

Автономная некоммерческая организация высшего образования
“Университет Иннополис”

На правах рукописи



АНДРЕЕВ Андрей Викторович

НЕЛИНЕЙНО-ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АНСАМБЛЯХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ОСЦИЛЛЯТОРОВ В ПРИСУТСТВИИ ВНЕШНЕГО
СИГНАЛА (СВЯЗАННЫЕ РИДБЕРГОВСКИЕ АТОМЫ,
НЕЙРОННЫЕ СЕТИ)

01.04.03 – Радиофизика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико–математических наук

Научный руководитель
д.ф.-м.н., профессор Храмов А.Е.

Иннополис — 2020

Оглавление

Введение	4
1 Гиперхаотическая динамика в цепочках и решетках связанных Ридберговских атомов под воздействием внешнего когерентного излучения, а также управление ею	19
1.1 Введение	19
1.2 Вывод уравнений, описывающих систему связанных ридберговских атомов	20
1.3 Динамика двух связанных ридберговских атомов	23
1.4 Управление хаосом в системе двух связанных ридберговских атомов	32
1.5 Анализ перехода к хаосу и гиперхаосу в замкнутой цепочке ридберговских атомов	36
1.6 Подавление гиперхаоса в замкнутых цепочках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия	49
1.7 Динамика цепочек неидентичных ридберговских атомов	53
1.8 Исследование и управление динамикой решеток связанных ридберговских атомов	55
1.9 Выводы	60

2	Процесс обработки внешнего сигнала сетью нейроноподобных колебательных элементов	63
2.1	Введение	63
2.2	Описание модели нейроноподобного элемента Рулькова	65
2.3	Исследование влияния внешнего воздействия и внутреннего шума на динамику систем связанных отображений Рулькова	69
2.4	Исследование явления когерентного резонанса в сети отображений Рулькова	76
2.5	Математическая модель нейрона Ходжкина-Хаксли	92
2.6	Колебательная динамика сети нейронов Ходжкина-Хаксли при внешнем воздействии	94
2.7	Экспериментальное исследование явления когерентного резонанса при визуальном восприятии	97
2.8	Выводы	108
3	Управление химероподобным состоянием в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с помощью внешнего сигнала	110
3.1	Введение	110
3.2	Управление динамикой одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли	114
3.3	Коллективная динамика в сети нейронов Ходжкина-Хаксли	118
3.4	Управление химероподобным состоянием в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли	125
3.5	Выводы	128
	Заключение	131
	Список литературы	135

Введение

Актуальность исследования

В настоящее время изучение сложной нелинейной динамики ансамблей нелинейных осцилляторов с различной топологией связей является актуальной и перспективной задачей радиофизики и нелинейной теории колебаний и волн в связи с тем, что подобные модели описывают многие наблюдающиеся в реальной жизни процессы и объекты [1, 2]. Примерами сложных сетей являются энергетические сети [3, 4], всемирная коммуникационная сеть Интернет [5], различные социальные сети [6, 7], нейронные сети головного мозга [8–10], биологические сети, например, сети кровеносных сосудов [11–13], генетические сети [14, 15], сети биохимических реакций, например, связанных с белками [16, 17], и многие другие. Подобные реальные объекты описываются моделями сложных сетей, то есть сетями, структура которых нерегулярна, характеризуется сложной топологией связей и может динамически меняться во времени [18]. В качестве узлов таких сетей часто рассматривают автоколебательные системы со сложной динамикой для изучения явлений синхронизации, хаотической динамики, формирования структур в подобных сложных системах.

Простейшими ансамблями осцилляторов являются регулярные структуры — цепочки и решетки осцилляторов, многие явления в которых хорошо изучены [19–23]. Вместе с тем, в настоящее время значительный интерес вызывает исследование объектов, которые могут быть использованы

в качестве вычислительных элементов, способных обрабатывать, хранить и передавать информацию. Одними из таких объектов являются кубиты, в качестве которых могут быть использованы двухуровневые квантовые системы [24]. В связи с этим большой интерес представляет исследование регулярных структур связанных ридберговских атомов. Ридберговские атомы – это водородоподобные атомы, внешний электрон в которых находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000 [25, 26]. Данные объекты представляют в настоящее время особый интерес [27–30], потому что они могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям. Размеры атомов в основном состоянии не превышают значения 0.1 нм, в то время как в ридберговском состоянии они достигают нескольких нанометров и даже выше. Это позволяет атомам, находящимся достаточно далеко для того, чтобы не взаимодействовать друг с другом, находясь в основном состоянии, сильно взаимодействовать в возбужденных состояниях [31]. В очень малых ансамблях, ограниченных несколькими микрометрами, один ридберговский атом может полностью блокировать любое дальнейшее возбуждение. Это так называемое «дипольное блокирование» [28, 29, 32] позволяет создавать сильно перепутанные коллективные состояния с потенциальными приложениями для быстрой обработки квантовой информации [32]. Поэтому особый интерес представляет исследование колебательной динамики структур ридберговских атомов в связи с возможностью их использования в квантовых компьютерах [27–30]. В настоящее время нерешенной задачей в области радиофизики является исследование возникновения хаотической (то есть характеризующейся одним положительным ляпуновским показателем) и гиперхаотической (с двумя и более положительными ляпуновскими показателями) динамики в таких системах. Эта задача также имеет как фундаментальное значе-

ние для понимания возникновения гиперхаоса в ансамблях взаимодействующих осцилляторов, так и прикладное значение для решения проблемы квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело, принимающих ридберговское состояние [33], т.к. хаос и гиперхаос могут приводить к разрушению хранимой или передаваемой через систему информации. Также, с точки зрения радиофизики, большой интерес представляет вопрос о возможности управления и подавления гиперхаотической динамикой в системе ридберговских атомов.

Другими объектами, которые могут использоваться для обработки информации, являются нейронные сети, которые способны обучаться для генерации необходимого отклика на определенные внешние стимулы [34]. В связи с этим важной научной задачей радиофизики является изучение колебательной динамики в нейронных сетях [35–37]. Спектр исследований в данной области очень обширен и включает в себя как теоретический анализ модельных систем нейроподобных осцилляторов, так и экспериментальные исследования нейронных ансамблей, включая активность головного мозга, используя различные средства нейровизуализации [38–40]. Несмотря на большое число решенных научных задач, до полного понимания механизмов обработки информации в нейронных сетях еще очень далеко. Поэтому актуальность исследования различных радиофизических эффектов в системах нейроподобных элементов остается актуальной и важной научной задачей. Одной из них является изучение явления когерентного резонанса при обработке нейронной сетью внешнего стимульного воздействия. Явление когерентного резонанса заключается в достижении наиболее когерентного отклика системы при определенном уровне шума. Данной явление активно исследуется в различных системах, в том числе в нейронных сетях. Наряду с этим, ранее также было исследовано возникновение стохастического

резонанса в сетях нейронов Ходжкина-Хаксли [41]. Такой интерес связан с вопросом о взаимодействии между различными нейронными группами, и предполагается, что для эффективной коммуникации между нейронами при получении внешних стимулов требуется когерентность [42, 43]. Исследование явления когерентного резонанса в сетях нейронных осцилляторов при внешнем воздействии может помочь в понимании процессов, происходящих в сетях при обработке внешних стимулов при различном уровне внутреннего шума, который объясняется случайным открытием ионных каналов нейронов [44, 45]. Представляет значительный интерес и экспериментальное исследование данного эффекта при обработке визуальных стимулов центральной нервной системой человека по данным колебательной электрической активности мозга.

Другой нерешенной проблемой радиофизики остается вопрос управления мультистабильными состояниями в ансамблях нейроподобных элементов. Представляет большой научный интерес с точки зрения радиофизики задача исследования возможности установления химероподобного состояния в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли под внешним воздействием при различных топологиях связи. Интерес к исследованию химерных состояний в нейронных сетях связан с наблюдением таких состояний в головном мозге [46–48]. На данный момент химерное состояние, демонстрирующее сосуществование синхронных и асинхронных подгрупп осцилляторов внутри ансамбля [49–55], представляет собой активно исследуемый тип коллективного эффекта, который отражает реальное поведение физических [56–60], экологических [61–63] и других систем.

Образование химер анализировалось в сетях простых нейроноподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли, а именно в моделях ФитцХью-Нагумо и Хиндмарш-Роуз. Например, в работе [64] авторы изучали синхронизацию в

сетях нейронов Хиндмарш-Роуз с различными топологиями: случайной, регулярной, “малый мир”, свободно масштабируемой и модульной. Они продемонстрировали появление химероподобных состояний в небольших модульных сетях и сетях с топологией “малый мир”. Большой интерес представляет исследование химерного состояния в сетях бистабильных осцилляторов [54, 65]. В работе [66] было показано, что биологически релевантная модель нейрона Ходжкина-Хаксли демонстрирует бистабильность в узком диапазоне параметров управления вблизи порога возбуждения. Поэтому возникает значительный интерес изучения химероподобного состояния в сети бистабильных нелинейных нейроподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли.

Таким образом, тема диссертационной работы, связанная с теоретическим и экспериментальным исследованием процессов взаимодействия в ансамблях нелинейных осцилляторов на примере цепочек и решеток ридберговских атомов и сетей нейроподобных осцилляторов, является актуальной для современной радиофизики и нелинейной динамики.

Цель работы состоит в изучении влияния внешнего сигнала на коллективную колебательную динамику в цепочках, решетках и сетях нелинейных осцилляторов различной природы, а именно квазиклассических моделей ридберговских атомов и нейроподобных колебательных элементов (нейроны Рутькова и нейроны Ходжкина-Хаксли).

Для достижения поставленной цели были решены следующие **научные задачи**:

- Исследование нелинейной динамики цепочек и решеток связанных ридберговских атомов в зависимости от параметров внешнего когерентного излучения для обнаружения хаотической и гиперхаотической динамики.
- Изучение возможности управления и подавления гиперхаоса в цепочках и решетках ридберговских атомов.

- Исследование нелинейной динамики и когерентного резонанса в нейронных сетях, находящихся под внешним стимульным сигналом, в зависимости от параметров сигнала и внутреннего шума.
- Экспериментальное исследование явления когерентного резонанса в динамике кортикальной нейронной сети в процессе обработки сетью внешнего визуального стимула.
- Исследование установления химероподобного состояния в ансамблях бистабильных нейроноподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли и возможности управления мультистабильностью в подобной системе с помощью внешнего импульсного воздействия.

Научная новизна работы соответствует пунктам 2 и 4 паспорта специальности 01.04.03 “Радиофизика”. Все результаты, включенные в диссертационную работу, являются новыми и получены впервые, в частности:

1. В цепочке связанных ридберговских атомов впервые обнаружено возникновение хаоса и гиперхаоса в зависимости от параметров внешнего когерентного излучения. Исследована зависимость числа положительных показателей Ляпунова от числа элементов ансамбля ридберговских атомов, а также процессы перехода к хаосу и гиперхаосу, обнаружен линейный рост числа положительных показателей Ляпунова с увеличением числа осцилляторов в ансамбле.

2. Продемонстрирована возможность управления гиперхаосом с помощью внешнего параметрического воздействия в цепочке и решетке связанных ридберговских атомов.

3. Обнаружен эффект когерентного резонанса при обработке сетью внешнего стимульного воздействия как для связанных нейроподобных элементов Рутькова с дискретным временем, так и для сети биологически

релевантных моделей нейронов Ходжкина-Хаксли. Эффект заключается в том, что динамика сети становится наиболее когерентной при определенном значении внешнего стимула.

4. Впервые было показано, что при визуальном восприятии человеком изображений с меняющейся контрастностью наблюдается эффект когерентного резонанса в кортикальной сети головного мозга, сопровождающийся увеличением размера нейронного ансамбля, вовлеченного в обработку внешнего визуального стимула.

5. Обнаружено возникновение химероподобного состояния в сетях бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с разными типами топологии связи: “малый мир”, свободно масштабируемая и случайная. Химероподобное состояние характеризуется тем, что в зависимости от величины внешнего воздействия и силы связи между нейронами одна часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая демонстрирует колебательную динамику.

6. Продемонстрирована возможность управления размером химероподобного состояния в сетях бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с помощью подачи короткого импульса внешнего тока, исследована устойчивость узлов к изменению их динамики в зависимости от степени узла при различных топологиях сети.

Достоверность полученных результатов обеспечивается адекватностью применённых моделей, корректностью исходных и упрощающих допущений, использованием уравнений, методов и подходов, которые строго обоснованы в научной литературе, апробированы и хорошо себя зарекомендовали при проведении научных исследований. Достоверность результатов подтверждается их соответствием современным физическим представлениям, верификацией при разнообразном тестировании, непротиворечивостью

достоверным известным результатам, сопоставлением различных подходов. Ряд численных результатов, полученных в настоящей работе, согласуется с экспериментальными данными.

Основные положения, выносимые на защиту

1. В замкнутой цепочке связанных полуклассических моделей ридберговских атомов при числе атомов $N \geq 5$ возникает гиперхаотическая динамика, характеризующаяся двумя или более положительными показателями Ляпунова, при этом с увеличением числа атомов число положительных показателей Ляпунова линейно увеличивается.

2. Параметрическое воздействие в виде модуляции нормированной частоты Раби на замкнутую цепочку связанных ридберговских атомов, находящейся в режиме гиперхаоса, позволяет полностью подавить гиперхаотическую динамику и перейти к периодическим колебаниям в цепочке.

3. В сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли наблюдается когерентный резонанс, характеризующийся достижением максимальной когерентности динамики сети в диапазонах значений амплитуды внешнего воздействия $(8.95, 9.60)$ мкА/см² и площади мембраны $(100.0, 158.5)$ мкм², характеризующей величину шума, что также подтверждается экспериментальными исследованиями, в процессе которых установлено, что существует оптимальное значение контрастности визуального стимула, при котором кортикальная сеть головного мозга демонстрирует наиболее когерентную динамику.

4. В системе бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с возбуждающими связями при значениях амплитуды внешнего тока выше 6.26 мкА/см² возникает химероподобное состояние, которое можно вызывать коротким внешним импульсным воздействием на сеть при правильном подборе его амплитуды, длительности и времени подачи, при котором фазовая траектория

части нейронов уходит с периодической орбиты и оказывается в бассейне притяжения устойчивой неподвижной точки.

Научная и практическая значимость диссертационной работы заключается в следующем.

Научная значимость определяется тем, что полученные результаты носят фундаментальный характер, в частности, впервые показана возможность возникновения гиперхаотической динамики в системе ридберговских атомов, обнаружен линейный рост числа положительных показателей Ляпунова с увеличением числа осцилляторов в системе, продемонстрировано явление когерентного резонанса при обработке сетью внешнего сигнала, заключающееся в том, что динамика сети становится наиболее когерентной при определенном значении внешнего стимула, не только на основе нескольких математических моделей нейронов, но и подтверждено экспериментально, обнаружена возможность возникновения химероподобного состояния в сети нейронов Ходжкина-Хаксли.

Практическая значимость обусловлена возможностью использования полученных в ходе исследования системы ридберговских атомов результатов по обнаружению хаоса и показанным возможностям его управления с помощью внешнего воздействия для управления сложными режимами в атомах. Результаты, полученные при обнаружении химероподобного состояния, могут использоваться при создании классификаторов на базе биологических нейронных сетей.

При выполнении диссертационной работы предложен ряд компьютерных программ, которые защищены свидетельствами о регистрации программ для ЭВМ Российской Федерации. Результаты диссертации были использованы при выполнении ряда НИР.

Апробация работы и публикации. Результаты работы представлялись на следующих школах, семинарах и конференциях:

- XVI Международная зимняя школа-семинар по радиофизике и электронике сверхвысоких частот “Современные проблемы электроники СВЧ и ТГц диапазонов”, г. Саратов, 2015 г.;
- XV Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн” имени профессора А.П. Сухорукова (Волны-2015), г. Москва, 2015 г.;
- X Всероссийская научная конференция молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, г. Саратов, 2015 г.
- Международный российско-индийский семинар “Сложные динамические системы и синхронизация в нейронауке”, г. Саратов, 2015 г.;
- II Всероссийский семинар памяти профессора Ю.П. Волкова “Современные проблемы биофизики, генетики, электроники и приборостроения”, г. Саратов, 2015 г.;
- XVII Научная школа “Нелинейные волны – 2016”, г. Нижний Новгород, 2016 г.;
- XV Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах” имени профессора А.П. Сухорукова (Волны-2016), г. Москва, 2016 г.;
- 11-я международная школа “Хаотические автоколебания и образование структур”, г. Саратов, 2016 г.;
- XVI Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн” имени профессора А.П. Сухорукова (Волны-2017), г. Москва, 2017 г.;

- The 25th Nonlinear Dynamics of Electronic Systems conference (NDES 2017), Zernez, Switzerland, 2017 г;
- Saratov Fall Meeting 2017 (SFM 2017), Saratov, Russia, 2017;
- 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2017), Cancun, Mexico, 2017 г;
- V Всероссийская конференция “Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях – 2017”, г. Нижний Новгород, 2017 г.;
- II Международная школа молодых ученых “Динамика сложных сетей и их применение в интеллектуальной робототехнике” (DCNAIR 2018), г. Саратов, 2018 г;
- XVI Всероссийская школа-семинар “Волновые явления в неоднородных средах” имени А.П. Сухорукова (Волны-2018), г. Москва, 2018 г;
- The Brain Conferences “Computational Neuroscience of Prediction”, Rungstedgaard Denmark, 2018;
- XIII Всероссийская конференция молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, г. Саратов, 2018 г;
- XVII Международная зимняя школа-семинар по радиофизике и электронике сверхвысоких частот, г. Саратов, 2018 г;
- International Symposium “Volga Neuroscience Meeting – 2018”, Nizhny Novgorod, Russia, 2018;
- Saratov Fall Meeting 2018 (SFM 2018), Saratov, Russia, 2018;
- XIV Всероссийская конференция молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”, г. Саратов, 2019 г;

- III Международная школа молодых ученых “Динамика сложных сетей и их применение в интеллектуальной робототехнике” (DCNAIR 2019), г. Иннополис, 2019 г;
- XVII Всероссийская школа-семинар “Физика и применение микроволн” имени А.П. Сухорукова (Волны-2019), г. Москва, 2019 г;
- The 9th International Scientific Conference on Physics and Control (PhysCon 2019), Innopolis, Russia, 2019;
- Saratov Fall Meeting 2019 (SFM 2019), Saratov, Russia, 2019;
- The 2019 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2019), Kuala Lumpur, Malaysia, 2019;
- Seminar “Quantization of Dissipative Chaos: Ideas and Means”, Bad Honnef, Germany, 2019.

По результатам диссертации опубликованы 39 работ, из них 12 статей в рецензируемых научных журналах, входящих в систему цитирования Web of Science и/или Scopus [67–78]; 7 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ [79–85]; 20 тезисов в трудах всероссийских и международных конференций [86–105], из них 3, индексируемых в системах цитирования Web of Science и/или Scopus [87–89].

Результаты диссертации использовались при выполнении проектов РФФИ 15-32-20299, 18-32-20129, РНФ 17-72-30003, Минобрнауки 3.861.2017/4.6. Для выполнения ряда задач соискателю была назначена стипендия президента СП-2974.2018.5.

Личный вклад соискателя. Все включенные в диссертацию результаты по вынесенной в название тематике получены лично автором. Им произведен выбор методик решения радиофизических задач, разработаны используемые программы численного моделирования, реализованы методы решения

исследуемых систем, численные методы. Постановка задач, обсуждение и интерпретация полученных результатов осуществлялись совместно с научным руководителем и другими соавторами совместно опубликованных работ.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа содержит 159 страниц текста, включая 66 иллюстраций, 3 таблицы и список литературы из 190 наименований.

Краткое содержание работы

Во введении дана общая характеристика диссертации, приведено описание современного состояния проблемы и обоснована актуальность и научная новизна работы, сформулированы цель и методы исследования, изложены научная концепция диссертации, основные результаты работы, её практическая ценность, положения, выносимые на защиту, сведения об апробации работы и основных публикациях.

В первой главе приведены результаты исследования динамики двух атомов, замкнутых цепочек и квадратных решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Для них рассчитаны спектры показателей Ляпунова. В результате этого в случае двух атомов был обнаружен хаос, а в замкнутых цепочках была обнаружена область гиперхаоса, характеризующаяся наличием в спектре большого числа положительных ляпуновских показателей, число которых зависит от числа атомов в цепочке. Установлена интегральная зависимость числа положительных показателей от числа атомов, которая демонстрировала рост первого от роста второго. Проанализированы переходы к хаосу и гиперхаосу в замкнутых цепочках. Обнаружен эффект непрерывного роста числа пространственных показателей Ляпунова при увеличении числа атомов в цепочке, в то время как спектры мощности при этом, начиная с 12 атомов, переставали

меняться. Дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Продемонстрирована возможность управления гиперхаосом в замкнутых цепочках и решетках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия как модуляции частоты Раби. Было установлено, что при значении параметров, при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, в области параметров внешнего воздействия существуют области, в которых удастся полностью подавить гиперхаос и установить в системе периодическую динамику. Проведено исследование возможности подавления гиперхаоса в решетках ридберговских атомов посредством введения внешней обратной связи.

