодействия БВПЗ с БВПЗ и МВПЗ с МВПЗ. Также в них приведены дисперсионные характеристики (рисунки 31 и 33) и распределения амплитуд ВПЗ в пространстве (рисунки 32 и 34). Из них следует, что в обоих случаях неустойчивость отсутствует,

поскольку взаимодействующие волны переносят потоки мощности одинакового знака. При этом изменение амплитуд волн пространственного заряда имеет характер биений. Следует отметить, что за счет интерференции волн пространственного заряда можно получить незначительное увеличение переменной компоненты сгруппированного тока.

Таблица 1 – Взаимодействие двух быстрых волн

$\begin{cases} i_{16}(x) = -e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} + \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] \\ i_{26}(x) = -e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} + \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] \end{cases} \quad (2.23)$	
$\begin{cases} \frac{di_{16}}{dx} = -j(k_{e1}-k_{p1})i_{16} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{26} \\ \frac{di_{26}}{dx} = -j(k_{e2}-k_{p2})i_{26} + j\frac{k_{p2}}{2}i_{16} \end{cases} \quad (2.24)$	$\left[k - (k_{e1} - k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} - k_{p2}) \right] = \frac{k_{p1}k_{p2}}{4} \quad (2.25)$
<p>Рисунок 31 Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух быстрых волн в двух попутных электронных потоках.</p>	

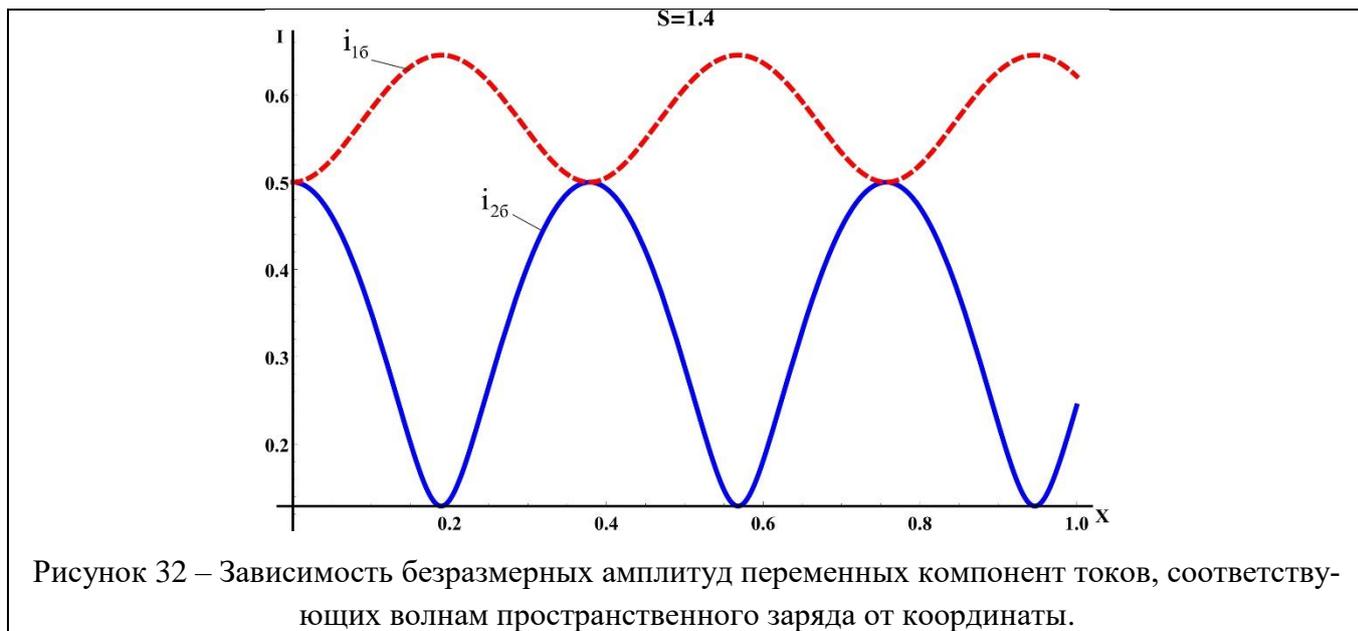
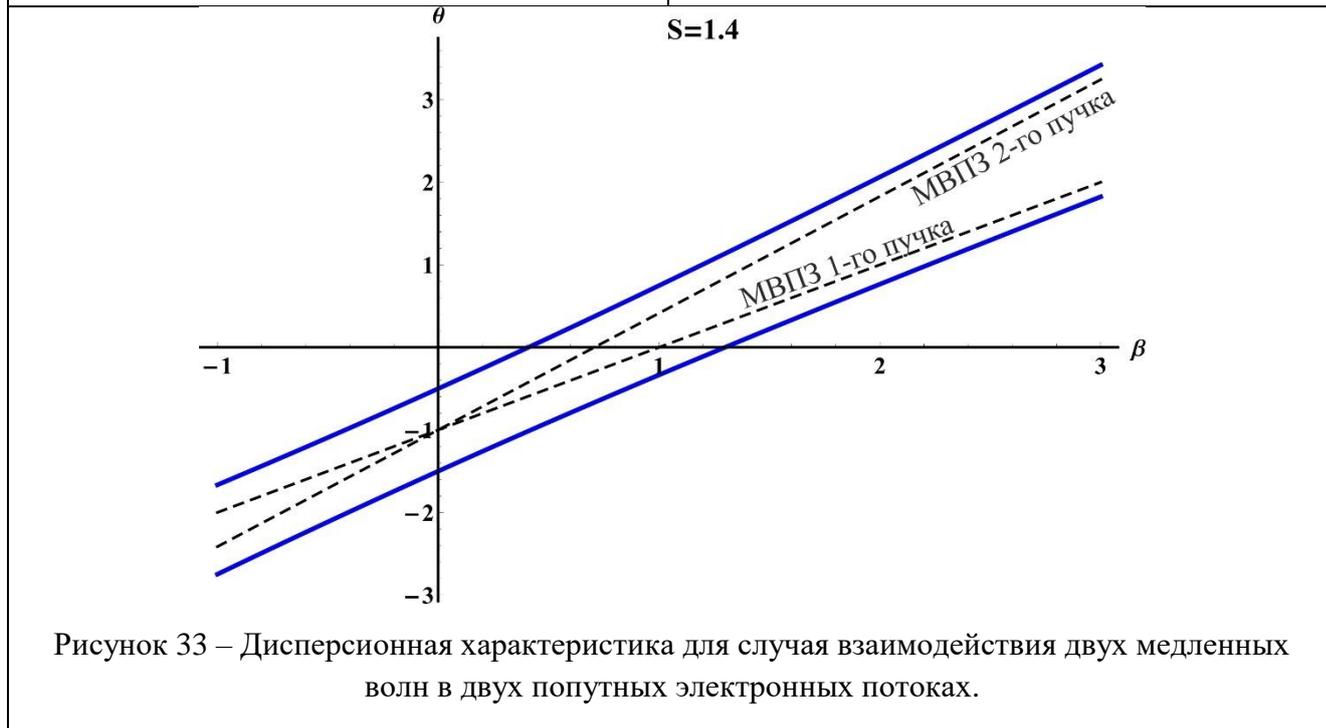


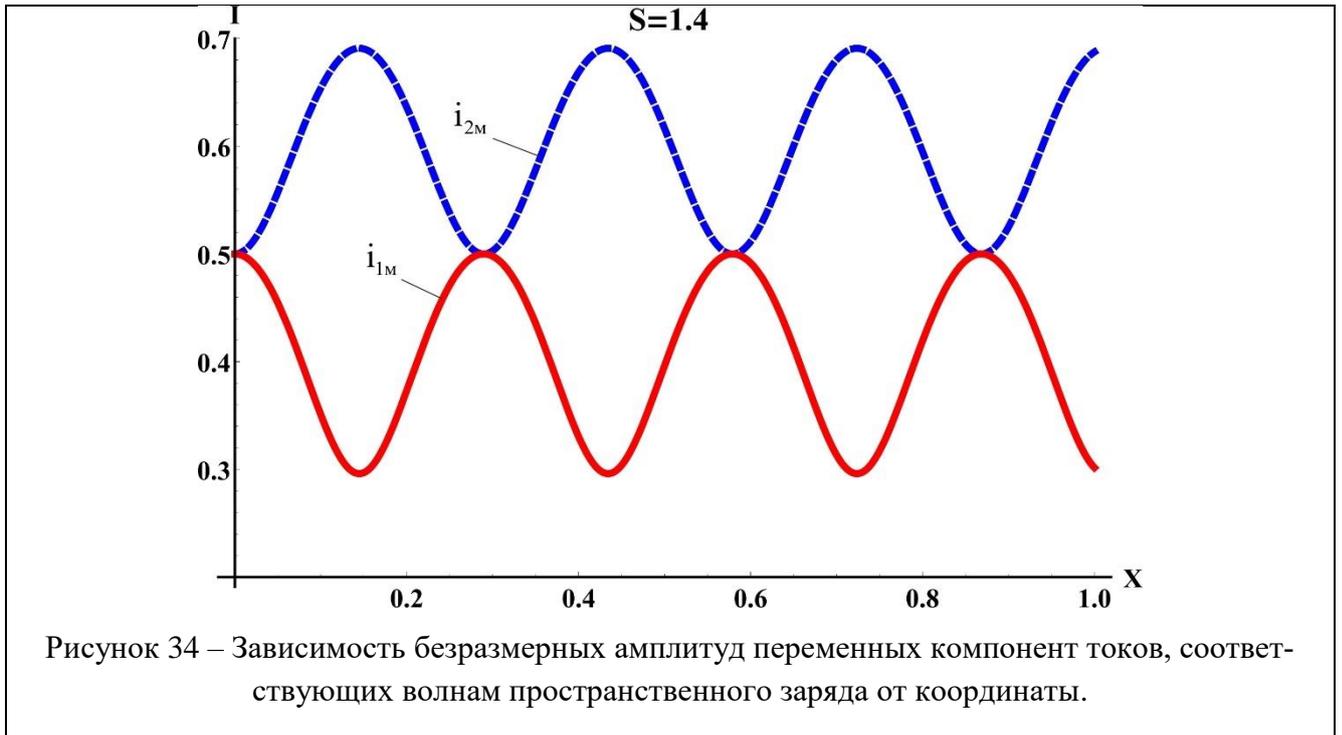
Таблица 2 – Взаимодействие двух медленных волн.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{1M}(x) = e^{-j(k_{e1}+k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}+k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} - \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] \\ i_{2M}(x) = e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] \end{array} \right\} \quad (2.26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{1M}}{dx} = -j(k_{e1} + k_{p1})i_{1M} - j\frac{k_{p1}}{2}i_{2M} \\ \frac{di_{2M}}{dx} = -j(k_{e2} + k_{p2})i_{2M} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{1M} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

$$\left[k - (k_{e1} + k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} + k_{p2}) \right] = \frac{k_{p1}k_{p2}}{4} \quad (2.28)$$





Следует отметить, что частный случай взаимодействия медленной волны пространственного заряда в быстром пучке с быстрой волной пространственного заряда в медленном пучке представляет значительный интерес с точки зрения пояснения механизма излучения, возникающего при двухпотоковом взаимодействии. Согласно М.В. Незлину [88], существует прямая физическая аналогия между неустойчивостью волны с отрицательной энергией, взаимодействующей со средой с положительной энергией, и аномальным эффектом Доплера. Отличия заключаются только в том, что эффект Доплера применительно к частице является элементарным процессом, связанным с изменением энергии самой частицы, в то время как неустойчивость является коллективным процессом, связанным с изменением энергии ансамбля частиц в пучке. Как указывает М.В. Незлин, неустойчивость волны возникает как раз за счет одиночного акта излучения частицы, который впоследствии индуцирует последующие. В связи с этим неустойчивость волны с отрицательной энергией можно интерпретировать как индуцированный аномальный эффект Доплера. Однако, как отмечает М.В. Незлин [89], а также Д.И. Трубецков и А.Г. Рожнев [89], применительно к СВЧ-приборам подобная аналогия справедлива только в двухволновом приближении. В трехволновом приближении, которое

будет рассмотрено в следующем разделе, при участии во взаимодействии обеих волн пространственного заряда быстрого пучка будет иметь место индуцированное излучение Вавилова-Черенкова.

Рассмотренные выше типы двухволнового взаимодействия представляют собой элементарную основу для понимания сложных процессов энергообмена между взаимодействующими электронными потоками. Очевидно, что анализ, основанный на двухволновом приближении, имеет ограниченную область применимости, поскольку исключение из рассмотрения оставшихся двух волн оправдано только при больших плотностях пучков, то есть в приближении больших пространственных зарядов. Тем не менее, полученные результаты дают первоначальное представление о физике процессов взаимодействия двух электронных потоков. Последующий учет во взаимодействии оставшихся волн позволяет дать уточненное качественное описание явления двухпоточковой неустойчивости.

2.3 Модель трехволнового взаимодействия (аналогия с ЛБВ)

Далее будем предполагать, что в системе двух потоков имеет место трехволновое взаимодействие. Рассмотрим вариант взаимодействия двух потоков, когда в одном из них возбуждены обе волны пространственного заряда, а в другом возбуждена только быстрая волна. Данный случай представляет наибольший интерес, поскольку позволяет наиболее полно провести аналогию между процессами, протекающими в системах с двумя электронными потоками, и процессами, лежащими в основе работы широко известной лампы бегущей волны. На принципиальную возможность подобной аналогии впервые указали в своей работе Голант и Тагер [31]. В настоящей работе справедливость этой аналогия подтверждена математически.

В данном случае система уравнений (2.6) примет вид:

$$\begin{cases} i_{16}(x) = -e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} + \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right], \\ i_{26}(x) = -e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} + \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right], \\ i_{2m}(x) = e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right]. \end{cases} \quad (2.29)$$

здесь i_{16}, i_{26}, i_{2m} – амплитуды токов быстрой волны первого потока, быстрой волны второго потока и медленной волны второго потока соответственно. Из (2.29) легко получить систему связанных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{di_{16}}{dx} = -j(k_{e1} - k_{p1})i_{16} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{26} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{2m}, \\ \frac{di_{26}}{dx} = -j(k_{e2} - k_{p2})i_{26} + j\frac{k_{p2}}{2}i_{16}, \\ \frac{di_{2m}}{dx} = -j(k_{e2} + k_{p2})i_{2m} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{16}. \end{cases} \quad (2.30)$$

Из системы (2.30) следует дисперсионное уравнение третьей степени:

$$\left[k - (k_{e1} - k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} - k_{p2}) \right] \left[k - (k_{e2} + k_{p2}) \right] = -\frac{k_{p1}k_{p2}^2}{2}. \quad (2.31)$$

Из дисперсионной характеристики, представленной на рисунке 35, следует, что неустойчивость может развиваться в случае, когда отдельная быстрая волна возбуждена в медленном электронном потоке, а в быстром потоке возбуждены обе волны пространственного заряда. Отметим, что это условие соответствует режиму усиления в ЛБВ, когда скорость электронного потока несколько превышает скорость волны в замедляющей системе. В этом случае решение будет представлять собой суперпозицию трех парциальных волн: первая экспоненциально нарастающая, вторая экспоненциально затухающая и третья – постоянной амплитуды. Подобное распределение приведено на рисунке 36.

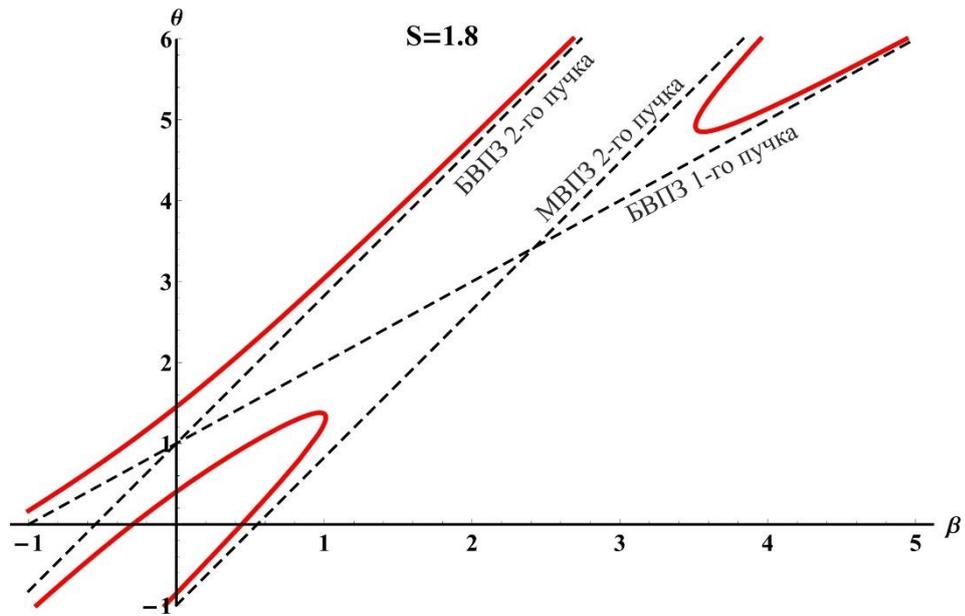


Рисунок 35 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия быстрой волны более медленного электронного потока с волнами пространственного заряда более быстрого электронного потока, $\beta = kv_{01}/\omega_p$, $\theta = \omega/\omega_p$, $S = v_{02}/v_{01}$.

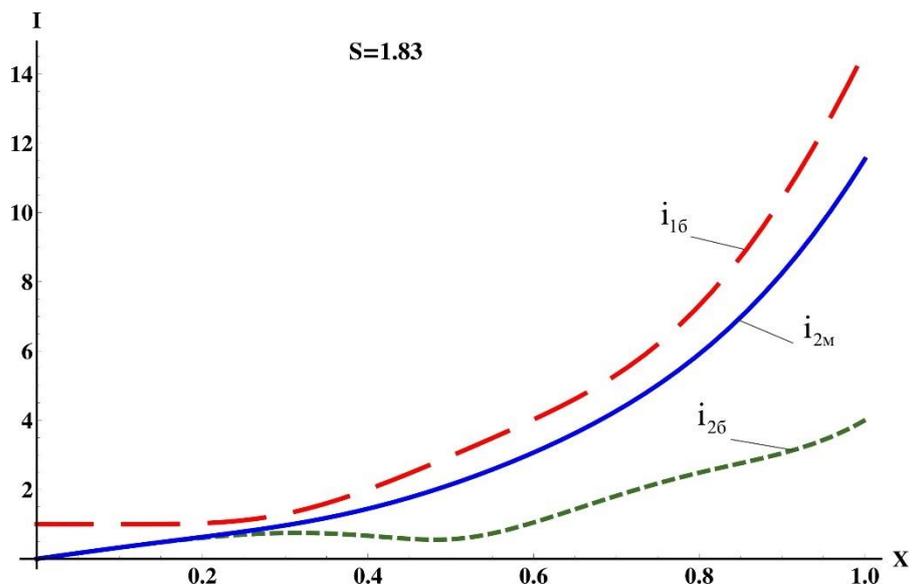


Рисунок 36 – Распределение амплитуд тока волн пространственного заряда для случая взаимодействия быстрой волны с быстрой и медленной волнами в двух попутных потоках при наличии неустойчивости; пунктирная кривая соответствует быстрой волне первого потока, сплошная – медленной волне второго потока, – точечная – быстрой волне второго потока.

В качестве начальных используются следующие условия: $i_{16} \neq 0, i_{26} = 0, i_{2m} = 0$. Это в полной мере соответствует классической модели ЛБВ, только в данном случае роль волны в замедляющей системе играет быстрая волна пространственного заряда первого электронного потока. Как видно из рисунка, «входной сигнал» первого электронного потока приводит к возбуждению волн

пространственного заряда во втором электронном потоке. Рост амплитуд обеих ВПЗ во втором электронном потоке свидетельствует о группировке в нем электронов и формировании сгустков, которые, в свою очередь, взаимодействуют с первым потоком, что приводит к росту амплитуды БВПЗ в первом потоке.

При возбуждении двух волн пространственного заряда в медленном потоке и отдельной быстрой волны в быстром потоке неустойчивость отсутствует, что видно из дисперсионной характеристики, приведенной на рисунке 37.

Соответствующее распределение амплитуд волн пространственного заряда, приведенное на рисунке 38, имеет характер биений. Следует отметить, что за счет интерференции волн пространственного заряда на определенной длине возможно увеличение суммарного тока по сравнению с начальным значением.

Покажем, что описанный выше случай трехволнового взаимодействия полностью аналогичен трехволновому приближению в теории лампы бегущей волны.

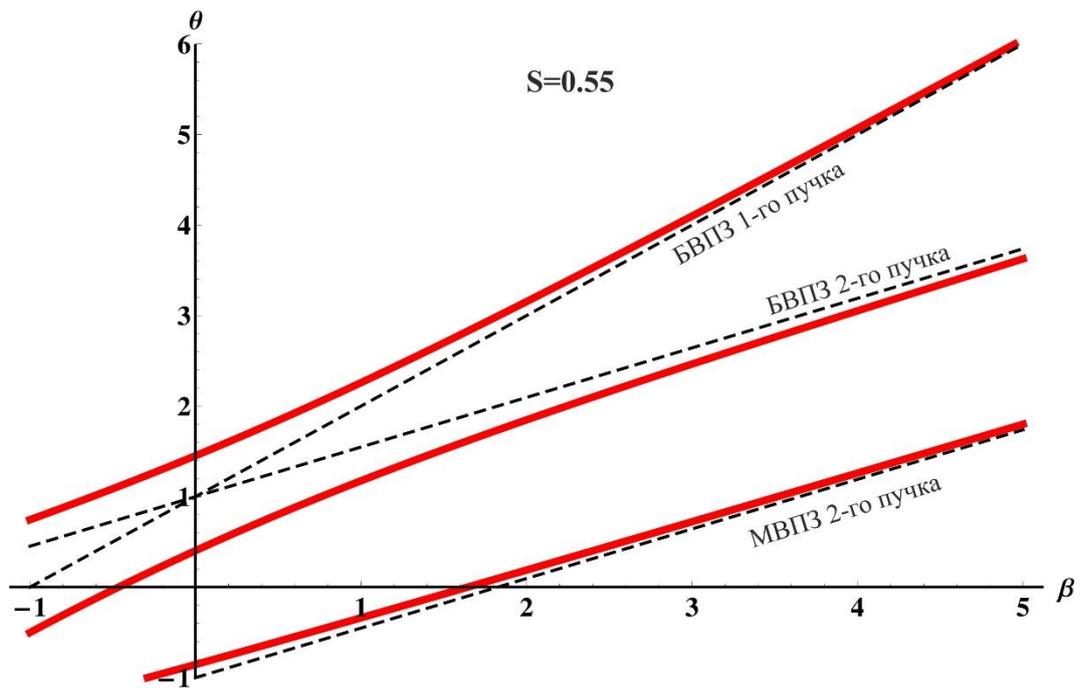


Рисунок 37 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия быстрой волны быстрого электронного потока с волнами пространственного заряда медленного электронного потока.

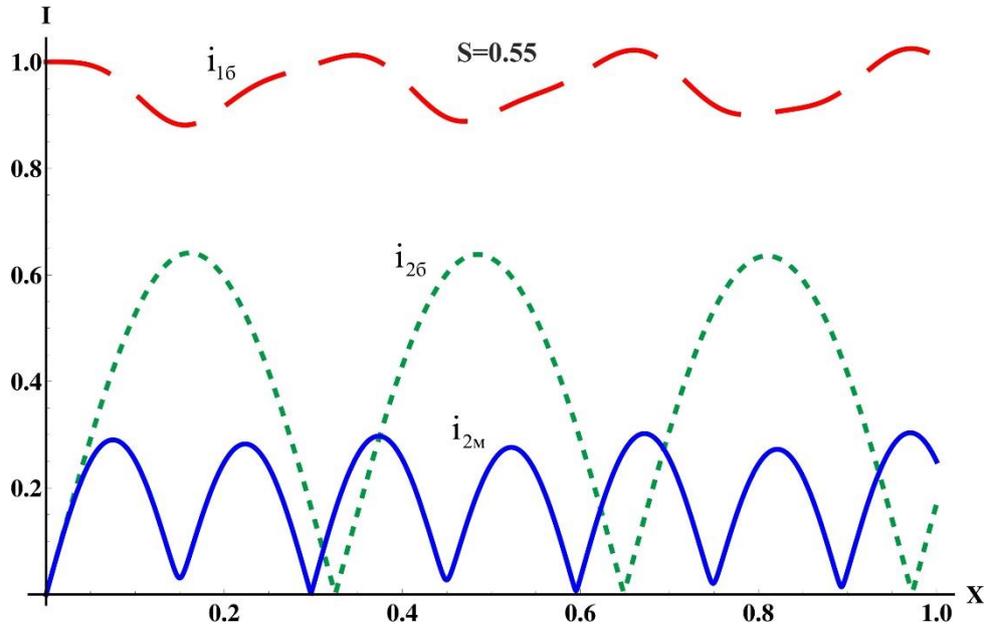


Рисунок 38 – Распределение амплитуд тока волн пространственного заряда для случая взаимодействия быстрой волны с быстрой и медленной волнами в двух попутных потоках в отсутствии неустойчивости; пунктирная кривая соответствует быстрой волне первого потока, сплошная – медленной волне второго потока, – точечная – быстрой волне второго потока.

Рассмотрим дисперсионное уравнение (2.31) в предположении, что $k_{p1} = k_{p2}$.

Легко видеть, что тогда оно переходит в уравнение:

$$\left[k - (k_{e1} - k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} - k_{p1}) \right] \left[k - (k_{e2} + k_{p1}) \right] = -\frac{k_{p1}^3}{2}, \quad (2.32)$$

которое легко преобразуется к виду:

$$\left[k - (k_{e1} - k_{p1}) \right] \left[(k - k_{e2})^2 - k_{p1}^2 \right] = -\frac{k_{p1}^3}{2}. \quad (2.33)$$

Далее для удобства введем обозначения, принятые в [86]:

$$\beta = k; \quad \beta_e = k_{e2}; \quad \beta_p = k_{p1}; \quad \beta_0 = k_{e1} - k_{p1}. \quad (2.34)$$

Видно, что здесь постоянная распространения быстрой волны первого пучка β_0 представляет аналог постоянной распространения волны в замедляющей системе из теории ЛБВ. Волновое число β в теории ЛБВ выражается следующим образом:

$$\beta = \beta_e (1 + j\tilde{\delta}), \quad (2.35)$$

Легко видеть, что после проведения замен дисперсионное уравнение (2.33) может быть легко приведено к широко известной форме

$$\delta^2(jb + \delta) = -j, \quad (2.36)$$

где

$$\delta = \frac{2\tilde{\delta}\beta_e}{\beta_p}, \quad (2.37)$$

$$b = \frac{2(\beta_0 - \beta_e)}{\beta_{p1}} \quad (2.38)$$

Полученное уравнение (2.36) аналогично известному уравнению из теории ЛБВ и представляет собой дисперсионное соотношение в трехволновом приближении. В частности, данное уравнение используется в теории крестатронного режима ЛБВ. Параметры δ и b , определяемые выражениями (2.37) и (2.38) являются прямыми аналогами инкремента и параметра рассинхронизма в теории ЛБВ.