Во второй главе представлены результаты исследования динамики сетей нейроподобных элементов при внешнем стимулирующем воздействии. В качестве моделей нейронов использованы отображения Рулькова и нейроны Ходжкина-Хаксли. В таких системах обнаружен эффект группировки, когда при подачи внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Изучено влияние на него общего числа нейронов в системе, числа нейронов, на которые оказывается внешнее воздействие, амплитуды этого воздействия и амплитуды внутреннего шума в системе. Были рассчитаны зависимости отношения сигнала к шуму от этих параметров. В исследуемых системах обнаружен эффект когерентного резонанса, когда для определенных значений амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Проведено изучение данного явления при помощи расчета когерентности, степени синхронизации, характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала.

Для апробации полученных результатов было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого испытуемому демонстрировались визуальные стимулы (портреты Моны Лизы) с разной степенью контрастности, и параллельно снималась электроэнцефалограмма (ЭЭГ) головного мозга. По полученным данным были рассчитана мера когерентности в зависимости от контрастности изображения, и обнаружено, что существуют оптимальные значения контрастности, при которых количество каналов ЭЭГ с максимальной когерентностью максимально, при чем это значение индивидуально для каждого человека.

В третьей главе исследована динамика сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли для трех разных топологий связи: безмасштабной, “малый мир” и случайной. В данных сетях обнаружено возникновение химерного состояния, характеризующегося тем, что часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая генерирует спайки. Показано, что обнаруженное явление возникает благодаря специфическим динамическим особенностям одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли, когда импульс внешнего тока приводит к переключению между сосуществующими аттракторами. Продемонстрирована возможность управления размером популяции активных нейронов, подавая короткий импульс внешнего тока, исследована устойчивость узлов к изменению их динамики в зависимости от количества связей с узлом.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы, полученные при выполнении данной диссертационной работы.

Глава 1

Гиперхаотическая динамика в цепочках и решетках связанных Ридберговских атомов под воздействием внешнего когерентного излучения, а также управление ею

1.1 Введение

Ридберговские атомы – это водородоподобные атомы, внешний электрон в которых находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000 [25, 26]. Данные объекты представляют в настоящее время особый интерес [27–30], потому что они могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям. Волновые функции атомов в основном состоянии не превышают значения 0.1 нм, в то время как в ридберговском состоянии они достигают нескольких нанометров и даже выше. Это позволяет атомам, находящимся достаточно далеко для того, чтобы не взаимодействовать друг с другом, находясь в основном состоянии, сильно взаимодействовать в возбужденных состояниях [31]. В очень малых ансамблях, ограниченных несколькими микрометрами, один ридберговский атом может полностью блокировать любое дальнейшее возбуждение. Это так называемое «дипольное блокирование» [28, 29, 32] позволяет создавать сильно перепутанные коллективные со-

стояния с потенциальными приложениями для быстрой обработки квантовой информации [32].

Значительный теоретический интерес вызывает задача возникновения хаотической (характеризующейся одним положительным ляпуновским показателем) и гиперхаотической (с двумя и более положительными ляпуновскими показателями) динамики в квантовой системе. Эта задачи также имеют прикладное значение для решения проблемы квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело, принимающих ридберговское состояние [33].

Системы с ридберговскими атомами являются перспективными для хранения и передачи информации. В связи с этим является перспективной задачей анализ методик подавления хаотической динамики в таких системах, т.к. хаос может приводить к разрушению хранимой или передаваемой через систему информации.

1.2 Вывод уравнений, описывающих систему связанных ридберговских атомов

Вывод системы уравнений для системы связанных ридберговских атомов проведен авторами работы [106]. Рассмотрим данный вывод подробно.

Вводим ридберговское взаимодействие [33], которое изменяет энергию атомов на значение V . В качестве описания ридберговского взаимодействия используется Ван-дер-Ваальсово приближение.

Рассмотрим решетку атомов, однородно возбуждаемых лазером из основного состояния в ридберговское. Атомы предполагаются зафиксированными в пространстве. Так как Ван-дер-Ваальсово взаимодействие быстро уменьшается с увеличением расстояния, то учитывается только взаимодей-

ствие между близлежащими атомами. Гамильтониан системы записывается следующим образом:

$$H = \sum_{j=1}^N H_j + V_{i,j} \sum_{\langle jk \rangle} |e\rangle\langle e|_j \otimes |e\rangle\langle e|_k, \quad (1.1)$$

$$H_j = -\delta_\omega |e\rangle\langle e|_j + \frac{\Omega_R}{2} (|e\rangle\langle g|_j + |g\rangle\langle e|_j),$$

где H - гамильтониан системы, H_j - гамильтониан для двухуровневого атома, взаимодействующего с лазером, $V_{i,j}$ - величина изменения энергии атома из-за ридберговского взаимодействия между i -м и j -м атомами, $|g\rangle_j$ и $|g\rangle_e$ - основное и ридберговское состояние j -го атома, $\delta_\omega = \omega_l - \omega_0$ - отстройка частоты лазера ω_l от собственной частоты ω_0 , Ω_R - частота Раби, которая зависит от интенсивности лазера и отражает частоту, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения.

Состояние квантовой системы в присутствии декогеренции и релаксации описывается уравнением Лиувилля-фон Неймана для матрицы плотности, ρ ,

$$\dot{\rho} = -i [H, \rho] + \mathcal{L}[\rho], \quad (1.2)$$

где процессы релаксации и дефазирования учитываются с помощью соответствующего линдбладовского оператора

$$\mathcal{L}[\rho] = \gamma \sum_j \left[|g\rangle\langle e|_j \rho |e\rangle\langle g|_j - \frac{1}{2} \{ |e\rangle\langle e|_j, \rho \} \right], \quad (1.3)$$

где γ характеризует эффективную скорость как релаксационных, так и дефазировочных процессов. Следует отметить, что, как правило, можно ввести отдельные скорости релаксации и чистой дефазировки, но это не существенно для данного анализа. Взаимодействие ридберговских атомов может составлять несколько десятков микрометров, что превышает физический размер

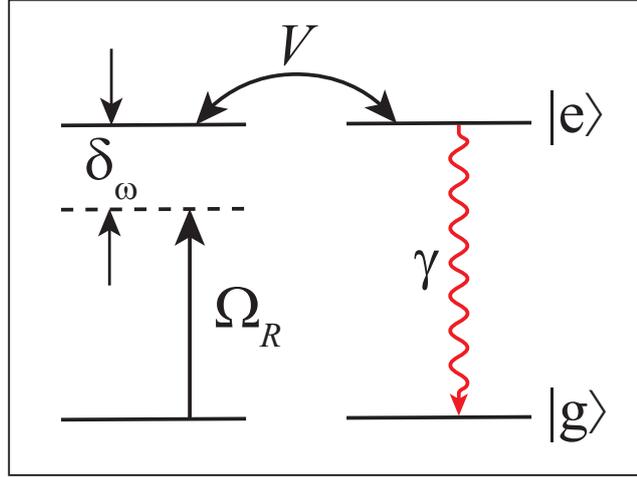


Рис. 1.1: Конфигурация атомного уровня, отраженная в модели. Когерентное лазерное возбуждение из основного состояния $|g\rangle$ в ридберговское $|e\rangle$, происходящее с частотой Раби Ω_R и расстройкой δ_ω , некогерентное спонтанное излучение γ и ридберговское взаимодействие, когда возбужденный атом смещает частоту перехода соседнего атома на V .

системы. Поэтому, чтобы упростить анализ, сначала предполагаем, что взаимодействия одинаковы для любой пары атомов, $V_{i,j} = V$ (см. рис. 1.1).

Для системы из N атомов ρ имеет размерность своего гильбертова пространства 2^N . Однако эту проблему можно значительно упростить, используя приближение полностью факторизованной матрицы плотности, $\rho \approx \prod_j \rho_j$. Это приближение оправдано для частично квантовой когерентной системы, для которой было показано, что она точно описывает экспериментальные измерения, вплоть до поправок, обусловленных двухточечными корреляциями [107–110]. Для таких систем квантовая когерентность между пространственно разделенными элементами нарушается, например, из-за локального окружающего шума, что накладывает эффективную нелинейность на систему. Действительно, исходное уравнение эволюции (1.2) для полной матрицы плотности с N -частицами является линейным. Переписывая матрицу плотности с точки зрения инверсии населенности j -го атома, $w_j = (\rho_j)_{11} - (\rho_j)_{00}$,

и его когерентности, $q_j = (\rho_j)_{10} = (\rho_j)_{01}^*$, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{w}_j &= -2\Omega I m q_j - (w_j + 1); \\ \dot{q}_j &= i \left[\Delta - c \sum_{k \neq j} (w_k + 1) \right] q_j - \frac{1}{2} q_j + i \frac{\Omega}{2} w_j. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В уравнениях (1.4) введено безразмерное время $\tau = \gamma t$ (т.е. $\dot{x} \equiv dx/d\tau = \gamma^{-1} dx/dt$), $\Omega = \Omega_R/\gamma$, $\Delta = \delta_\omega/\gamma$, и $c = Va/\gamma$, где a - постоянная решетки.

1.3 Динамика двух связанных ридберговских атомов

В простом случае, когда система состоит только из двух связанных ридберговских атомов, система уравнений (1.4) записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -2\Omega I m q_1 - w_1 - 1 \\ \dot{w}_2 &= -2\Omega I m q_2 - w_2 - 1 \\ \dot{q}_1 &= i [\Delta - c(w_2 + 1)] q_1 - \frac{q_1}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_1, \\ \dot{q}_2 &= i [\Delta - c(w_1 + 1)] q_2 - \frac{q_2}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_2. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Система (1.5), описывающая динамику двух связанных ридберговских атомов, состоит из 6 нелинейных дифференциальных уравнений (т.к. $q_{1,2}$ - комплексные переменные). Для решения системы уравнений (1.5) использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка.

Для качественного анализа и диагностики режимов колебаний были построены бифуркационные диаграммы, для чего отмечались локальные максимумы величины w_1 в зависимости от значений расстройки по частоте Δ при постоянном значении частоты Раби Ω , а также спектры показателей Ляпунова при тех же значениях параметров. Расчет спектра ляпуновских показателей проводился по следующему алгоритму: вначале вводятся $3N$ векторов возмущений a_{10}, a_{20}, \dots (т.к. в исследуемой системе $3N$ переменных),

$$\Lambda_i = \frac{S_i}{MT}, i = 1, 2, \dots, 3N, \quad (1.8)$$

где T - время между перенормировками. Число показателей равно числу переменных в системе [111].

Результаты исследования системы из двух связанных ридберговских атомов представлены на рисунке 1.2 (а), где бифуркационная диаграмма в плоскости параметров (Δ, Ω) изображена для параметра связи $c = 5$, определенного в уравнении (1.4). Красная линия, обозначенная РВ, означает бифуркацию типа “вилка”, которая связана с появлением/исчезновением двух устойчивых симметричных неподвижных точек (устойчивых состояний). Зеленая линия (НВ) соответствует началу бифуркации Андронова-Хопфа, когда в системе возникают/исчезают устойчивые периодические колебания. Желтые линии (РД) показывают положение бифуркаций удвоения периода периодических колебаний. Темно-голубая линия (SN) означает седлоузловую бифуркацию, которая порождает пару устойчивых и седловых неподвижных точек. Эта кривая охватывает заштрихованную область плоскости параметров, где однородная неподвижная точка, для которой $w_1 = w_2$ и $q_1 = q_2$, сосуществует с другими равновесными или колебательными решениями. Линии бифуркации наложены на карту в градациях серого, иллюстрирующую зависимость наибольшего показателя Ляпунова Λ_1 от Δ и Ω . Отрицательные значения Λ_1 соответствуют устойчивым точкам (состояние равновесия), нулевые значения означают периодические или квазипериодические решения, а положительные Λ_1 свидетельствуют о наличии детерминированного хаоса [112]. Переход от белого к черному на рисунке 1.2 (а) отражает изменение от меньшего к большему значению Λ_1 . Диаграмма наглядно демонстрирует существование хаотической динамики ($\Lambda_1 > 0$) в больших областях плоскости параметра, закрашенных черным цветом.

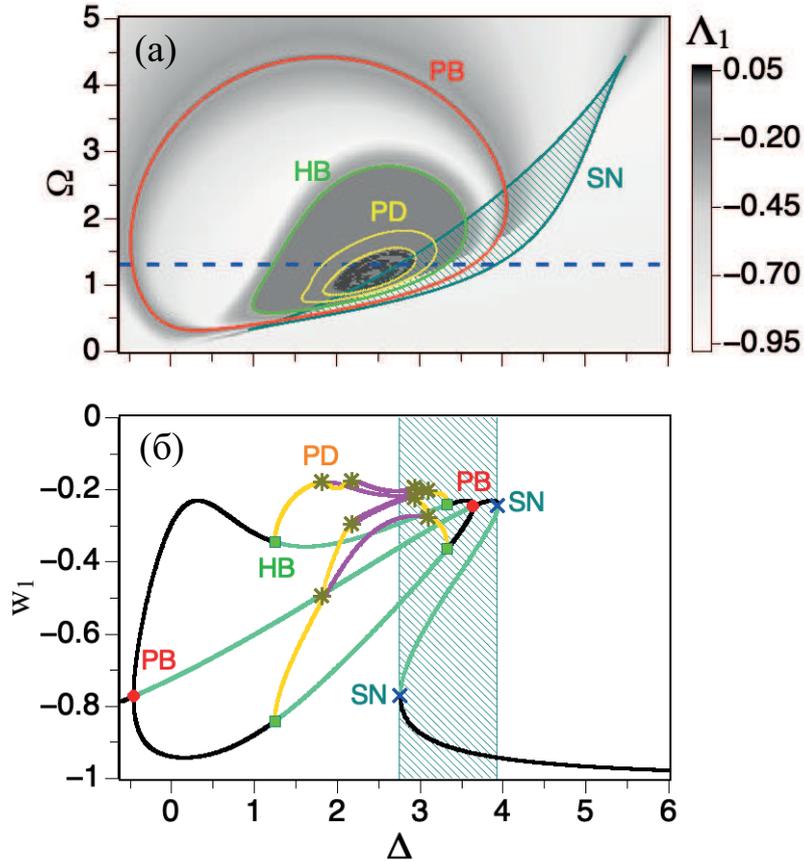


Рис. 1.2: (а) Двухпараметрическая бифуркационная диаграмма, рассчитанная для $c = 5$. Красная линия (PB), зеленая линия (HB), желтая линия (PD) и зеленая линия (SN) являются, соответственно, линиями бифуркации типа “вилка”, Андронова-Хопфа, удвоения периода и седлоузловой бифуркации. Интенсивность серой шкалы указывает на значение наибольшего показателя Ляпунова Λ_1 . (б) Однопараметрическая бифуркационная диаграмма вдоль синей пунктирной линии в (а) для $\Omega = 1.3$. Черные и зеленые точки соответствуют устойчивым и неустойчивым неподвижным точкам, соответственно; коричневые/пурпурные точки обозначают максимальное значение w_1 , соответствующее устойчивым/неустойчивым периодическим колебаниям. Красные круги (PB), зеленые квадраты (HB), темно-желтые звездочки (PD) и синие крестики (SN) обозначают, соответственно, бифуркации типа “вилка”, Андронова-Хопфа, удвоения периода и седлоузловую бифуркацию. В (а) и (б) заштрихованная область обозначает область мультистабильности, где однородная неподвижная точка сосуществует с другими решениями.

Для того, чтобы лучше проиллюстрировать бифуркационные переходы, на рисунке 1.2 (б) представлена однопараметрическая бифуркационная диаграмма, рассчитанная для $\Omega = 1.3$, вдоль синей пунктирной горизонтальной линии на рисунке 1.2 (а). Каждая точка на диаграмме соответс-

ет максимальному значению переменной w_1 рассчитанной для данного Δ . Черные и зеленые точки соответствуют устойчивым и неустойчивым неподвижным точкам, соответственно, а коричневые и пурпурные точки соответствуют устойчивым и неустойчивым периодическим колебаниям. С увеличением Δ , начиная с отрицательных значений, однородная неподвижная точка подвергается бифуркации типа “вилка” при $\Delta \approx -0.465$ (красная линия, обозначенная как PB). В результате она становится неустойчивой, и в его окрестности появляется пара симметричных неоднородных неподвижных точек. Примечательно, что в [106] было показано что эта бифуркация соответствует фазовому переходу между однородной и антиферромагнитной фазами. При дальнейшем увеличении Δ , каждая из этих неоднородных (антиферромагнитных) неподвижных точек теряет устойчивость через бифуркацию Андронова-Хопфа при $\Delta \approx 1.238$ (зеленые квадраты NB), что приводит к появлению устойчивых периодических колебаний (желтые точки). В свою очередь, эти колебания становятся неустойчивыми из-за бифуркации удвоения периода при $\Delta \approx 1.819$ (темно-желтая звездочка PD) приводя к рождению устойчивого периодического решения с удвоенным периодом. При изменении Δ , эти колебания периода 2 подвергаются другой бифуркации удвоения периода при $\Delta \approx 2.136$, приводящей к появлению устойчивых колебаний периода 4. Эта последовательность бифуркаций удвоения периода продолжается с увеличением Δ , в результате которых рождается бесконечное множество неустойчивых периодических решений с разными периодами. В конечном итоге этот каскад бифуркаций приводит к появлению хаотических колебаний, которые характеризуются $\Lambda_1 > 0$, при $\Delta \approx 2.17$. При дальнейшем увеличении Δ рассмотренный выше бифуркационный сценарий развивается в противоположном направлении. А именно, хаос исчезает через обратный каскад бифуркаций удвоения периода, который начинается при $\Delta \approx 2.90$.

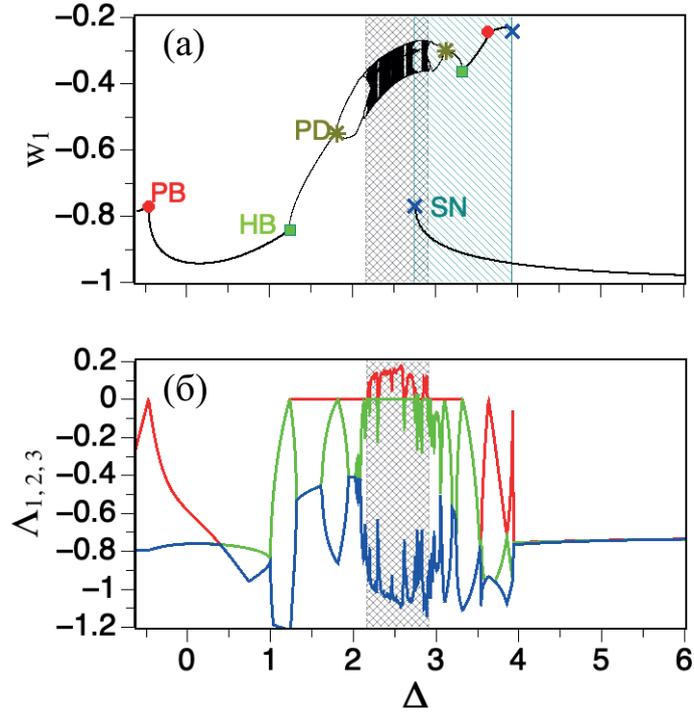


Рис. 1.3: (а) Однопараметрическая бифуркационная диаграмма, иллюстрирующая эволюцию устойчивых режимов с изменением Δ . Черные точки соответствуют сечению Пуанкаре $\dot{w}_1 + \dot{w}_2 = 0$. (б) Зависимость трех старших показателей Ляпунова $\Lambda_{1,2,3}$ от Δ . (а) и (б) были рассчитаны для $c = 5$ и $\Omega = 1.3$, вдоль синей пунктирной линии на рис. 1.2 (а). Заштрихованная область на (б) означает область мультистабильности, заштрихованные в две стороны области [на (а) и (б)] означают область хаоса.

Затем следует бифуркация Хопфа ($\Delta \approx 3.322$), когда колебания исчезают, а затем обратная бифуркация типа “вилка” ($\Delta \approx 3.636$), где симметричные ферромагнитные неподвижные точки сливаются и исчезают, а однородная неподвижная точка становится устойчивой. Однородные неподвижные точки участвуют в паре седлоузловых бифуркаций (синие крестики SN) при $\Delta \approx 2.756$ и $\Delta \approx 3.931$. Это создает складки на бифуркационной диаграмме, которая предполагает гистерезис и образует область бистабильности (заштрихованная область), где однородная фиксированная точка (черные точки в нижней части диаграммы) сосуществует с другими решениями (черные или коричневые точки в верхней части диаграммы).

Рисунок 1.3(а) демонстрирует, как устойчивые решения модельных уравнений эволюционируют при изменении Δ . На диаграмме показаны точки сечения Пуанкаре для фазовых траекторий. Сечение Пуанкаре определяется уравнением $\dot{w}_1 + \dot{w}_2 = 0$ поскольку это создает диаграмму, удобную для интерпретации. Таким образом, для данного Δ одна точка на бифуркационной диаграмме представляет собой либо неподвижную точку, либо периодические колебания w_1 . Точно так же несколько отдельных точек соответствуют периодическим колебаниям, а сложный набор точек отражает хаотическое поведение. Поскольку ветви неоднородных решений симметричны относительно перестановки переменных состояния $\{\omega_1, q_1 \Leftrightarrow \omega_2, q_2\}$, для простоты на рисунке 1.3 (а) показана только одна ветвь неоднородных решений.

Для сравнения, на рисунке 1.3 (б) изображены 3 старших ляпуновских показателя, $\Lambda_1 > \Lambda_2 > \Lambda_3$, рассчитанные для того же диапазона Δ , как и на рисунке 1.3 (а). Видно, что в окрестности каждой точки бифуркации один из показателей Ляпунова приближается к нулю, что сигнализирует о развитии неустойчивости. Для малых значений Δ до точки НВ все показатели Ляпунова отрицательны, что указывает на то, что устойчивым режимом является стационарным (неподвижная точка). После НВ в системе появляются устойчивые колебания периода 1, которые представлены на рис. 1.3 (а) одной точкой для каждого значения Δ . Пример таких колебаний при $\Delta = 1.5$ показан на рисунке 1.4 (а). Слева изображены временные зависимости w_1 , а справа - проекции фазовых траекторий на плоскости (w_2, w_1) . Фазовые траектории соответствуют предельному циклу, выглядящему как замкнутая кривая с одной петлей. Бифуркация удвоения периода РД приводит к тому, что колебания первого периода становятся неустойчивыми, и порождает устойчивые колебания периода два, пример которых показан на рис. 1.4 (б) при $\Delta = 1.939$. Временной ряд для этого режима (левая панель) демонстрирует два мак-

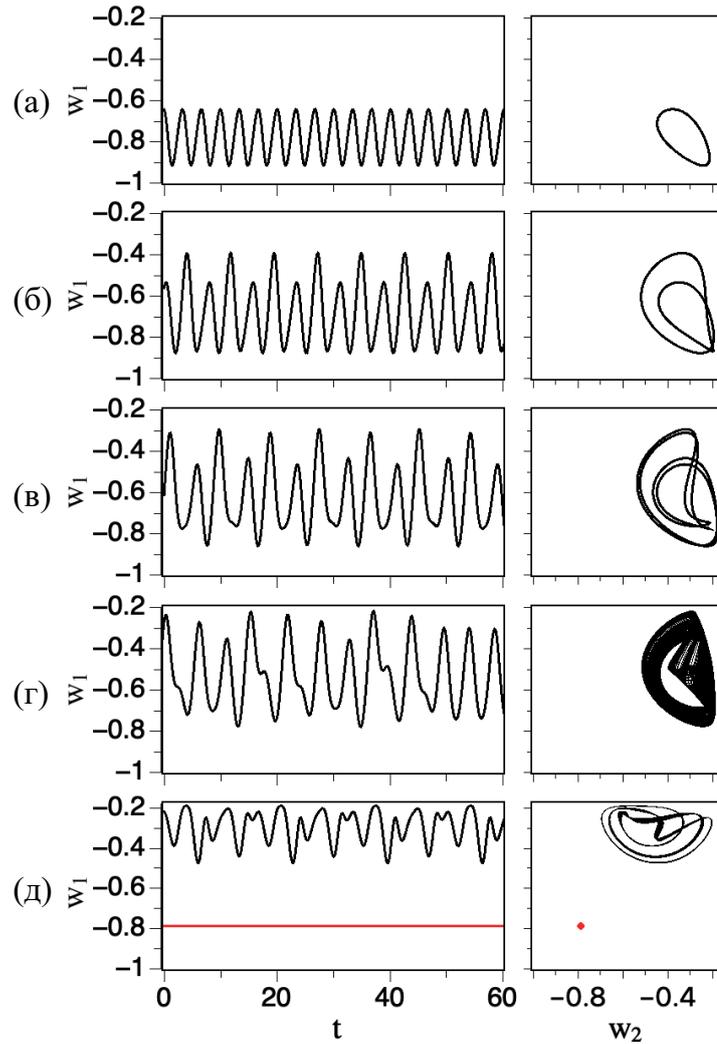


Рис. 1.4: Временная зависимость w_1 (слева) и (w_1, w_2) проекции фазовых траекторий (справа) устойчивых режимов, рассчитанных для $\Omega = 1.3$, $c = 5$ и (а) $\Delta = 1.5$, (б) $\Delta = 1.939$, (в) $\Delta = 2.147$, (г) $\Delta = 2.5$, (д) $\Delta = 2.76$.

симума за период, что в фазовом пространстве означает предельный цикл с двойной петлей (правая панель). На рисунке 1.3 (б) предельный цикл периода два представлен двумя точками для каждого значения Δ . После второй бифуркации удвоения периода колебания периода 2 теряют свою стабильность, порождая колебания периода 4. Эти колебания представлены на рисунке 1.3 (а) четырьмя точками для каждого значения Δ . Колебания имеют четыре максимума за период (рисунок 1.4 (в)), и их фазовая траектория образует предельный цикл с четырьмя петлями. Все периодические режимы харак-

теризуются одним нулевым показателем Ляпунова, тогда как все остальные ляпуновские показатели отрицательны (см. рисунок 1.3 (б)).

Эволюция предельных циклов с изменением Δ приводит к появлению детерминированного хаоса, области существования которого заштрихованы в обе стороны на рисунке 1.3 (а) и (б). На рис. 1.3 (а) хаос отображается как сложный набор точек. Типичный хаотический временной ряд показан слева на рис. 1.4 (г). Хотя колебания поверхностно демонстрируют определенный порядок, они нерегулярны, нестабильны, не имеют четкого периода, и их фазовые траектории никогда не сближаются; но при этом время от времени они возвращаются в одну и ту же область фазового пространства [справа на рисунке 1.4 (г)]. Эти колебания характеризуются одним положительным и одним нулевым показателем Ляпунова, а все остальные показатели Ляпунова являются отрицательными. Эта последовательность показателей Ляпунова свидетельствует о хаотическом характере колебаний [112]. Видно, что область хаоса на рис. 1.3(а) перемежается с “окнами периодичности”, где хаос заменяется сложными периодическими режимами. На рисунке 1.3(б) эти окна характеризуются тем, что Λ_1 становится равным нулю. Появление этих окон периодичности типично для хаоса, рожденного через каскад бифуркаций удвоения периода [112].

Область значений Δ , соответствующая бистабильности в системе, изображена на рис. 1.3 (а) как заштрихованная область, ограниченная парой точек SN. В этом диапазоне однородная неподвижная точка (нижняя ветвь бифуркационной диаграммы) сосуществует с различными неоднородными решениями (верхняя ветвь диаграммы). Примечательно, что в зависимости от значения Δ , второе решение может быть либо другой неподвижной точкой, либо периодическими колебаниями, либо даже хаосом. Пример сосуществования однородной неподвижной точки и хаоса показан на рис. 1.4 (д). Хаос

в этом примере слабее, чем на рисунке 1.4 (г), потому что Λ_1 меньше. Это также отражается на поведении колебаний. Например, фазовые траектории на рисунке 1.4 (г), формирующие многоцикличный хаотический аттрактор, выглядят более равномерно, чем динамика на рис. 1.4 (д), где хаотический аттрактор демонстрирует одну полосу с очень нерегулярными орбитами.

1.4 Управление хаосом в системе двух связанных ридберговских атомов

Проведен анализ возможности управления хаосом в системе двух связанных ридберговских атомов с помощью введение внешнего параметрического воздействия [113, 114]. В связи с тем, что на систему подается внешнее лазерное излучение, в эксперименте имеется возможность модуляции его интенсивности, что, в свою очередь, приводит к модуляции частоты Раби Ω . В системе уравнений, описывающих два связанных ридберговских атома, введение указанного внешнего параметрического воздействия записывается путем модификации частоты Раби в следующем виде:

$$\Omega = \Omega_m(1 + M \sin(2\pi ft)) \quad (1.9)$$

где Ω_m - частота Раби в автономной системе, M и f - глубина и частота модуляции параметра соответственно.

Система уравнений (1.5) с параметрическим воздействием (1.9) была проанализирована при значениях управляющих параметров, соответствующих гиперхаотической динамике в автономной системе при различных значениях амплитуды M и частоты f внешнего воздействия. В качестве методов анализа динамики исследуемой системы использовались построение бифур-

кационных диаграмм и расчет спектра условных показателей Ляпунова [115] при изменении одного из параметров внешнего воздействия.

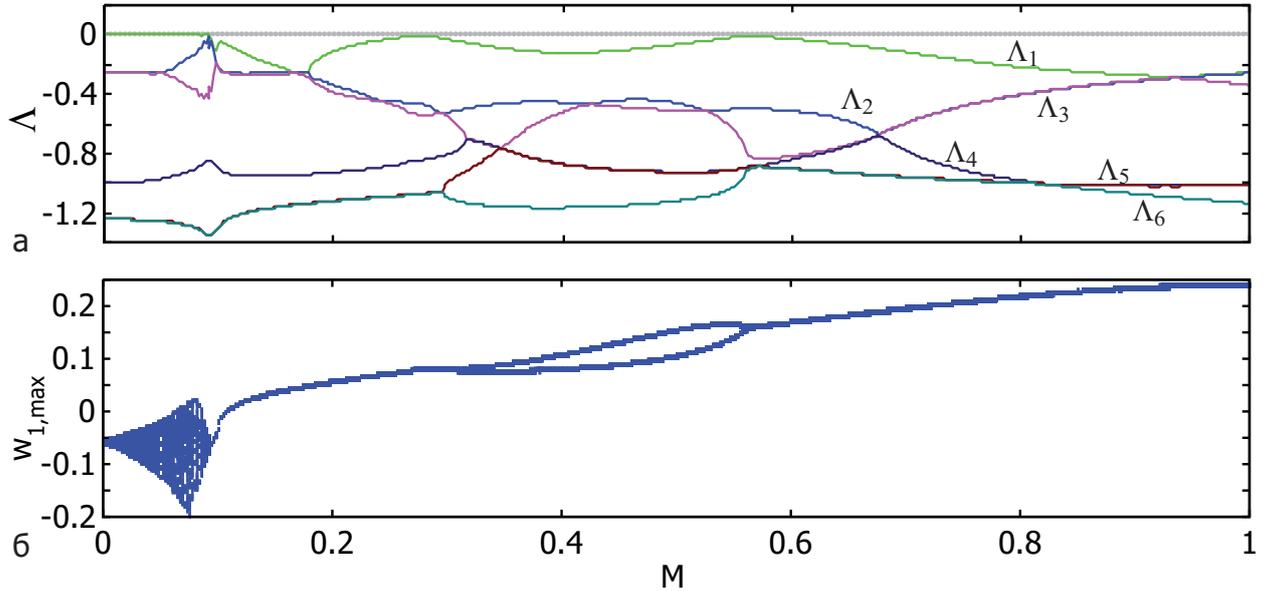


Рис. 1.5: Спектр показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для системы двух связанных ридберговских атомов под внешним параметрическим воздействием при значении параметров $\Omega = 2.0$, $\Delta = 2.0$, $f = 0.9f_0$, где f_0 - частота собственных колебаний автономной системы.

На рисунке 1.5 изображены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается периодическая динамика. Зависимости были построены при изменении амплитуды внешнего воздействия M и при постоянном значении частоты f . Так как показатели рассчитаны из системы под внешним воздействием, то эти показатели называются “условными” и не содержат нулевого показателя [116]. В связи с этим при периодической динамике в спектре условных показателей Ляпунова старший показатель является отрицательным.

На рисунке 1.5 хорошо видна область квазипериодических колебаний при малых значениях параметра M . В спектре показателей Ляпунова квазипериодическим колебаниям соответствуют два нулевых показателя, но, т.к.

исследуемая система является неавтономной, что в спектре “условных” показателей присутствует только один нулевой показатель.

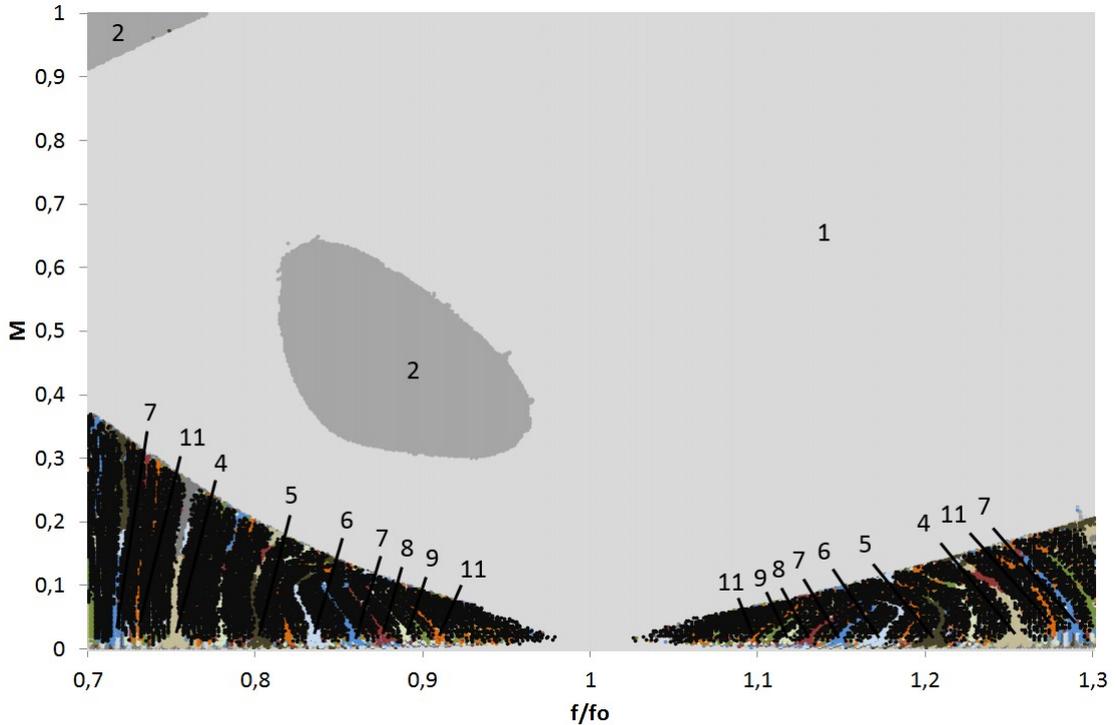


Рис. 1.6: Карта режимов для системы под внешним параметрическим воздействием при значении управляющих параметров $\Omega = 2.0$, $\Delta = 2.0$. Цифрами обозначены периоды колебаний, черный цвет соответствует квазипериодическим колебаниям.

Так же были исследованы области параметров внешнего воздействия (M, f) при постоянных значениях управляющих параметров Ω и Δ . В соответствии с рисунком 1.6, на котором изображена карта режимов, полученная при значениях параметров Ω и Δ , соответствующим периодической динамике в автономной системе, виден характерный клюв синхронизации для системы под внешним периодическим воздействием. Из точки $f/f_0 = 1$ выходит основной клюв синхронизации, в области малых M видна область квазипериодических колебаний, в которой существуют дополнительные клювы синхронизации.

На рисунке 1.7 представлены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в ав-

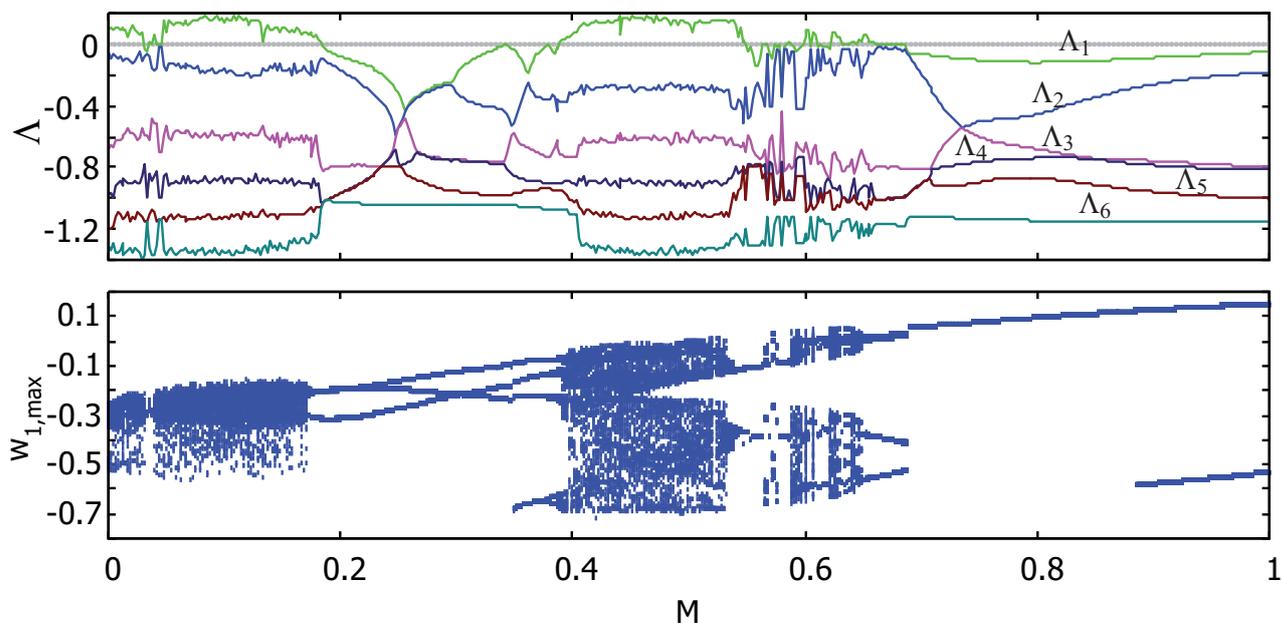


Рис. 1.7: Спектр показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для системы двух связанных ридберговских атомов под внешним параметрическим воздействием при значении параметров $\Omega = 1.2$, $\Delta = 2.6$, $f = f_0$, где f_0 - частота собственных колебаний автономной системы.

автономной системе наблюдается хаотическая динамика. Зависимости были построены при изменении амплитуды внешнего воздействия M и при постоянном значении частоты f .

В соответствии с рисунком 1.7 хорошо видны окна периодичности в области хаотических колебаний в спектре ляпуновских показателей и на бифуркационной диаграмме. Также на бифуркационной диаграмме прослеживается классический переход от хаотических колебаний к периодическим через обратный каскад бифуркаций удвоения периодов. Из рисунка также видно, что существуют области параметра M , при которых в системе происходит подавления хаоса и наблюдается периодическая динамика.

Так же были исследованы области параметров внешнего воздействия (M, f) при постоянных значениях управляющих параметров Ω и Δ . В соответствии с рисунком 1.8, на котором изображена карта режимов, полученная при значениях параметров Ω и Δ , соответствующим хаотической динамике

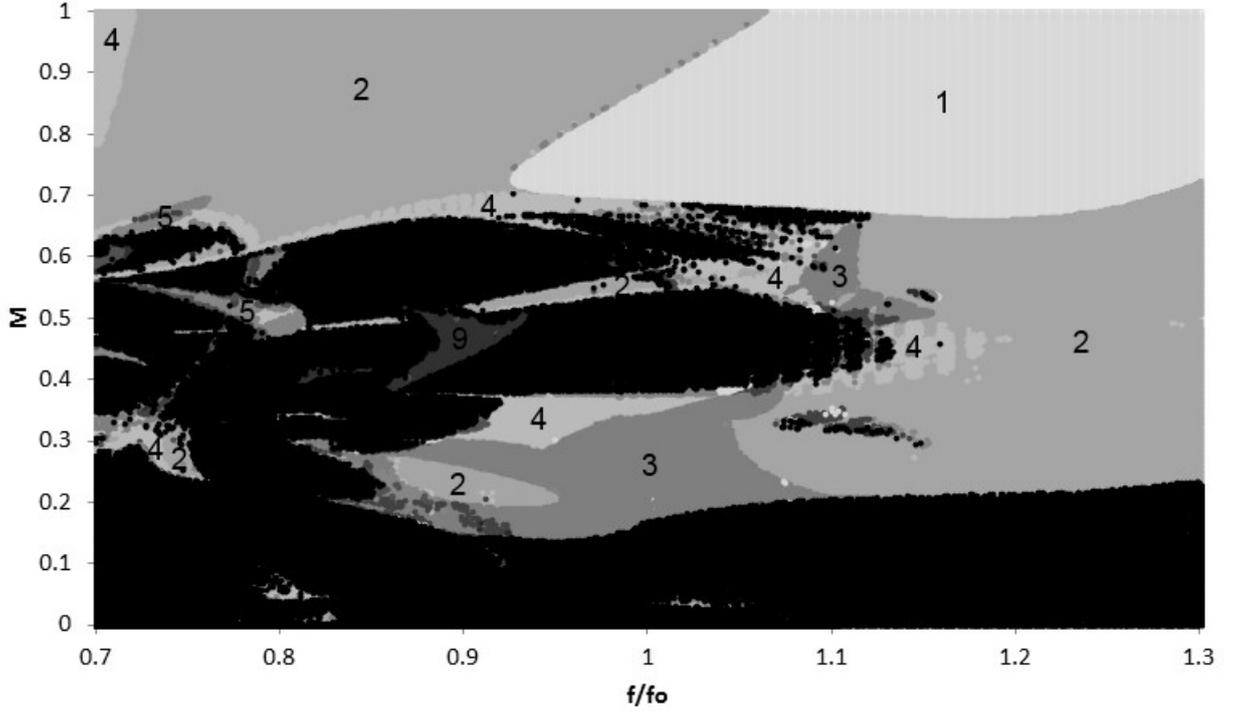


Рис. 1.8: Карта режимов для системы под внешним параметрическим воздействием при значении управляющих параметров $\Omega = 1.2$, $\Delta = 2.6$. Цифрами обозначены периоды колебаний, хаос обозначен черным цветом.