Известно, что в теории ЛБВ для построения дисперсионных характеристик обычно используются координаты (b, δ) , что позволяет с легкостью определять диапазон рабочих значений параметра рассинхронизма. В нашем случае для проведения более полной аналогии между двухпотоковой системой и системой «пучок-электромагнитная волна» ниже приведена дисперсионная характеристика для ЛБВ в координатах, используемых в теории двухпотоковой неустойчивости.

Для этого воспользуемся дисперсионным уравнением ЛБВ в трехволновом приближении [86]:

$$(k - k_0) \left[(k - k_e)^2 - k_p^2 \right] = -k_e k_0^2 C_0^3, \quad (2.39)$$

здесь $k_0 = \frac{\omega}{v_\phi}$, $k_e = \frac{\omega}{v_0}$, $k_p = \frac{\omega_p}{v_0}$, ω – частота, k – постоянная распространения, v_ϕ – фазовая скорость волны в замедляющей системе, v_0 – скорость электронов в пучке, C_0 – параметр усиления Пирса.

Легко видеть, что по структуре уравнение (2.39) совпадает с уравнением (2.31). На рисунке 39 приведена дисперсионная характеристика ЛБВ в

Легко видеть, что по структуре уравнение (2.39) совпадает с уравнением (2.31). На рисунке 39 приведена дисперсионная характеристика ЛБВ в

безразмерных координатах, аналогичных тем, что использовались при построении дисперсионной характеристики для двухпотоковой системы: $\theta = \frac{\omega}{\omega_p}$, $\beta = \frac{kv_0}{\omega_p}$,

$$S = \frac{V_0}{V_{ph}}.$$

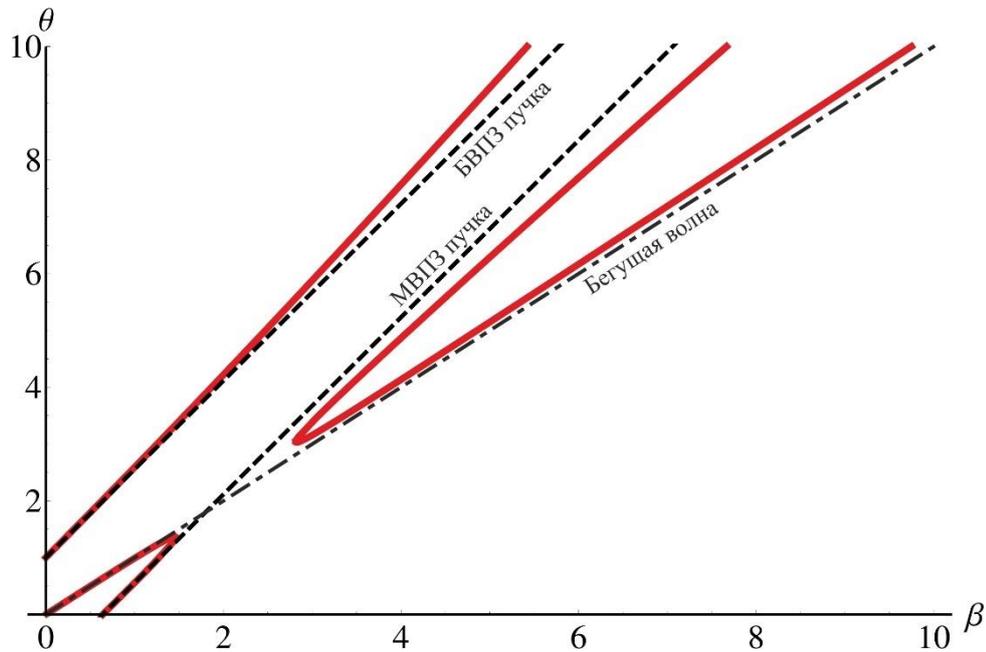


Рисунок 39 – Дисперсионная характеристика ЛБВ в трехволновом приближении.

В результате сравнения рисунков 35 и 39 можно сделать вывод, что характер кривых на них полностью совпадает. Следует отметить, что волна в замедляющей системе, как и БВПЗ, переносит положительный поток мощности. В то же самое время описанный режим интерференционного усиления в двухпотоковой системе в трехволновом приближении полностью аналогичен широко известному крестатронному режиму работы ЛБВ. Таким образом, можно говорить о наличии глубокой аналогии между процессами, протекающими в лампе бегущей волн и процессами в двухпотоковой системе.

Для иллюстрации на рисунке 40 совмещены дисперсионные характеристики для ЛБВ и трехволновой модели взаимодействия двух электронных потоков. Также для оценки вклада третьей волны в процесс взаимодействия двух электронных потоков ниже на рисунке 41 приведена дисперсионная характеристика, на которой

наложены характеристики двухпотоковой системы, полученные на основе двухволнового и трехволнового приближений.

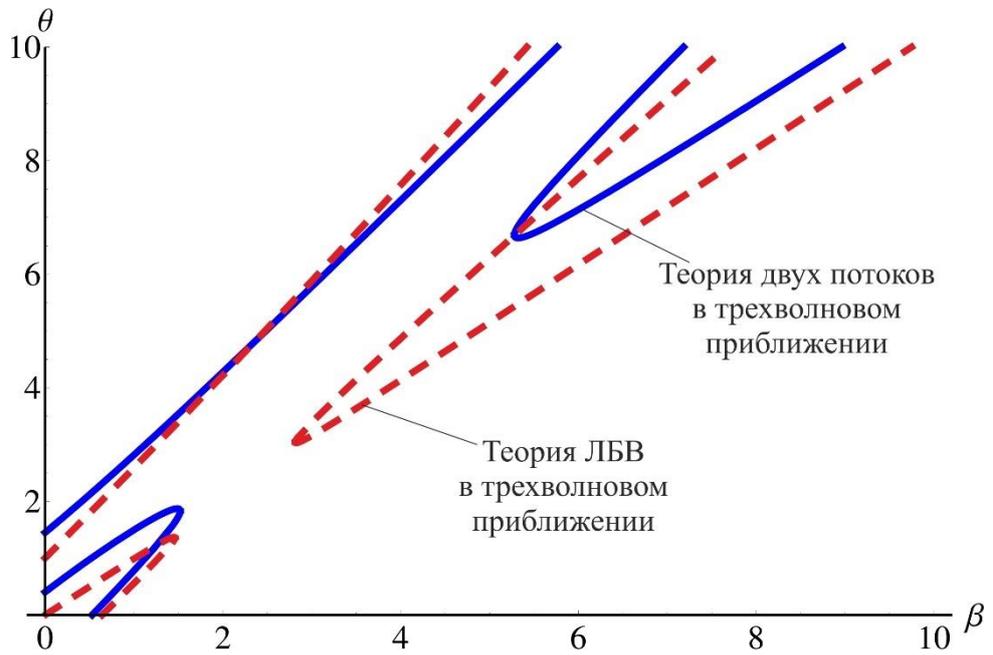


Рисунок 40 – Дисперсионная характеристика ЛБВ в трехволновом приближении и двухпотоковой системы в трехволновом приближении для случая взаимодействия быстрой волны более медленного электронного потока с волнами пространственного заряда более быстрого электронного потока.

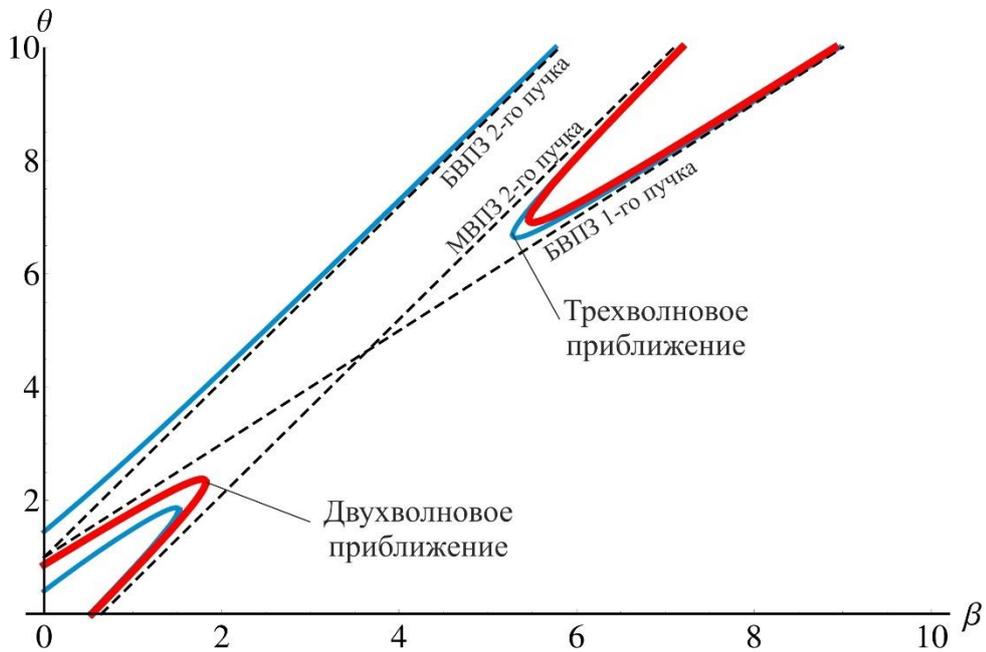


Рисунок 41 – Дисперсионные характеристики для двухпотоковой системы в двух- и трехволновом приближениях.

Для полного описания трехволнового взаимодействия в двух потоках также проведено исследование случая возбуждения только медленной волны

пространственного заряда в одном потоке и двух волн пространственного заряда в другом. Данный случай не представляет интереса с точки зрения проведения аналогии с лампой бегущей волны, поскольку возбужденная отдельно медленная волна переносит отрицательный поток мощности, в то время как волна в замедляющей системе ЛБВ переносит положительный. Однако и в данном случае возможно развитие неустойчивости, поскольку возможно двухволновое взаимодействие.

Взаимодействие волн пространственного заряда одного потока с медленной волной пространственного заряда другого потока может быть описано полученной на основе (2.6) системой связанных интегральных уравнений вида:

$$\begin{cases} i_{1M}(x) = e^{-j(k_{e1}+k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}+k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} - \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] \\ i_{2\delta}(x) = -e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} + \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right], \\ i_{2M}(x) = e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] \end{cases} \quad (2.40)$$

Система (2.40) может быть легко преобразована к виду:

$$\begin{cases} \frac{di_{1M}}{dx} = -j(k_{e1} + k_{p1})i_{1M} - j\frac{k_{p1}}{2}i_{2\delta} - j\frac{k_{p1}}{2}i_{2M} \\ \frac{di_{2\delta}}{dx} = -j(k_{e2} - k_{p2})i_{2\delta} + j\frac{k_{p2}}{2}i_{1M} \\ \frac{di_{2M}}{dx} = -j(k_{e2} + k_{p2})i_{2M} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{1M} \end{cases} \quad (2.41)$$

где $i_{1M}(x)$ – амплитуда переменной составляющей тока, соответствующего МВПЗ, возбужденной в первом потоке, $i_{2\delta}(x)$ и $i_{2M}(x)$ – амплитуды переменных составляющих токов, соответствующих БВПЗ и МВПЗ, возбужденных во втором потоке. Из условия равенства нулю определителя системы (2.41) легко получить дисперсионное соотношение:

$$\frac{k_{p1}k_{p2}^2}{2} - [k - (k_{e1} + k_{p1})][k - (k_{e2} + k_{p2})][k - (k_{e2} - k_{p2})] = 0. \quad (2.42)$$

Его решение приведено на рисунке 42. Видно, что системе также возможна неустойчивость. Однако для этого необходимо, чтобы медленная волна пространственного заряда была возбуждена в более быстром электронном потоке.

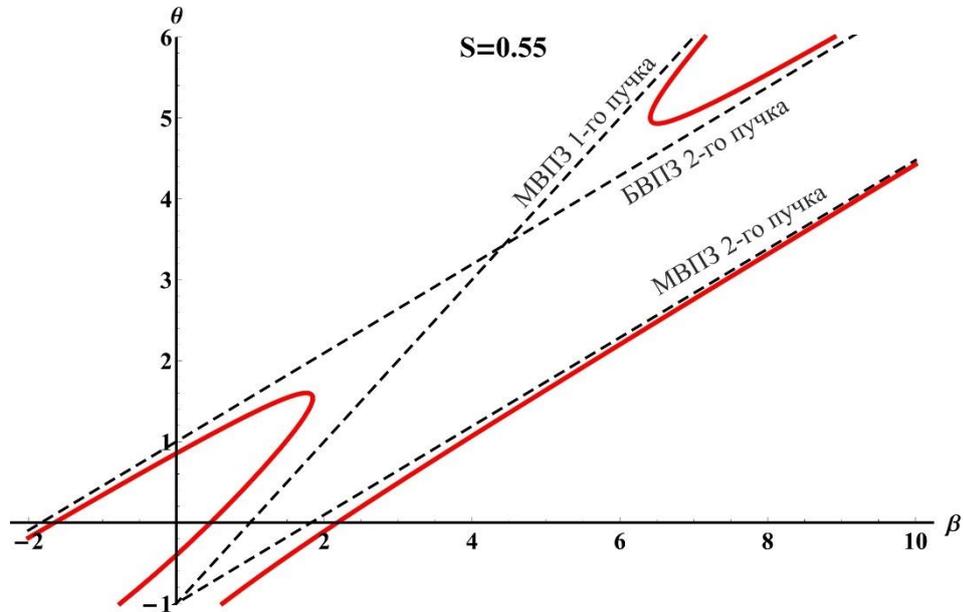


Рисунок 42 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия медленной волны с быстрой и медленной волнами в двух однонаправленных потоках; пунктиром обозначены характеристики волн пространственного заряда в невзаимодействующих потоках.

В случае выполнения условий возникновения неустойчивости распределение амплитуд волн пространственного заряда будет иметь вид, представленный на рисунке 43. В качестве начальных используются следующие условия: $i_{1м} \neq 0$, $i_{2б} = 0$, $i_{2м} = 0$.

Очевидно, что вне границ области неустойчивости распределение амплитуд волн пространственного заряда будет иметь характер биений за счет интерференции парциальных волн постоянной амплитуды. Также в случае возбуждения отдельной медленной волны пространственного заряда в более медленном потоке неустойчивость отсутствует, что следует из дисперсионной характеристики, приведенной на рисунке 44.

В этом случае распределение амплитуд волн пространственного заряда также будет иметь характер биений за счет интерференции парциальных волн постоянной амплитуды.

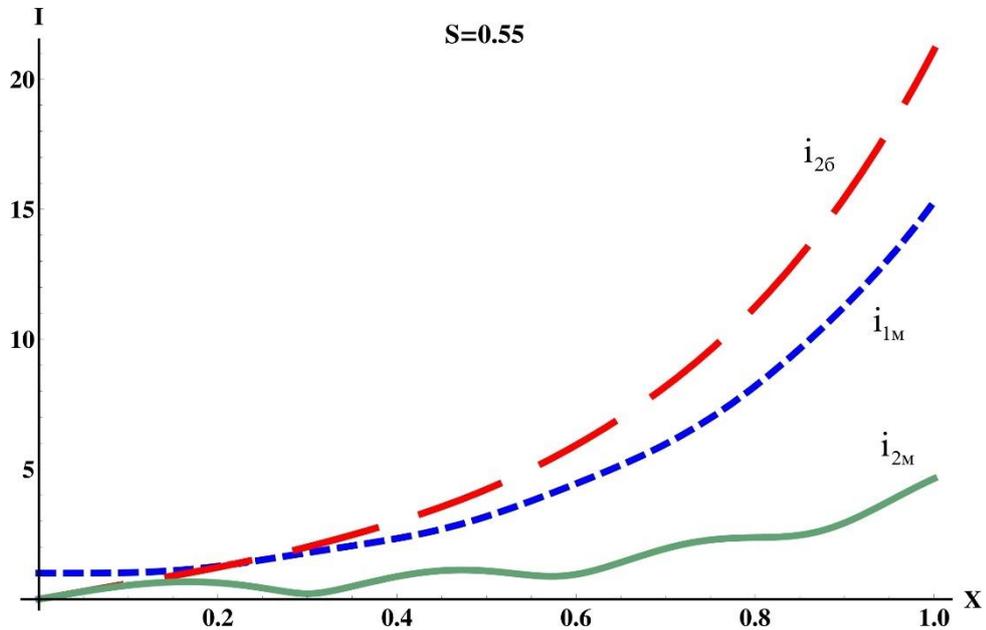


Рисунок 43 – Распределение амплитуд токов, соответствующих ВПЗ для случая взаимодействия медленной волны с быстрой и медленной волнами в двух попутных потоках; пунктирная кривая соответствует быстрой волне второго потока, сплошная – медленной волне второго потока, – точечная – медленной волне первого потока.

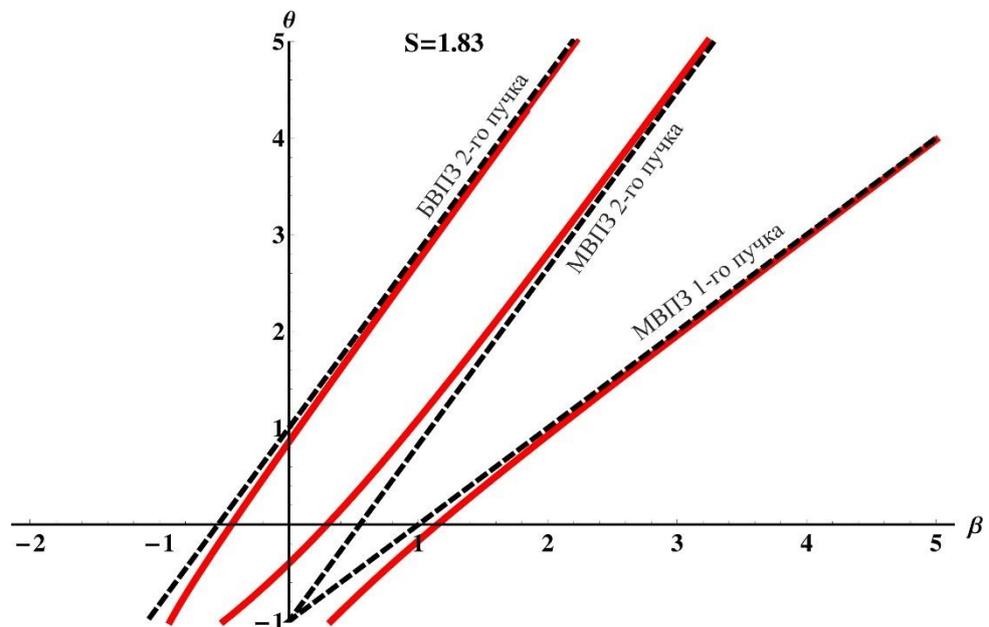


Рисунок 44 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия медленной волны с быстрой и медленной волнами в двух однонаправленных потоках.

Таким образом, можно сделать вывод, что в трехволновом приближении имеет место аналогия между процессами, протекающими при взаимодействии двух волн пространственного заряда более быстрого электронного потока с быстрой волной пространственного заряда более медленного потока, и процессами, протекающими в ЛБВ. Также, на основании замечаний авторов [88, 89], можно заключить, что в трехволновом приближении в двухпотоковой системе в указанном случае имеет место индуцированное излучение Вавилова-Черенкова.

Завершим рассмотрение процессов в двухпотоковой системе анализом четырехволнового взаимодействия.

2.4 Полная модель двухпотоковой неустойчивости (четырёхволновое взаимодействие)

Будем считать, что во взаимодействии участвуют все четыре волны пространственного заряда. В этом случае исходная система имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{16}(x) = -e^{-j(k_{e1}-k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}-k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} + \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] \\ i_{1M}(x) = e^{-j(k_{e1}+k_{p1})x} \left[\frac{k_{p1}}{2j} \int_0^x i_2(\zeta) e^{j(k_{e1}+k_{p1})\zeta} d\zeta + \frac{i_1(0)}{2} - \frac{k_{e1}I_{01}}{k_{p1}v_{01}} v_1(0) \right] \\ i_{26}(x) = -e^{-j(k_{e2}-k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}-k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} + \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] \\ i_{2M}(x) = e^{-j(k_{e2}+k_{p2})x} \left[\frac{k_{p2}}{2j} \int_0^x i_1(\zeta) e^{j(k_{e2}+k_{p2})\zeta} d\zeta + \frac{i_2(0)}{2} - \frac{k_{e2}I_{02}}{k_{p2}v_{02}} v_2(0) \right] \end{array} \right. \quad (2.43)$$

Получим систему связанных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_{16}}{dx} = -j(k_{e1} - k_{p1})i_{16} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{26} + j\frac{k_{p1}}{2}i_{2m} \\ \frac{di_{1m}}{dx} = -j(k_{e1} + k_{p1})i_{1m} - j\frac{k_{p1}}{2}i_{26} - j\frac{k_{p1}}{2}i_{2m} \\ \frac{di_{26}}{dx} = -j(k_{e2} - k_{p2})i_{26} + j\frac{k_{p2}}{2}i_{16} + j\frac{k_{p2}}{2}i_{1m} \\ \frac{di_{2m}}{dx} = -j(k_{e2} + k_{p2})i_{2m} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{16} - j\frac{k_{p2}}{2}i_{1m} \end{array} \right. \quad (2.44)$$

Условие совместности системы (2.44) дает хорошо известное дисперсионное уравнение двухпоточковой системы:

$$\frac{k_{p1}^2}{(k - k_{e1})^2} + \frac{k_{p2}^2}{(k - k_{e2})^2} = 1, \quad (2.45)$$

чаще представляемое в виде:

$$\frac{\omega_{p1}^2}{(\omega - kv_{01})^2} + \frac{\omega_{p2}^2}{(\omega - kv_{02})^2} = 1. \quad (2.46)$$

Решение дисперсионного уравнения (2.46) также хорошо известно, соответствующая дисперсионная характеристика приведена на рисунке 45.

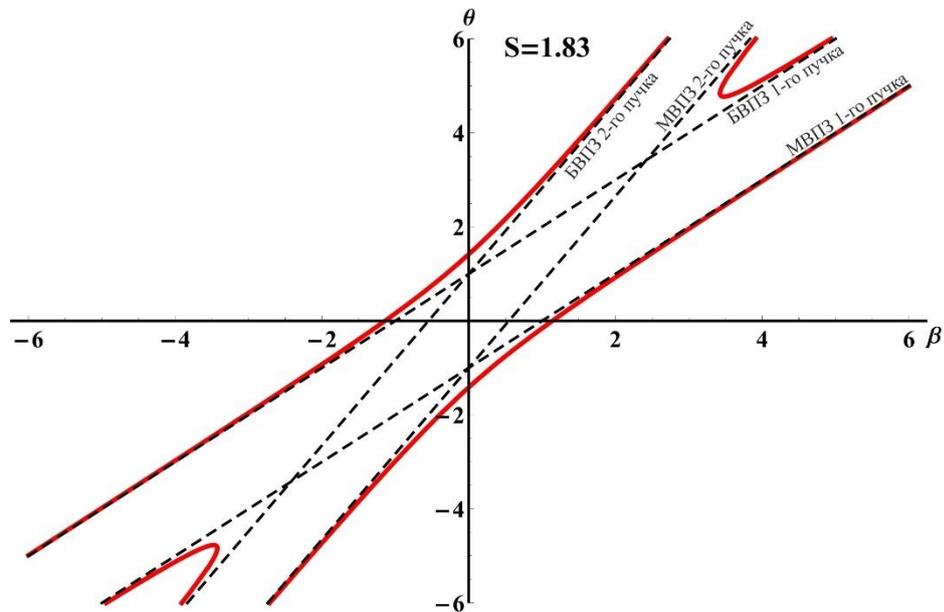


Рисунок 45 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия попутных электронных потоков.

В случае учета всех четырех волн область неустойчивости значительно расширяется. Результаты, полученные на основе метода связанных волн, совпадают с известными результатами теории двухпоточковой неустойчивости, что говорит о полной справедливости данного подхода.

Из системы (2.44) легко получить явный вид для токов волн. Ниже на рисунке 46 приведены полученные зависимости токов волн пространственного заряда от длины системы. В качестве начальных используются следующие условия:

$$i_{16} \neq 0, i_{1M} \neq 0, i_{26} = 0, i_{2M} = 0.$$

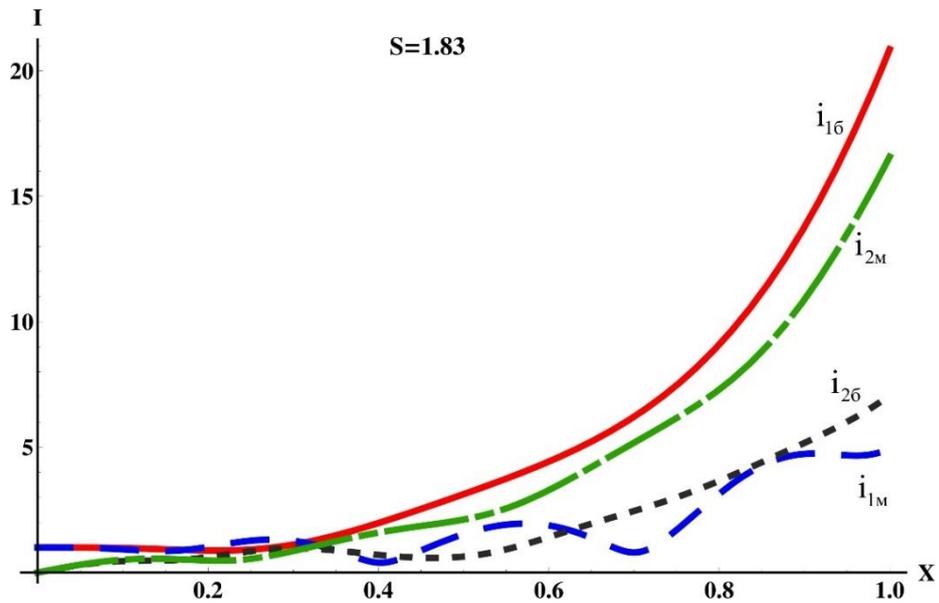


Рисунок 46 – Распределение тока для случая взаимодействия попутных потоков; сплошная и пунктирная соответствуют быстрой и медленной волне первого потока, а точечная и штрихпунктирная – быстрой и медленной волнам второго потока соответственно.

Вне области неустойчивости решение представляет собой суперпозицию четырех парциальных волн. Явный вид распределения амплитуд токов волн пространственного заряда приведен на рисунке 47. Из рисунка видно, что в отсутствие неустойчивости возможно увеличение амплитуды тока, соответствующего ВПЗ. Причем пространственное распределение амплитуд токов имеет характер биений.

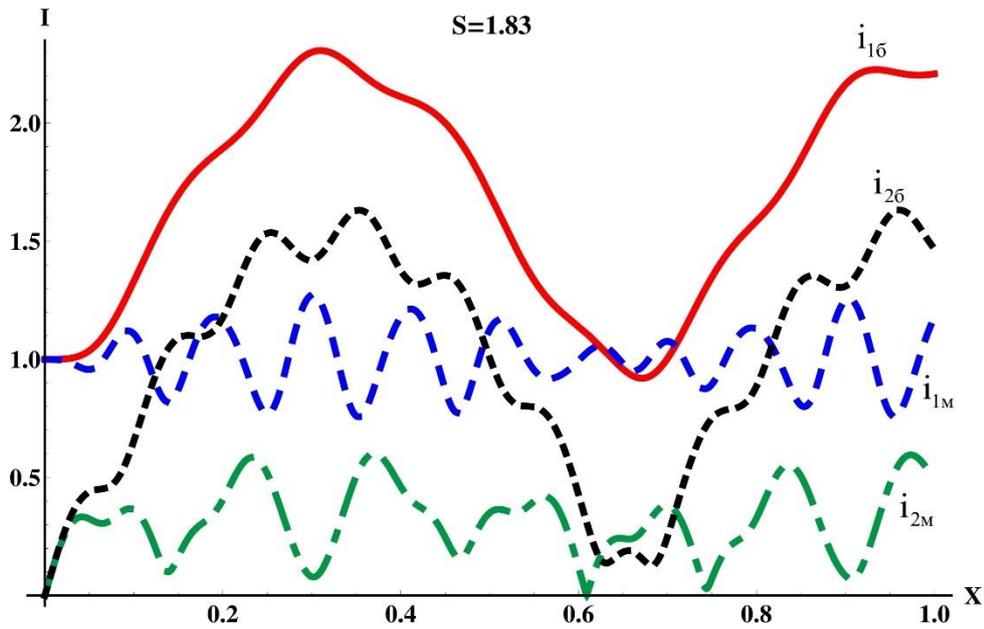


Рисунок 47 – Зависимость амплитуд токов волн пространственного заряда от расстояния; сплошная и пунктирная соответствуют быстрой и медленной волне первого потока, точечная и штрих-пунктирная – быстрой и медленной волнам второго потока соответственно.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности использования двух электронных потоков вне области двухпоточковой неустойчивости для усиления сигналов за счет интерференционного взаимодействия. В следующей главе новый режим усиления будет рассмотрен подробнее.

2.5 Выводы

В данной главе на основе метода связанных волн проведен последовательный анализ процессов, протекающих при взаимодействии двух разноскоростных попутных электронных потоков. Подобный анализ с использованием метода связанных волн проведен впервые. Проведенная классификация волновых взаимодействий в системе двух попутных взаимодействующих потоков позволяет выделить следующие виды индуцированного излучения, соответствующего разным моделям:

- Излучение за счет аномального эффекта Доплера (модель двухволнового взаимодействия),
- Черенковское излучение и интерференционное усиление (модель трехволнового взаимодействия),
- Черенковское излучение и интерференционное усиление (учет четырех волн).

Таким образом, рассмотренная модель двух попутных взаимодействующих электронных потоков демонстрирует все виды индуцированного излучения, имеющие место в приборах типа О.

Глава 3 Линейная теория систем с двумя взаимодействующими электронными потоками

3.1 Теория интерференционного режима усиления в системе двух взаимодействующих электронных потоков

В данной главе в линейном приближении описан ряд моделей систем, включающих в себя два попутных взаимодействующих электронных потока с двумя взаимодействующими электронными потоками. В данном разделе предложен новый режим взаимодействия усиления в системе двух взаимодействующих электронных потоков, названный интерференционным. Предполагается, что данный режим позволит двухпоточковым системам обойти ограничения на повышение рабочей частоты и продвинуться в коротковолновую область СВЧ диапазона. Также в данной главе приведена линейная теория взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в рамках метода дисперсионного уравнения с последующим анализом возможных режимов работы.

Предложенный в настоящей работе режим интерференционного усиления, возможность существования которого предполагалась еще в работе В. Доу и Дж. Роу [53], но не исследовался, является перспективным для продвижения в коротковолновую область СВЧ диапазона.

Указанная работа представляет собой краткое сообщение, в котором авторы высказали предположение о возможности применения нового метода для получения значительного усиления СВЧ-сигнала в электронно-лучевых приборах. С точки зрения авторов, новый метод позволяет избежать трудностей, связанных с малым временем жизни спиралей и других замедляющих систем ЛБВ при высоких значениях уровня мощности. В качестве примера, подтверждающего возможность усиления в отсутствие замедляющей системы, авторы упоминают результаты работ А. Гаева по двухлучевому усилителю. По мнению Доу и Роу, в случае даже слабой связи между пучками, возможно добиться распространения в двухпоточковой системе волн пространственного заряда постоянной амплитуды с незначительно различающимися фазовыми скоростями. По их мнению, можно добиться

формирования в пространстве структуры поля в виде стоячих волн, аналогично той, что возникает в крестатронном режиме ЛБВ. Ссылаясь на предыдущую работу Роу [52], посвященную крестатрону, авторы предполагают, что биения волн пространственного заряда позволят добиться приемлемых значений усиления. В то же время, авторы отмечали трудности, связанные с созданием модулирующего и демодулирующего устройства для подобной системы. По их мнению, наиболее удачным вариантом подобного усилителя являлся пролетный клистрон.

Остановимся более подробно на режимах усиления, реализуемых в системе двух взаимодействующих попутных электронных потоков в области неустойчивости.

В качестве основной системы дифференциальных уравнений для решения данной задачи будем использовать систему (2.1). Рассмотрим вытекающее из неё дисперсионное уравнение (2.46). Данное уравнение в общем случае является алгебраическим уравнением четвертого порядка. Воспользуемся приближенным решением данного алгебраического уравнения четвертого порядка, предложенным Гаевым [17]. После введения замен:

$$v = \frac{v_{01} + v_{02}}{2}, \quad (3.1)$$

$$\delta = \frac{v_{01} - v_{02}}{2}, \quad (3.2)$$

$$k = \frac{\omega}{v} + \gamma, \quad (3.3)$$

и при выполнении условий

$$\gamma\delta \rightarrow 0, v_{01} \neq v_{02}, v_{01} = v + \delta, v_{02} = v - \delta, \omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p \quad (3.4)$$

дисперсионное уравнение (2.46) преобразуется к виду:

$$\frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} + \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{\delta\omega}{v\omega_p} - \frac{\gamma v}{\omega_p}\right)^2} = 1, \quad (3.5)$$

или

$$\frac{1}{(\chi + \xi)^2} + \frac{1}{(\chi - \xi)^2} = 1, \quad (3.6)$$

здесь $\chi = \frac{\omega\delta}{\omega_p v}$ – параметр неоднородности, $\xi = \frac{\gamma v}{\omega_p}$.

Уравнение (3.6) является биквадратным относительно параметра неоднородности. Его решение приведено на рисунке 48. Очевидно, что для возникновения неустойчивости в системе из двух пучков, хотя бы один из корней должен иметь мнимую часть. Это условие достигается при $0 < \chi < \sqrt{2}$. В этом случае в пространстве системы будут распространяться четыре волны: одна нарастающая, одна затухающая и две постоянной амплитуды. Также легко получить, что максимально быстрое нарастание амплитуды тока достигается при $\chi \approx 0.73$.

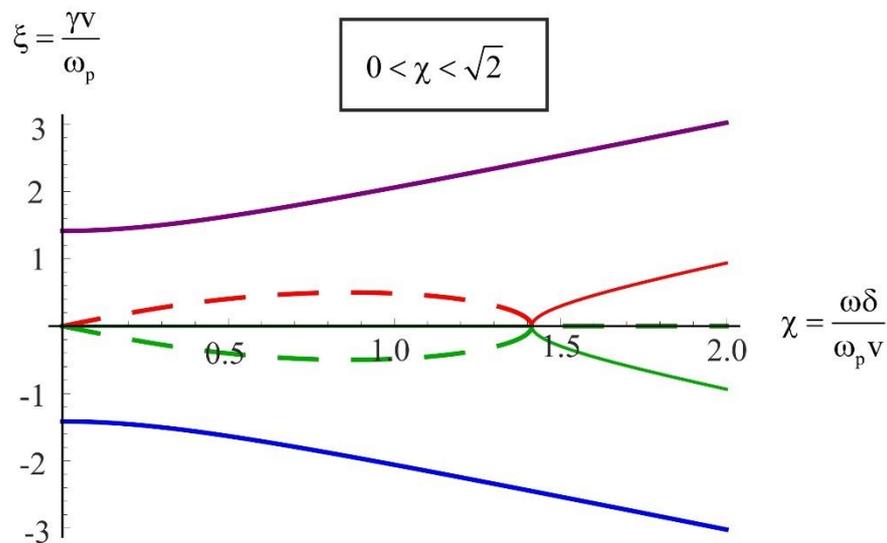


Рисунок 48 – Дисперсионная характеристика двухпотоковой системы. Сплошные кривые соответствуют действительным корням дисперсионного уравнения, пунктирные кривые – комплексным.

Выполнение условия $0 < \chi < \sqrt{2}$ накладывает жесткие ограничения на параметры двухпотоковых систем. В то же время можно показать, что возможно получить значительное усиление вне пределов области неустойчивости. Для этого воспользуемся решением системы (2.1). Легко показать, что выражения для амплитуд переменных составляющих токов пучков имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1(x) = \sum_{i=1}^4 C_i e^{-jk_i x}, \\ i_2(x) = \sum_{i=1}^4 C_i \frac{(k_i - k_{e1})^2 - k_{p1}^2}{k_{p1}^2} e^{-jk_i x}, \end{array} \right. \quad (3.7)$$

где C_i – константы, определяемые начальными условиями, k_i – корни дисперсионного уравнения, которые могут быть представлены как

$$k_i = \frac{\omega}{v} \pm \frac{\omega_p}{v} \sqrt{\left(\frac{\omega\delta}{v\omega_p}\right)^2 + 1} \pm \sqrt{4\left(\frac{\omega\delta}{v\omega_p}\right)^2 + 1} \quad (3.8)$$

Покажем, что за счет интерференции четырех парциальных волн постоянной амплитуды может иметь место увеличение $i_1(x)$ и $i_2(x)$ по сравнению с начальным возмущением. Суммарный ток двух потоков имеет вид:

$$i(x) = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{(k_i - k_{e1})^2 - k_{p1}^2}{k_{p1}^2} + 1 \right) C_i e^{-jk_i x}, \quad (3.9)$$

Определим коэффициент усиления системы как

$$G(L) = 20 \text{Log} \frac{i(L)}{i(0)}, \quad (3.10)$$

где L – длина пространства взаимодействия.

Описанный выше механизм для случая $\chi = 1.5$ проиллюстрирован ниже. На рисунке 49 приведено распределение амплитуд токов парциальных волн в случае начальной токовой модуляции медленного пучка.

На некотором расстоянии от входа в систему, в зависимости от соотношения фазовых скоростей парциальных волн, будет наблюдаться их интерференция, что приведет к суммарному увеличению тока.

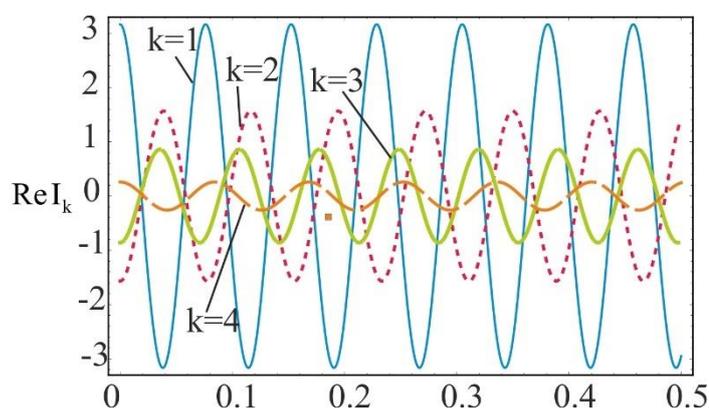


Рисунок 49 – Зависимости токов парциальных волн от безразмерной координаты.

На рисунке 50 приведена векторная диаграмма, на которой показано, как векторы, соответствующие каждой парциальной волне в сумме дают вектор, модуль которого значительно превышает модули слагаемых векторов.

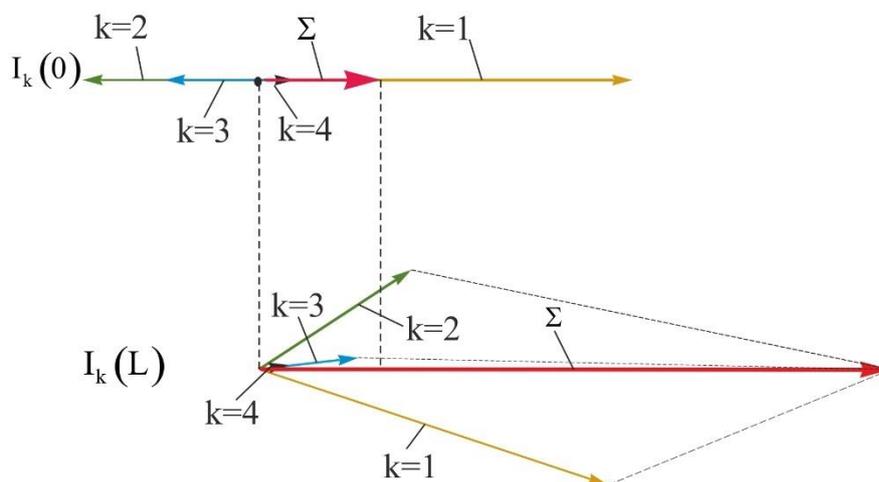


Рисунок 50 – Векторная диаграмма, демонстрирующая сложение парциальных волн, приводящее к увеличению выходного сигнала в точке $L = 2.5$, символом Σ обозначен вектор суммарного тока.

Ниже на рисунке 51 приведены результаты расчета зависимости коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия для разных значений частот и коэффициента усиления от частоты при следующих параметрах: $U = 1500\text{В}$, разброс пучков по скоростям – 5% от среднего значения, ток первого пучка $I_{01} = 50\text{мА}$, ток второго пучка $I_{02} = 50\text{мА}$, $f_p = 100\text{МГц}$.

Как видно из расчетов, интерференционный режим позволяет обойти ограничения на повышение частоты, что делает его весьма перспективным для использования в терагерцовом диапазоне частот.

Таким образом, в данном разделе предложен новый режим взаимодействия двух попутных электронных потоков, обеспечивающий вне границ области двухпотоковой неустойчивости усиление входного сигнала за счет интерференции парциальных волн постоянной амплитуды. Описанный режим представляет интерес для работы в коротковолновой области СВЧ диапазона.

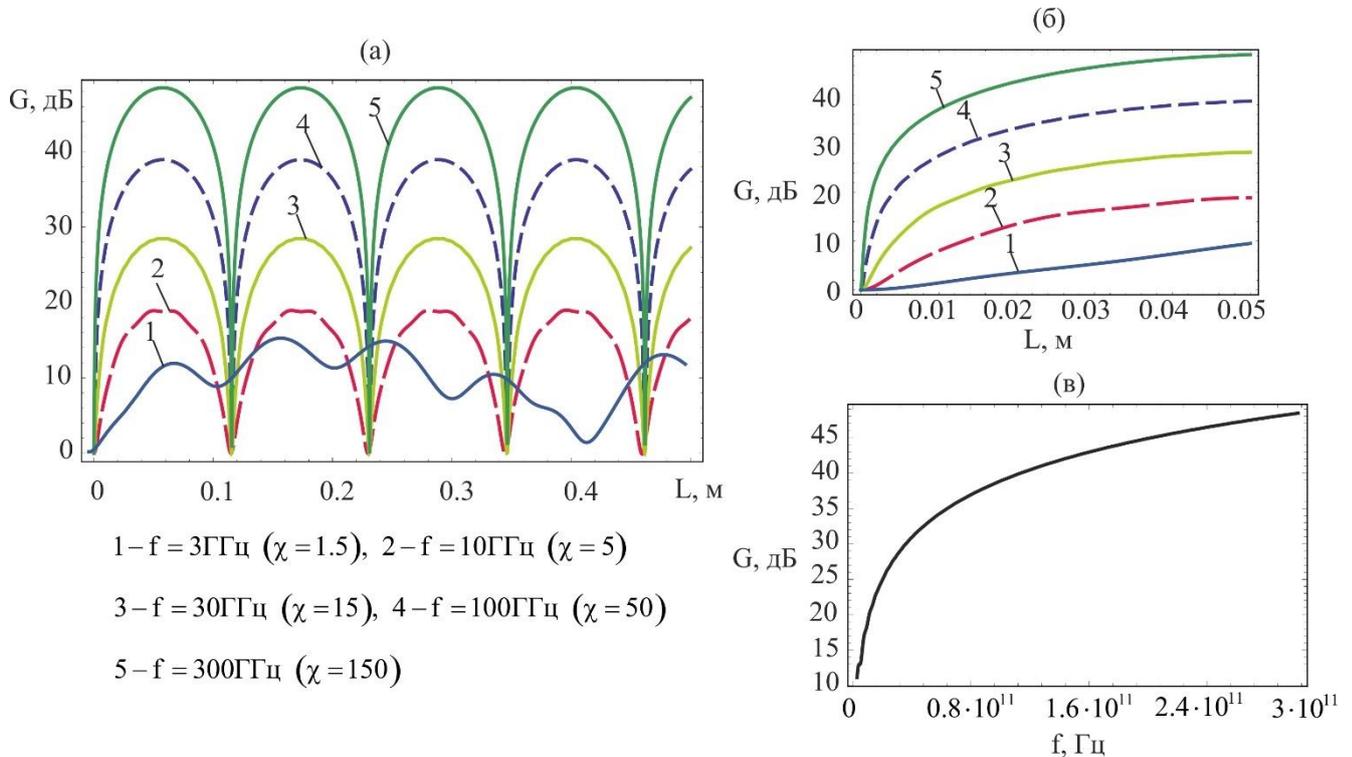


Рисунок 51 – (а) зависимость коэффициента усиления от расстояния для разных значений частот; (б) увеличенный фрагмент той же зависимости; (в) зависимость коэффициента усиления от частоты в диапазоне от 3 до 300 ГГц на расстоянии 6 см от начала системы.

3.2 Линейная теория взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной (линейная теория ЛБВ с двумя потоками)

В данном разделе в рамках метода дисперсионного уравнения описана линейная теория взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной.

Идея использования двух электронных потоков для повышения выходных характеристик лампы бегущей волны возникла практически сразу после открытия явления двухпотоковой неустойчивости. Первостепенный вклад в развитие теории взаимодействия двух электронных потоков также был сделан специалистами, занимающимися, главным образом, ЛБВ: Гаевым, Пирсом и др. Таким образом,

появление статей, содержащих в себе элементы теории усилителя О-типа с двумя взаимодействующими электронными пучками, не было неожиданностью. В первых статьях в линейном приближении делались попытки описания возможных режимов работы двухлучевой ЛБВ путём анализа корней дисперсионного уравнения пятой степени. При этом расчёт выходных характеристик осуществлялся с учётом одной нарастающей волны в режиме неустойчивости при максимальном значении инкремента поля. Наиболее полной в этом смысле является работа И.К. Викулова и А.С. Тагера [90]. Тем не менее, в ней авторы также анализировали только режимы неустойчивости. При этом ни в одной работе не приводится последовательной теории, содержащей полного решения задачи. В этой главе приведена последовательная линейная теория ЛБВ с двумя потоками (см. рисунок 52). В рамках построенной теории проводится анализ возможных режимов работы прибора.

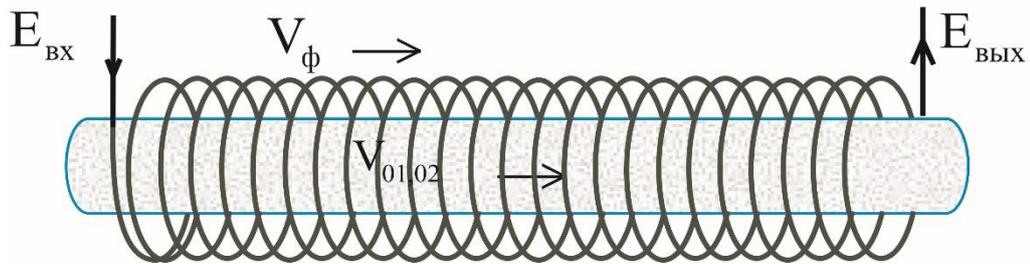


Рисунок 52 – Схема ЛБВ с двумя потоками.

3.2.1 Основные уравнения и результаты их аналитического решения

Рассмотрим в одномерном приближении систему двух взаимодействующих, идеально перемешанных, бесконечно широких, движущихся в одинаковом направлении электронных потоков, взаимодействующих с продольной компонентой электрического поля бегущей волны в замедляющей структуре. Соответствующая система дифференциальных уравнений в предположении, что все переменные величины изменяются по закону $e^{j\omega t}$, включает в себя уравнения для высокочастотных компонент сгруппированного тока в каждом потоке и одно уравнение возбуждения прямой бегущей волны поля в замедляющей структуре.

$$\begin{cases} \frac{d^2 i_1}{dx^2} + 2j\beta_{e1} \frac{di_1}{dx} - (\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) i_1 + \beta_{p1}^2 i_2 = j \frac{\beta_{e1} I_{01}}{2U_{01}} E \\ \frac{d^2 i_2}{dx^2} + 2j\beta_{e2} \frac{di_2}{dx} - (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2) i_2 + \beta_{p2}^2 i_1 = j \frac{\beta_{e2} I_{02}}{2U_{02}} E, \\ \frac{dE}{dx} + j\beta_0 E = -\frac{\beta_0^2 K_0}{2} (i_1 + i_2) \end{cases} \quad (3.11)$$

здесь $i_{1,2}(x)$ – амплитуды высокочастотных компонент токов, $\beta_{e1,e2} = \omega/v_{01,02}$ – электронные постоянные распространения, ω – частота сигнала, $v_{01,02}$ – невозмущенные скорости электронных потоков, $\beta_{p1,p2} = \omega_{p1,p2}/v_{01,02}$ – плазменные постоянные распространения потоков, $\omega_{p1,p2}$ – плазменные частоты потоков, $I_{01,02}$ – постоянные компоненты токов, $U_{01,02}$ – ускоряющие напряжения потоков, $E(x)$ – амплитуда продольной компоненты электрического поля, β_0 – постоянная распространения волны в замедляющей системе, K_0 – сопротивление связи замедляющей системы.

Из системы (3.11) легко получить дисперсионное уравнение задачи. Для этого предположим, что все переменные величины изменяются по закону $e^{-j\beta x}$. Из условия совместности полученной системы алгебраических уравнений находим:

$$\frac{\beta_{p1}^2}{(\beta - \beta_{e1})^2} + \frac{\beta_{p2}^2}{(\beta - \beta_{e2})^2} = 1 + \frac{\beta_0^2 \beta_{e1} C_{01}^3}{(\beta - \beta_0)(\beta - \beta_{e1})^2} + \frac{\beta_0^2 \beta_{e2} C_{02}^3}{(\beta - \beta_0)(\beta - \beta_{e2})^2}, \quad (3.12)$$

здесь $C_{01,02}^3 = \frac{I_{01,02} K_0}{U_{01,02}}$ – параметры Пирса для каждого пучка.

Следует отметить, что в случае исключения из рассмотрения замедляющей системы, то есть когда имеет место только взаимодействие потоков, выражение (3.12) за счет избавления от двух последних слагаемых преобразуется в широко известное дисперсионное соотношение для двухпотоковой системы.

В случае же отсутствия второго электронного потока, то есть при рассмотрении классической однолучевой ЛБВ, выражение (3.12) путем исключения слагаемых, соответствующих второму потоку, преобразуется к виду:

$$\frac{\beta_{p1}^2}{(\beta - \beta_{e1})^2} = 1 + \frac{\beta_{e1}\beta_0^2 C_{01}^3}{(\beta - \beta_0)(\beta - \beta_{e1})^2} \quad (3.13)$$

Выражение (3.13) представляет собой дисперсионное соотношение из линейной теории ЛБВ без учёта встречной волны. После несложных преобразований оно может быть с легкостью приведено к своей наиболее известной форме:

$$(\beta_0 - \beta) \left[(\beta - \beta_{e1})^2 - \beta_{p1}^2 \right] - \beta_{e1}\beta_0^2 C_{01}^3 = 0 \quad (3.14)$$

Также следует отметить, что дисперсионное выражение (3.12) обладает свойством аддитивности. Оно может быть с легкостью расширено на случай n числа потоков, взаимодействующих с ЗС, путем добавления в него соответствующих слагаемых.

Ниже приведена серия дисперсионных характеристик для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе, полученные путём решения уравнения (3.12). На них проиллюстрирована эволюция дисперсионных характеристик при последовательном увеличении скорости волны в замедляющей структуре относительно неизменных скоростей электронных потоков. На каждой характеристике приведены параметры рас- синхронизма пучков и волны b_1 и b_2 , определяемые выражениями:

$$b_1 = -\frac{\beta_{e1} - \beta_0}{C_1 \beta_{e1}}, \quad b_2 = -\frac{\beta_{e2} - \beta_0}{C_2 \beta_{e2}} \quad (3.15)$$

Расчеты проведены для следующих значений параметров: ток каждого пучка 100 мА, ускоряющие напряжения пучков 1000 В и 3000 В, сопротивление связи замедляющей системы 20 Ом.

Описанные далее режимы работы ЛБВ с двумя потоками могут быть реализованы в коротковолновой области СВЧ диапазона, которая представляет на сегодняшний день наибольший интерес. Однако для большей наглядности и информативности расчеты проведены в размерных параметрах для низкочастотной области СВЧ диапазона. Следует отметить, что полученные результаты в полной мере справедливы и для значительно более высоких частот.

Ниже на рисунке 53 приведена дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе. На графике тонким пунктиром нанесены пять прямых. Четыре из них соответствуют волнам пространственного заряда, распространяющимся в каждом электронном потоке в случае отсутствия взаимодействия. Эти прямые попарно параллельны, что говорит об их принадлежности к конкретному потоку. Пятая пунктирная прямая соответствует свободной от взаимодействия с электронными потоками волне в замедляющей структуре. В общем случае при заданном значении волнового числа решение имеет пять действительных ветвей. Однако существуют области, в которых некоторые решения становятся комплексными.

На рисунке 54 приведена мнимая часть решения дисперсионного уравнения для данного случая. На нем жирным пунктиром обозначена область, соответствующая комплексным корням уравнения. Существование данной области обусловлено явлением двухпотоковой неустойчивости, возникающей при взаимодействии двух попутных электронных потоков. В фигурных скобках приведены параметры рассинхронизма для каждого электронного потока относительно волны в замедляющей структуре.