в автономной системе, видны области параметров M и f , при которых в системе наблюдается периодическая динамика и происходит подавление хаоса.

1.5 Анализ перехода к хаосу и гиперхаосу в замкнутой цепочке ридберговских атомов

Для замкнутой цепочки из N связанных ридберговских атомов получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 \dot{w}_j &= -2\Omega I m q_j - w_j - 1, j = 1 : N \\
 \dot{q}_1 &= i [\Delta - c(w_2 + w_N + 2)] q_1 - \frac{q_1}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_1, \\
 \dot{q}_k &= i [\Delta - c(w_{k-1} + w_{k+1} + 2)] q_k - \frac{q_k}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_k, k = 2 : (N - 1), \\
 \dot{q}_N &= i [\Delta - c(w_{N-1} + w_1 + 2)] q_N - \frac{q_N}{2} + i \frac{\Omega}{2} w_N,
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

где j – номер атома.

Схематическое представление исследуемой системы из N связанных ридберговских атомов представлена на рисунке 1.9.

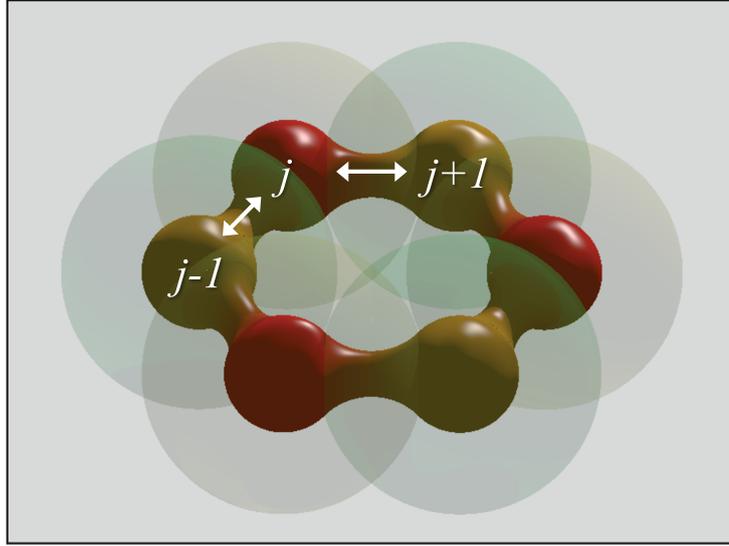


Рис. 1.9: Схематическое представление замкнутой цепочки из шести взаимодействующих ридберговских атомов, отмеченных индексами и связанных посредством взаимодействия ближайших соседей.

Система 1.10, описывающая динамику замкнутой цепочкой из N связанных ридберговских атомов, состоит из $3N$ нелинейных дифференциальных уравнений (каждый атом описывается тремя уравнениями, т.к. q_j - комплексные переменные). Для решения этой системы уравнений использовался метод Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом по времени $\delta t = 0.01$.

В ходе выполнения работы были рассчитаны спектры пространственных показателей Ляпунова для замкнутых цепочек из 2-100 ридберговских атомов в зависимости от расстройки Δ при постоянном значении частоты раби Ω . На рисунке 1.10 представлены спектр ляпуновских показателей и бифуркационная диаграмма для системы из 10 атомов. На нем хорошо видны области расстройки по частоте Δ , соответствующие различным динамическим режимам: стационарная динамика, характеризующаяся отрицательным старшим показателем Ляпунова; периодические колебания, когда старший показатель равен нулю, а второй - отрицательный; хаос, характеризующийся

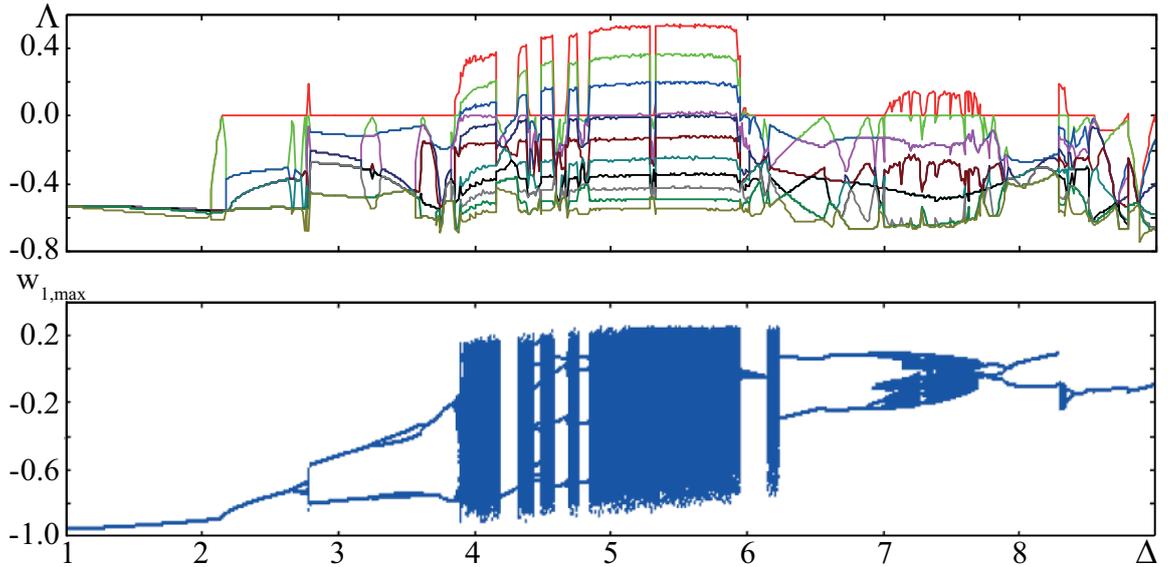


Рис. 1.10: Спектр пространственных показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки из 10 связанных ридберговских атомов при значении управляющего параметра $\Omega=2.5$.

одним положительным показателем; и гиперхаос, для которого характерно наличие двух и более положительных показателей Ляпунова. Также хорошо заметны моменты бифуркаций удвоения периодов, когда в дополнении к первому второй показатель тоже становится равным нулю. В областях хаоса и гиперхаоса наблюдается наличие окон периодичности.

На рисунке 1.11(а) представлены бифуркационные переходы между различными динамическими режимами при $\Omega = 2.5$. Зеленые линии соответствуют зависимостям четырех старших показателей Ляпунова $\Lambda_1 > \Lambda_2 > \Lambda_3 > \Lambda_4$. Изменение динамических режимов происходит по мере увеличения Δ от 1 до 9. Устойчивое состояние равновесия, которое существует для малых Δ , превращается в колебательное решение в результате бифуркации Андронова-Хопфа при $\Delta \approx 1.7$, когда Λ_1 становится равным нулю. При $\Delta \approx 3.55$ периодические колебания теряют устойчивость из-за бифуркации Неймарка-Сакера, что приводит к возникновению квазипериодических колебаний ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$). Дальнейшее увеличение Δ приводит к возникновению хаотической динамики.

Для того, чтобы лучше проиллюстрировать переход к хаотическому режиму, на рисунке 1.11(б) представлена увеличенная область из рисунка 1.11(а), отмеченная черным прямоугольником. Соответствующая бифуркационная диаграмма, показанная на рисунке 1.11(в), построена путем отметки точек, соответствующих локальным максимумам $w_{1,max}$ во временной зависимости $w_1(t)$, рассчитанной для данного значения Δ . Для конкретных значений Δ периодические решения представлены одной или несколькими одиночными точками на графике, в то время как сложные множества многих точек для конкретного Δ отражают квазипериодическую или хаотическую динамику. При увеличении Δ квазипериодические колебания, соответствующие $\Lambda_1 = \Lambda_2 = 0$ [рис. 1.11(б)], заменяются сложными периодическими колебаниями вследствие седлоузловой бифуркации при $\Delta \approx 3.728$. Эти периодические колебания характеризуются $\Lambda_1 = 0$ и $\Lambda_{2,3} < 0$ [рис. 1.11(б)] и на рисунке 1.11(в) представлены несколькими изолированными точками для фиксированного Δ . При $\Delta \gtrsim 3.739$ периодические решения претерпевают каскад бифуркаций удвоения периода, приводящий к хаосу с одним положительным показателем Ляпунова при $\Delta \approx 3.745$ [рис. 1.11(б)]. Бифуркации удвоения периода не влияют на спектр показателей Ляпунова, поскольку решение остается периодическим. Однако каждое удвоение периода приводит к тому, что дополнительный показатель Ляпунова становится равным нулю [рис. 1.11(б)], что проявляется в удвоении числа точек на бифуркационной диаграмме 1.11(в). Таким образом для $N = 5$, бифуркационный механизм, приводящий к возникновению хаоса, остается таким же, как и в случае $N=2$. Дальнейшие исследования показывают, что этот механизм также присутствует для больших N .

Динамика системы из $N = 5$ связанных атомов для различных динамических режимов иллюстрируется на рисунке 1.12. Типичное периоди-

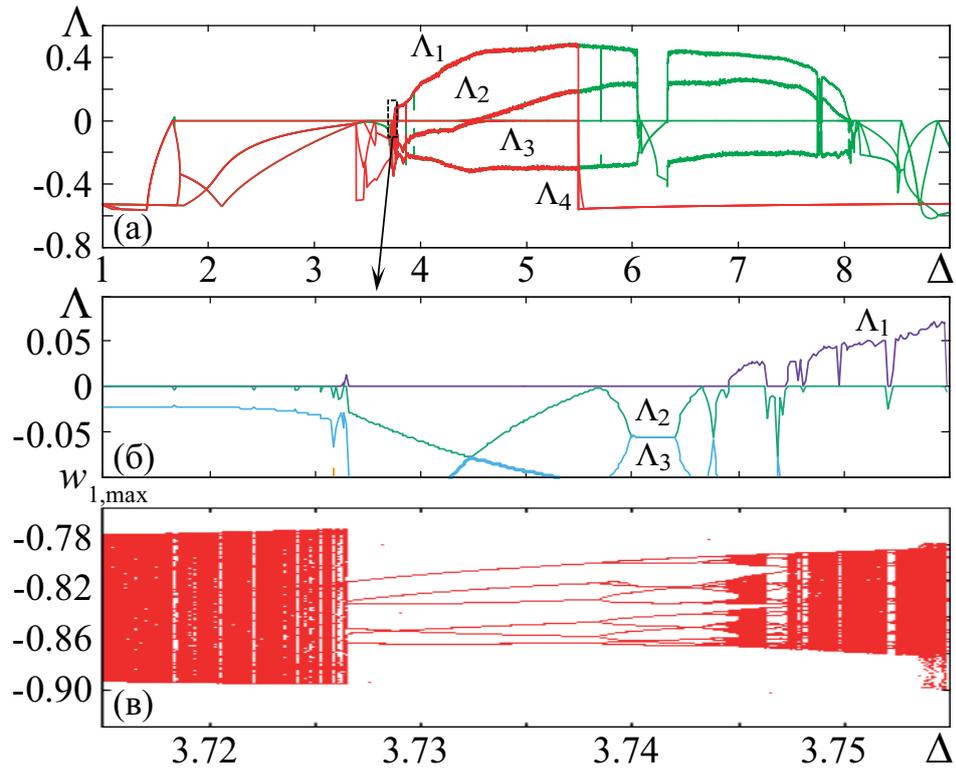


Рис. 1.11: (а) Зависимости четырех старших показателей Ляпунова от параметра Δ ; зеленые линии соответствуют увеличению Δ от 1 до 9, красные – уменьшению Δ от 9 до 1. (б) Увеличенная область из (а), отмеченная черным прямоугольником. (в) Однопараметрическая бифуркационная диаграмма, соответствующая (б), в которой вертикальные положения каждой точки соответствуют локальным максимумам $w_1(t)$. Для всех зависимостей $\Omega = 2.5$.

ческое решение представлено на рис. 1.12(а). Здесь $n = 1, \dots, 5$ обозначает номер атома в цепочке, t – время, а оттенки серого обозначают величину w_n . Все атомы колеблются с одинаковой частотой, но с разными фазами. Однако фазовый сдвиг постоянен для каждой пары атомов, что означает, что они синхронизированы. Последнее также обозначено строго периодическим паттерном на рисунке 1.12(а). Квазипериодический режим при $\Delta = 3.72$ изображен на рисунке 1.12(б). Фазовые сдвиги между колебаниями различных атомов больше не являются постоянными, и периодическая структура из пространственно-временной динамики исчезает, что отражает потерю синхронизации.

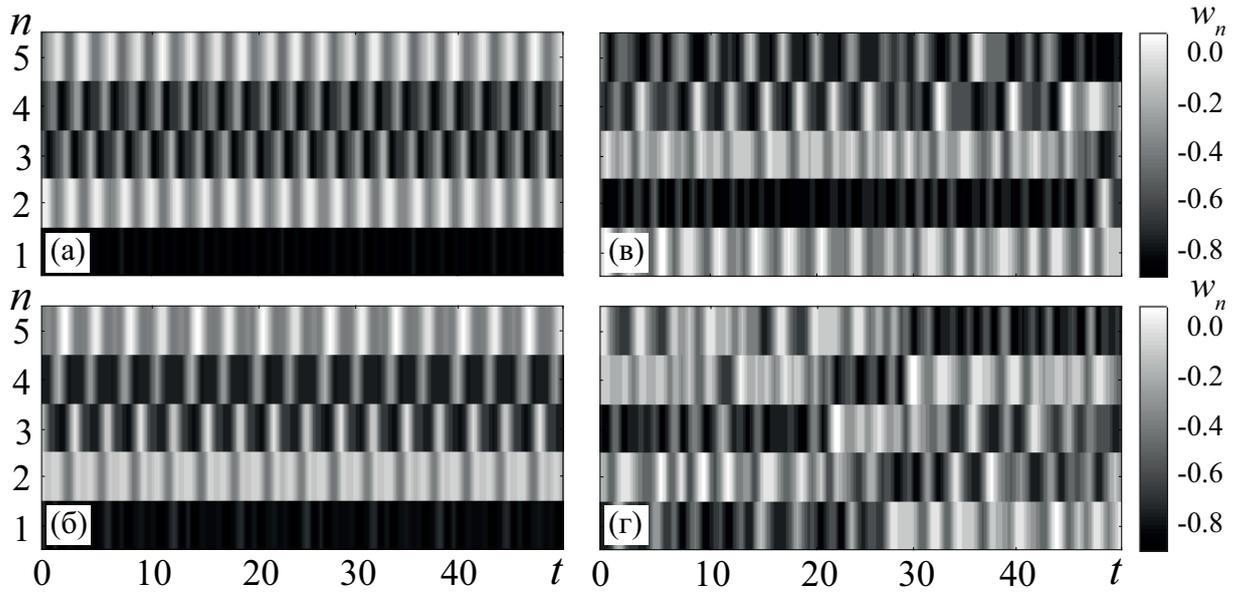


Рис. 1.12: Временные зависимости w_n для цепочки из 5 атомов, отражающие (а) периодические [$\Delta = 3.74$], (б) квазипериодические [$\Delta = 3.72$], (в) хаотические [$\Delta = 4.05$] и (г) гиперхаотические [$\Delta = 4.95$] колебания; n означает номер атома в цепочке.

Пример хаотических колебаний при $\Delta = 4.05$ представлен на рисунке 1.12(в). Здесь цепочка атомов демонстрирует неустойчивое поведение, которое контрастирует с упорядоченной динамикой, представленной на рис.1.12 (а) и (б). На рисунке 1.12(г) показаны типичные гиперхаотические колебания, рассчитанные для $\Delta \approx 4.95$. В этом режиме колебания в цепочке становятся еще более сложными, чем хаотические. Гиперхаотическое поведение сохраняется до $\Delta \approx 8.0$, после чего динамика быстро становится хаотической, а затем периодической. Для $\Delta > 8.53$ все колебания исчезают, и все решения в системе соответствуют устойчивому равновесию.

Для дальнейшего изучения наличие мультистабильности в динамике цепочки вернемся к эволюции показателей Ляпунова при изменении Δ от 9 до 1. Значения $\Lambda_{1,2,3,4}$ для этого случая изображены красным цветом на рисунке 1.11(а). Из него видно, что устойчивое однородное стационарное состояние ($\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda_3 = \Lambda_4 < 0$) существует до $\Delta \approx 5.491$, где оно внезапно переходит в гиперхаотические колебания. Таким образом, в интервале зна-

чений Δ между 5.491 и 9.0 однородная неподвижная точка сосуществует с различными неоднородными режимами, включая другие типы равновесия, периодические и квазипериодические колебания, хаос и гиперхаос [зеленые кривые на рисунке 1.11 (а)]. Таким образом, мультистабильность является типичным явлением, существующим в цепочках разного размера.

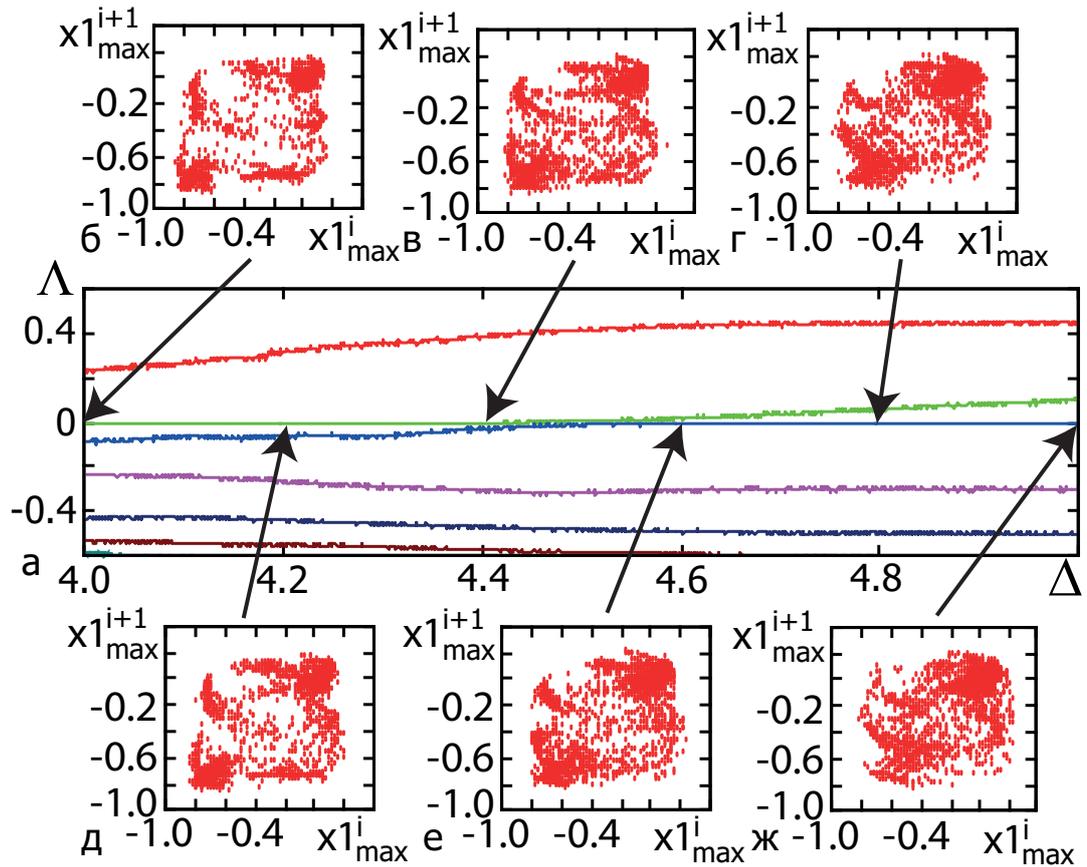


Рис. 1.13: Спектр пространственных показателей Ляпунова (а) сечения Пуанкаре (б-ж) при $\Delta = 4.0, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8$ и 5.0 для замкнутой цепочки из 5 связанных ридберговских атомов при значении управляющего параметра $\Omega=2.5$ в области параметра Δ , где происходит переход от хаоса к гиперхаосу.