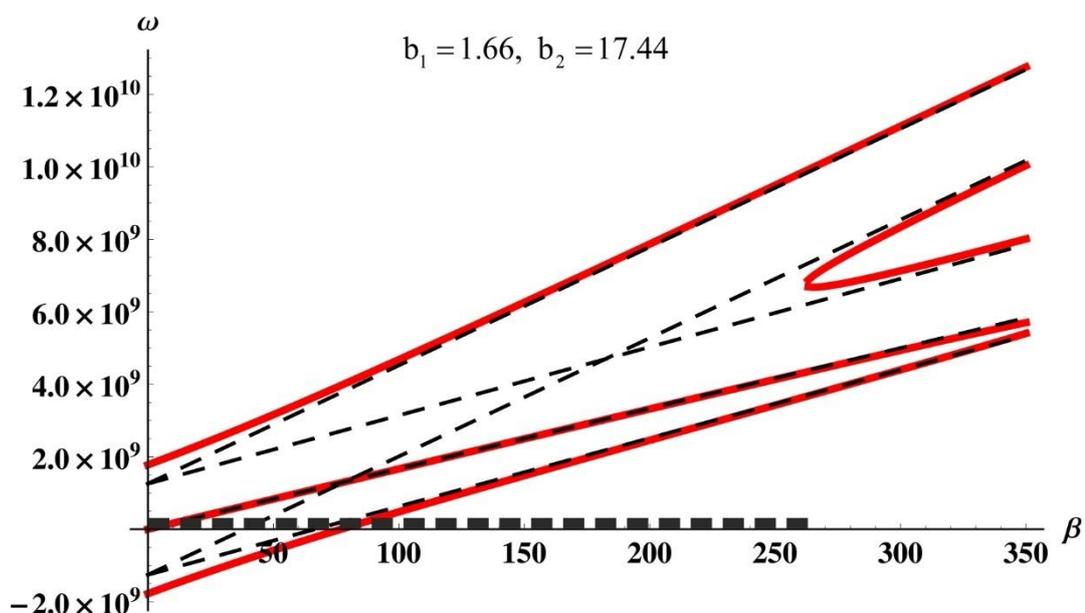


Рисунок 53 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе.

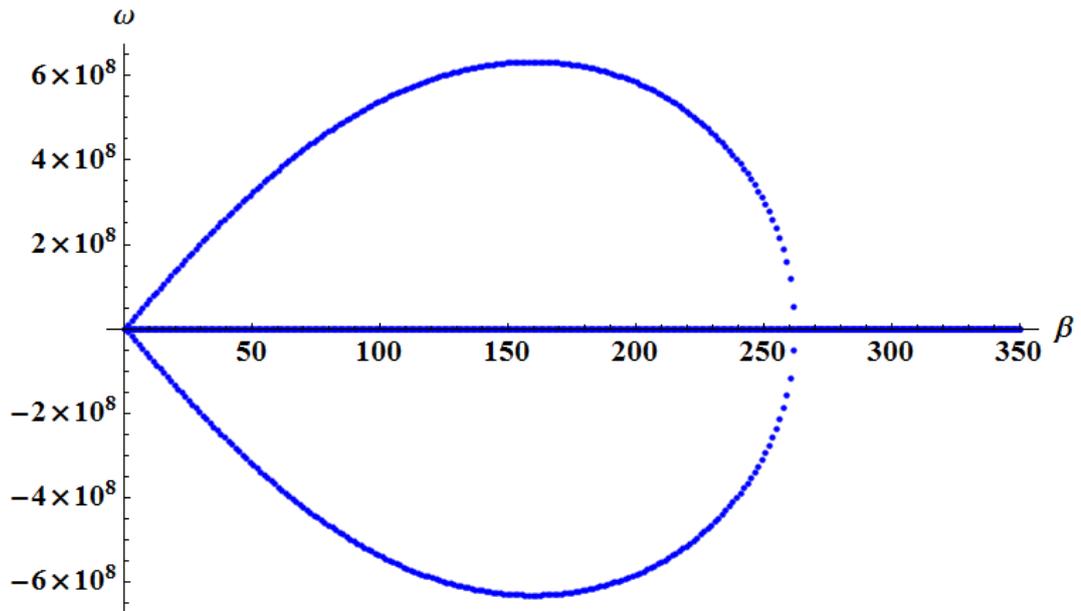


Рисунок 54 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе (мнимая часть решения).

Очевидно, что на дисперсионной характеристике помимо области двухпоточковой неустойчивости должна также присутствовать область комплексных решений, соответствующая ЛБВ-неустойчивости, возникающей в результате взаимодействия одного электронного потока с волной. На рисунках 55 и 56 приведены эти же дисперсионные характеристики в увеличенном масштабе. На них можно четко пронаблюдать область комплексных решений, соответствующую взаимодействию волны в замедляющей системе с волной пространственного заряда.

Для более подробного анализа возможных режимов работы ЛБВ с двумя электронными пучками следует провести анализ решений дисперсионного уравнения (3.12) не относительно волнового числа, как это принято в теории двухпоточковой неустойчивости, а относительно частоты, поскольку это автоматически позволит получить значения инкремента для амплитуды поля в замедляющей системе.

Анализ дисперсионных характеристик, построенных в пространстве (β, ω) , позволяет проследить за последовательным возникновением областей конвективной неустойчивости. Условия возникновения конвективной неустойчивости будут рассмотрены далее. Ниже приведены примеры решений дисперсионного уравнения относительно волнового числа.

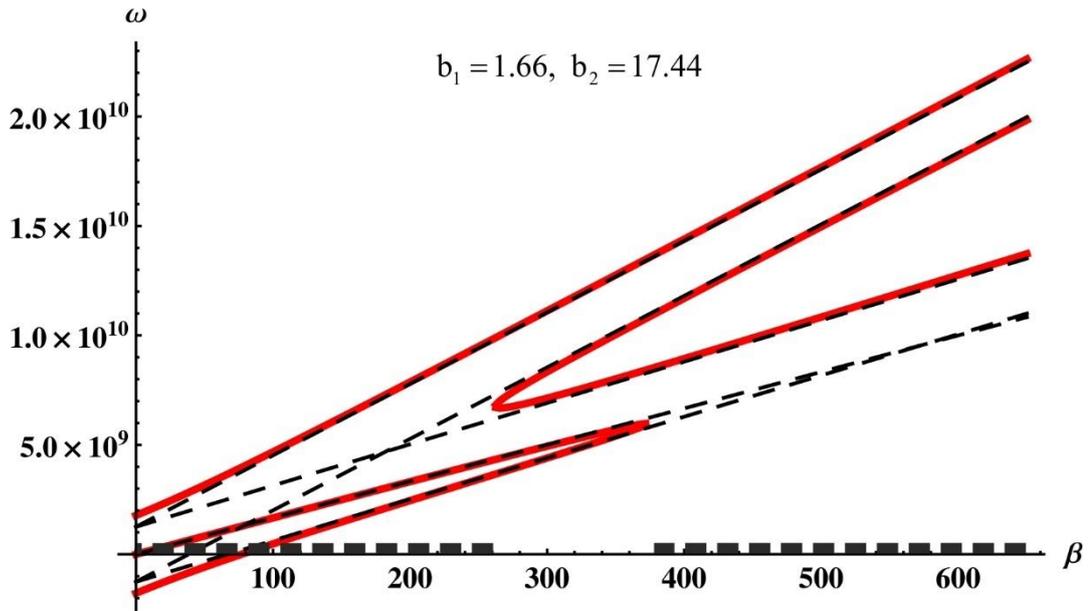


Рисунок 55 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе.

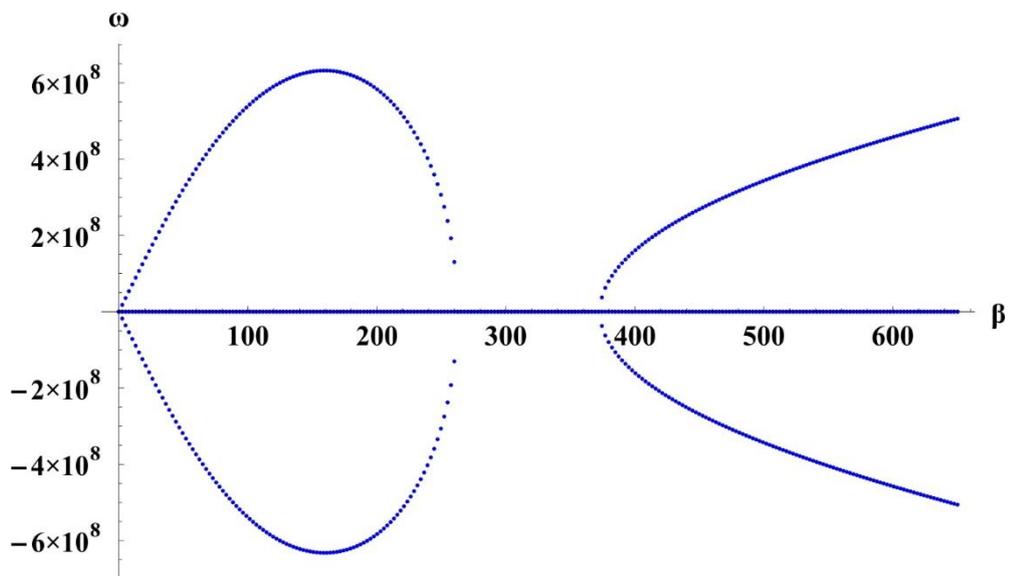


Рисунок 56 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе (мнимая часть решения).

Первоначально предполагается, что электронные потоки находятся в состоянии двухпотоковой неустойчивости, что подтверждается наличием области мнимой части решения. При последовательном увеличении скорости электромагнитной волны от значений меньшей скорости более медленного потока до значений выше скорости более быстрого потока при неизменных скоростях электронных потоков можно проследить за возникновением новых областей неустойчивости. Следует отметить, что последовательное изменение скорости волны при неизменных

скоростях потоков является исключительно теоретическим приемом, применяемым в данном случае для наглядности. Появление новых комплексных корней в решении обусловлено наступлением условия синхронизма бегущей волны с той или иной волной пространственного заряда.

На рисунке 57 приведен пример дисперсионной характеристики в пространстве (β, ω) . В фигурных скобках на графике приведены значения параметров рассинхронизма для каждого пучка. Попарно параллельные пунктирные линии соответствуют невзаимодействующим волнам пространственного заряда волнам. Пунктирная линия, проходящая через начало координат, соответствует невзаимодействующей с пучками волне в замедляющей системе. По наклону данной прямой можно судить о скорости волны в замедляющей системе. В данном случае волна распространяется медленнее обоих потоков. На рисунке 58 приведена мнимая часть решения. Можно отметить наличие двух областей конвективной неустойчивости, причем одна из них расположена внутри другой.

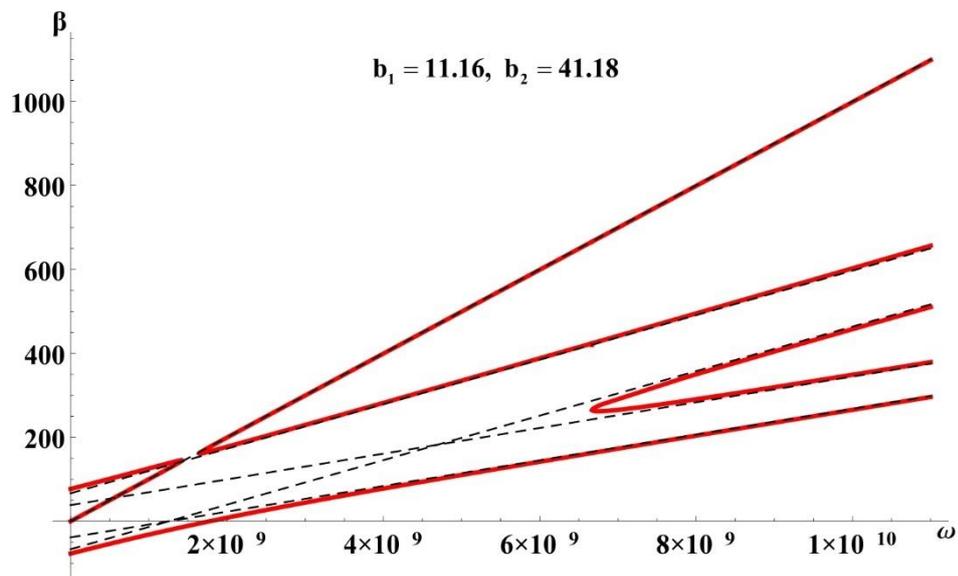


Рисунок 57 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе.

В данном случае первая, внутренняя, область неустойчивости обусловлена синхронизмом волны в ЗС с МВПЗ медленного пучка, а вторая – двухпотоковым взаимодействием. Таким образом, в узком диапазоне частот возможно выполнение условий для возникновения сразу двух типов конвективной неустойчивости.

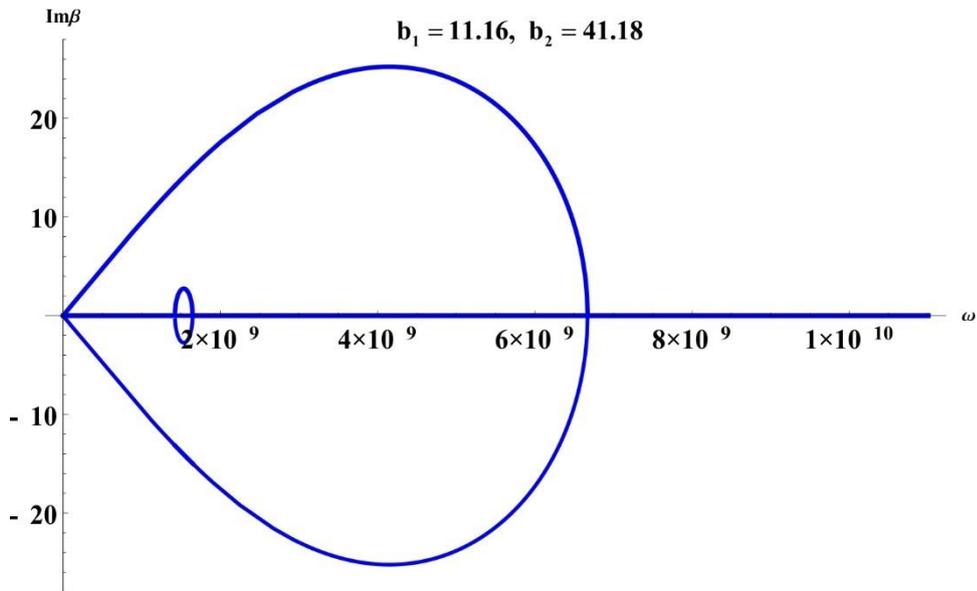


Рисунок 58 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе (мнимая часть решения).

При постепенном увеличении скорости волны в ЗС дисперсионная характеристика будет менять вид, причем будет также меняться набор возможных режимов работы ЛБВ с двумя электронными потоками.

При последовательном рассмотрении диаграмм можно отметить, что при приближении скорости волны в ЗС к скорости МВПЗ медленного пучка область комплексных решений, соответствующих взаимодействию пучка и волны, а вместе с ней и область ЛБВ-неустойчивости, расширяется. Следует отметить, что сосуществование двух областей комплексных решений говорит о возможности реализации режима усиления одновременно за счет явлений двухпоточковой и ЛБВ-неустойчивости.

Таким образом, при данных условиях можно выделить следующие режимы работы:

1. режим двухпоточковой неустойчивости, отсутствие ЛБВ-неустойчивости;
2. двухпоточковая неустойчивость и ЛБВ-неустойчивость;
3. отсутствие неустойчивости, интерференционно-крестатронный режим.

При дальнейшем увеличении скорости волны в ЗС области комплексных решений разделяются. Это приводит к тому, что на плоскости параметров возникает область, в которой возможна реализация обычного режима ЛБВ-неустойчивости за счет синхронизма волны в ЗС и МВПЗ медленного пучка. Таким образом,

описанные выше режимы работы дополняются еще одним – режимом обычной ЛБВ-неустойчивости.

В случае дальнейшего увеличения скорости волны в ЗС область комплексных решений, возникшая за счет синхронизма волны и МВПЗ медленного пучка, смещается в область высоких частот. При этом между частотными областями «двухпоточковой неустойчивости» и «ЛБВ-неустойчивости» возникает промежуток, в котором существуют только действительные решения и, следовательно, отсутствует неустойчивость.

При приближении скорости волны в ЗС к скорости МВПЗ быстрого пучка область двухпоточковой неустойчивости деформируется. При дальнейшем увеличении скорости волны из области двухпоточковой неустойчивости «выделяется» новая область комплексных решений, возникшая за счет взаимодействия волны в ЗС и МВПЗ быстрого потока.

Дальнейшее увеличение скорости волны приводит к формированию в пространстве двух областей: области комплексных решений, соответствующих двухпоточковой неустойчивости и области чисто действительных решений.

3.2.2 Аналитическое решение самосогласованной задачи

Решение системы (3.11) может быть получено аналитически, например, методом преобразования Лапласа [86]. Основной задачей в этом случае является нахождение функции распределения амплитуды электрического поля $E(x)$.

Согласно полученным выражениям, в случае наличия начального возмущения электрического поля и отсутствия начального возмущения переменных компонент токов пучков на левом конце пространства взаимодействия поле может представлено в виде суперпозиции пяти парциальных волн следующим образом:

$$E(x) = E_0 \times \sum_{i=1}^5 C_i e^{\gamma_i x}, \quad (3.16)$$

здесь γ_i – корни характеристического уравнения, полученного путем приравнивания нулю определителя системы (3.11):

$$\Delta = \begin{vmatrix} p^2 + 2j\beta_{e1}p - (\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) & \beta_{p1}^2 & -j\frac{\beta_{e1}I_{01}}{2U_{01}} \\ \beta_{p2}^2 & p^2 + 2j\beta_{e2}p - (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2) & -j\frac{\beta_{e2}I_{02}}{2U_{02}} \\ \frac{\beta_0^2 K_0}{2} & \frac{\beta_0^2 K_0}{2} & p + j\beta_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.17)$$

Постоянные коэффициенты в (3.16) определяются выражением:

$$C_i = \frac{\gamma_i^4 + D\gamma_i^3 + F\gamma_i^2 + G\gamma_i + K}{\prod_{i=1, i \neq j}^5 (\gamma_i - \gamma_j)}, \text{ где} \quad (3.18)$$

$$D = 2j(\beta_{e1} + \beta_{e2}),$$

$$F = -[\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2 + \beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2 + 4\beta_{e2}\beta_{e1}], \quad (3.19)$$

$$G = -2j[(\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2)\beta_{e2} + (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2)\beta_{e1}],$$

$$K = (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2)(\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) - \beta_{p1}^2\beta_{p2}^2.$$

Полученные аналитические выражения позволяют получить распределение амплитуды электрического поля вдоль пространства взаимодействия ЛБВ с двумя электронными потоками, а также зависимость коэффициента усиления от длины системы, представленная выражением:

$$G = 20 \text{Log} \frac{E(x)}{E(0)}. \quad (3.20)$$

Для иллюстрации описанных выше режимов работы ЛБВ с двумя электронными потоками ниже приведена мнимая часть дисперсионной характеристики (рисунок 59) и серия графиков распределений амплитуды поля волны и зависимостей коэффициента усиления от длины системы для различных режимов работы лампы (рисунки 60, 61 и 62). Расчеты выходных характеристик двухлучевой ЛБВ проведены при тех же значениях параметров, которые были использованы для построения дисперсионных характеристик.

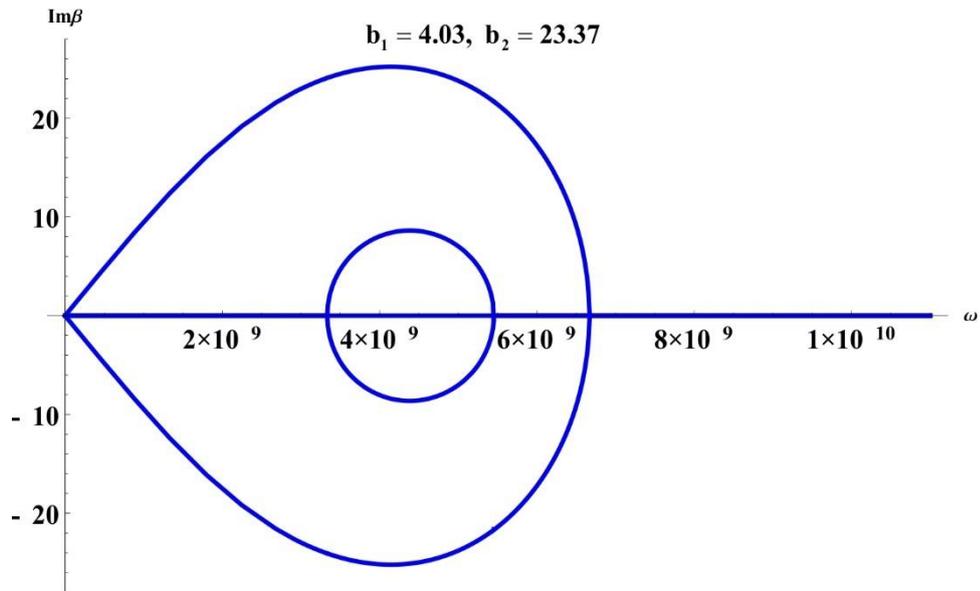


Рисунок 59 – Дисперсионная характеристика для случая взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в замедляющей системе (мнимая часть решения).

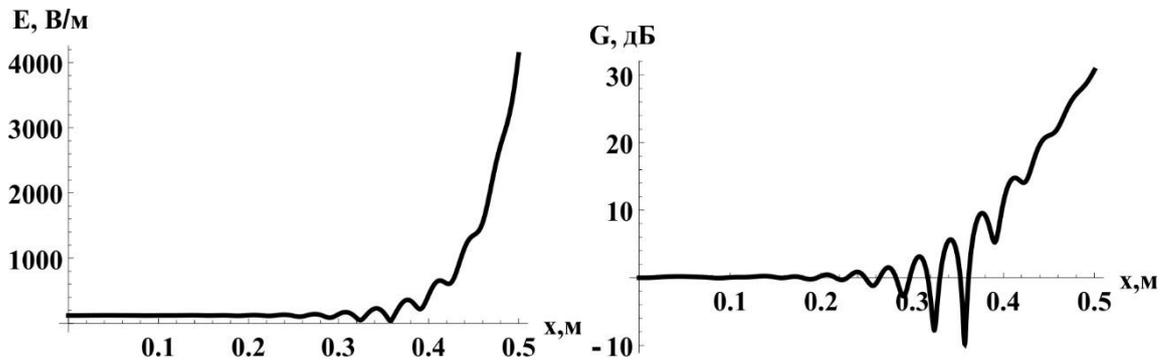


Рисунок 60 – Распределение амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия (слева), зависимость коэффициента усиления от длины системы (справа) для значения $\omega = 2 \cdot 10^9$ рад/с.

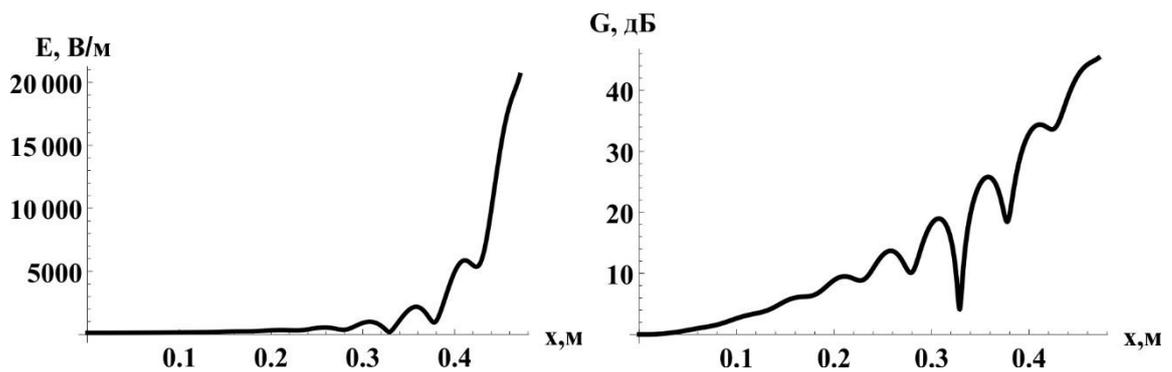


Рисунок 61 – Распределение амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия (слева), зависимость коэффициента усиления от длины системы (справа) для значения $\omega = 4 \cdot 10^9$ рад/с.

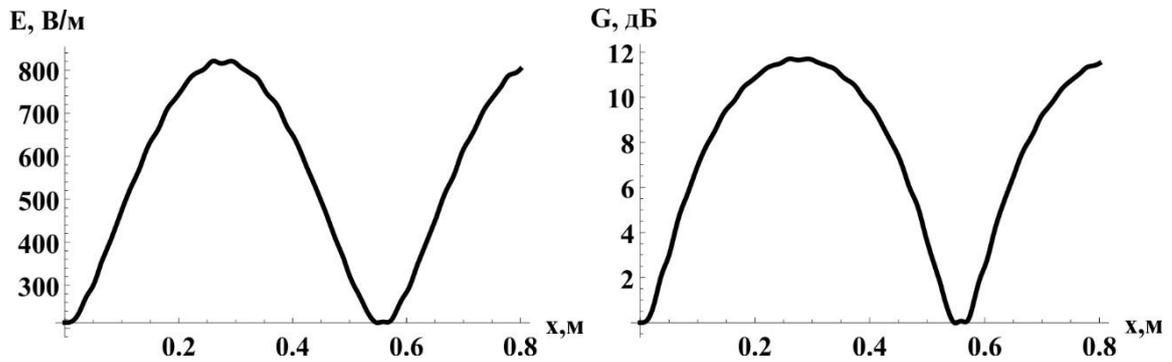


Рисунок 62 – Распределение амплитуды поля вдоль пространства взаимодействия (слева), зависимость коэффициента усиления от длины системы (справа) для значения $\omega = 10 \cdot 10^9$ рад/с.

Полученная аналитическая модель позволяет получить на основе линейного приближения расчет выходных характеристик ЛБВ с двумя электронными потоками, а также проиллюстрировать описанные режимы работы.

Таким образом, проведен последовательный анализ дисперсионного уравнения для модели ЛБВ с двумя электронными потоками, движущимися в попутном направлении. На его основе можно выделить следующие режимы работы. Первый режим представляет собой режим двухпотоковой неустойчивости. В этом режиме усиление входного сигнала происходит только за счет взаимодействия двух разносторонних электронных потоков. Как следует из дисперсионных характеристик, данный режим имеет ряд ограничений, главным образом, на повышение рабочей частоты. Второй режим работы представляет собой обычный режим работы ЛБВ, когда волна в ЗС находится в синхронизме только с одним из электронных потоков. Третий режим представляет собой комбинацию двух первых. В этом режиме происходит взаимодействие волны с одним из потоков, а также происходит взаимодействие потоков между собой. Этот режим имеет еще более узкий рабочий частотный диапазон. Четвертый режим представляет собой режим интерференционно-крестатронного взаимодействия. В этом режиме отсутствуют нарастающие волны. Усиление входного сигнала в этом случае происходит за счет интерференции пяти парциальных волн постоянной амплитуды.

В следующем разделе приведены результаты построенной линейной теории.

3.2.3 Результаты линейной теории взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной в рамках метода дисперсионного уравнения

В данном разделе приведены результаты линейной теории взаимодействия двух электронных потоков с бегущей электромагнитной волной.