Для исследования перехода от хаоса с одним положительным ляпуновским показателем к гиперхаосу с двумя положительными показателями использовался расчет спектра показателей Ляпунова и построение сечений Пуанкаре. Процедура построения сечения Пуанкаре предложена французским математиком А.Пуанкаре. Она сопоставляет динамике в рамках дифференциальных уравнений некоторое отображение. Идея состоит в следующем: в

фазовом пространстве строится некоторая поверхность, и изучается поведение точек пересечения фазовой траектории и секущей. Более подробно, отображение Пуанкаре определяется следующим образом. Рассмотрим некоторый участок поверхности в фазовом пространстве (сечение Пуанкаре), трансверсальный к векторному полю системы (то есть не касающийся поля; часто говорят просто трансверсаль). Из точки x на трансверсали выпустим траекторию системы. Предположим, что в какой-то момент траектория впервые пересекла трансверсаль снова; обозначим точку пересечения через y . Отображение Пуанкаре точке x ставит в соответствие точку первого возвращения y . Если траектория, выпущенная из x , никогда не возвращается на трансверсаль, то отображение Пуанкаре в этой точке не определено. Итерации отображения Пуанкаре с некоторой трансверсали на себя образуют динамическую систему с дискретным временем на фазовом пространстве меньшей размерности. Свойства этой системы находятся в тесной связи со свойствами исходной системы с непрерывным временем (например, неподвижные и периодические точки отображения Пуанкаре соответствуют замкнутым траекториям системы). Тем самым, устанавливается связь между векторными полями и их потоками с одной стороны и итерациями отображений — с другой [117]. На рисунке 1.13 изображен спектр пространственных показателей Ляпунова для системы из 5 ридберговских атомов, замкнутых в кольцо, для области параметра Δ , в которой происходит переход от хаоса к гиперхаосу. Также на нем изображены сечения Пуанкаре для значений Δ до и после момента перехода. Видно, что в начале все точки на сечении в основном сосредоточены в нескольких небольших областях, но при увеличении параметра эти области становятся больше, происходит их слияние между собой, и в конечном итоге мы получаем две большие области с некоторым количеством несвязанных точек между ними.

Для системы из 5 связанных ридберговских атомов, замкнутых в кольцо, была проанализирована область параметров (Ω, Δ) с использованием расчета спектра пространственных показателей Ляпунова. Для этого была построена карта режимов, изображенная на рисунке 1.14, на которой изображены области стационарного режима (белый), периодических (голубой) и квазипериодических (красный) колебаний, хаоса (серый) и гиперхаоса, характеризующегося двумя положительными показателями Ляпунова (черный).

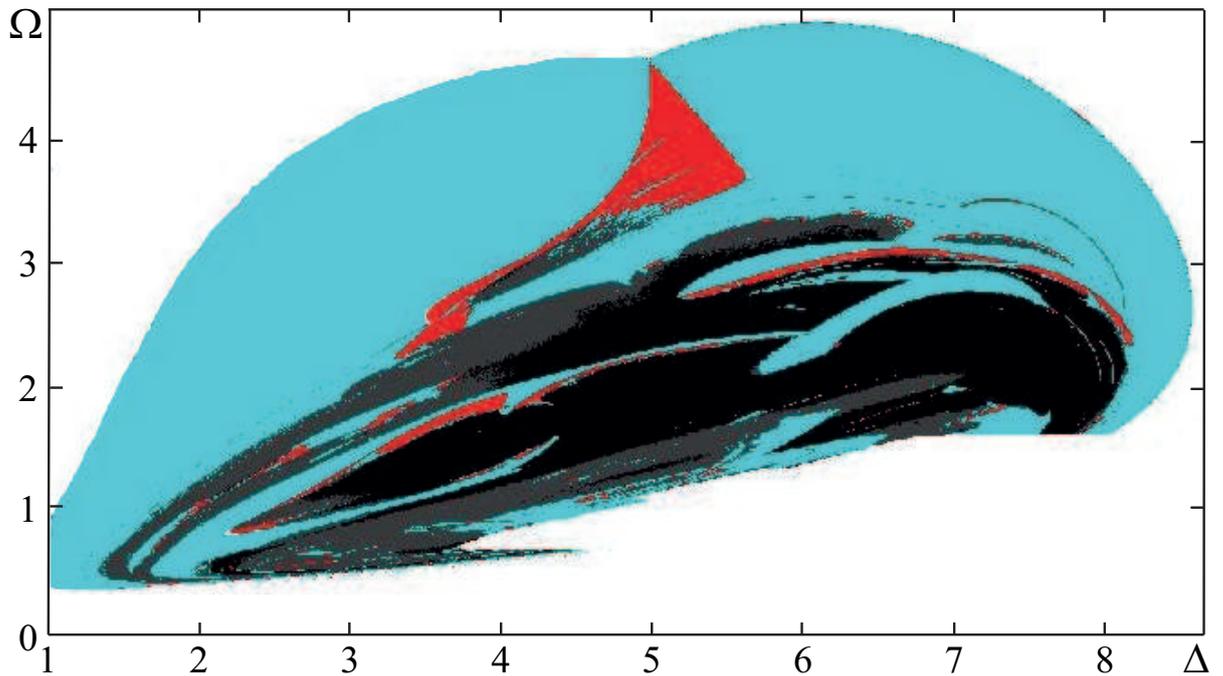


Рис. 1.14: Карта режимов для замкнутой цепочки из 5 связанных ридберговских атомов. Цветами обозначено следующее: белый - стационарный режим, красный - режим квазипериодических колебаний, голубой - режим периодических колебаний, серый - хаос с 1 положительным показателем Ляпунова, черный - гиперхаос с 2 положительными показателями.

В соответствии с рисунком 1.15, на котором изображены спектры показателей Ляпунова для замкнутых цепочек из 10, 20 и 40 атомов, видно увеличение числа положительных показателей в области $\Delta \simeq 5$. Также заметно увеличение области параметра Δ , занимаемой гиперхаосом, и уменьшение количества окон периодичности в области гиперхаоса с увеличением числа атомов в цепочке.

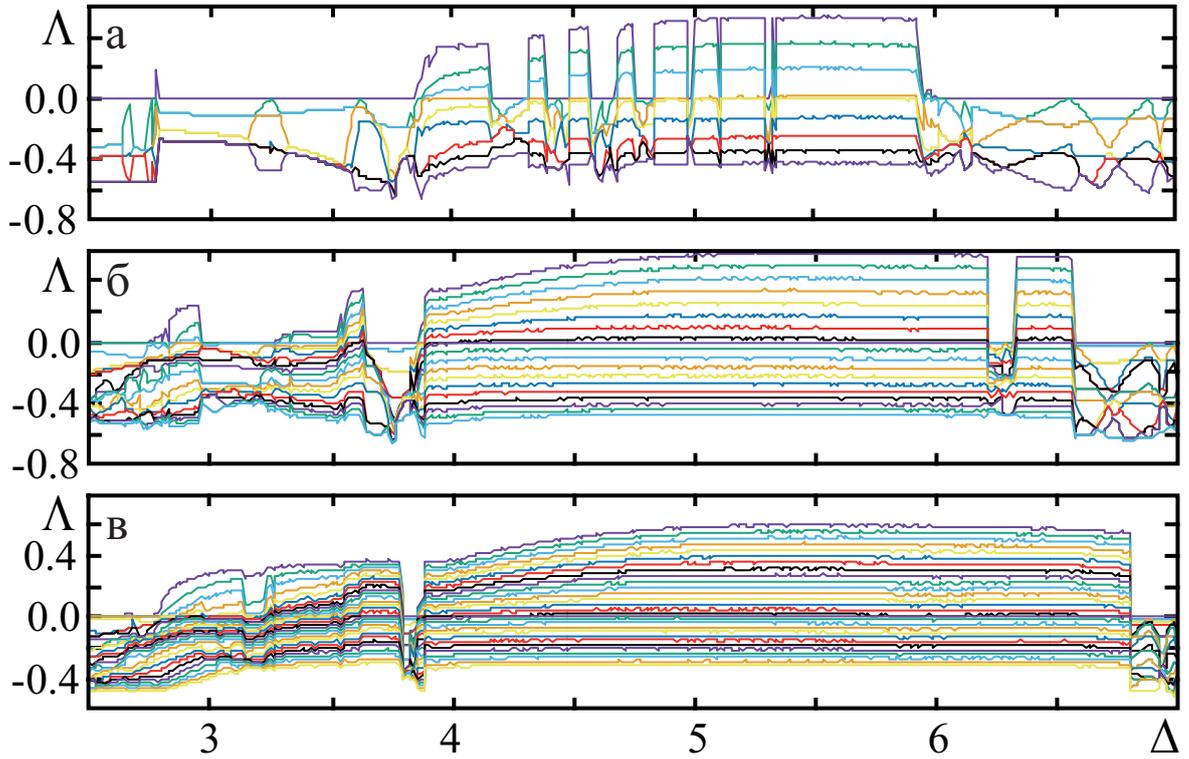


Рис. 1.15: Спектры пространственных показателей Ляпунова для замкнутых цепочек из 10 (а), 20 (б) и 40 (в) ридберговских атомов при $\Omega = 2.5$.

В ходе работы был проведен расчет спектров пространственных показателей Ляпунова для цепочек из 2 – 100 атомов. На основе полученных данных была построена зависимость числа положительных ляпуновских показателей M в области $\Delta \simeq 5$ от числа атомов в цепочке N , представленная на рисунке 1.16. На нем виден линейный рост числа положительных показателей M с увеличением числа атомов в цепочке N при $N > 10$, при чем данная зависимость $N > 10$ аппроксимируется линейной зависимостью $M = 0.4N + 4$. При малом же числе атомов в цепочке (< 10) данная зависимость является нелинейной.

При этом были рассчитаны спектры мощности колебаний переменной w_1 для замкнутых цепочек, состоящих из 2–40. Некоторые из них приведены на рисунке 1.17. Из него хорошо видно, что при увеличении размеров цепочки от 2 до 11 спектры мощности претерпевают существенные изменения, но,

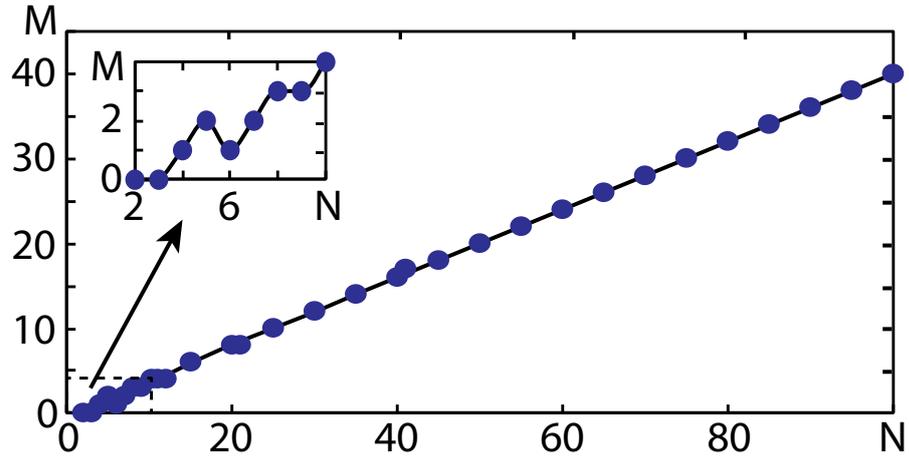


Рис. 1.16: Зависимость максимального числа положительных показателей Ляпунова от числа атомов в замкнутой цепочке при $\Omega = 2.5$. Зависимость при $N > 10$ аппроксимируется линейной зависимостью $M = 0.4N + 4$.

начиная с 11 атомов, они перестают меняться, хотя число положительных показателей Ляпунова при этом продолжает расти.

Для объяснения данного явления были рассчитаны корреляционные зависимости одного, условно называемого первым, атома от всех остальных атомов в замкнутых цепочках, состоящих из 10 – 40 ридберговских атомов. Корреляция рассчитывалась следующим образом [118, 119]:

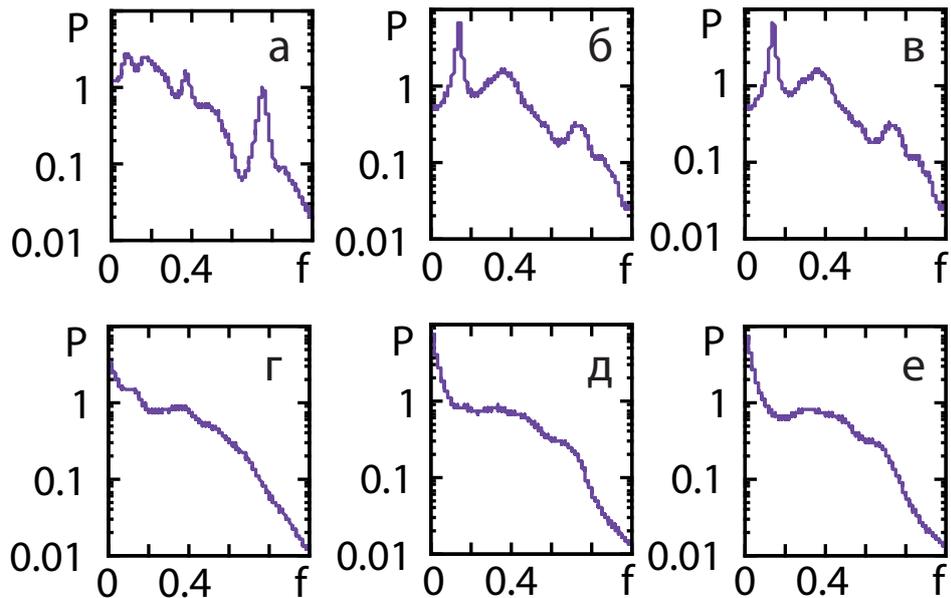


Рис. 1.17: Спектры мощности, построенные в логарифмическом масштабе, для замкнутых цепочек, состоящих из 4 (а), 6 (б), 8 (в), 10 (г), 12 (д) и 20 (е) ридберговских атомов.

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1.11)$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ и $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ - выборочные средние векторов x и y , n - длина вектора.

На рисунке 1.18 изображены некоторые рассчитанные корреляционные зависимости. Из него хорошо видно, что из-за замкнутости цепочки корреляционные зависимости в начале и конце ведут себя схожим образом. Также заметно, что вне зависимости от длины цепочки корреляционная зависимость уменьшается от 1 до 0 при увеличении номера атома в цепочке от 1 до 6 и остается равной нулю, пока мы не дойдем до шестого атома с конца. Таким образом, если в замкнутую цепочку из 11 атомов добавить еще один, то каждый атом в ней все так же будет взаимодействовать лишь с 10 из них, т.к. именно с ними у него будет ненулевая корреляция. Это и объясняет тот факт, что, начиная с цепочки из 11 атомов, дальнейшее увеличение числа атомов в ней не приводит к изменению спектра мощности, но при этом продолжает приводить к усложнению спектра показателей Ляпунова и увеличению в нем числа положительных показателей.

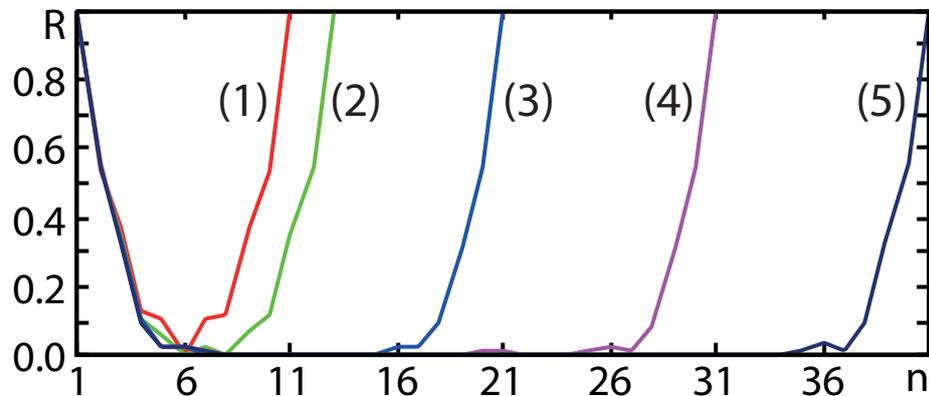


Рис. 1.18: Зависимости корреляции первого атома со всеми остальными атомами в замкнутых цепочках, состоящих из 10 (1), 12 (2), 20 (3), 30 (4) и 40 (5) ридберговских атомов.

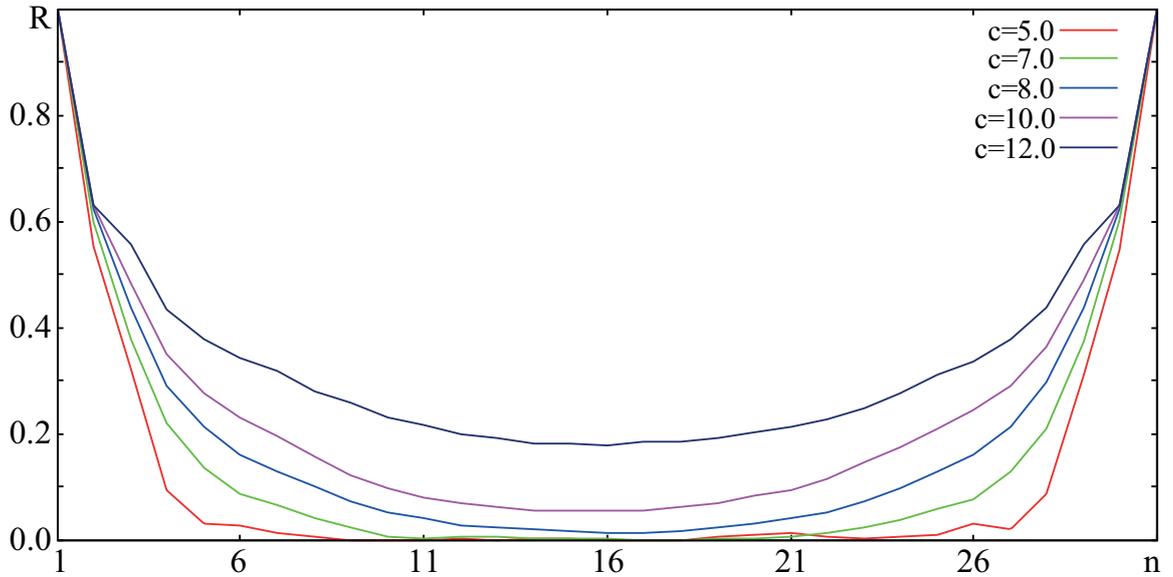


Рис. 1.19: Корреляционные зависимости первого атома от всех атомов в замкнутых цепочках из 30 ридберговских атомов при значении управляющих параметров $\Omega = 2.5$, $\Delta = 5.0$ при разных значениях параметра c .

Также были рассчитаны корреляционные зависимости первого атома от всех атомов в замкнутых цепочках из 30 ридберговских атомов при разных значениях параметра c , изображенные на рисунке 1.19. Хорошо видно, что при увеличении c увеличивается корреляция первого атома со всеми остальными. Для $c = 5$ и $c = 7$ присутствуют области атомов цепочки, корреляция первого атома с которыми близка к нулю, при чем для $c = 7$ эта область меньше, чем для $c = 5$. Для $c = 8$ и больших значениях эта область уже отсутствует, что свидетельствует об увеличении параметра связи до момента, когда в замкнутой цепочке из 30 атомов все атомы испытывают на себе воздействия всех остальных.

Также были рассчитаны корреляционные зависимости первого атома от всех атомов в замкнутых цепочках из 30 ридберговских атомов при разных значениях параметров c и Δ , при чем значения Δ соответствовали наблюдению в спектре максимального для данных значениях параметров c и Ω числа положительных показателей Ляпунова. Данные зависимости изображены на рисунке 1.20. Из них видно, что для всех рассмотренных случаев сохраняется

область атомов цепочки, корреляция первого атома с которыми близка к нулю. Различаются данные кривые в основном только скоростью уменьшения корреляции с изменением номера атома.

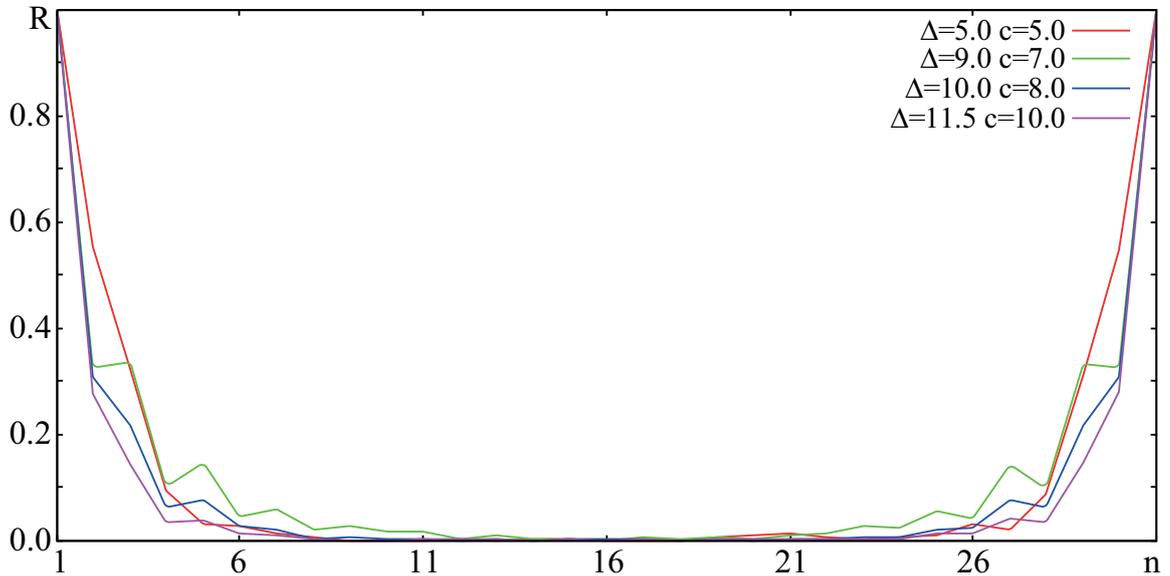


Рис. 1.20: Корреляционные зависимости первого атома от всех атомов в замкнутых цепочках из 30 ридберговских атомов при значении управляющего параметра $\Omega = 2.5$ и при разных значениях параметров Δ и c , соответствующих максимальному числу положительных показателей Ляпунова в соответствующем спектре.

1.6 Подавление гиперхаоса в замкнутых цепочках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия

Для подавления гиперхаоса в замкнутых цепочках ридберговских атомов используется введение внешнего параметрического воздействия [113, 114]. В качестве последнего, как и для случая с двумя атомами, была выбрана модуляция частоты Раби Ω внешним параметрическим воздействием, которое записывается путем модификации частоты Раби в виде (1.9).

Система уравнений (1.10) с параметрическим воздействием (1.9) была проанализирована при значениях управляющих параметров, соответствующим

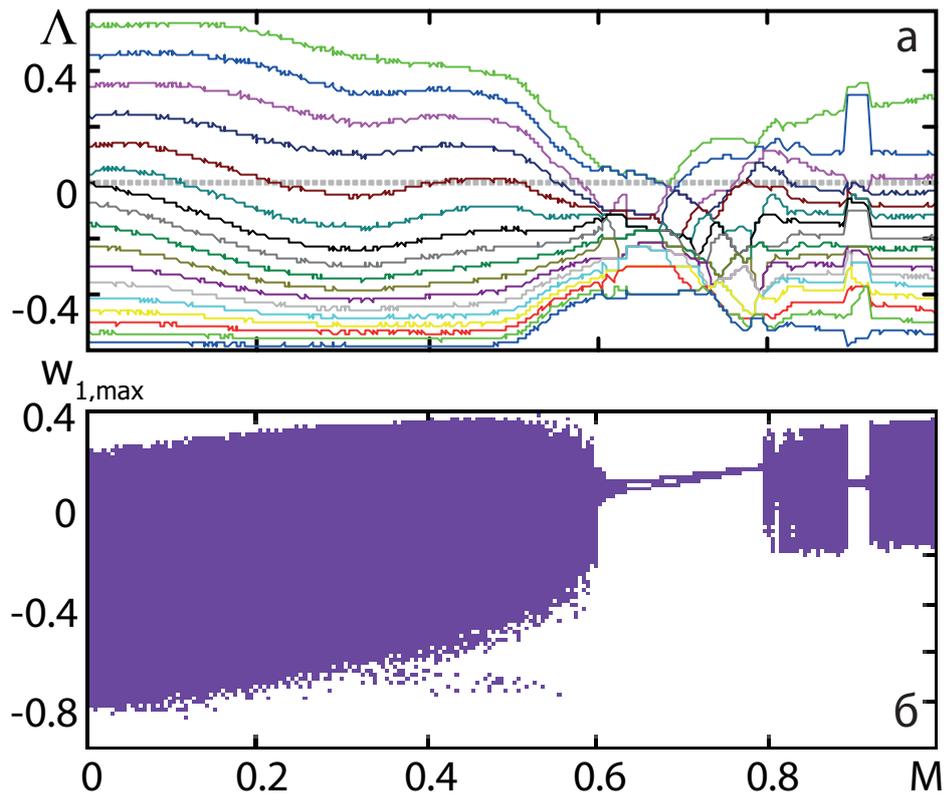


Рис. 1.21: Спектр условных показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки, состоящей из 15 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.5$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении амплитуды внешнего воздействия, $f = 0.66$.

щих гиперхаотической динамике в автономной системе при различных значениях глубины M и частоты f модуляции. В качестве методов анализа динамики исследуемой системы использовались построение бифуркационных диаграмм и расчет спектра условных показателей Ляпунова [115] при изменении одного из параметров внешнего воздействия.

На рисунке 1.21 изображены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, характеризующийся 6 положительными показателями. Зависимости были построены при изменении амплитуды внешнего воздействия M и при постоянном значении частоты f . Т.к. показатели рассчитаны из системы под внешним воздействием, то эти показатели называются “условными” и не содержат нулевого показателя [116]. В связи

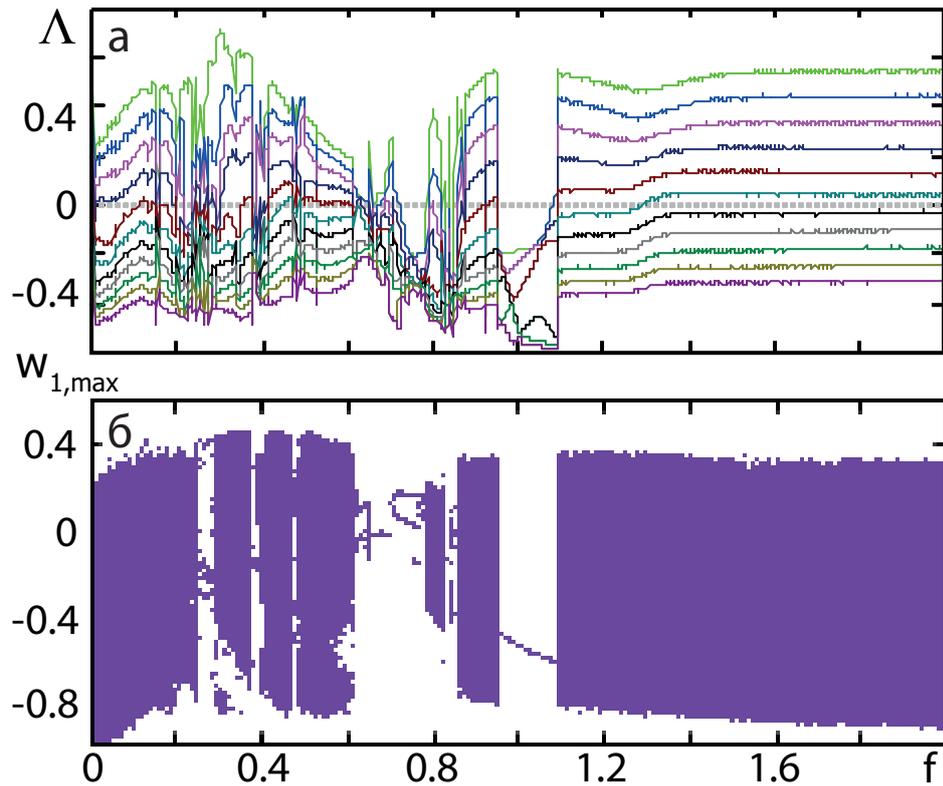


Рис. 1.22: Спектр условных показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки, состоящей из 15 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.5$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении частоты внешнего воздействия, $M = 0.684$.

с этим при периодической динамике в спектре показателей Ляпунова старший показатель является отрицательным. Из рисунка 1.21 видно уменьшение амплитуды старшего показателя Ляпунова при увеличении амплитуды внешнего воздействия от 0 до $M \simeq 0.684$. При $M \simeq 0.684$ наблюдается область, когда в системе удается подаются гиперхаос и установить в ней периодическую динамику. При дальнейшем увеличении параметра M в системе вновь устанавливает режим гиперхаоса, но уже с двумя положительными ляпуновскими показателями.

Дальнейшее исследование производилось при изменении частоты внешнего воздействия f при постоянном значении амплитуды $M = 0.684$. На рисунке 1.22 изображены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в автоном-

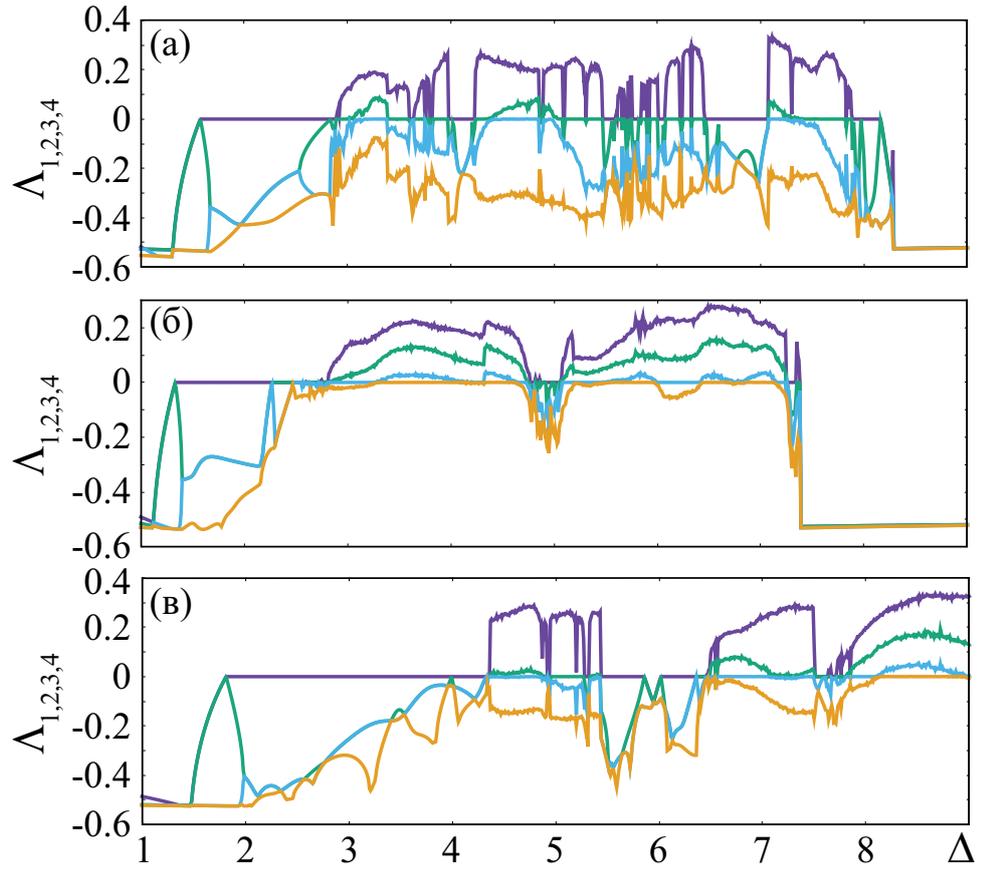


Рис. 1.23: Зависимости четырех старших показателей Ляпунова от Δ , рассчитанные для (а) замкнутого кольца из 5 неидентичных ридберговских атомов с параметрами, представленными в таблице 1.7; (б) разомкнутой цепочки из 10 неидентичных ридберговских атомов; (в) замкнутой цепочки из 10 неидентичных ридберговских атомов, каждый из которых связан с двумя ближайшими соседями с каждой стороны. Параметры для (б) и (в) представлены в таблице 1.7; для всех зависимостей $\Omega = 2.5$, $c = 5$.

ной системе наблюдается гиперхаос, характеризующийся 6 положительными показателями. На рисунке видны области управляющего параметра, при которых в системе удается полностью подавить гиперхаос, что приводит к установлению в ней периодической динамики. Старший ляпуновский показатель при этом является отрицательным.

1.7 Динамика цепочек неидентичных ридберговских атомов

В реальной системе ридберговские атомы не идентичные, а имеют небольшую расстройку по параметрам между собой. Для того, чтобы проверить типичность обнаруженных явлений, проведено исследование существования хаоса и гиперхаоса в цепочках неидентичных ридберговских атомов для случая только локальной связи в кольце и разомкнутой цепочке, а также в замкнутой цепочке в случае, когда каждый атом связан с двумя соседними элементами с каждой стороны. Параметры каждого атома были отстроены на случайную величину, лежащую в пределах от 0 до 10 % от их средних значений: $\Delta_i = \Delta + \delta\Delta_i$, $\Omega_i = \Omega + \delta\Omega_i$, и $c_i = c + \delta c_i$. Наличие таких расстройк характерно для реальных квантовых систем. На рисунке 1.23 изображены зависимости четырех старших показателей Ляпунова от Δ , рассчитанные для (а) замкнутого кольца из 5 неидентичных ридберговских атомов с параметрами, (б) разомкнутой цепочки из 10 неидентичных ридберговских атомов, (в) замкнутой цепочки из 10 неидентичных ридберговских атомов, каждый из которых связан с двумя ближайшими соседями с каждой стороны. Все зависимости рассчитаны для $\Omega = 2.5$, $c = 5$. Расстройки по параметрам для зависимостей из рис. 1.23 (а) ((б),(в)) представлены в таблицах 1.7 (1.7) соответственно.

На зависимостях из рисунка 1.23 хорошо видны области Δ , которые соответствуют одному или нескольким положительным показателям Ляпунова, т. е. областям существования хаоса и гиперхаоса, во всех типах рассматриваемых цепочек. Последнее подтверждает общий характер возникновения хаоса и гиперхаоса в различных цепочках когерентных квантовых систем.

i	$\delta\Omega_i$	$\delta\Delta_i$	δc_i
1	-0.2	+0.45	-0.1
2	-0.15	0	+0.45
3	+0.05	-0.4	0
4	0	-0.05	+0.4
5	+0.2	+0.25	-0.35

Таблица 1.1: Параметры пяти отдельных ридберговских атомов, используемых для расчета зависимостей на рисунке 1.23 (а), где индекс i означает позицию атома в цепочке.

i	$\delta\Omega_i$	$\delta\Delta_i$	δc_i
1	-0.25	+0.45	-0.4
2	+0.1	0	+0.15
3	-0.15	-0.3	0
4	0	-0.1	+0.4
5	+0.2	+0.25	-0.2
6	-0.35	+0.35	-0.5
7	+0.05	-0.2	+0.25
8	-0.05	-0.35	+0.1
9	+0.15	+0.05	+0.45
10	+0.25	+0.5	-0.25

Таблица 1.2: Параметры десяти отдельных ридберговских атомов, используемых для расчета зависимостей на рисунках 1.23 (б,в), где индекс i означает позицию атома в цепочке.

1.8 Исследование и управление динамикой решеток связанных ридберговских атомов

Исследуемые решетки из N связанных ридберговских атомов описываются системой квазиклассических уравнений 1.4:

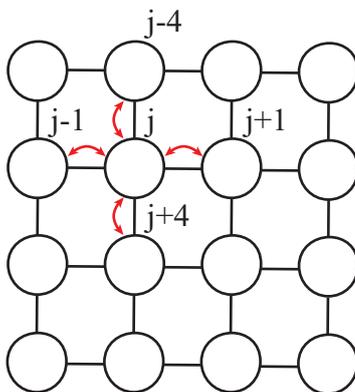


Рис. 1.24: Модель решетки, состоящей из 16 связанных ридберговских атомов.

В настоящей работе проводилось исследование квадратных решеток, состоящих из 4, 9, 16, 25 и 36 связанных ридберговских атомов. Модель исследуемой системы приведена на рисунке 1.24. В исследуемой модели учитывается влияние только атомов, находящихся по соседству по горизонтали и вертикали. Для анализа динамики решеток, как и для цепочек ридберговских атомов, использовался расчет спектров показателей Ляпунова.

На рисунке 1.25 приведены зависимости спектров показателей Ляпунова от управляющего параметра (отстройки частоты лазерного излучения от частоты резонансного атомного перехода) для квадратных решеток из 9, 16, 25 и 36 ридберговских атомов. Из него видно наличие гиперхаоса в исследуемых системах. Также наблюдается увеличение области гиперхаоса и уменьшения числа и ширины окон периодичности внутри него. Подобный эффект увеличения области гиперхаоса и уменьшения числа и ширины окон периодичности внутри него был обнаружен и при увеличении второго управляющего параметра – частоты Раби.

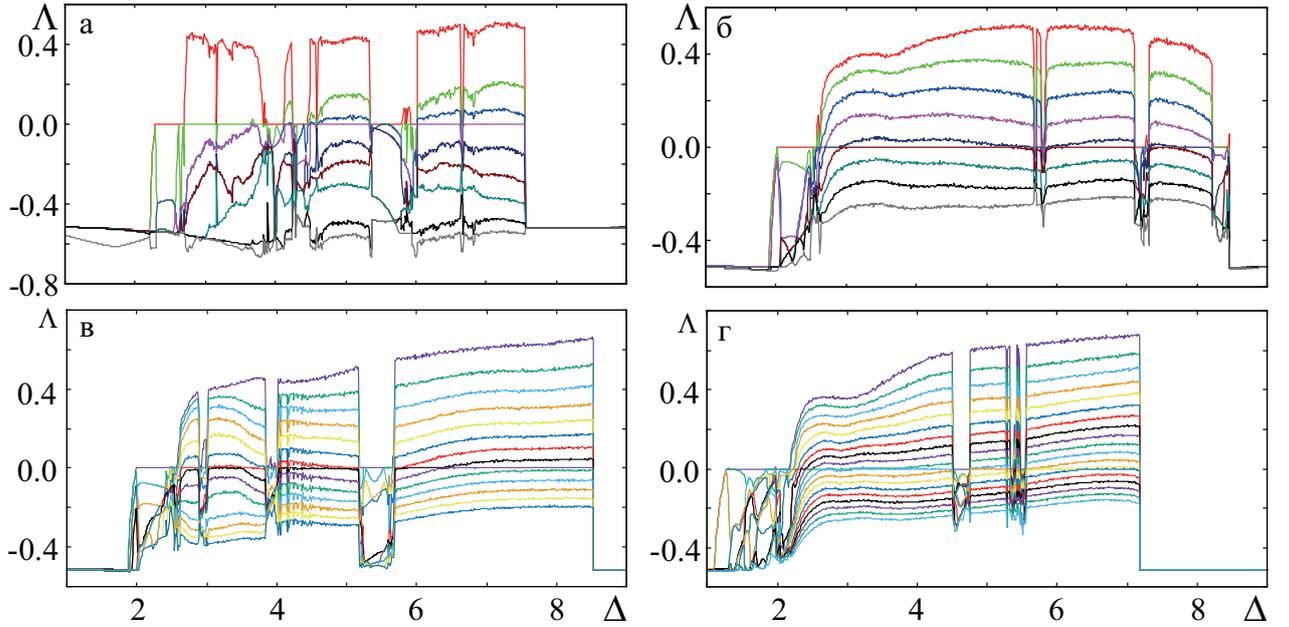


Рис. 1.25: Спектры пространственных показателей Ляпунова для решеток, состоящих из 9 (а), 16 (б), 25 (в) и 36 (г) связанных ридберговских атомов при $\Omega = 2.0$.

Было обнаружено, что при увеличении числа атомов в системе происходит практически линейный рост максимального числа положительных показателей Ляпунова в области гиперхаоса, что продемонстрировано на рисунке 1.26.

Для управления гиперхаосом в решетках связанных ридберговских атомов используется введение внешнего параметрического воздействия [113, 114] и введение непрерывной обратной связи [120, 121]. В качестве параметрического воздействия, как и для замкнутых цепочек, была выбрана модуляция частоты Раби внешним периодическим воздействием, которое задается формулой (1.9).

При значениях управляющих параметров $\Omega = 2.0$ и $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу с 3 положительными показателями Ляпунова в автономной системе, представляющей собой решетку из 9 связанных ридберговских атомов, была проанализирована система (1.4) под внешним воздействием (1.9) в зависимости от амплитуды и частоты этого воздействия. Для анализа использовался расчет спектра условных показателей Ляпунова.

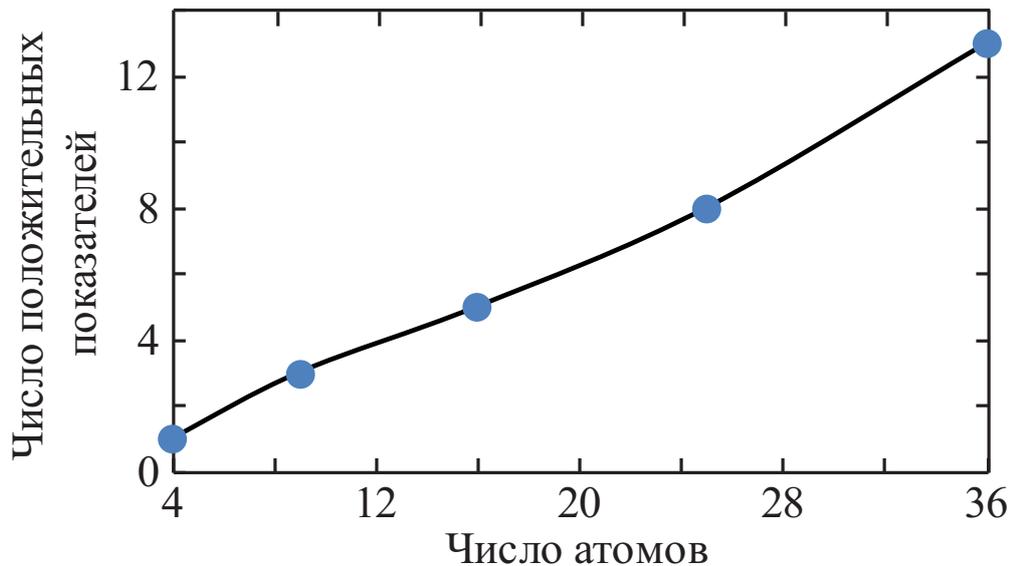


Рис. 1.26: Зависимость максимального числа положительных показателей Ляпунова от числа атомов в решетке при $\Omega = 2.0$.