Рассмотрим подробнее дисперсионные характеристики для случаев взаимодействия бегущей волны с одним и с двумя электронными потоками. При построении диаграмм использовались следующие параметры: ускоряющее напряжение первого пучка $U_{01} = 1000\text{В}$, ускоряющее напряжение второго пучка $U_{02} = 3000\text{В}$, токи пучков $I_{01,02} = 100\text{мА}$, сопротивление связи $R_{св} = 20\text{ Ом}$. На рисунке 63 одновременно совмещены две дисперсионные характеристики для моделей с одним электронными потоком и с двумя электронными потоками. На верхнем графике приведены решения дисперсионных уравнений (3.12) и (3.13). Зеленым цветом обозначена характеристика, соответствующая модели с одним потоком, красным обозначена характеристика для двухпотоковой модели. На нижнем графике приведена мнимая часть решения указанных дисперсионных соотношений. Синим цветом обозначена мнимая часть решения для случая двух потоков, фиолетовым – для случая одного потока. Как видно из графиков, добавление второго потока приводит к расширению области комплексных решений и, как следствие, к увеличению области неустойчивости. Также следует отметить увеличение максимального инкремента в двухпотоковой системе по сравнению с однопотоковой.

Из графиков, приведенных на рисунке 63, следует, что в рассматриваемой двухпотоковой системе, как уже упоминалось ранее, имеет место несколько возможных режимов усиления. Ниже приведена серия графиков зависимостей коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия при различных значениях частот, соответствующих различным режимам усиления. Графики приведены для случаев одного и двух потоков.

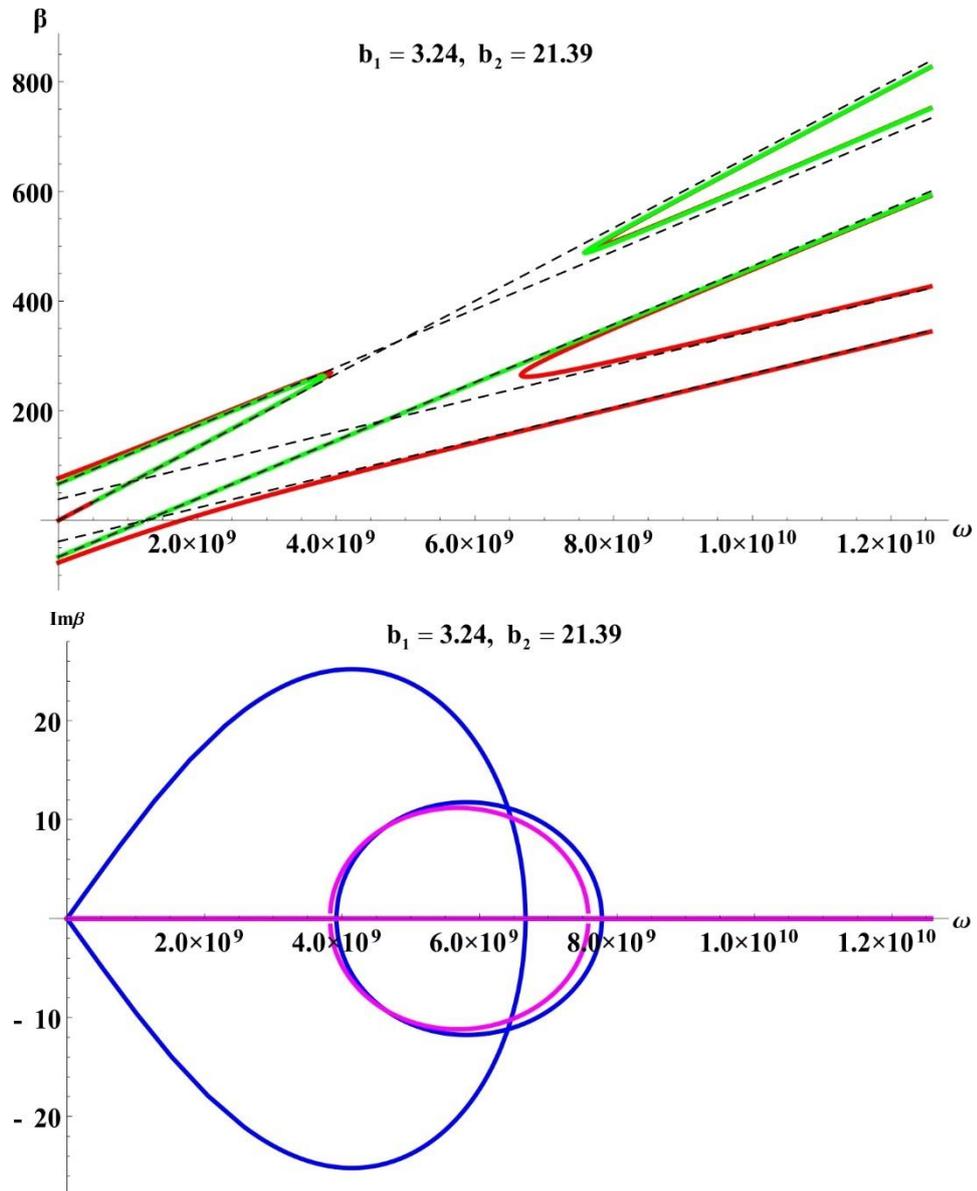


Рисунок 63 Дисперсионные характеристики для случаев взаимодействия двух электронных потоков с волной и одного потока с волной.

На рисунке 64 приведены зависимости коэффициента усиления от длины системы при значении частоты $\omega = 2 \cdot 10^9$ рад \cdot с $^{-1}$ для модели с одним потоком (слева) и модели с двумя потоками (справа). Очевидно, что в этом случае в модели с одним потоком отсутствует неустойчивость, в то время как в модели с двумя потоками имеет место неустойчивость, обусловленная взаимодействием потоков.

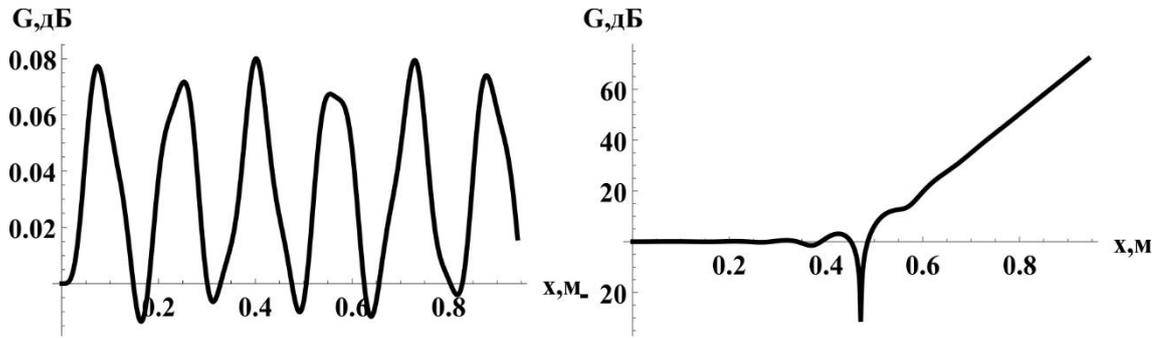


Рисунок 64 – Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 2 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

При дальнейшем увеличении частоты происходит переход в область, в которой и в однолучевом, и двухлучевом случаях имеет место неустойчивость. В случае наличия в системе только одного электронного потока существование комплексных решений обусловлено классической ЛБВ-неустойчивостью. В случае двух электронных потоков комплексные решения являются одновременно следствием ЛБВ-неустойчивости и двухпотоковой неустойчивости. На рисунке 65 приведены соответствующие зависимости коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия при $\omega = 4 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$.

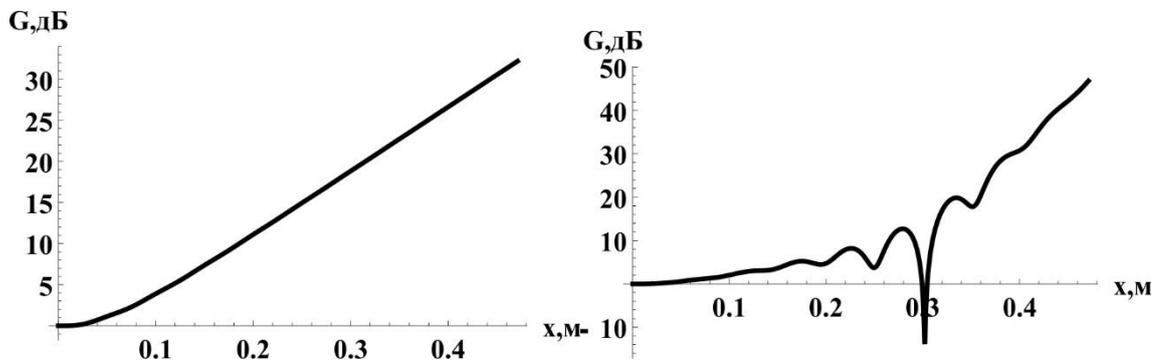


Рисунок 65 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 4 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

Следует отметить, что при данных параметрах усиление в двухпотоковой модели значительно превосходит усиление в однопотоковой модели. Это также следует из анализа дисперсионной характеристики, приведенной на Рисунок 63.

На Рисунок 66 приведены аналогичные зависимости коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия для однопотоковой и двухпотоковой систем при значении частоты $\omega = 6 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$. Как следует из дисперсионной характеристики, при данном значении частоты в обеих моделях имеет место

неустойчивость, причем инкременты имеют близкие значения. Зависимости коэффициентов усиления от длины пространства взаимодействия также практически совпадают.

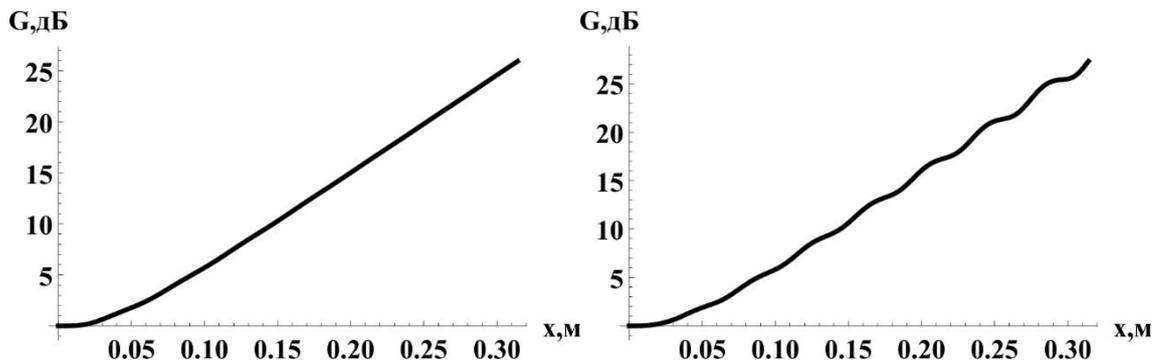


Рисунок 66 – Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 6 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

Дальнейшее увеличение частоты в итоге приводит к выходу из области неустойчивости для обеих моделей. При этом решения будут представлять собой суперпозиции парциальных волн постоянной амплитуды. Очевидно, что в этом случае в системе «один электронный поток – электромагнитная волна» имеет место крестатронный режим работы (см., например, [86]). В системе «два электронных потока – электромагнитная волна» имеет место интерференционно-крестатронный режим.

На рисунке 67 приведены зависимости коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия для однопотоковой и двухпотоковой систем при значении частоты $\omega = 8 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$. Зависимости коэффициентов усиления от длины пространства взаимодействия в обоих случаях имеют вид биений. Следует отметить, что вне области неустойчивости модель с двумя электронными потоками демонстрирует более высокое значение коэффициента усиления по сравнению с однолучевой.

Далее приведен аналогичный расчет для моделей, ориентированных на более коротковолновую область СВЧ диапазона. При построении диаграмм использовались следующие параметры ускоряющее напряжение первого пучка $U_{01} = 8,5 \text{ кВ}$,

ускоряющее напряжение второго пучка $U_{02} = 10$ кВ, токи пучков $I_{01,02} = 100$ мА, сопротивление связи $R_{св} = 20$ Ом.

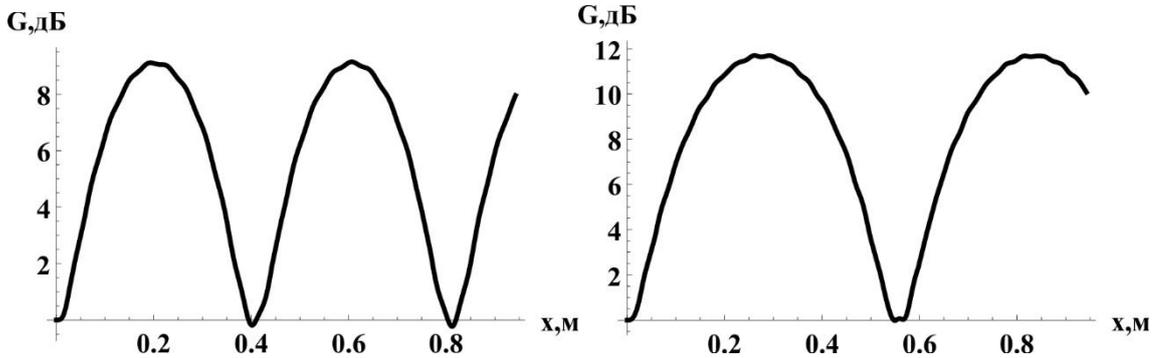


Рисунок 67 – Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 8 \cdot 10^9$ рад \cdot с $^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

На Рисунок 68 приведена мнимая часть решения дисперсионных соотношений для систем «электронный поток – бегущая волна» и «два электронных потока – бегущая волна» при указанных параметрах. Синим цветом обозначена мнимая часть решения для случая двух потоков, фиолетовым – для случая одного потока. Как видно из графиков, добавление второго потока приводит к значительному расширению области комплексных решений и, как следствие, к увеличению области неустойчивости. Также вновь следует отметить увеличение максимального инкремента в двухпотоковой системе по сравнению с однопотоковой.

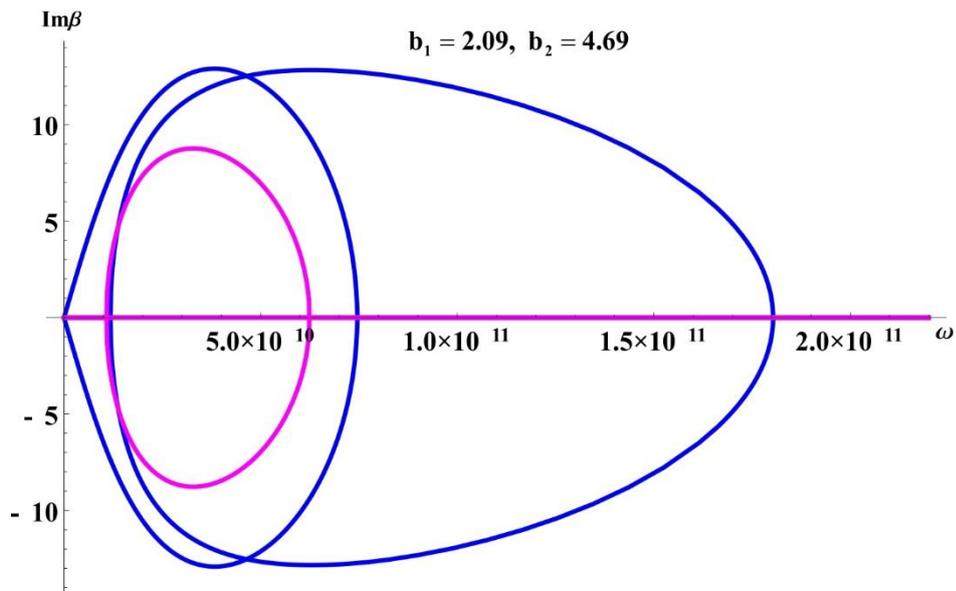


Рисунок 68 – Дисперсионные характеристики для случаев взаимодействия двух электронных потоков с волной и одного потока с волной.

На диаграмме, представленной на рисунке 68, можно выделить три принципиальные области частот, соответствующих трем режимам взаимодействия. Ниже на графиках представлены зависимости коэффициентов усиления от длины пространства взаимодействия для значений частот, соответствующих указанным режимам взаимодействия. На частоте $\omega = 5 \cdot 10^{10}$ рад \cdot с $^{-1}$ для обеих моделей имеет место неустойчивость. Однако модель с двумя электронными потоками демонстрирует значительно более высокие значения коэффициента усиления по сравнению с однолучевой моделью. Соответствующие зависимости приведены на рисунке 69.

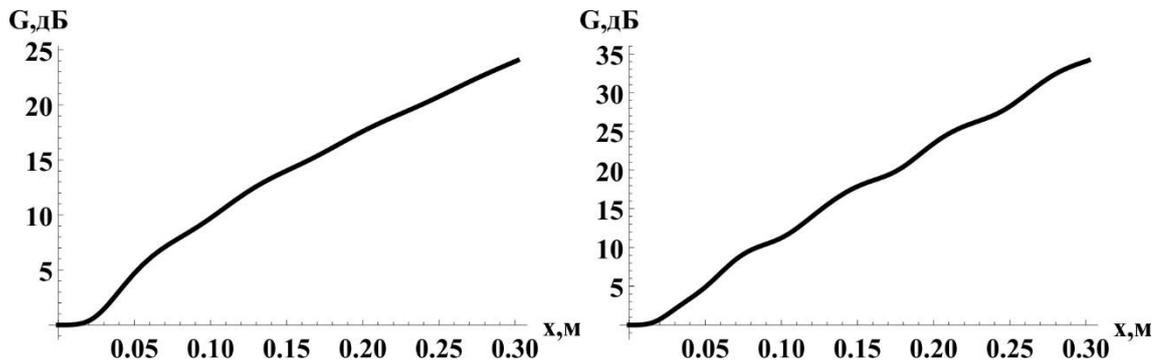


Рисунок 69 – Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 5 \cdot 10^{10}$ рад \cdot с $^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

На рисунке 70 приведены зависимости коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 10^{11}$ рад \cdot с $^{-1}$. При данном значении частоты в модели с одним электронным потоком имеет место крестатронный режим усиления, в то время как в модели с двумя потоками по-прежнему сохраняется неустойчивость (см. рисунок 68). Очевидно, что в этом случае зависимость коэффициента усиления от длины системы в однопотоковой модели имеет характер биений. Также в этом случае модель с двумя электронными потоками демонстрирует значительно более высокие значения коэффициента усиления по сравнению с однолучевой моделью.

В двухпотоковой модели при выборе значения частоты, лежащего правее границы области неустойчивости, система переходит в режим интерференционно-крестатронного усиления. Система с одним электронным потоком в этом случае по-прежнему находится в крестатронном режиме и не обладает неустойчивостью. В результате обе зависимости коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия имеют характер биений. На рисунке 71 приведены соответствующие

графики при $\omega = 2 \cdot 10^{11}$ рад \cdot с $^{-1}$. Можно отметить, что коэффициент усиления, полученный в модели с двумя электронными потоками, значительно выше значений, полученных в однопотоковой модели.

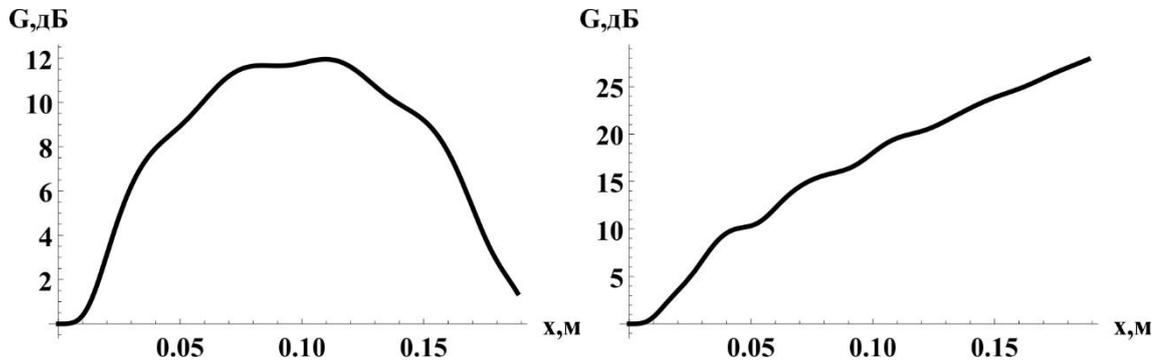


Рисунок 70 – Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 10^{11}$ рад \cdot с $^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

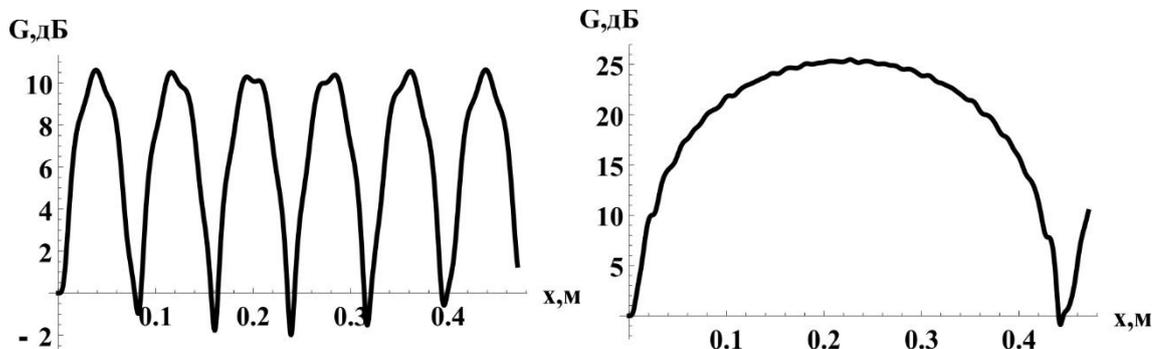


Рисунок 71 Зависимость коэффициента усиления от длины системы при частоте $\omega = 2 \cdot 10^{11}$ рад \cdot с $^{-1}$ для однопотоковой системы (слева) и двухпотоковой системы (справа).

На основе проведенного анализа можно сделать следующие выводы. В рамках метода дисперсионного уравнения в линейном приближении проанализированы возможные режимы взаимодействия в модели двух попутных электронных потоков с бегущей электромагнитной волной. Показано, что помимо режима неустойчивости и крестатронного режима также имеет место интерференционно-крестатронный режим усиления.

Сравнение выходных характеристик показывает, что добавление второго пучка приводит к увеличению области неустойчивости, а также к повышению коэффициента усиления вне области неустойчивости за счет интерференционного взаимодействия.

3.3 Выводы

1. Показана возможность существования режима взаимодействия двух попутных электронных потоков, обеспечивающий вне границ области двухпотоковой неустойчивости усиление входного сигнала за счет интерференции парциальных волн постоянной амплитуды. Описанный режим представляет интерес для работы в коротковолновой области СВЧ диапазона.

2. В рамках метода дисперсионного уравнения в линейном приближении проанализированы возможные режимы взаимодействия в модели двух попутных электронных потоков с бегущей электромагнитной волной. Показано, что помимо режима неустойчивости и крестатронного режима также имеет место интерференционно-крестатронный режим усиления.

Сравнение выходных характеристик показывает, что добавление второго пучка приводит к увеличению области неустойчивости, а также к повышению коэффициента усиления вне области неустойчивости за счет интерференционного взаимодействия.

Впервые решена самосогласованная задача для линейной одномерной модели системы «два попутных электронных потока – бегущая волна» в приближении пяти волн.

Глава 4 Приближенная нелинейная теория взаимодействия двух электронных потоков и их взаимодействия с электромагнитными полями

4.1 Основные уравнения нелинейной волновой теории взаимодействия двух электронных потоков и их взаимодействия с электромагнитными полями

В данной главе приведены результаты нелинейной теории взаимодействия двух электронных потоков и их взаимодействия с электромагнитными полями.

Предположим, что два электронных потока, предварительно промодулированных некоторым входным сигналом, влетают в пространство взаимодействия. Для построения теории удобно использовать переменные Лагранжа. Для каждого потока введем время $t_1(x, t_0)$ и $t_2(x, t_0)$. Будем считать, что времена $t_{1,2}(x, t_0)$ – это моменты времени, в которые электроны первого и второго потока, влетевшие в пространство взаимодействия в момент t_0 , окажутся в точке с координатой x . Таким образом, фазы электронов соответствующих пучков можно записать в следующей форме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega t_1(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{01}} + \theta_1(x, t_0) = \omega t_0 + \beta_{e1} x + \theta_1(x, t_0) \\ \omega t_2(x, t_0) = \omega t_0 + \frac{\omega x}{v_{02}} + \theta_2(x, t_0) = \omega t_0 + \beta_{e2} x + \theta_2(x, t_0) \end{array} \right., \quad (4.1)$$

здесь ω – частота модулирующего сигнала, v_{01} и v_{02} – невозмущенные скорости электронов в первом и втором потоках, $\theta_1(x, t_0)$ и $\theta_2(x, t_0)$ – возмущения фаз электронов под действием поля.

Таким образом, для каждого потока введено «собственное» время. В этом случае уравнения движения для каждого потока, записанные в переменных Эйлера имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv_1}{dt_1} = \eta E_{\text{нз}} \\ \frac{dv_2}{dt_2} = \eta E_{\text{нз}} \end{array} \right., \quad (4.2)$$

здесь η – удельный заряд электронов, $E_{пз}$ – напряженность электрического поля, создаваемого пространственным зарядом обоих пучков.

Будем считать, что общая напряженность поля пространственного заряда может быть представлена следующим образом :

$$E_{пз} = E_{пз1} + E_{пз2}, \quad (4.3)$$

где $E_{пз1}$ и $E_{пз2}$ – напряженности полей пространственного заряда, создаваемых первым и вторым потоком соответственно.

Далее, чтобы найти выражения для напряженностей полей пространственного заряда, воспользуемся дисковой моделью электронного потока (см., например, [91, 92]). В этом случае напряженности полей пространственного заряда каждого потока могут быть выражены следующим образом:

$$E_{пз1} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_1} I_{1n}(x) e^{jn\omega t_1} \right\}, \quad (4.4)$$

$$E_{пз2} = \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{2n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_2} I_{2n}(x) e^{jn\omega t_2} \right\}, \quad (4.5)$$

здесь $p_{1n,2n}^2 = \frac{n^2}{n^2 + k_{1,2}^2}$, где $k_{1,2}$ – величины, обратно пропорциональные радиусам

первого и второго потоков (в случае бесконечно широких потоков $p_{n1,n2}^2 = 1$), $s_{1,2}$ – площади поперечного сечения первого и второго потока, I_{1n} и I_{2n} – n-ые пространственные гармоники токов первого и второго потока соответственно, определяемые выражениями:

$$I_{1n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_1(x, t_1) e^{-jn\omega t_1} d(\omega t_1), \quad (4.6)$$

$$I_{2n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_2(x, t_2) e^{-jn\omega t_2} d(\omega t_2). \quad (4.7)$$

Полные токи пучков, очевидно, будут иметь вид:

$$I_1 = I_{01} + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{1n} e^{jn\omega t_1}, \quad (4.8)$$

$$I_2 = I_{02} + \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n} e^{jn\omega t_2}, \quad (4.9)$$

здесь I_{01}, I_{02} – постоянные компоненты токов пучков.