На рисунке 1.27 изображен спектр условных показателей Ляпунова для решетки из 9 атомов при изменении амплитуды внешнего воздействия. На нем видны области, когда в системе удастся уменьшить число положительных показателей на 1 при $f \simeq 0.47$ и $f \simeq 1.87$, на 2 при $f \simeq 0.67$ и $f \simeq 1.47$, и полностью подавить гиперхаос при $f \simeq 1.02$.

Следующим этапом частота внешнего воздействия была выбрана равной 1.02, при которой при $M = 0.2$ удастся полностью подавить гиперхаос, характеризующийся тремя положительными показателями Ляпунова, и рассчитывается спектр условных показателей Ляпунова при изменении глубины модуляции M для тех же значений управляющих параметров Ω и Δ , что и для рисунка 1.27. Данный спектр, полученный в результате данного исследования, изображен на рисунке 1.28. На нем хорошо видны две области значений амплитуды внешнего воздействия, когда в системе удастся достигнуть полного подавления гиперхаоса установить в ней периодическую динамику.

Метод управления колебаниями с помощью введения непрерывной обратной связи основан на модуляции интенсивности внешнего возбуждающего

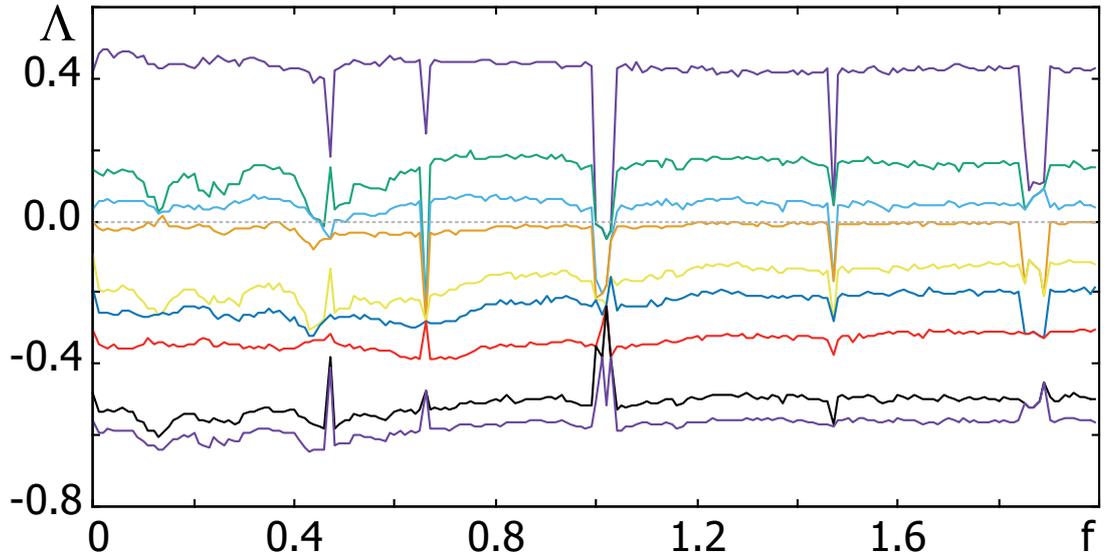


Рис. 1.27: Спектр условных показателей Ляпунова для квадратной решетки, состоящей из 9 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.0$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении частоты внешнего воздействия, $M = 0.2$.

лазерного излучения сигналом, снимаемым с одного из атомов данной системы [120]:

$$\Omega = \Omega_m [1 + M(w_j - \bar{w}_j)] \quad (1.12)$$

где Ω_m - частота Раби в автономной системе, M - амплитуда обратной связи, j - номер атома, с которого реализуется обратная связь, \bar{w}_j - среднее значение w за последние 5 секунд.

При тех же значениях управляющих параметров, что и для системы под внешним параметрическим воздействием (1.9), были рассчитаны спектры условных пространственных показателей Ляпунова для решеток ридберговских атомов (1.4) с непрерывной обратной связью (1.12). Один из таких спектров изображен на рисунке 1.29, на котором видны области параметра M , при которых снизить число положительных Ляпуновских показателей на 1. При этом, как показано ранее, введение внешнего параметрического воздействия может способствовать их уменьшению вплоть до 0, что говорит о большей эф-

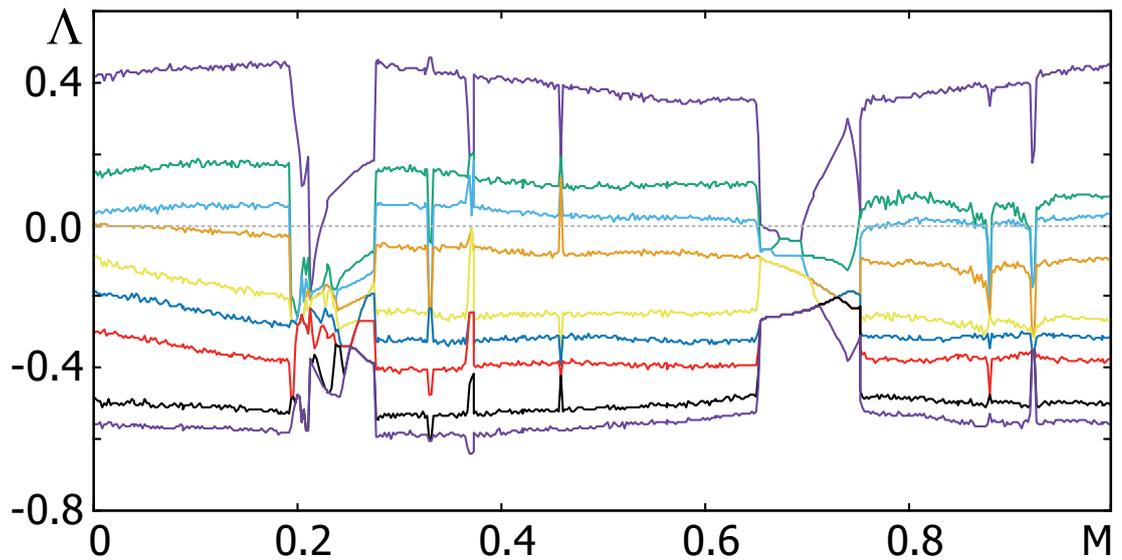


Рис. 1.28: Спектр условных показателей Ляпунова для квадратной решетки, состоящей из 9 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.0$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении амплитуды внешнего воздействия, $f = 1.02$.

фektivности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи. Это связано с тем, что при использовании непрерывной обратной связи на систему подается хаотический

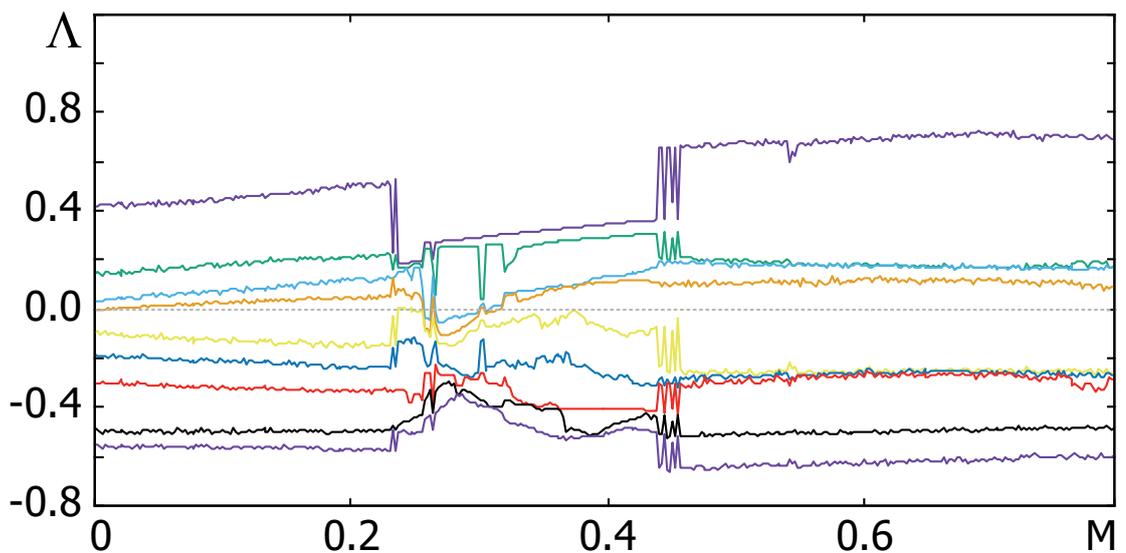


Рис. 1.29: Спектр условных показателей Ляпунова для квадратной решетки, состоящей из 9 ридберговских атомов при значении параметров $\Omega = 2.0$, $\Delta = 5.0$, соответствующих гиперхаосу, при изменении амплитуды обратной связи.

сигнал, что позволяет стабилизировать лишь одну орбиту. При использовании же параметрического воздействия на систему подается периодический сигнал, что позволяет стабилизировать большее число неустойчивых орбит.

1.9 Выводы

Таким образом, в первой главе была проанализирована колебательная динамика двух атомов, замкнутых цепочек и квадратных решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Для них были рассчитаны спектры показателей Ляпунова. В результате этого в случае двух атомов был обнаружен хаос, а в замкнутых цепочках была обнаружена область гиперхаоса, характеризующаяся наличием в спектре большого числа положительных ляпуновских показателей, число которых зависит от числа атомов в цепочке. В ходе работы была установлена интегральная зависимость числа положительных показателей от числа атомов, которая демонстрировала рост первого от роста второго.

Также были проанализированы переходы к хаосу и гиперхаосу в исследуемой системе. Было обнаружено, что переход к хаосу при увеличении расстройки по частоте Δ при постоянном значении частоты Раби Ω осуществляется через каскад бифуркаций удвоений периода, при этом периодическая динамика рождается как окно периодичности в область квазипериодических колебаний. Был обнаружен эффект роста числа пространственных показателей Ляпунова при увеличении числа атомов в цепочке, в то время как спектры мощности при этом, начиная с 12 атомов, переставали меняться. Было дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Было установлено, что атом при данных значениях управляемых параметров коррелирует лишь с 10 из

них, поэтому, начиная с 11 атомов, добавление нового атома не приводит к изменению спектров мощности каждого атома в системе.

Была продемонстрирована возможность управления гиперхаосом в замкнутых цепочках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия как модуляции частоты Раби Ω . Было установлено, что при параметрах Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, в области параметров внешнего воздействия, а именно глубины M и частоты f модуляции, существуют области, в которых удастся полностью подавить гиперхаос и установить в системе периодическую динамику.

В квадратных решетках ридберговских атомов также были обнаружены области управляющих параметров Ω и Δ , когда в системе развивался гиперхаос. Максимальное число положительных показателей Ляпунова в таких решетках линейно увеличивается с ростом числа атомов в них.

Было проведено исследование возможности подавления гиперхаоса в такой системе посредством введения внешнего параметрического воздействия, как и в случае с цепочками, и внешней обратной связи. Установлено, что при использовании первого из них в зависимости от параметров частота-амплитуда внешнего воздействия наблюдалось полное подавление гиперхаоса в системе, в то время как при использовании второго метода удавалось лишь уменьшить число положительных ляпуновских показателей на 1, что свидетельствует о большей эффективности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи. Это связано с тем, что при использовании непрерывной обратной связи на систему подается хаотический сигнал, что позволяет стабилизировать лишь одну орбиту. При использовании же параметрического воздействия на систе-

му подается периодический сигнал, что позволяет стабилизировать большее число орбит.

Глава 2

Процесс обработки внешнего сигнала сетью нейроподобных колебательных элементов

2.1 Введение

Важной научной задачей является изучение колебательной динамики в нейронных сетях [35–37]. Спектр исследований в данной области очень обширен и включает в себя как теоретический анализ модельных систем нейроподобных осцилляторов, так и экспериментальные исследования нейронных ансамблей, включая активность головного мозга, используя различные средства нейровизуализации [38–40]. Несмотря на большое число решенных научных задач, до полного понимания механизмов обработки информации в нейронных сетях еще очень далеко. Поэтому актуальность исследования различных радиофизических эффектов в системах нейроподобных элементов остается актуальной и важной научной задачей. Одной из них является изучение явления когерентного резонанса при обработке нейронной сетью внешнего стимульного воздействия. Явление когерентного резонанса заключается в достижении наиболее когерентного отклика системы при определенном уровне шума. Ранее было исследовано возникновение стохастического резонанса в сетях нейронов Ходжкина-Хаксли [41]. Исследование явления когерентного резонанса в сетях нейронных осцилляторов при внешнем воздействии может помочь в понимании процессов, происходящих в сетях при обработке внешних стимулов при различном уровне внутреннего шума, который объясняется

случайным открытием ионных каналов нейронов [44, 45]. Представляет значительный интерес и экспериментальное исследование данного эффекта при обработке визуальных стимулов центральной нервной системой человека по данным колебательной электрической активности мозга.

В данной главе проводится исследование динамики нейронной сети, обнаружение явления когерентного резонанса в зависимости от величины внешнего сигнала, а затем его экспериментального подтверждения. В качестве математической модели нейрона рассмотрены сначала отображение Рутькова [122, 123], а затем модель нейрона Ходжкина-Хаксли [124].

Модель нейрона, описанная с помощью отображения Рутькова, предложенная Николаем Ф. Рутьковым в 2001 г. [122], не явно основана на физиологических процессах, происходящих в мембране, но она способна генерировать сложную и специфическую нейронную динамику (молчание, периодические спайки или хаотическая пачечная активность), воспроизводя таким образом большое число основных экспериментально наблюдаемых режимов [125], включая спайковую адаптацию, движение от режима молчания к пачечной активности посредством допороговых колебаний, фазовую и антифазовую синхронизацию с хаотической регулизацией [122] и сложную и пачечную синхронизацию.

Модель Ходжкина-Хаксли, предложенная в 1952 г. Ходжкиным и Хаксли, построена с учетом экспериментальных данных и позволяет с большой точностью описывать появление импульсов на нейроне [124]. Модель учитывает динамику ионных каналов, способных пропускать или не пропускать ионы через мембрану в зависимости от разности потенциалов между внутренним и внешним пространством клетки (трансмембранным потенциалом). В состоянии равновесия мембранный потенциал приблизительно равен -70 мВ. Это связано с различными концентрациями ионов разного типа внут-

ри и снаружи клетки. Например, ионов натрия больше снаружи, а ионов калия больше внутри. Натриевые каналы обладают существенно более быстрой кинетикой. Деполяризация мембраны приводит к открытию натриевых каналов. Ионы натрия устремляются внутрь, что приводит к ещё большей деполяризации мембраны и открытию ещё большего числа натриевых каналов. После этого открываются более медленные калиевые каналы, натриевые же каналы при этом закрываются, прекращая натриевый ток внутрь клетки. Ионы калия устремляются из нейрона, и нейрон постепенно возвращается к своему исходному состоянию, после чего калиевый ток не останавливается, что приводит к ещё большей поляризации мембраны. Данный эффект носит название рефрактерного. В течение рефрактерного периода мембрана гиперполяризуется, а в последующем потенциал покоя восстанавливается за счет работы натрий-калиевого насоса. Модель Ходжкина-Хаксли можно считать первой завершённой математической моделью генерации сигнала в нейроне, причем заслуга ее создателей особенно велика, поскольку биохимические методы для изучения ионных каналов и насосов были разработаны нейробиологией лишь в 1980-х гг.

2.2 Описание модели нейроноподобного элемента

Рулькова

Каждый нейроноподобный элемент Рулькова описывается следующей системой уравнений с синаптической связью [123]:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f(x_n, x_{n-1}, y_n + \beta_n), \\ y_{n+1} &= y_n - \mu(x_n + 1) + \mu\sigma + \mu\sigma_n + \mu A^\xi \xi_n,\end{aligned}\tag{2.1}$$

где x_n – быстрая переменная, связанная с мембранным потенциалом и отражающая взаимодействие “быстрых ионных токов”, y_n – медленная переменная, которая моделирует динамическое “действие медленных ионных токов”.

Медленное изменение во времени переменной y_n обуславливается малостью параметра μ . В настоящей работе при моделировании систем отображений Рутькова полагалось $\mu = 0.0005$. Параметр σ задает невозмущенное состояние нейрона. ξ – гауссовский шум с нулевым средним и стандартным отклонением, равным 1, A^ξ – амплитуда шума. β_n и σ_n описывают внешнее воздействие, которое включает в себя внешние токи деполяризации (возбуждающие) и гиперполяризации (подавляющие), часто используемые в экспериментальных исследованиях нейронов, а также различные синаптические входы, f – разрывная функция.

Быстрое одномерное отображение (2.1) построено так, чтобы оно могло отвечать как за импульсное поведение нейрона (генерация спайков), так и за его равновесное состояние (молчание). Такое поведение может быть достигнуто благодаря использованию разрывной функции специального вида $f(x, y)$ следующего вида:

$$f(x_n, x_{n-1}, y_n) = \begin{cases} \alpha/(1 - x_n) + y_n, & \text{if } x_n \leq 0 \\ \alpha + y_n, & \text{if } 0 < x_n < \alpha + y_n \text{ and } x_{n-1} \leq 0 \\ -1, & \text{if } x_n \geq \alpha + y_n \text{ or } x_{n-1} > 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Здесь α является контрольным параметром отображения. Зависимость $f(x, y)$ от x , полученная при фиксированном y , приведена на рисунке 2.1. Значения параметра α и y_n выбраны таким образом, чтобы проиллюстрировать возможность одновременного существования предельного цикла P_k , соответствующего спайковым колебаниям, и неподвижных точек x_{ps} и x_{pi} . Функция строится таким образом, что когда значения y возрастают или уменьшаются, график зависимости $f(x, y)$ от x соответственно поднимается вверх или опускается вниз. Исключение составляет лишь третий интервал, заданный неравенством $x_n \geq \alpha + y_n$, где значения функции $f(x, y)$ остаются равными -1.

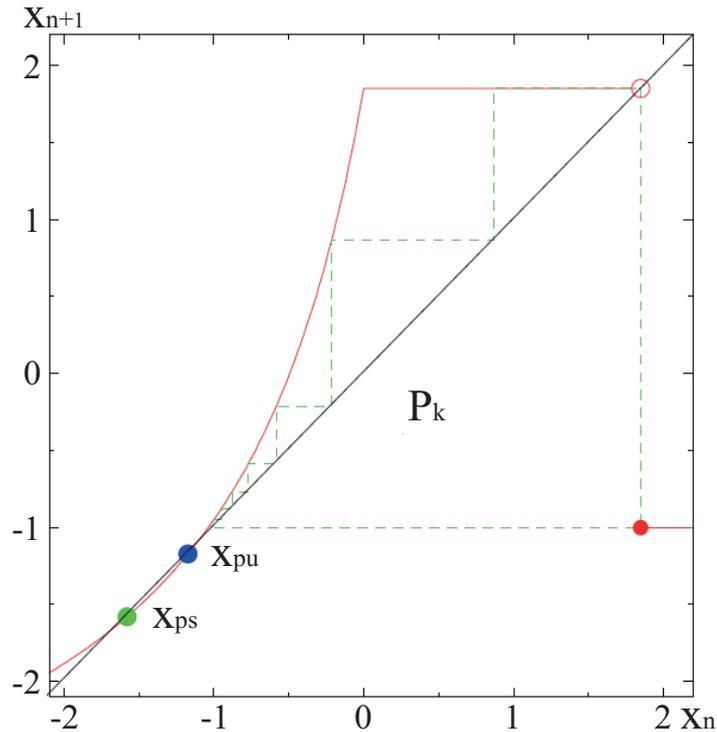


Рис. 2.1: Структура функции быстрого одномерного отображения (2.1), полученная при $\alpha = 5.6$ и фиксированном $y_n = y = -3.75$. График функции $f(x, y)$ изображен сплошной красной линией. Маленькая красная окружность на диагонали в точке разрыва функции обозначает выколотую точку, т.е. на разрыве функция $f(x, y)$ не содержит точки, лежащей на диагонали. Пунктирная линия изображает суперустойчивый цикл P_k . Устойчивая и неустойчивая неподвижные точки одномерного отображения изображены как x_{ps} и x_{pu} соответственно

Уравнение для медленной переменной y_n системы (2.1) задает нелинейную обратную связь и позволяет моделировать как некоторые свойства медленных переходных процессов, так и медленные колебания, формирующие пачки импульсов нейронной активности.

Типичные режимы временного поведения двумерного отображения показаны на рисунке 2.2. При значениях α меньше, чем 4.0, в зависимости от величины параметра σ , отображение находится либо в режиме устойчивого равновесия, либо генерирует непрерывную последовательность спайков. Частота генерации импульсов при этом возрастает с увеличением значений параметра σ (рисунок 2.2 (ж,з)).