Воспользуемся законом сохранения заряда для каждого пучка:

$$I_{01} d(\omega t_0) = I_1(x, t_1) d(\omega t_1), \quad (4.10)$$

$$I_{02} d(\omega t_0) = I_2(x, t_2) d(\omega t_2). \quad (4.11)$$

Перепишем выражения (4.6) и (4.7), используя (4.10) и (4.11) так:

$$I_{1n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_{01} e^{-jn(\omega t_0 + \beta_{e1}x + \theta_1)} d(\omega t_0), \quad (4.12)$$

$$I_{2n}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I_{02} e^{-jn(\omega t_0 + \beta_{e2}x + \theta_2)} d(\omega t_0). \quad (4.13)$$

Их удобно представить в виде:

$$I_{1n}(x) = I_{01} \Gamma'_{1n} e^{-jn\beta_{e1}x}, \quad (4.14)$$

$$I_{2n}(x) = I_{02} \Gamma'_{2n} e^{-jn\beta_{e2}x}, \quad (4.15)$$

здесь

$$\Gamma'_{1n} = \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn(\omega t_0 + \theta_1)} d(\omega t_0) \right], \quad (4.16)$$

$$\Gamma'_{2n} = \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jn(\omega t_0 + \theta_2)} d(\omega t_0) \right]. \quad (4.17)$$

Далее воспользуемся уравнениями движения (4.2). Перейдем в выражениях для ускорения от переменных Эйлера к переменным Лагранжа. Легко видеть, что

$$\frac{dv_1}{dt_1} = - \frac{\frac{v_{01}^2}{\beta_{e1}} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2}}{\left(1 + \frac{1}{\beta_{e1}} \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \right)^3}, \quad (4.18)$$

$$\frac{dv_2}{dt_2} = - \frac{\frac{v_{02}^2}{\beta_{e2}} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2}}{\left(1 + \frac{1}{\beta_{e2}} \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \right)^3}. \quad (4.19)$$

Будем предполагать малость модуляции, следовательно, производными в знаменателях по сравнению с единицей можно пренебречь. Перепишем уравнения движения:

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} = -\frac{\beta_{e1}}{v_{01}^2} \eta \left[\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_1} I_{1n}(x) e^{jn\omega t_1} + \frac{j p_{2n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_2} I_{2n}(x) e^{jn\omega t_2} \right\} \right], \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} = -\frac{\beta_{e2}}{v_{02}^2} \eta \left[\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_1} I_{1n}(x) e^{jn\omega t_1} + \frac{j p_{2n}^2}{\omega n \epsilon_0 s_2} I_{2n}(x) e^{jn\omega t_2} \right\} \right]. \quad (4.21)$$

С учетом выражений (4.14) и (4.15) после введения величин: $S = \frac{v_{02}}{v_{01}}$ — отно-

шение постоянных составляющих скоростей потоков, $\frac{I_{01,02}}{\epsilon_0 s_{1,2} v_{01,02}} = \omega_{p1,2}^2$ — плазмен-

ные частоты пучков, $\beta_{p1,2}^2 = \frac{\omega_{p1,2}^2}{v_{01,02}^2}$ уравнения движения запишутся так:

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} = -\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n} I'_{1n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_1)} + \frac{j p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3}{n} I'_{2n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_2)} \right\}, \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} = -\operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{j p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n S^3} I'_{1n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_1)} + \frac{j p_{2n}^2 \beta_{p2}^2}{n} I'_{2n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_2)} \right\}. \quad (4.23)$$

Далее воспользуемся волновым методом В.А. Солнцева [10]. Будем предполагать, что воздействие на пучки имеет периодический характер, что позволяет разложить функции возмущений фаз электронов в ряд Фурье. Таким образом, можно записать:

$$\theta_1(x, t_0) = \operatorname{Re} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \theta_{1m} e^{jm\omega t_0} \right], \quad (4.24)$$

$$\theta_2(x, t_0) = \operatorname{Re} \left[\sum_{m=1}^{\infty} \theta_{2m} e^{jm\omega t_0} \right]. \quad (4.25)$$

где θ_{1m} и θ_{2m} , согласно разложению, задаются выражениями:

$$\theta_{1m}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \theta_1(x, t_0) e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0), \quad (4.26)$$

$$\theta_{2m}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \theta_2(x, t_0) e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0). \quad (4.27)$$

Далее применим преобразование Фурье к левым и правым частям уравнений (4.22) и (4.23). Легко показать, что тогда уравнения для возмущений фаз переходят в уравнения для амплитуд гармоник в разложении функций возмущения фаз электронов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{1m}}{\partial x^2} = & -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n} \left[jI'_{1n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_1)} - jI'_{1n}{}^* e^{-jn(\omega t_0 + \theta_1)} \right] \right\} e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0) - \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3}{n} \left[jI'_{2n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_2)} - jI'_{2n}{}^* e^{-jn(\omega t_0 + \theta_2)} \right] \right\} e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0), \quad (4.28) \end{aligned}$$

здесь символ * означает комплексно сопряженную величину. Аналогично для второго пучка легко получить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta_{2m}}{\partial x^2} = & -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n S^3} \left[jI'_{1n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_1)} - jI'_{1n}{}^* e^{-jn(\omega t_0 + \theta_1)} \right] \right\} e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0) - \\ & -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n}^2 \beta_{p2}^2}{n} \left[jI'_{2n} e^{jn(\omega t_0 + \theta_2)} - jI'_{2n}{}^* e^{-jn(\omega t_0 + \theta_2)} \right] \right\} e^{-jm\omega t_0} d(\omega t_0). \quad (4.29) \end{aligned}$$

Для упрощения ограничимся первым членом разложения ($m=1$) функций возмущения фаз электронов. Тогда, очевидно, из (4.24) и (4.25) следует:

$$\theta_1(x, t_0) = \text{Re} \left[\theta_{11} e^{j\omega t_0} \right], \quad (4.30)$$

$$\theta_2(x, t_0) = \text{Re} \left[\theta_{21} e^{j\omega t_0} \right]. \quad (4.31)$$

В общем случае величины θ_{11} и θ_{21} – комплексные. Их можно представить следующим образом:

$$\theta_{11} = r_1 e^{j\varphi_1}, \quad (4.32)$$

$$\theta_{21} = r_2 e^{j\varphi_2}, \quad (4.33)$$

здесь r_1, r_2 – действительные модули комплексных амплитуд, а φ_1 и φ_2 – действительные начальные фазы, причем все они являются функциями координаты. Выражения (4.30) и (4.31) удобно представить как

$$\theta_1(x, t_0) = \operatorname{Re} \left[r_1 e^{j(\omega t_0 + \varphi_1)} \right] = r_1 \cos(\omega t_0 + \varphi_1), \quad (4.34)$$

$$\theta_2(x, t_0) = \operatorname{Re} \left[r_2 e^{j(\omega t_0 + \varphi_2)} \right] = r_2 \cos(\omega t_0 + \varphi_2). \quad (4.35)$$

Легко видеть, что с учетом (4.34) и (4.35) выражения для токов (4.16) и (4.17) можно преобразовать следующим образом:

$$\Gamma'_{1n} = 2J_n(nr_1) e^{jn\left(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (4.36)$$

$$\Gamma'_{2n} = 2J_n(nr_2) e^{jn\left(\varphi_2 - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (4.37)$$

здесь $J_n(X)$ – функция Бесселя – n -го порядка¹.

После простых преобразований из (4.28) для первого потока получаем:

$$\frac{\partial^2 \theta_{11}}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2 e^{j\varphi_1}}{n} J_n(nr_1) [J_{n-1}(nr_1) - J_{n+1}(nr_1)] + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j\varphi_2}}{n} J_n(nr_2) [J_{n-1}(nr_2) - J_{n+1}(nr_2)] \right\}. \quad (4.38)$$

Аналогично для второго потока:

$$\frac{\partial^2 \theta_{21}}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2 e^{j\varphi_1}}{nS^3} J_n(nr_1) [J_{n-1}(nr_1) - J_{n+1}(nr_1)] + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j\varphi_2}}{n} J_n(nr_2) [J_{n-1}(nr_2) - J_{n+1}(nr_2)] \right\}. \quad (4.39)$$

Таким образом, исходная система двух интегро-дифференциальных уравнений сведена к системе двух нелинейных уравнений. Для удобства введем следующие обозначения:

$$B_1 = \theta_{11} = r_1 e^{j\varphi_1}, \quad (4.40)$$

$$B_2 = \theta_{21} = r_2 e^{j\varphi_2}. \quad (4.41)$$

При этом очевидно, что

¹ При получении данных выражений использовано соотношение $\frac{1}{2\pi} \int_{0+\alpha}^{2\pi+\alpha} e^{-j(nz - X \sin z)} dz = J_n(X)$.

$$r_1 = |B_1|,$$

$$r_2 = |B_2|,$$

$$\varphi_1 = \text{Arg}(B_1) = \text{arctg} \frac{\text{Im}(B_1)}{\text{Re}(B_1)},$$

$$\varphi_2 = \text{Arg}(B_2) = \text{arctg} \frac{\text{Im}(B_2)}{\text{Re}(B_2)}.$$

С учетом введенных обозначений итоговая система будет иметь вид:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2 e^{j\text{Arg}(B_1)}}{n} J_n(n|B_1|) [J_{n-1}(n|B_1|) - J_{n+1}(n|B_1|)] + \right. \\ \left. + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j\text{Arg}(B_2)}}{n} J_n(n|B_2|) [J_{n-1}(n|B_2|) - J_{n+1}(n|B_2|)] \right\}, \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2 e^{j\text{Arg}(B_1)}}{nS^3} J_n(n|B_1|) [J_{n-1}(n|B_1|) - J_{n+1}(n|B_1|)] + \right. \\ \left. + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 e^{j\text{Arg}(B_2)}}{n} J_n(n|B_2|) [J_{n-1}(n|B_2|) - J_{n+1}(n|B_2|)] \right\}. \quad (4.43)$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (4.42)-(4.43) дополненная выражениями для высокочастотных компонент токов пучков (4.36)-(4.37), позволяет описать процесс группировки двух взаимодействующих электронных пучков при наличии предварительной модуляции.

В работе [10] В.А. Солнцев описал модель нелинейной группировки предварительно промодулированного электронного пучка под действием сил пространственного заряда в пространстве дрейфа. Автор положил, что возмущение фазы электронов в потоке имеет вид:

$$\theta(x, t_0) = B \cos \omega t_0, \quad (4.44)$$

причем, B – действительная величина, является функцией координаты и имеет смысл параметра группировки. Данное предположение означает, что в момент влета в пространство дрейфа электроны имели максимальное возмущение фазы. Такой подход значительно упрощает вычисления, но в тоже время лишает данную

модель некоторой общности, поскольку является частным случаем. Далее рассмотрим полученную выше систему уравнений (4.42)-(4.43) в предположении, что

$$\theta_1(x, t_0) = B_1 \cos \omega t_0, \quad B_1 \in \mathbb{R}, \quad (4.45)$$

$$\theta_2(x, t_0) = B_2 \cos \omega t_0, \quad B_2 \in \mathbb{R}. \quad (4.46)$$

Легко видеть, что система (4.42)-(4.43) примет вид:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n} J_n(nB_1) [J_{n-1}(nB_1) - J_{n+1}(nB_1)] + \right. \\ \left. + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3}{n} J_n(nB_2) [J_{n-1}(nB_2) - J_{n+1}(nB_2)] \right\}, \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial^2 B_2}{\partial x^2} = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n S^3} J_n(nB_1) [J_{n-1}(nB_1) - J_{n+1}(nB_1)] + \right. \\ \left. + \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2}{n} J_n(nB_2) [J_{n-1}(nB_2) - J_{n+1}(nB_2)] \right\}. \quad (4.48)$$

В свою очередь, выражения для токов (4.36)-(4.37) могут быть переписаны как

$$I'_{1n} = 2J_n(nB_1) e^{-j\frac{\pi n}{2}}, \quad (4.49)$$

$$I'_{2n} = 2J_n(nB_2) e^{-j\frac{\pi n}{2}}. \quad (4.50)$$

Полученная система (4.47)-(4.48) после исключения из нее второго уравнения и исключения второго слагаемого из первого уравнения сводится к основному итоговому выражению нелинейной теории Солнцева вида:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n} J_n(nB_1) [J_{n-1}(nB_1) - J_{n+1}(nB_1)] \right\} = 0. \quad (4.51)$$

Важным результатом нелинейной теории Солнцева является возможность проведения явной аналогии между электронным потоком и нелинейным маятником, поскольку очевидно, что уравнение (4.51) может быть свернуто следующим образом (индексы «1» опущены):

$$\frac{\partial^2 B}{\partial (\beta_p x)^2} = -Q(B), \quad (4.52)$$

где величина

$$Q(B) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{p_n^2}{n} J_n(nB) [J_{n-1}(nB) - J_{n+1}(nB)] \right\} \quad (4.53)$$

играет роль возвращающей силы, а $\beta_p x$ можно интерпретировать как время. Этот факт открывает широкие возможности исследования нелинейных процессов группировки электронных потоков с помощью инструментов теории нелинейных колебаний и волн. Необходимо отметить, что полученная система уравнений (4.47)-(4.48) описывает модель двух связанных нелинейных осцилляторов.

4.2 Линеаризация основных уравнений нелинейной теории

Полученная в конце предыдущего раздела система уравнений (4.47)-(4.48) предоставляет возможность физической интерпретации процесса нелинейного взаимодействия двух электронных потоков с точки зрения теории связанных колебаний. Также данная система позволяет легко осуществить переход к модели Солнцева для одного потока, как это было показано выше. Однако, система уравнений (4.47)-(4.48), как и уравнение теории Солнцева (4.51), была получена для частного случая предварительной модуляции потоков. Ранее отмечалось, что подобный тип модуляции подразумевает, что в момент влета в пространство взаимодействия электроны обладают максимальным возмущением фазы. Строго математически подразумевалось, что значения параметров B_1 и B_2 принадлежат множеству действительных чисел. Это обстоятельство накладывает существенные ограничения на применение полученных уравнений для анализа взаимодействия двух электронных потоков с электромагнитными полями различной конфигурации.

В связи с этим далее будет использоваться система уравнений (4.42)-(4.43), обладающая достаточной общностью и лишенная указанных выше недостатков.

Проведем линеаризацию указанной системы уравнений в качестве одного из доказательств ее справедливости. Вначале для упрощения ограничимся

рассмотрением только первых гармоник токов, то есть, положим $n=1$. В этом случае основная система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial x^2} = -2 \left\{ p_{11}^2 \beta_{p1}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} J_1(|\mathbf{B}_1|) [J_0(|\mathbf{B}_1|) - J_2(|\mathbf{B}_1|)] + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} J_1(|\mathbf{B}_2|) [J_0(|\mathbf{B}_2|) - J_2(|\mathbf{B}_2|)] \right\}, \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} = -2 \left\{ \frac{p_{11}^2 \beta_{p1}^2}{S^3} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} J_1(|\mathbf{B}_1|) [J_0(|\mathbf{B}_1|) - J_2(|\mathbf{B}_1|)] + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} J_1(|\mathbf{B}_2|) [J_0(|\mathbf{B}_2|) - J_2(|\mathbf{B}_2|)] \right\}. \quad (4.55)$$

Выражения для безразмерных гармоник токов можно записать в виде:

$$I'_{11} = 2J_1(|\mathbf{B}_1|) e^{j \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_1) - \frac{\pi}{2} \right)}, \quad (4.56)$$

$$I'_{21} = 2J_1(|\mathbf{B}_2|) e^{j \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_2) - \frac{\pi}{2} \right)}. \quad (4.57)$$

В свою очередь, пространственное распределение первых гармоник токов каждого пучка будут определяться соотношениями:

$$I_{11}(x) = 2I_{01} J_1(|\mathbf{B}_1|) e^{-j \left(\beta_{e1} x - \text{Arg}(\mathbf{B}_1) + \frac{\pi}{2} \right)}, \quad (4.58)$$

$$I_{21}(x) = 2I_{02} J_1(|\mathbf{B}_2|) e^{-j \left(\beta_{e2} x - \text{Arg}(\mathbf{B}_2) + \frac{\pi}{2} \right)}. \quad (4.59)$$

Далее для перехода к линейному приближению воспользуемся выражением для функции Бесселя в виде ряда:

$$J_n(z) = \frac{z^n}{2^n n!} \left[1 - \frac{z^2}{2^2 \cdot 1 \cdot (n+1)} + \dots \right]. \quad (4.60)$$

Однако, прежде чем ограничиться только линейным членом в разложении, рассмотрим случай слабой нелинейности, который представляет самостоятельный интерес. Для этого учтем в разложении функции Бесселя первые два члена. В этом случае, из выражения (4.60) вытекает следующее:

$$J_0(z) = 1 - \frac{z^2}{4}; \quad J_1(z) = \frac{z}{2} \left(1 - \frac{z^2}{8} \right); \quad J_2(z) = \frac{z^2}{8} \left(1 - \frac{z^2}{12} \right). \quad (4.61)$$

В этом случае система (4.54)-(4.55) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial x^2} = -2 \left\{ p_{11}^2 \beta_{p1}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \left[\frac{|\mathbf{B}_1|}{2} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{8} \right) \right] \left[1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{4} - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{8} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{12} \right) \right] + \right. \\ \left. + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \left[\frac{|\mathbf{B}_2|}{2} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{8} \right) \right] \left[1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{4} - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{8} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{12} \right) \right] \right\};$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} = -2 \left\{ \frac{p_{11}^2 \beta_{p1}^2}{S^3} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \left[\frac{|\mathbf{B}_1|}{2} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{8} \right) \right] \left[1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{4} - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{8} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_1|^2}{12} \right) \right] + \right. \\ \left. + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \left[\frac{|\mathbf{B}_2|}{2} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{8} \right) \right] \left[1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{4} - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{8} \left(1 - \frac{|\mathbf{B}_2|^2}{12} \right) \right] \right\}.$$

В случае ограничения в функции Бесселя только первым нелинейным членом получим:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial x^2} + p_{11}^2 \beta_{p1}^2 \left(\mathbf{B}_1 - \frac{\mathbf{B}_1^3}{2} e^{-2j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \right) + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 S^3 \left(\mathbf{B}_2 - \frac{\mathbf{B}_2^3}{2} e^{-2j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \right) = 0, \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} + \frac{p_{11}^2 \beta_{p1}^2}{S^3} \left(\mathbf{B}_1 - \frac{\mathbf{B}_1^3}{2} e^{-2j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \right) + p_{21}^2 \beta_{p2}^2 \left(\mathbf{B}_2 - \frac{\mathbf{B}_2^3}{2} e^{-2j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \right) = 0. \quad (4.63)$$

Легко видеть, что в линейном случае система может быть сведена к системе двух связанных линейных осцилляторов:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial x^2} + \beta_{p1}^2 \mathbf{B}_1 + S^3 \beta_{p2}^2 \mathbf{B}_2 = 0, \quad (4.64)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} + \beta_{p2}^2 \mathbf{B}_2 + \frac{\beta_{p1}^2}{S^3} \mathbf{B}_1 = 0. \quad (4.65)$$

Очевидно, что для линейного случая из выражений (4.58) и (4.59) с учетом (4.60) вытекает связь параметров группировки \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 с токами следующего вида:

$$\mathbf{V}_1(x) = \frac{j}{I_{01}} I_{11}(x) e^{j\beta_{e1}x}, \quad (4.66)$$

$$\mathbf{V}_2(x) = \frac{j}{I_{02}} I_{21}(x) e^{j\beta_{e2}x}. \quad (4.67)$$

После подстановки (4.66)-(4.67) в (4.64) и (4.65) легко получить классическую систему дифференциальных уравнений для токов бесконечно широких пучков из линейной теории двухпотоковой неустойчивости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 I_{11}}{\partial x^2} + 2j\beta_{e1} \frac{\partial I_{11}}{\partial x} - (\beta_{e1}^2 - \beta_{p1}^2) I_{11} + \beta_{p1}^2 I_{21} &= 0, \\ \frac{\partial^2 I_{21}}{\partial x^2} + 2j\beta_{e2} \frac{\partial I_{21}}{\partial x} - (\beta_{e2}^2 - \beta_{p2}^2) I_{21} + \beta_{p2}^2 I_{11} &= 0. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Приведенный выше переход к уравнениям линейной теории двухпотоковой неустойчивости представляет собой одно из возможных доказательств справедливости построенной приближенной нелинейной теории.

В следующем разделе приведены основные результаты, полученные на основе построенной приближенной нелинейной теории двухпотоковой неустойчивости.

4.3 Результаты приближенной нелинейной теории

4.3.1 Нелинейная теория лампы бегущей волны с двумя электронными потоками

Рассмотрим систему двух взаимодействующих попутных электронных потоков, движущихся вблизи замедляющей системы в продольном магнитном поле бесконечной величины. В замедляющей системе распространяется бегущая волна с фазовой скоростью V_ϕ .

В этом случае электронные потоки взаимодействуют не только с полями пространственного заряда, но и с полем замедляющей системы. Построение теории проводится методом, аналогичным тому, что применялся в предыдущем разделе. Очевидно, что теперь система уравнения движения для потоков (4.2) примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt_1} = \eta E_{\text{полн}} \\ \frac{dv_2}{dt_2} = \eta E_{\text{полн}} \end{cases}, \quad (4.69)$$

здесь $E_{\text{полн}}$ – суммарное поле, действующее на электроны.

Будем считать, что

$$E_{\text{полн}} = E + E_{\text{пз}}, \quad (4.70)$$

где $E_{\text{пз}}$ – суммарное поле пространственного заряда, определяемое выражениями (4.3), (4.4) и (4.5). При этом поле волны в замедляющей системе может быть представлено в виде:

$$E(x, t) = \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} E_n(x) e^{jn\omega t}, \quad (4.71)$$

здесь E_n – амплитуда n -ой гармоники. В свою очередь, E_n определяются из уравнений возбуждения для каждой гармоники вида:

$$\frac{dE_n}{dx} + j\beta_n E_n = -\frac{1}{2} \beta_n^2 K_n (I_{1n}(x) + I_{2n}(x)), \quad (4.72)$$

здесь β_n – постоянная распространения n -ой гармоники, K_n – сопротивление связи для n -ой гармоники, I_{1n} и I_{2n} – пространственные гармоники высокочастотных компонент токов пучков, определяемые выражениями (4.6) и (4.7).

После действий, аналогичных тем, что были проведены в разделе 4.1, используя метод Солнцева можно легко получить систему уравнений нелинейной теории двухпоточковой лампы бегущей волны. Уравнение для первого потока:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} = & - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\beta_{e1} \eta}{v_{01}^2} E_n e^{j\beta_{e1} x} e^{-j(n-1) \left(\text{Arg}(B_1) - \frac{\pi}{2} \right)} J_{n-1}(n|B_1|) + \right. \\ & \left. + \frac{\beta_{e1} \eta}{v_{01}^2} E_n^* e^{-j\beta_{e1} x} e^{j(n+1) \left(\text{Arg}(B_1) - \frac{\pi}{2} \right)} J_{n+1}(n|B_1|) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n} e^{j \text{Arg}(B_1)} J_n(n|B_1|) [J_{n-1}(n|B_1|) - J_{n+1}(n|B_1|)] + \right. \\ & \left. + 2 \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2 S^3}{n} e^{j \text{Arg}(B_2)} J_n(n|B_2|) [J_{n-1}(n|B_2|) - J_{n+1}(n|B_2|)] \right\}, \quad (4.73) \end{aligned}$$

и уравнение для второго потока:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} = & - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\beta_{e2} \eta}{v_{02}^2} \mathbf{E}_n e^{j\beta_{e2} x} e^{-j(n-1) \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_2) - \frac{\pi}{2} \right)} \mathbf{J}_{n-1}(n|\mathbf{B}_2|) + \right. \\
& \left. + \frac{\beta_{e2} \eta}{v_{02}^2} \mathbf{E}_n^* e^{-j\beta_{e2} x} e^{j(n+1) \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_2) - \frac{\pi}{2} \right)} \mathbf{J}_{n+1}(n|\mathbf{B}_2|) + \right. \\
& \left. + 2 \frac{p_{1n}^2 \beta_{p1}^2}{n S^3} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \mathbf{J}_n(n|\mathbf{B}_1|) \left[\mathbf{J}_{n-1}(n|\mathbf{B}_1|) - \mathbf{J}_{n+1}(n|\mathbf{B}_1|) \right] + \right. \\
& \left. + 2 \frac{p_{2n}^2 \beta_{p2}^2}{n} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \mathbf{J}_n(n|\mathbf{B}_2|) \left[\mathbf{J}_{n-1}(n|\mathbf{B}_2|) - \mathbf{J}_{n+1}(n|\mathbf{B}_2|) \right] \right\}. \quad (4.74)
\end{aligned}$$

Система (4.73)-(4.74) аналогична системе (4.42)-(4.43) и отличается присутствием в уравнениях слагаемых, отвечающих за влияние поля замедляющей системы. Итоговая система при дополнении ее уравнением возбуждения (4.72) позволяет учитывать в ЛБВ с двумя электронными потоками различные нелинейные процессы, например, такие как уменьшение средней скорости движения электронов в потоках, обгон одних электронов другими и появление высших гармоник тока и поля. Далее для простоты ограничимся, как и ранее, рассмотрением только первой гармоники, то есть положим $n=1$. В этом случае легко получить самосогласованную систему уравнений. В нее входят два уравнения для возмущения фазы электронов:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial x^2} = & - \left\{ \frac{\beta_{e1} \eta}{v_{01}^2} \left[\mathbf{E} e^{j\beta_{e1} x} \mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_1|) - \mathbf{E}^* e^{-j\beta_{e1} x} e^{2j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_1|) \right] + \right. \\
& \left. + 2 p_{11}^2 \beta_{p1}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \mathbf{J}_1(|\mathbf{B}_1|) \left[\mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_1|) - \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_1|) \right] + 2 p_{21}^2 \beta_{p2}^2 S^3 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \mathbf{J}_1(|\mathbf{B}_2|) \left[\mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_2|) - \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_2|) \right] \right\}, \quad (4.75)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial x^2} = & - \left\{ \frac{\beta_{e2} \eta}{v_{02}^2} \left[\mathbf{E} e^{j\beta_{e2} x} \mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_2|) - \mathbf{E}^* e^{-j\beta_{e2} x} e^{2j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_2|) \right] + \right. \\
& \left. + 2 \frac{p_{11}^2 \beta_{p1}^2}{S^3} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} \mathbf{J}_1(|\mathbf{B}_1|) \left[\mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_1|) - \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_1|) \right] + 2 p_{21}^2 \beta_{p2}^2 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} \mathbf{J}_1(|\mathbf{B}_2|) \left[\mathbf{J}_0(|\mathbf{B}_2|) - \mathbf{J}_2(|\mathbf{B}_2|) \right] \right\}, \quad (4.76)
\end{aligned}$$

уравнение возбуждения:

$$\frac{dE}{dx} + j\beta_0 E = -\frac{1}{2}\beta_0^2 K_0 (I_{01} I'_{11} e^{-j\beta_{e1}x} + I_{02} I'_{21} e^{-j\beta_{e2}x}), \quad (4.77)$$

здесь β_0 – постоянная распространения волны в замедляющей системе, K_0 – сопротивление связи на первой гармонике, а также два выражения, связывающие функции первых гармоник токов с функциями возмущений фазы электронов в потоках:

$$I'_{11} = 2J_1(|B_1|) e^{j\left(\text{Arg}(B_1) - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (4.78)$$

$$I'_{21} = 2J_1(|B_2|) e^{j\left(\text{Arg}(B_2) - \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (4.79)$$

Далее проведем преобразования для перехода к безразмерным параметрам так, как это делается в нелинейной теории обычной ЛБВ. Введем безразмерную координату следующим образом:

$$\xi = \beta_{e1} C_1 x, \quad (4.80)$$

здесь C_1 – параметр Пирса для первого пучка, определяемый как

$$C_1 = \sqrt[3]{\frac{K_0 I_{01}}{4U_{01}}}, \quad (4.81)$$

где U_{01} – ускоряющее напряжение первого пучка. Аналогично введем параметр Пирса для второго пучка:

$$C_2 = \sqrt[3]{\frac{K_0 I_{02}}{4U_{02}}}, \quad (4.82)$$

здесь U_{02} – ускоряющее напряжение второго пучка.

Далее следует ввести безразмерную амплитуду электрического поля:

$$F(\xi) = \frac{\eta E(x) e^{j\frac{\xi}{C_1}}}{v_{01}^2 \beta_{e1} C_1^2}, \quad (4.83)$$

параметры пространственного заряда для потоков:

$$q_1 = \frac{p_{11}^2 \beta_{p1}^2}{\beta_{e1}^2 C_1^2}, \quad (4.84)$$

$$q_2 = \frac{p_{21}^2 \beta_{p2}^2}{\beta_{e2}^2 C_2^2}, \quad (4.85)$$

а также параметр холодного рассинхронизма первого пучка с замедляющей системой:

$$b_1 = -\frac{\beta_{e1} - \beta_0}{C_1 \beta_{e1}}. \quad (4.86)$$

С учетом введенных величин система (4.75) – (4.79) может быть переписана следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{B}_1}{\partial \xi^2} = & -\left\{ F(\xi) J_0(|\mathbf{B}_1|) - F^*(\xi) e^{2j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} J_2(|\mathbf{B}_1|) + \right. \\ & \left. + 2q_1 e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} J_1(|\mathbf{B}_1|) [J_0(|\mathbf{B}_1|) - J_2(|\mathbf{B}_1|)] + 2q_2 \left(\frac{C_2^2}{C_1^2} \right) S e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} J_1(|\mathbf{B}_2|) [J_0(|\mathbf{B}_2|) - J_2(|\mathbf{B}_2|)] \right\}, \end{aligned} \quad (4.87)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathbf{B}_2}{\partial \xi^2} = & -\left\{ \frac{1}{S^3} F(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} J_0(|\mathbf{B}_2|) - \frac{1}{S^3} F^*(\xi) e^{-j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} e^{2j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} J_2(|\mathbf{B}_2|) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{q_1}{S^3} e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_1)} J_1(|\mathbf{B}_1|) [J_0(|\mathbf{B}_1|) - J_2(|\mathbf{B}_1|)] + 2 \frac{q_2}{S^2} \left(\frac{C_2^2}{C_1^2} \right) e^{j \text{Arg}(\mathbf{B}_2)} J_1(|\mathbf{B}_2|) [J_0(|\mathbf{B}_2|) - J_2(|\mathbf{B}_2|)] \right\}, \end{aligned} \quad (4.88)$$

$$\frac{dF}{d\xi} + j b_1 F(\xi) = -(1 + b_1 C_1)^2 \left[I'_{11}(\xi) + S^2 \left(\frac{C_2}{C_1} \right)^3 I'_{21}(\xi) e^{j \frac{S-1}{C_1 S} \xi} \right], \quad (4.89)$$

$$I'_{11} = 2J_1(|\mathbf{B}_1|) e^{j \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_1) - \frac{\pi}{2} \right)}, \quad (4.90)$$

$$I'_{21} = 2J_1(|\mathbf{B}_2|) e^{j \left(\text{Arg}(\mathbf{B}_2) - \frac{\pi}{2} \right)}. \quad (4.91)$$

Таким образом, получена самосогласованная система уравнений (4.87) – (4.91) приближенной нелинейной теории лампы бегущей волны с двумя взаимодействующими электронными потоками с учетом влияния пространственного заряда. Данная система уравнений использовалась для расчета выходных характеристик двухпотоковой ЛБВ.

4.3.2 Результаты нелинейной теории лампы бегущей волны с двумя электронными потоками

Для корректного сравнения результатов линейной и нелинейной теорий при расчетах были взяты те же наборы значений параметров системы, что использовались в предыдущей главе. Для пояснения на рисунке 72 приведена соответствующая дисперсионная характеристика из предыдущей главы при $U_{01} = 1000\text{В}$, $U_{02} = 3000\text{В}$, $I_{01,02} = 100\text{мА}$, $R_{\text{св}} = 20\ \text{Ом}$, $b_1 = 3.24$, $b_2 = 21.39$. Расчеты проводились при значениях частот, отмеченных вертикальными оранжевыми прямыми. Ниже на рисунке 73 для сравнения приведены зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех различных моделей при значении частоты $\omega = 6 \cdot 10^9\ \text{рад} \cdot \text{с}^{-1}$. Верхний левый график иллюстрирует результаты линейной теории взаимодействия одного потока с бегущей волной (однолучевая ЛБВ); верхний правый график соответствует линейной теории взаимодействия двух потоков с бегущей волной (двухлучевая ЛБВ); нижний левый график представляет результаты приближенной нелинейной теории однолучевой ЛБВ; нижний правый соответствует результатам построенной приближенной нелинейной теории взаимодействия двух потоков с бегущей волной. На рисунке 74 указанные графики совмещены для удобства сравнения.

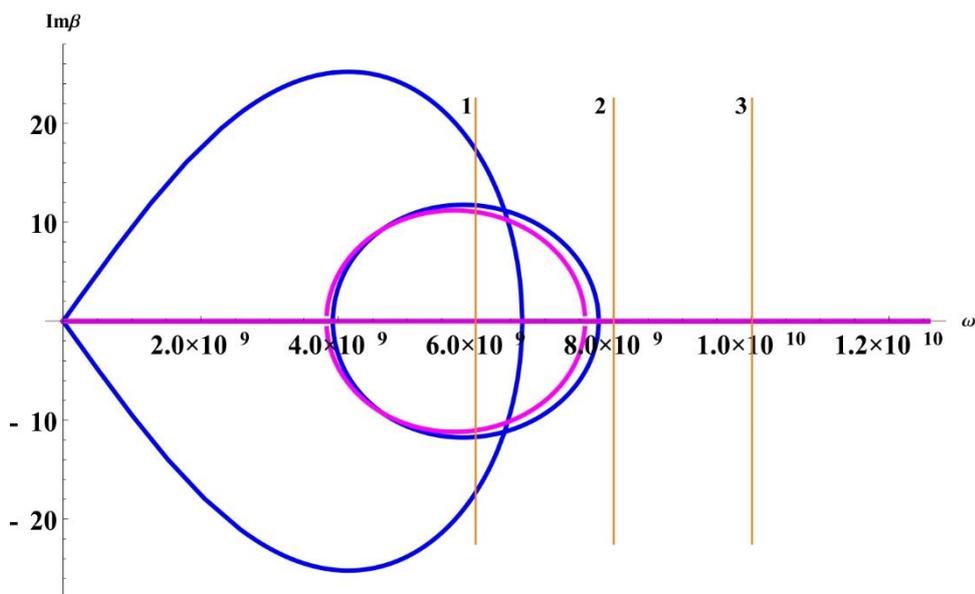


Рисунок 72 – Дисперсионные характеристики для случаев взаимодействия двух электронных потоков с волной и одного потока с волной.

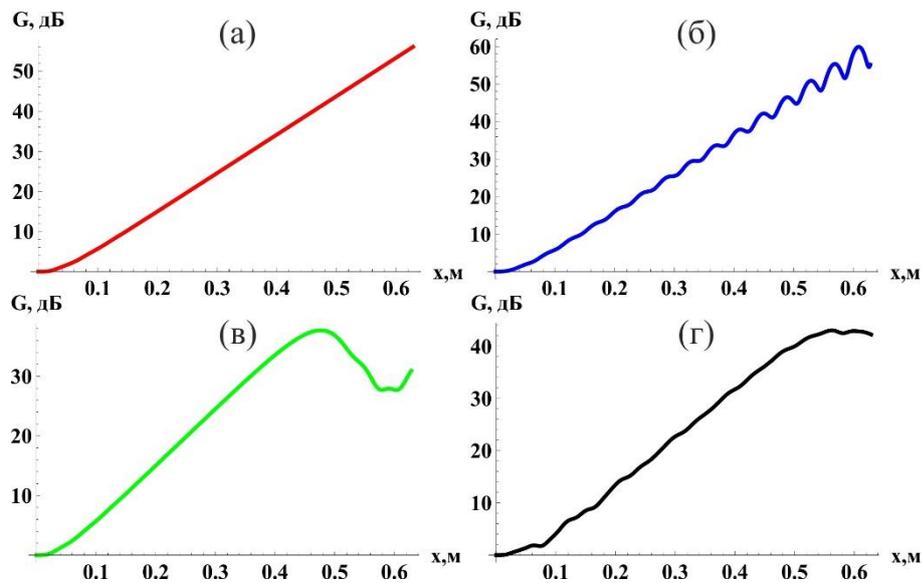


Рисунок 73 – Графики зависимостей коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 6 \cdot 10^9$ рад \cdot с $^{-1}$. (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

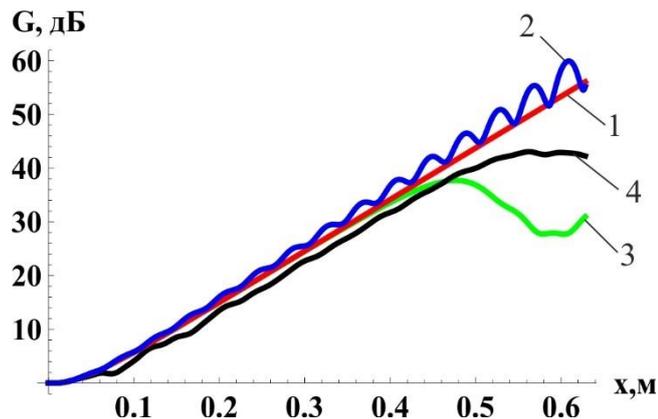


Рисунок 74 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 6 \cdot 10^9$ рад \cdot с $^{-1}$; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

Из представленных зависимостей видно, что при данном значении частоты имеет место неустойчивость. Отметим, что приближенная нелинейная теория и в однолучевом и в двухлучевом случае, в отличие от линейной теории, демонстрирует ограничение роста коэффициента усиления вдоль пространства взаимодействия. Важно заметить, что в данном случае приближенная нелинейная теория взаимодействия двух потоков с бегущей волной, начиная с определенного значения длины системы, демонстрирует более высокие значения коэффициента усиления по сравнению с однолучевой теорией. Также следует обратить внимание на то, что

кривая зависимости коэффициента усиления от длины в двухлучевой теории имеет более пологий характер, чем в однолучевой теории.

Ниже на рисунках 75 и 76 приведены соответствующие зависимости для $\omega = 6 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$. Как следует из дисперсионных характеристик и линейной теории при данном значении частоты в обеих моделях (и с одним потоком, и с двумя потоками) отсутствует неустойчивость. В случае с одним потоком имеет место крестатронный режим усиления, а в случае с двумя потоками – интерференционно-крестатронный. При этом приближенная нелинейная теория взаимодействия одного потока с бегущей волной демонстрирует результаты, практически точно совпадающие с результатами соответствующей линейной теории. Это обусловлено малым значением входного сигнала, использованного при расчетах.

В то же время приближенная нелинейная теория взаимодействия двух потоков с бегущей волной демонстрирует при данном значении частоты неустойчивость. Этот факт представляет отдельный интерес, поскольку указывает на явное несовпадение областей неустойчивости для двухпоточковой системы в линейном и нелинейном приближении. Согласно результатам нелинейной теории, область неустойчивости оказывается шире, чем предсказывает линейная теория.

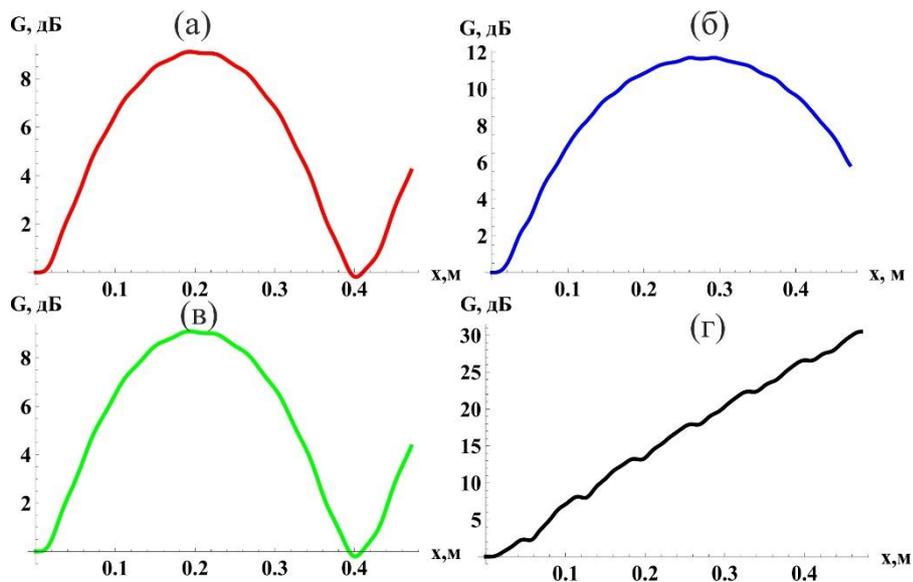


Рисунок 75 – Графики зависимостей коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 8 \cdot 10^9 \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$. (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

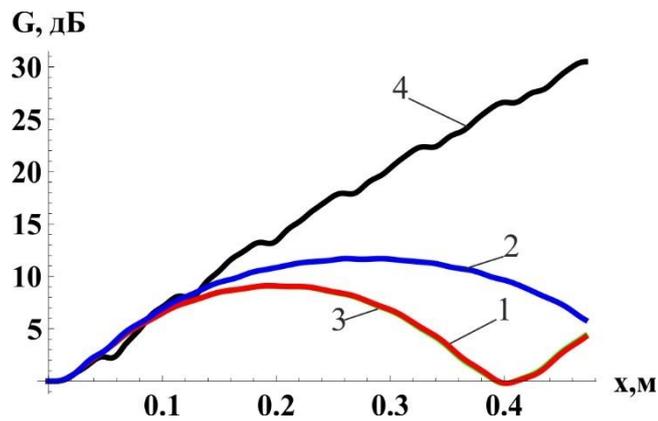


Рисунок 76 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 8 \cdot 10^9$ рад \cdot с $^{-1}$; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

Таким образом, при данном значении частоты, нелинейная теория двухпоточковой модели демонстрирует наличие неустойчивости, что дает значительное преимущество в усилении по сравнению с однопоточковой моделью.

При значении $\omega = 10^{10}$ рад \cdot с $^{-1}$, согласно линейной теории, и в двухпоточковой, и в однопоточковой модели неустойчивость отсутствует. Вместо этого реализуются крестатронный и интерференционно-крестатронный режимы работы соответственно. Это вытекает из дисперсионной характеристики (рисунок 72) и подтверждается графиками зависимостей коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия для однопоточковой и двухпоточковой модели, представленными на рисунке 77 (а, б). Нелинейная теория для однопоточковой модели вновь демонстрирует точное совпадение с результатами линейной теории (рисунок 77 (в)).

Нелинейная теория для двухпоточковой системы при данном значении частоты показывает, что зависимость коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия также имеет характер биений, причем величина самого коэффициента превышает значения, предсказанные линейной теорией. Также на рисунке 78 проведено сравнение всех четырех характеристик.

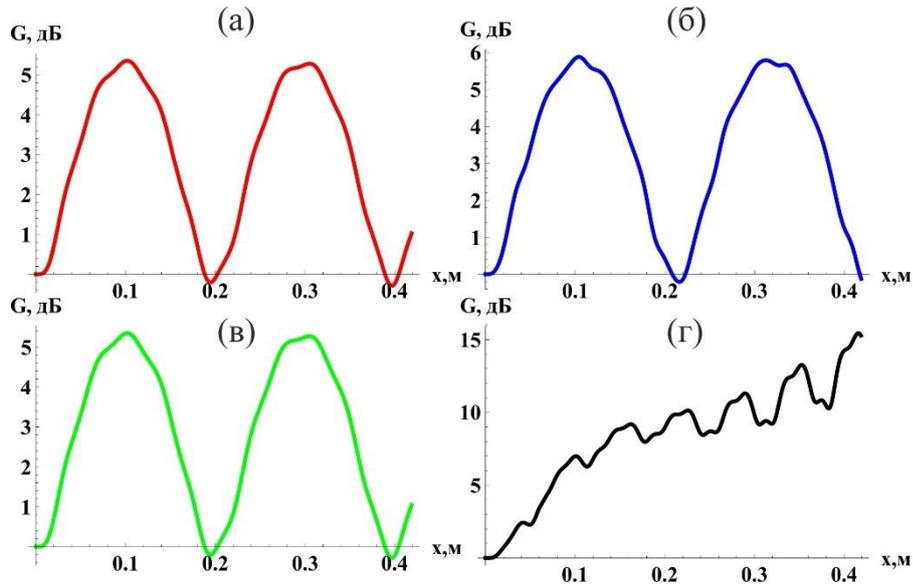


Рисунок 77 – Графики зависимостей коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 10^{10}$ рад·с⁻¹. (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

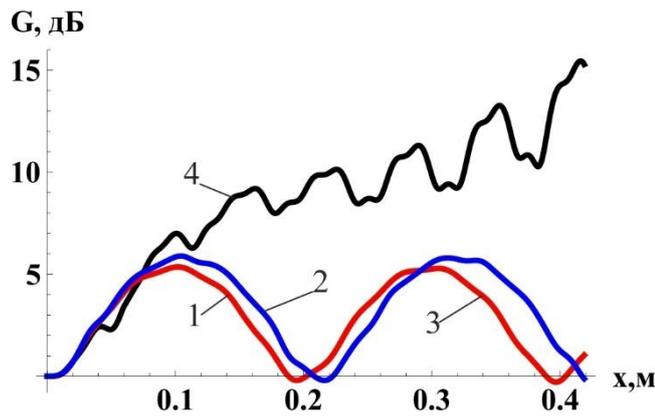


Рисунок 78 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 10^{10}$ рад·с⁻¹; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

Рассмотрим далее результаты нелинейной теории для второго набора параметров системы, использованного в предыдущей главе. Вновь воспользуемся для сравнения дисперсионной характеристикой из линейной теории (рисунок 79) при значениях $U_{01} = 8,5$ кВ, $U_{02} = 10$ кВ, $I_{01,02} = 100$ мА, $R_{св} = 20$ Ом, $b_1 = 2.09$, $b_2 = 4.69$.

Ниже на графиках приведены результаты расчета выходных характеристик для трех значений частоты. В первом случае при $\omega = 5 \cdot 10^{10}$ рад·с⁻¹ согласно линейной теории в однопоточковой и в двухпоточковой моделях имеет место неустойчивость. Это подробно проиллюстрировано на Рисунок 80 (а) и (б).

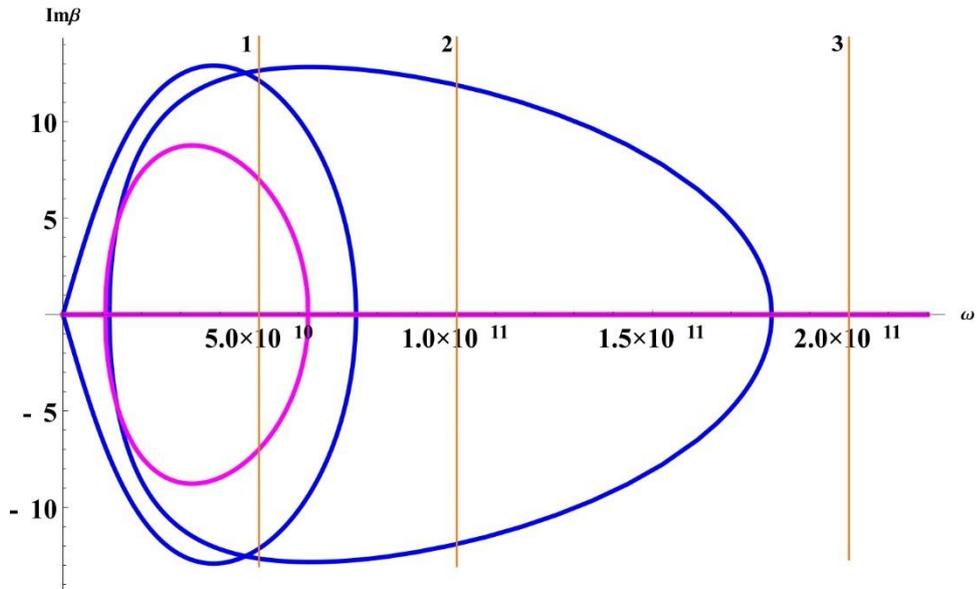


Рисунок 79 – Дисперсионные характеристики для случаев взаимодействия двух электронных потоков с волной и одного потока с волной.

Нелинейная теория для однопоточковой модели (рисунок 80 (в)) хорошо согласуется с аналогичной линейной теорией. Результаты нелинейной теории для двухпоточковой системы (рисунок 80 (г)) также подтверждают наличие неустойчивости, хотя величина коэффициента усиления оказывается ниже, чем дает линейная теория. Сравнение полученных зависимостей проведено на рисунке 81.

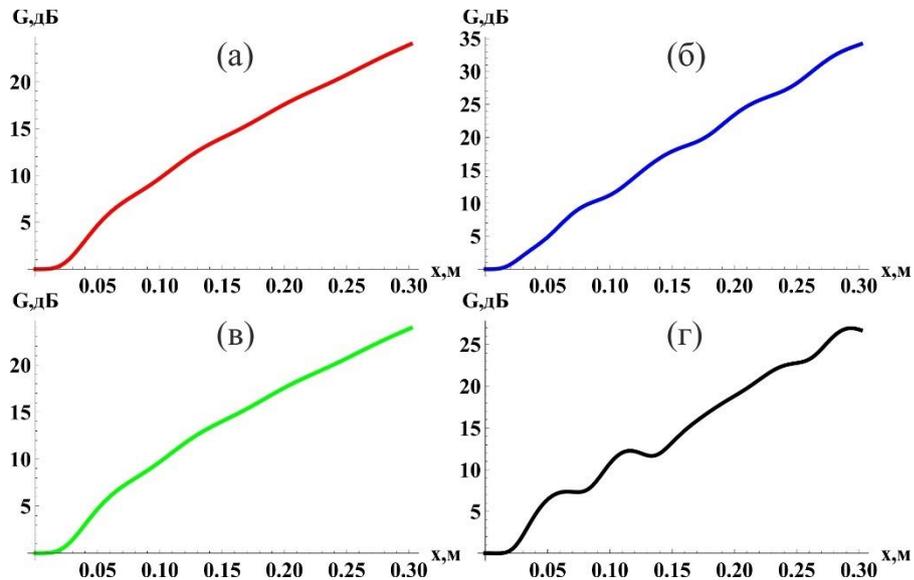


Рисунок 80 – Графики зависимостей коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 5 \cdot 10^{10}$ рад · с⁻¹; (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

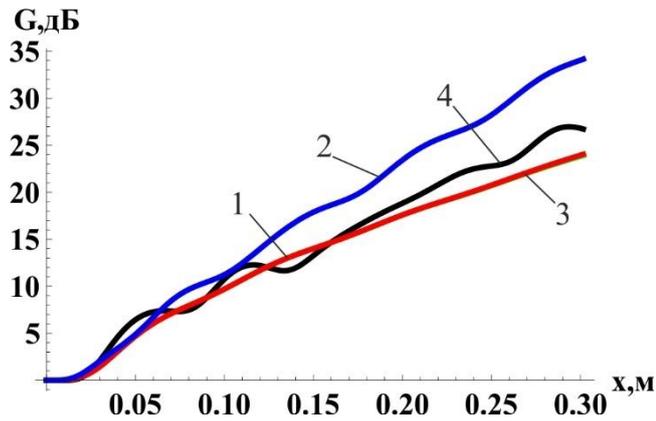


Рисунок 81 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 5 \cdot 10^{10}$ рад · с⁻¹; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

При частоте $\omega = 10^{11}$ рад · с⁻¹ однопоточковая модель, согласно линейной теории, выходит из области неустойчивости. Зависимость коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия в этом случае имеет вид биений (рисунок 82 (а)). Это также подтверждается результатами нелинейной теории (рисунок 82 (в)). Двухпоточковая модель, в свою очередь, сохраняет неустойчивость (рисунок 82 (б) и (г)). За счет увеличения ширины области неустойчивости коэффициент усиления в двухпоточковой модели оказывается выше, чем в однопоточковой. На рисунке 83 проведено сравнение характеристик.

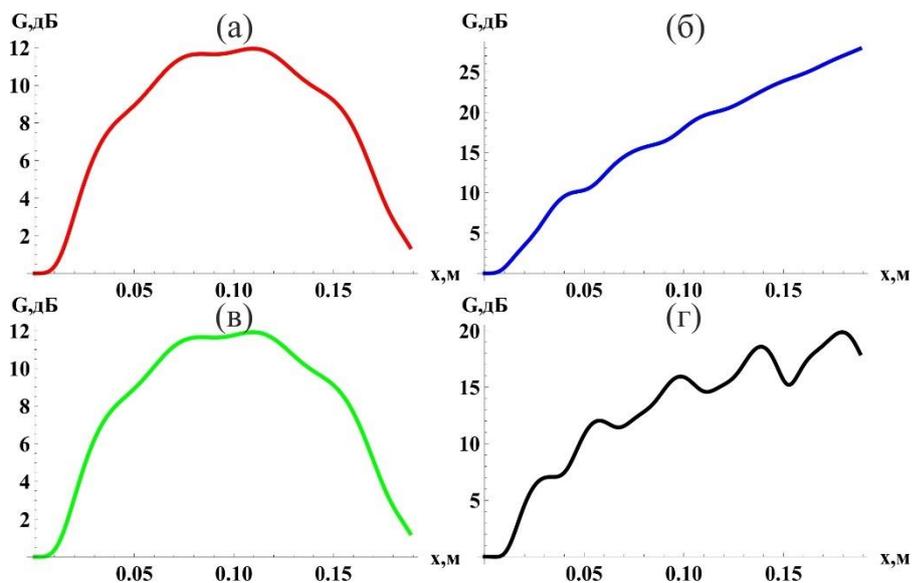


Рисунок 82 – Графики зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 10^{11}$ рад · с⁻¹; (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

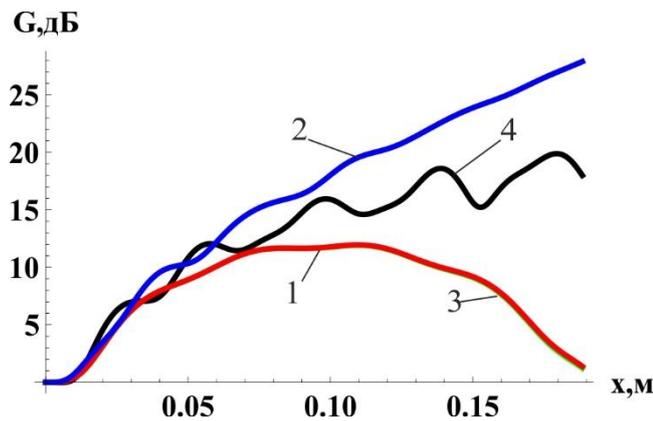


Рисунок 83 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 10^{11}$ рад·с⁻¹; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

Из графиков видно, что зависимость коэффициента усиления для двухпоточковой модели на основе нелинейной теории оказывается ниже соответствующей зависимости, полученной на основе линейной теории.

При выходе за пределы области, согласно линейной теории, однопоточковая модель оказывается в режиме крестатронного усиления, а двухпоточковая в интерференционно-крестатронном режиме усиления. В этом случае все зависимости имеют характер биений, поскольку усиление достигается за счет интерференции волн постоянной амплитуды. На рисунке 84 приведены соответствующие зависимости для частоты $\omega = 2 \cdot 10^{11}$ рад·с⁻¹.

Из графиков вновь следует хорошее согласование линейной и нелинейной теорий для однопоточковой модели, а также тот факт, что согласно результатам линейной и нелинейной теорий, в режиме отсутствия неустойчивости двухпоточковая модель демонстрирует более высокие значения коэффициента усиления по сравнению с однопоточковой моделью.

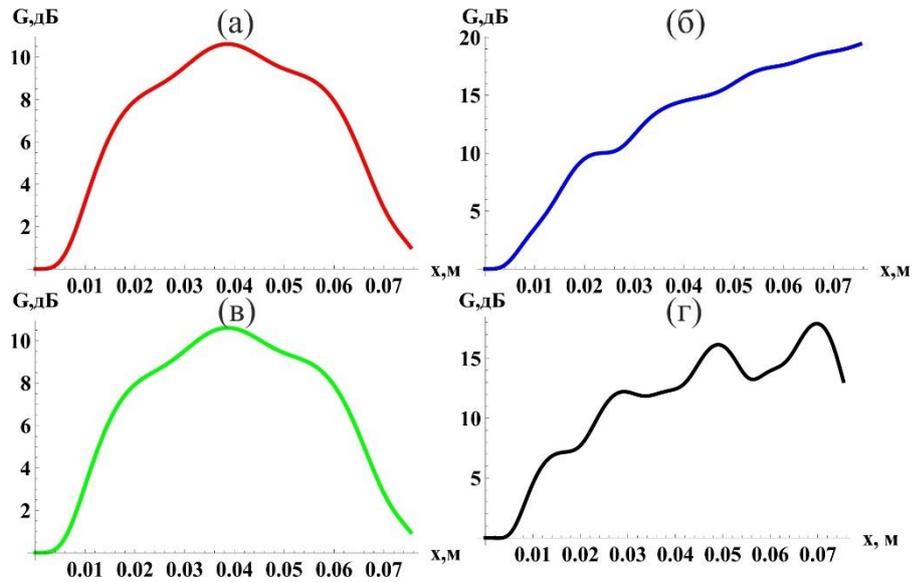


Рисунок 84 – Графики зависимостей коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 2 \cdot 10^{11}$ рад·с⁻¹, (а) – линейная теория, один поток; (б) – линейная теория, два потока; (в) – нелинейная теория, один поток; (г) – нелинейная теория, два потока.

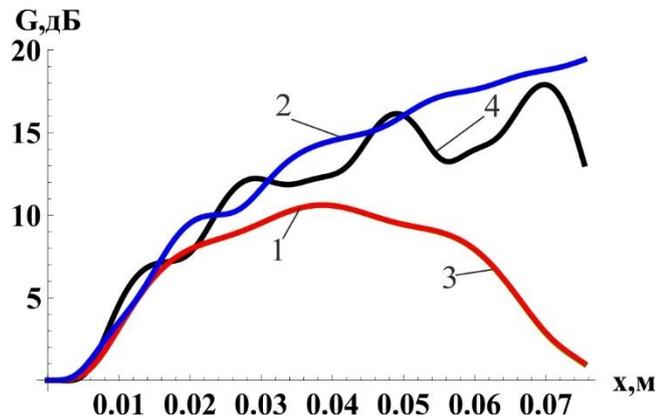


Рисунок 85 – Зависимости коэффициента усиления от длины системы для четырех моделей при $\omega = 2 \cdot 10^{11}$ рад·с⁻¹; 1 – линейная теория, один поток; 2 – линейная теория, два потока; 3 – нелинейная теория, один поток; 4 – нелинейная теория, два потока.

4.4 Выводы

1. На основе волнового метода построена приближенная нелинейная теория взаимодействия двух попутных электронных потоков. На её основе развита приближенная нелинейная теория двухпоточковой ЛБВ.

2. В рамках приближенной нелинейной теории двухпоточковой ЛБВ проведен анализ режимов работы, предложенных ранее. Показано, что добавление второго потока в определенных режимах позволяет получить прибавку к коэффициенту усиления.

Проведено сравнение результатов линейной и нелинейной теорий двухпоточковых ЛБВ. Показано, что учет нелинейных эффектов в модели приводит к снижению коэффициента усиления по сравнению с линейной теорией.

Заключение

В диссертационной работе проведен анализ последних наиболее актуальных работ, посвященных явлению двухпоточковой неустойчивости в электронике СВЧ, а также системам и приборам, в которых применяются два взаимодействующих электронных потока. Приведенные в данном обзоре работы, с одной стороны, в полной мере иллюстрируют заинтересованность зарубежных исследователей в данной теме, а с другой стороны, подтверждают актуальность выбранной темы исследования.

На основе метода связанных волн проведен последовательный анализ процессов, протекающих при взаимодействии двух разноскоростных попутных электронных потоков. Подобный анализ с использованием метода связанных волн проведен впервые. Проведенная классификация волновых взаимодействий в системе двух попутных взаимодействующих потоков позволяет выделить следующие виды индуцированного излучения, соответствующего разным моделям:

- Излучение за счет аномального эффекта Доплера (модель двухволнового взаимодействия)
- Черенковское излучение и интерференционное усиление (модель трехволнового взаимодействия)
- Черенковское излучение и интерференционное усиление (учет четырех волн)

Таким образом, рассмотренная модель двух попутных взаимодействующих электронных потоков демонстрирует все виды индуцированного излучения, имеющие место в приборах типа О.

В диссертационной работе предложен новый режим взаимодействия двух попутных электронных потоков, названный интерференционным, обеспечивающий вне границ области двухпоточковой неустойчивости усиление входного сигнала за счет интерференции парциальных волн постоянной амплитуды. Описанный режим представляет интерес для работы в коротковолновой области СВЧ диапазона.

В рамках метода дисперсионного уравнения в линейном приближении проанализированы возможные режимы взаимодействия в модели двух попутных

электронных потоков с бегущей электромагнитной волной. Показано, что помимо режима неустойчивости и крестатронного режима также имеет место интерференционно-крестатронный режим усиления.

Сравнение выходных характеристик показывает, что добавление второго пучка приводит к увеличению области неустойчивости, а также к повышению коэффициента усиления вне области неустойчивости за счет интерференционного

Впервые решена самосогласованная задача для линейной одномерной модели системы «два попутных электронных потока – бегущая волна» в приближении пяти волн.

На основе волнового метода построена приближенная нелинейная теория взаимодействия двух попутных электронных потоков. На её основе развита приближенная нелинейная теория двухпотоковой ЛБВ.

На основе приближенной нелинейной теории двухпотоковой ЛБВ проведен анализ режимов работы, предложенных ранее. Показано, что добавление второго потока позволяет получить прибавку к коэффициенту усиления.

Проведено сравнение результатов линейной и нелинейной теорий двухпотоковых ЛБВ. Показано, что учет нелинейных эффектов в рассмотренной модели приводит к снижению коэффициента усиления по сравнению с линейной теорией на величину порядка 4-6дБ.

По теме диссертации опубликовано 5 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук [93 – 97], 1 статья в материалах V Всероссийского конкурса молодых ученых [98] (Итоги диссертационных исследований. Том 1, М.: РАН, 2013, с. 3–13.), 9 статей в сборниках трудов научных конференций и семинаров [99 – 107].

Список литературы

1. Лопухин В. М. Новый вид усилителя микрорадиоволн // УФН. 1950. Т. XL, вып. 4. С. 592 – 614.
2. Бриггс Р. Двухпучковая неустойчивость. Достижения физики плазмы. М. : Мир, 1974. Т. 3, 4.
3. Tucek J. C. et al. A 100 mW, 0.670 THz power module // IVEC 2012, Monterey, CA, 2012, pp. 31-32.
4. Tucek J. C. et al. Testing of a 0.850 THz vacuum electronic power amplifier// 2013 IEEE 14th International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Paris, 2013, pp. 1-2.
5. Tucek J. C. et al. Operation of a compact 1.03 THz power amplifier // 2016 IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, CA, 2016, pp. 1-2.
6. Birhofberger K., Carlsten B.E., Faehl R. Generation of millimeter and sub- millimeter radiation in a compact oscillator utilizing the two-stream instability // IVEC 2008, april 22-24, 2008, p. 164.
7. Liu W., Liu P., Yong W., Yang Z. Enhancements of Cherenkov Radiation by Two Electron Beams // IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 40, no. 3, pp. 835-842, March 2012.
8. Филимонов Г.Ф. Нелинейная теория двухлучевой электронной лампы. Ч1. Вывод и исследование уравнений // Радиотехника и Электроника, 1959, №3, стр. 489.
9. Филимонов Г.Ф. Нелинейная теория двухлучевой электронной лампы. Ч2. Результаты вычислений // Радиотехника и Электроника, 1959, №5, стр. 832.
10. В.А. Солнцев. Нелинейные волны в электронных потоках // Известия вузов. Радиофизика. 1974, Т. 17, №4. С. 616–626.
11. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 2001. 560 с.

-
12. Михайловский А.Б. Теория неустойчивости плазмы. Т.1. Неустойчивости однородной плазмы. М.: Атомиздат, 1975. 272 с.
 13. Piddington J.H. Growing Electromagnetic Waves // *Phys. Rev.*, 1956, vol 101, №1, pp. 9-14.
 14. Ахиезер А.И., Половин Р. В. Критерии нарастания волн // *УФН*. 1971. Т. 104, С. 185-200.
 15. Федорченко А.М., Коцаренко Н.Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1981.
 16. Nergaard L.S. Analysis of a simple model of a two-beam growing-wave tube // *RCA Review* 9, 1948, 585-601.
 17. Haeff A. The Electron-Wave Tube – A novel method of Generation and Amplification of Microwave Energy // *Proceedings of the IRE*. 1949, vol. 37, January, pp. 4–10.
 18. Pierce J.R., Hebenstreit W.B. A New Type of High-Frequency Amplifier // *The Bell System Technical Journal*, 1949, vol. 28, no. 1, pp. 33-51.
 19. Hollenberg B.A. Experimental Observations of Amplification by Interaction Between Two Electron Streams // *The Bell System Technical Journal*, 1949, vol. 28, no.1, pp. 52–58.
 20. Pierce J.R. Double-Stream Amplifiers // *Proceedings of the IRE*, 1949, vol. 37, September, no. 9, pp. 980 –985.
 21. Pierce J.R. Increasing Space Charge Waves // *Journal of Applied Physics*, 1949, vol. 20, November, no. 11, pp. 1060–1066.
 22. Лопухин В.М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: Гостехиздат, 1953. 324 с.
 23. Власов А.А. О вибрационных свойствах электронного газа // *ЖЭТФ*, 1938, т. 8, №3, с. 291–318.
 24. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.

-
25. Бергнер Ю.К. К теории колебаний взаимодействующих электронных потоков // Доклады Академии наук СССР. 1951. Т. LXX VIII (78), No 3. С.435.
 26. Родак М.И. К учету теплового движения электронов в двулучевом усилителе // ЖТФ. 1955. Т. 25, вып. 4. С. 644.
 27. Чен Ф. Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987.
 28. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975.
 29. Стикс Т. Теория плазменных волн. М.: Атомиздат, 1965.
 30. Варнеке Р. Эволюция принципов действия современных электровакуумных приборов для с.в.ч // Миллиметровые и субмиллиметровые волны. / Под ред. Мириманова Р.Г. М.: Издательство иностранной литературы, 1959.
 31. Голант М.Б., Тагер А.С. Сравнение механизмов работы электронно-волновой лампы и других приборов с.в.ч., Научно-технический сборник «Электроника», 1958, №10, стр. 88-105.
 32. Лоусон Дж. Физика пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1980.
 33. Lashmore-Davies C.N. Two-stream instability, wave energy, and the energy principle // Physics of Plasmas. 2007. Vol.14. 092101.
 34. Mihran T. Nonlinear limiting of the double-stream instability // J. Appl. Phys. 1966. Vol. 37, No 2. P. 624.
 35. Yu S.P., Mihran T. Nonlinear rf behavior of electron beams with velocity distribution. I. General analysis // J. Appl. Phys. 1963. Vol. 34, No 10. P. 2972.
 36. Yu S.P., Mihran T. Nonlinear rf behavior of electron beams with velocity distribution. II. Application to rectangular velocity distribution // J. Appl. Phys. 1963. Vol. 34, No 10. P. 2976.
 37. Busnardo-Neto J., Rowe J.E. Simulation of the two-stream convective instability // Physics of Fluids. 1974. Vol. 17, No 6.
 38. Philips P.M., Zaidman E.G., Freund H.P., Ganguly A.K., Vanderplaats N.R. Review of two stream amplifier performance // Naval Research Laboratory Memorandum Report 6382, March 1989.
 39. Buneman O. Dissipation of currents in ionized media // Phys. Rev. 1959. Vol. 115, No 3. P. 503.

-
40. Dawson J.M. Investigation of the double-stream instability // Nuclear Fusion (Austria), Vol. Suppl. 2, Pt. 3, received 31 Dec 1963.
 41. Freidberg J.P., Armstrong P.T. Nonlinear development of the two-stream instability // Physics of Fluids. 1968. Vol.11. P. 2669.
 42. Roberts K.V., Berk H.L. Nonlinear evolution of a two-stream instability // Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 19. P. 297.
 43. Руткевич Б.Н., Руткевич П.Б. Развитие неустойчивости диспергирующих волн в двухпоточковой плазме // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 3. С. 538.
 44. Руткевич Б.Н., Пащенко А.В., Федорченко В.Д., Муратов В.И. Нелинейные волны объемного заряда в плазменном слое // ЖТФ. 1972. Т. 42. Вып. 3. С. 493.
 45. Руткевич Б.Н., Пащенко А.В., Федорченко В.Д., Мазалов Ю.П. Стационарные волны в ограниченной плазме // ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 1. С. 112.
 46. Бернашевский Г.А., Воронов П.С., Изюмова Т.И., Чернов З.С. Экспериментальное исследование двухлучевых электронно-волновых систем // Радиотехника и Электроника. 1959. № 10. С. 1666.
 47. Каплун З.Ф. Влияние пространственного разделения двух слоисто-перемешанных электронных потоков на усиление электронно-волновой лампы // Вопросы радиоэлектроники. Серия 1. Электроника. 1960, № 4. С. 42.
 48. Канавец В.И., Кузьмина Г.А., Лопухин В.М. Шумы двухлучевой лампы, вызванные дробовыми флуктуациями в потоках // Радиотехника и электроника. 1958, № 6. С. 800–805.
 49. Лопухин В.М., Рошаль А.С., Кузьмина Г.А. Линейная теория двулучевых ЛОВ- и ЛБВ-усилителей // Радиотехника и Электроника. 1960. № 11. С. 1837.
 50. Dunn D.A., Sackman G.L. Interaction of two beams with a cavity // International Journal of Electronics. 1965. Vol. 18. Issue 2. P. 181.
 51. Цейтлин М.Б., Кац А.М. Лампа с бегущей волной. Монография. М.: Советское радио, 1964. 308 с.
 52. Rowe J.E. Theory of crestatron: A forward-wave amplifier // Proc. IRE. April 1959. Vol. 47. P. 536.

-
53. Dow W.G., Rowe J.E. General aspects of beating-wave amplification // Proc. IRE. 1960. Vol. 48, No 1. P. 115.
 54. Лопухин В.М., Рошаль А.С. Усилитель на встречных электронных потоках // Радиотехника и электроника. 1962. No 4. С. 643.
 55. Chen C., Catravas P., Bekefi G. Growth and saturation of stimulated beam modulation in a two-stream relativistic klystron amplifier // Appl. Phys. Lett. 1993. Vol. 62. 1579.
 56. Uhm H.S. A theory of two-stream instability in two hollow relativistic electron beams // Physics of Fluids. 1993. Vol. 5, No 9. P. 3388–3398.
 57. Подин С.В., Трубецков Д.И. Линейная теория двухлучевого оротрона // Радиотехника и электроника. 1995. No 8. С. 1273–1277.
 58. Vural B. Analysis of double-stream interactions in the presence of a finite axial magnetic field // RCA Rev. 1961. Vol. 22. P. 753.
 59. Vural B. Double-stream cyclotron wave amplifier // IEEE Transactions on Electron Devices. 1968. Vol. ED-15, No 1. P. 2.
 60. Bekefi G. Double stream cyclotron maser // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 71. 4128.
 61. Chen C., Bekefi G., Hu W. Linear and nonlinear analysis of the cyclotron two-stream instability // Physics of Fluids B 5. 1993. 4490.
 62. Bekefi G., Jacobs K.D. Two-stream, free electron lasers // J. Appl. Phys. 1982. Vol. 53. Issue 6. P. 4113 – 4121.
 63. Солнцев В.А., Тагер А.С. О периодическом взаимодействии электронных потоков // Известия вузов. Радиофизика. 1959. Т. II, No 1. С. 101.
 64. Солнцев В.А., Тагер А.С. Электронные волны и их взаимодействие с полем волноводных систем // Радиотехника и электроника. 1959. No 10. С. 1652.
 65. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Дискретное взаимодействие двух электронных потоков // Известия вузов СССР. Радиотехника. 1962. Т. V, No 2. С. 143.
 66. Svimonishvili T. Modeling of a compact terahertz source based on the two-stream instability. Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for

-
- the Degree of Doctor of Philosophy Engineering, The University of New Mexico, Albuquerque, New Mexico. 2012.
67. Bishofberger K., Carlsten B., Faehl R // Proceedings of LINAC08, Victoria, BC, Canada, 1D-FELs, 504-505.
 68. Bishofberger, K., Svimonishvili, T., Faehl, R. J., & Carlsten, B. E.. Structure-less generation of sub-millimeter radiation // 2009 IEEE International Vacuum Electronics Conference, 2009.
 69. Svimonishvili T., Bishofberger K., Faehl R. J., Carlsten B. E // Abstracts IEEE International Conference on Plasma Science, 2010, p. 1.
 70. Mohammadi S., Jazayeri M. Parallel PIC simulation for two stream instability // Iranian Journal of Physics Research. 2010. Vol. 10, № 3.
 71. Ghorbanalilu M., Abdollahzadeh E., Rahbari E. Particle-in-cell simulation of two stream instability in the non-extensive statistics // Laser and Particle Beams, 2014, vol. 32, 399–407.
 72. Nadrifard S., Maraghechi B., Mohsenpour T. Wave mode instabilities in a two-stream free-electron laser with a background plasma // Plasma Phys. Control. Fusion 2013, vol. 55.
 73. Kulish V.V, Lysenko O.V., Savchenko V.I., Majornikov I.G. The Two-Stream Free-Electron Laser as a Source of Electromagnetic Femtosecond Wave Packages // Laser Physics, 2005. Vol.15, №12. pp. 1629-1633.
 74. Marinelli A., Hemsing E., Rozenzweig J.B. Using the Relativistic Two-Stream Instability for the Generation of Soft-X-Ray Attosecond Radiation Pulses // Phys. Rev. Lett. Feb 2013. 110.
 75. Wang G., Litvinenko V. N., Jing Y. Broad-band amplifier based on two stream instability. // Proceedings of FEL2013, New York, NY, USA.
 76. Umeda T. Study on Nonlinear Processes of Electron Beam Instabilities via Computer Simulations, Ph.D. Thesis, Kyoto University, 2004
 77. Umeda T., Omura Y., Miyake T., Matsumoto H. Nonlinear evolution of electron two-stream instability: Two-dimensional particle simulation // Proceedings of ISSS-7, March, 2005. 26-31.

-
78. Liu W., Liang Zh., Yang Z., Li D., Imasaki K. Two-stream smith-purcell free-electron laser using a dual-grating: linear analysis // Proceedings of FEL 2006, Bessy, Germany.
 79. Liu W., Yang Z., Liang Zh., Li D., Imasaki K., Shi Z., Lan F., Park G. Enhancement of terahertz Smith–Purcell radiation by two electron beams // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2007. A 580.
 80. Liu W., Yang Z., Liang Zh., Li D., Imasaki K., Shi Z., Lan F., Park G., Liu Sh. Enhancements of Terahertz Radiation From a Grating Waveguide by Two-Stream Instability // IEEE Transactions on Plasma Science. 2008. Vol. 36 , Issue 3, 748 - 756.
 81. Freund H.P., Douglas D., and O’Shea P.G. Multiple-beam free-electron lasers // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accel. Spectrom. Detect. Assoc. Equip. Jul. 2003. Vol. 507, № 1. P. 373–377.
 82. Garate E., Cherry R., Fisher A., and Phillips P. High gain metal grating free-electron laser // J. Appl. Phys. Dec. 1988. Vol. 64, № 12. P. 6618–6625.
 83. Ke Li, Wenxin Liu, Yong Wang, and Miaomiao Cao. Dispersion Characteristics of Two-Beam Folded Waveguide for Terahertz Radiation, // IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 60, no. 12, pp. 4252-4257, Dec. 2013.
 84. Zhang Y. and Dong L. Enhanced coherent terahertz Smith-Purcell superradiation excited by two electron-beams. // Optics Express. 24 September 2012. Vol. 20, № 20.
 85. Zhang Y., Zhou Y., Dong L. THz radiation from two electron-beams interaction within a bi-grating and a subwavelength holes array composite sandwich structure // Optics Express. 23 September 2013. Vol. 21, № 19.
 86. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И.. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ // М.: Сов. Радио, 1970, 584 с.
 87. Люиселл У. Связанные и параметрические колебания в электронике // М.: ИЛ, 1963. 352 с.
 88. Незлин М.В. Волны с отрицательной энергией и аномальный эффект Доплера // УФН, 1976. Т. 120, вып. 3. С.481–495.

-
89. Трубецков Д.И., Рожнев А.Г. Линейные колебания и волны. Учеб. пособие. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2001. – 416 с.
 90. Викулов И.К., Тагер А.С. Взаимодействие двухскоростного электронного потока с высокочастотным полем линии замедления // Радиофизика и электроника. 1962. Т. 5. С. 826–837.
 91. Вайнштейн Л.А. Электронные волны в замедляющих системах, ЖТФ, 1956, т. 26, вып. 1, С. 126-148.
 92. Вайнштейн Л.А. Нелинейная теория ЛБВ, ч. I. Уравнения и законы сохранения. «Радиотехника и электроника», 1957, т. 2, № 7, стр. 883
 93. Титов А.В. Двухпотоковая неустойчивость – волновые линейные и нелинейные явления на сверхвысоких частотах. Часть I // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, №1. С. 37–74.
 94. Титов А.В. Двухпотоковая неустойчивость – волновые линейные и нелинейные явления на сверхвысоких частотах. Часть II // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2016. Т. 24, №2. С. 41–63.
 95. Трубецков Д.И., Титов А.В., Фунтов А.А. Об интерференционном усилении в электронно-волновой лампе (линейная теория) // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, вып. 21. С. 86–94.
 96. Титов А.В. Приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2012. Т. 20, №3. С. 132–139.
 97. Трубецков Д. И., Титов А. В. Теория электронно-волновых приборов для коротковолновой части сверхвысокочастотного диапазона // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59, № 8. С. 736–744.
 98. Титов А.В. Линейная и приближенная нелинейная теории двухпучковой неустойчивости (метод связанных волн и волновой метод Солнцева). Итоги диссертационных исследований. Том 1. – Материалы V Всероссийского конкурса молодых ученых. – М.: РАН, 2013, С. 3–13.
 99. Титов А.В. Некоторые вопросы линейной теории двухлучевой неустойчивости. Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2010: Сборник материалов

-
- научной школы-конференции. Саратов, 6 октября, 24, 26 ноября 2010. Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2011. 124 с. С. 40–43.
100. Трубецков Д.И., Титов А.В., Вдовина Г.М. Забытые приборы возвращаются. Часть 2. Двухлучевые лампы. Электронные приборы и устройства СВЧ: Материалы научн.-техн. конф., посвящ. 60-летию АО «НПП«Алмаз»- Саратов, 2017. – 196с. С. 11–14.
101. Титов А.В. Некоторые вопросы линейной теории двухлучевой неустойчивости // Сборник трудов участников XIII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн» («Волны-2011»). – Секция 1. Микроволновая электроника (генераторы и приемники). Москва, 2011. С. 64–66.
102. Титов А.В. Нелинейные волновые и колебательные процессы при взаимодействии двух электронных потоков. «Наноэлектроника, нанопотоника и нелинейная физика»: тезисы докладов VI Всероссийской конференции молодых ученых. – Саратов: Издательство Саратовского университета, 2011. – 180 с. С. 164–165.
103. Титов А.В., Фунтов А.А. Об интерференционном усилении в модели двух взаимодействующих электронных потоков // Ученые Записки Физического Факультета МГУ. 2013, №5. С. 48–51.
104. Титов А.В., Фунтов А.А. Об интерференционном усилении в модели двух взаимодействующих однонаправленных электронных потоков // Сборник трудов участников XIII Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах» («Волны-2013»). – Секция 11. Микроэлектроника и электродинамика. Москва, 2013. С. 54–57.
105. Титов А.В. Приближенная нелинейная теория двухпучковой неустойчивости // Сборник трудов участников XIII Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах» («Волны-2012»). – Секция 6. Микроволновая электроника и электродинамика. Москва, 2012. С. 26–29.
106. Трубецков Д.И., Титов А.В., Фунтов А.А. Теория электронно-волновых приборов для коротковолновой части СВЧ диапазона // «Всероссийская научная

-
- конференция «Проблемы СВЧ электроники». Труды конференции. 24-25 октября 2013 года, Москва. МИЭМ НИУ ВШЭ, 2013. С. 113–117.
107. Титов А.В., Трубецков Д.И., Фунтов А.А. Волновой метод Овcharова-Солнцева в теории нетрадиционных СВЧ приборов. III Всероссийская научно-техническая конференция «Проблемы СВЧ электроники» им. В.А. Солнцева 2017. М.: ИД Медиа Паблшер, 2017. С. 5–6.