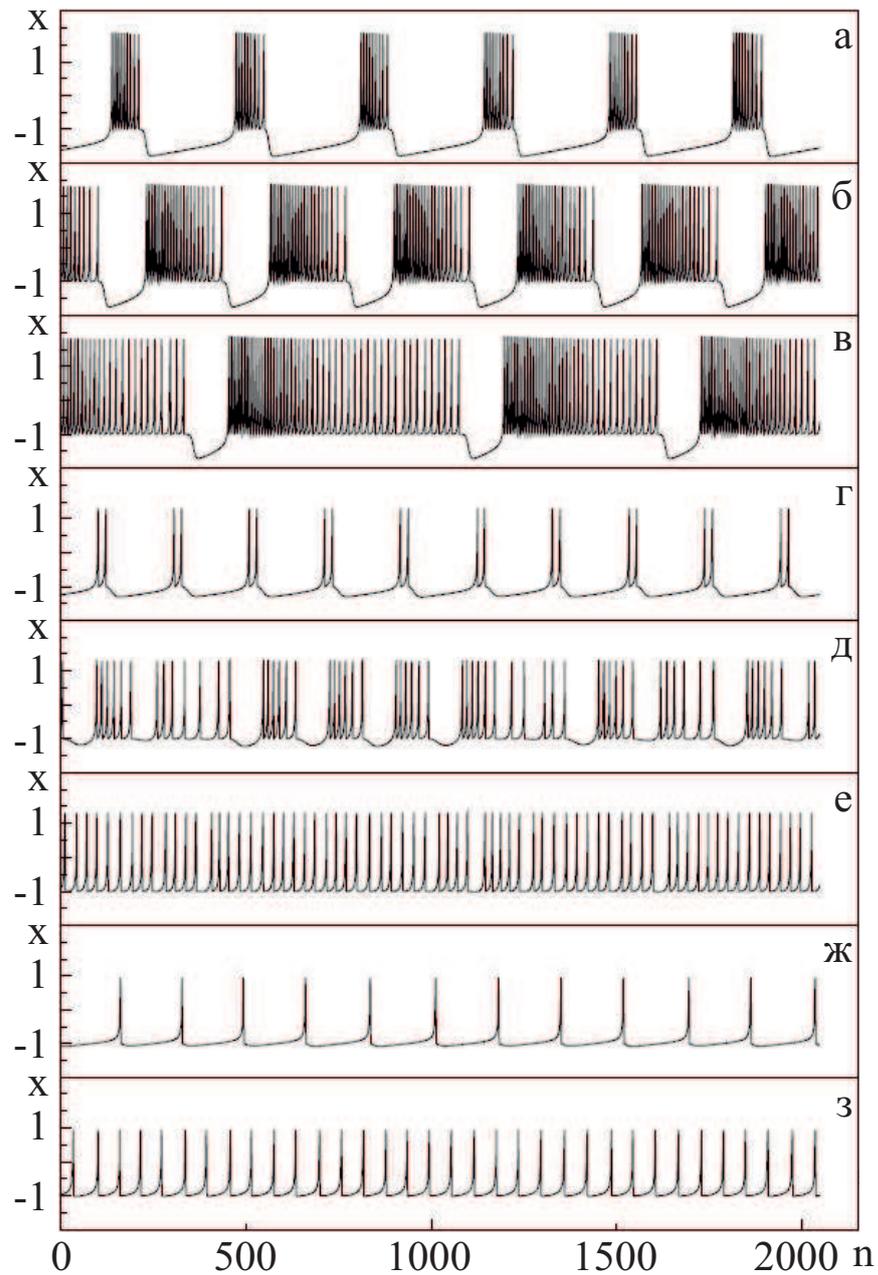


Рис. 2.2: Типичные формы временной зависимости сигналов x_n , соответствующие режимам непрерывной пачечной активности нейрона, генерируемые модельным отображением (2.1). Графики получены для следующих значений параметрой: (а) $\alpha = 5.6$, $\sigma = -0.25$; (б) $\alpha = 5.6$, $\sigma = 0.2$; (в) $\alpha = 5.6$, $\sigma = 0.322$; (г) $\alpha = 4.6$, $\sigma = -0.1$; (д) $\alpha = 4.6$, $\sigma = 0.16$; (е) $\alpha = 4.6$, $\sigma = 0.225$; (ж) $\alpha = 3.9$, $\sigma = 0.04$; (з) $\alpha = 3.9$, $\sigma = 0.15$.

При $\alpha > 4$ динамика отображения позволяет генерировать пачки спайков. Этот режим наблюдается в интервале значений параметра σ , который располагается между режимами непрерывной импульсной активности и стационарным состоянием. Режимы пачечной активности включают в себя как

регулярные, так и хаотические режимы. Некоторые из этих режимов приведены на рисунке 2.2 (а-г). Режимы с хаотической динамикой показаны на рисунке 2.2 (д,е).

Параметры β_n и σ_n , описывающие внешнее воздействие, определяются как

$$\begin{aligned}\beta_n &= \beta^e I_n^{ext} + \beta^{syn} I_n^{syn}, \\ \sigma_n &= \sigma^e I_n^{ext} + \sigma^{syn} I_n^{syn}.\end{aligned}\tag{2.3}$$

β^e и σ^e – коэффициенты внешних токов I_n^{ext} . β^{syn} и σ^{syn} – коэффициенты синаптической связи. I_n^{syn} – синаптический ток:

$$I_{n+1}^{syn} = \gamma I_n^{syn} - g_{syn} * \begin{cases} (x_n^{post} - x_{rp}), & \text{spike}^{pre}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}\tag{2.4}$$

где g_{syn} – сила синаптической связи, $g_{syn} > 0$. Индексы *pre* и *post* соответствуют пресинаптическим и постсинаптическим переменным соответственно. Первое условие в (2.4) соответствует моменту генерации пресинаптического импульса (спайка) и определяется как $x_n^{pre} \geq \alpha + y_n^{pre} + \beta_n^{pre}$. Параметр γ – время релаксации синапса, $0 \leq \gamma \leq 1$, который определяет часть синаптического тока, которая присутствует в следующей итерации. x_{rp} – обратный потенциал, который определяет тип синапса: подавляющий или возбуждающий.

2.3 Исследование влияния внешнего воздействия и внутреннего шума на динамику систем связанных отображений Рутькова

В начале проводились исследования динамики одного отображения Рутькова в зависимости от внешнего стимульного воздействия. Оно представляет

собой импульс следующей формы: сначала он равен 0, в момент t_s , соответствующего времени подачи стимула, он становится равным A . На рисунке 2.3 приведены временные ряды быстрой переменной x_n для системы из одного отображения Рулькова при значении параметров α и σ , соответствующих режиму непрерывной генерации спайков, при наличии и отсутствии внутреннего шума без внешнего воздействия. Видно, что наличие шума в отображении приводит к изменению периода генерации спайков. Если при отсутствии шума спайки генерируются строго периодически, то при наличии шума этот процесс становится нерегулярным. Также заметно, что амплитуда спайков слабо колеблется в некоторой области при наличии шума, в отличие от отображения без шума, когда эта амплитуда постоянная. Можно заметить, что в отсутствие шума переменная x после спайка становится равной -1 и за весь рассматриваемый промежуток времени не опускается ниже этого значения. Для системы с внутренним шумом это не так: быстрая переменная может принимать значения и меньше -1 .

Было исследовано влияние внешнего стимульного воздействия на динамику замкнутой цепочки из 50 однонаправленно связанных отображений Рулькова при наличии внутреннего шума. На рисунке 2.4 изображены временные ряды быстрой переменной x_n для замкнутой цепочки из 50 однонаправленно связанных отображений Рулькова при наличии внутреннего шума и при наличии (а) и отсутствии (б) внешнего воздействия. Для случая, показанного на рисунке 2.4 (а) внешнее воздействие подается только на первый нейрон в момент $n = 0$, и действует оно в течении $T = 400$ итераций. Хорошо видно, что для случая, когда на систему не подается внешнее воздействие, временные зависимости для всех отображений ведут себя абсолютно одинаково: все они генерируют спайки одинаковой амплитуды в одни и те же моменты времени, т.е. в системе достигается синхронизация. Когда же на первое

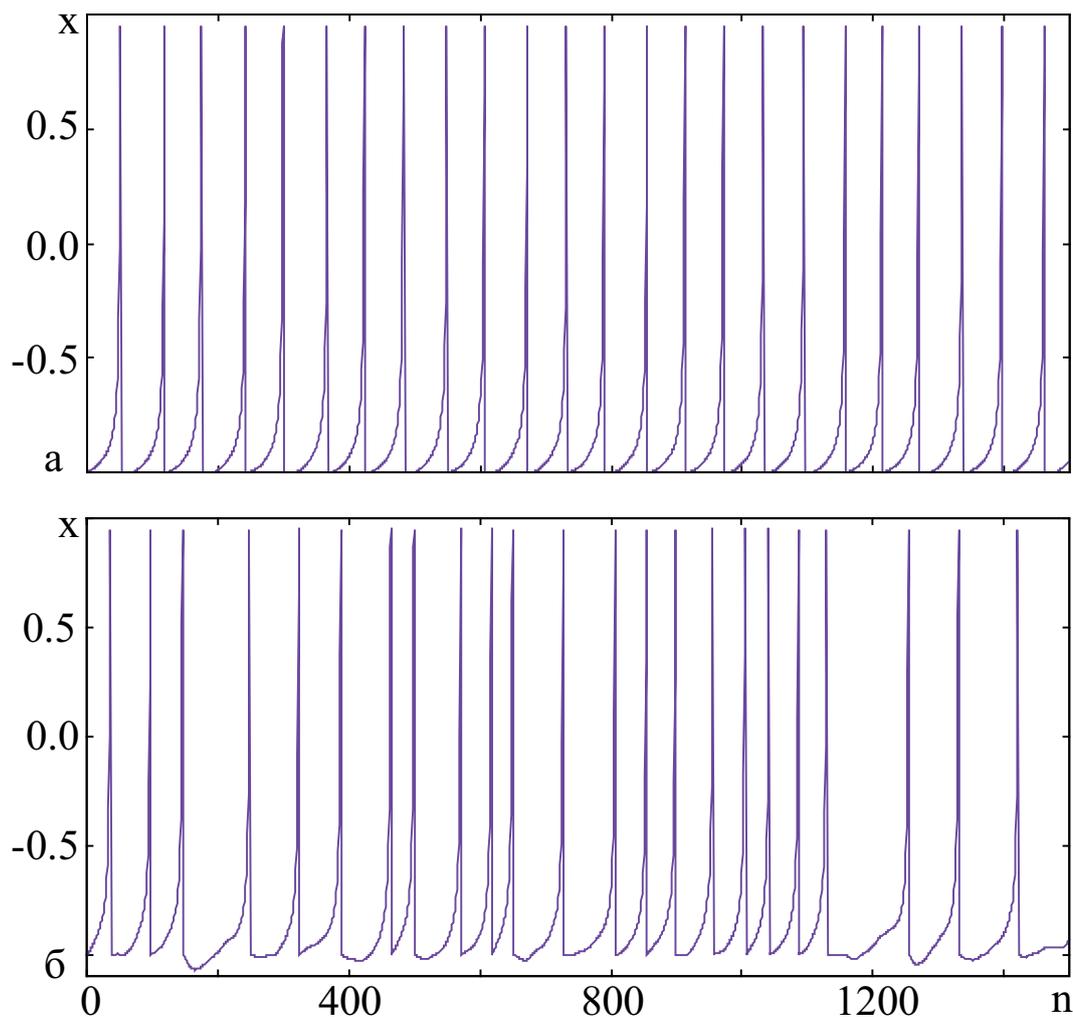


Рис. 2.3: Временные зависимости быстрой переменной x_n для системы из одного отображения Рулькова при отсутствии (а) и наличии (б) внутреннего шума амплитуды $A^\xi = 0.5$ без внешнего воздействия. Значения параметров $\alpha = 3.9$, $\sigma = 0.15$.

отображение оказывается внешнее воздействие, все нейроны начинают генерировать спайки в разные моменты времени не только, когда непосредственно оказывается воздействие, но и даже после того, как внешнее воздействие перестает действовать. Также видно, что возбуждаемый нейрон генерирует спайки большей амплитуды, чем все остальные, пока на него оказывается воздействие, но после прекращения амплитуда спайков возвращается к обычным значениям.

Дальнейшим этапом было исследование влияния как внешнего стимуляционного воздействия, так и внутреннего шума на динамику сети из 50 отоб-

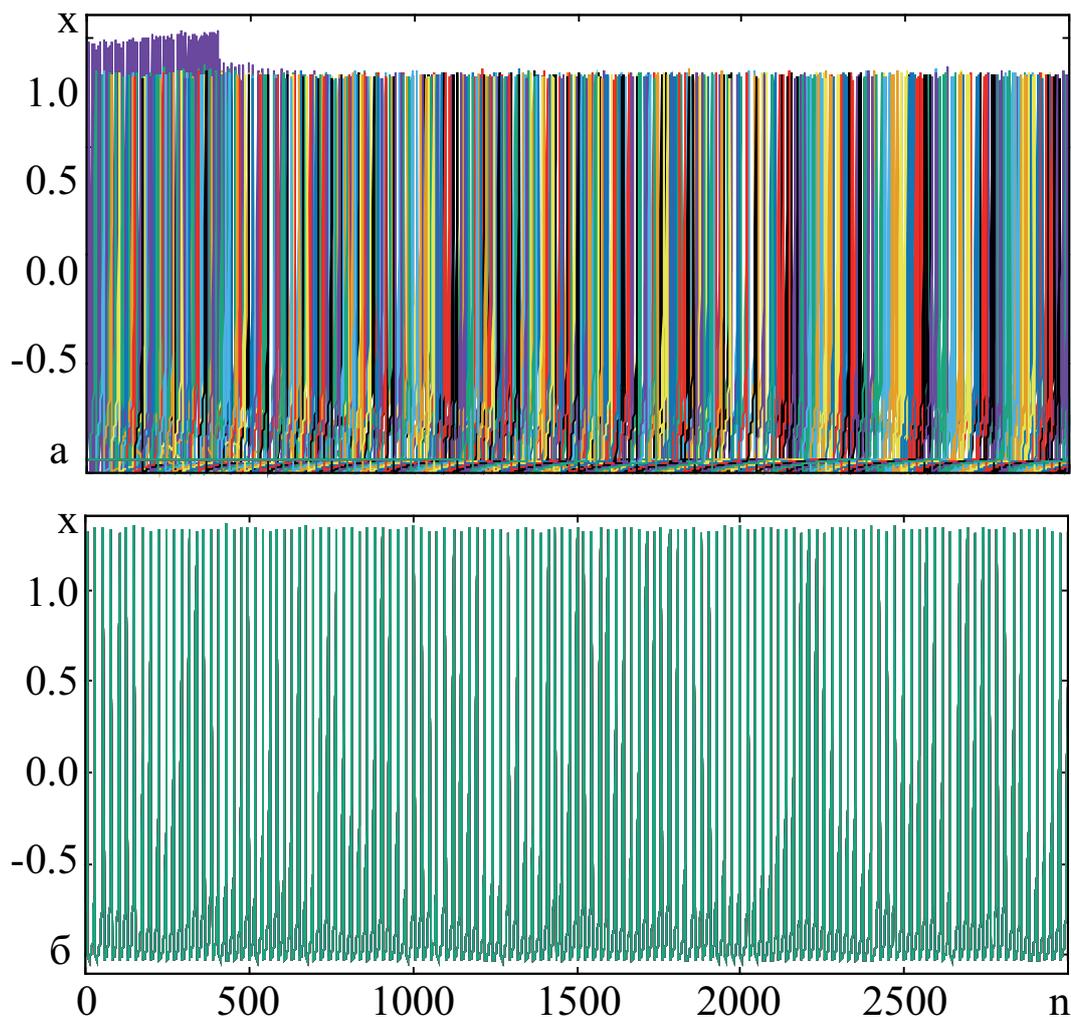


Рис. 2.4: Временные зависимости быстрой переменной x_n для замкнутой цепочки из 50 однонаправленно связанных отображений Рутькова при наличии внутреннего шума амплитуды $A^{\xi} = 0.5$ при наличии (а) и отсутствии (б) внешнего воздействия амплитуды $A = 1.0$ и длительностью $T = 400$ итераций. Значения параметров $\alpha = 3.65$, $\sigma = 0.06$, $g_{syn} = 0.85$, $\beta_{syn} = 0.03$, $\sigma_{syn} = 1.0$. Зависимости для каждого нейрона изображены разными цветами.

ражений Рутькова, связанных каждый с каждым, при этом амплитуда каждой связи выбиралась случайно из диапазона от 0.0 до 0.1.

На рисунке 2.5 изображены сигнал, усредненный по всем нейронам в сети из 50 случайно связанных отображений Рутькова (б), и временные ряды быстрой переменной x для всех нейронов в этой системе (а). В данной системе присутствует внутренний шум. Значения параметров выбраны такими, что без внешнего воздействия система находится в автономном режиме. Воздействие подается при $n = 1000$ и длится $T = 500$ итераций. Из временных

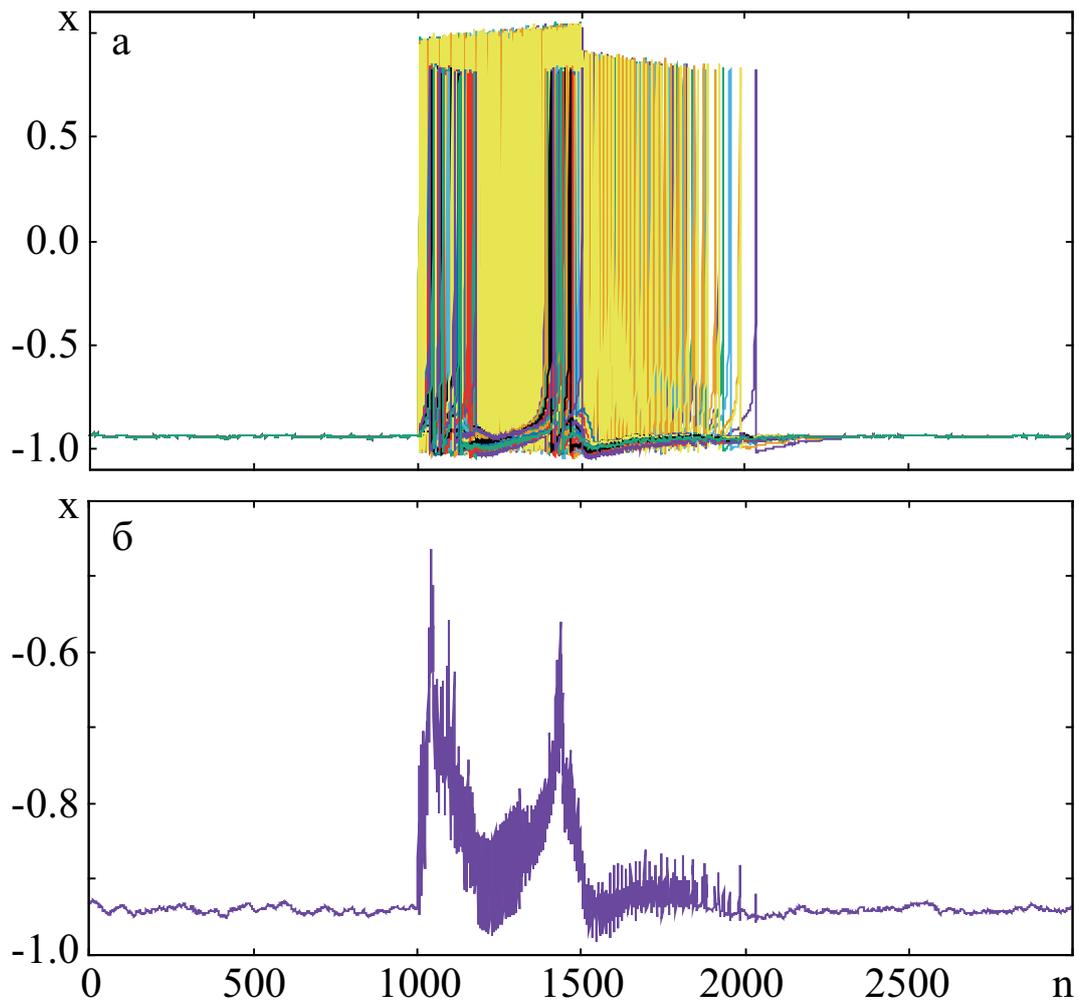


Рис. 2.5: Усредненная временная реализация переменной x по всем нейронам (б) и временные реализации x_n (а) для сети из 50 случайно связанных отображений Рутькова при наличии внутреннего шума амплитуды $A^\xi = 0.5$. В момент $n = 1000$ подается внешнее воздействие на первые пять нейронов в виде импульса амплитудой $A = 1.0$ и продолжительностью $T = 500$. Значения параметров $\alpha = 3.65$, $\sigma = 0.06$. Зависимости для каждого нейрона изображены разными цветами. зависимостей видно, что во время подачи воздействия на первые 5 нейронов последние непрерывно генерируют спайки с амплитудой, выше обычной, причем с течением времени эта амплитуда медленно увеличивается. В то же самое время остальные нейроны генерируют спайки лишь в течении некоторого промежутка времени, после переходят в режим “молчания”, а через какое-то время снова начинают генерировать спайки, и т.д. После прекращения действия внешнего стимула нейроны, которые подвергались воздействию, еще в течении некоторого времени продолжают осуществлять генерацию спай-

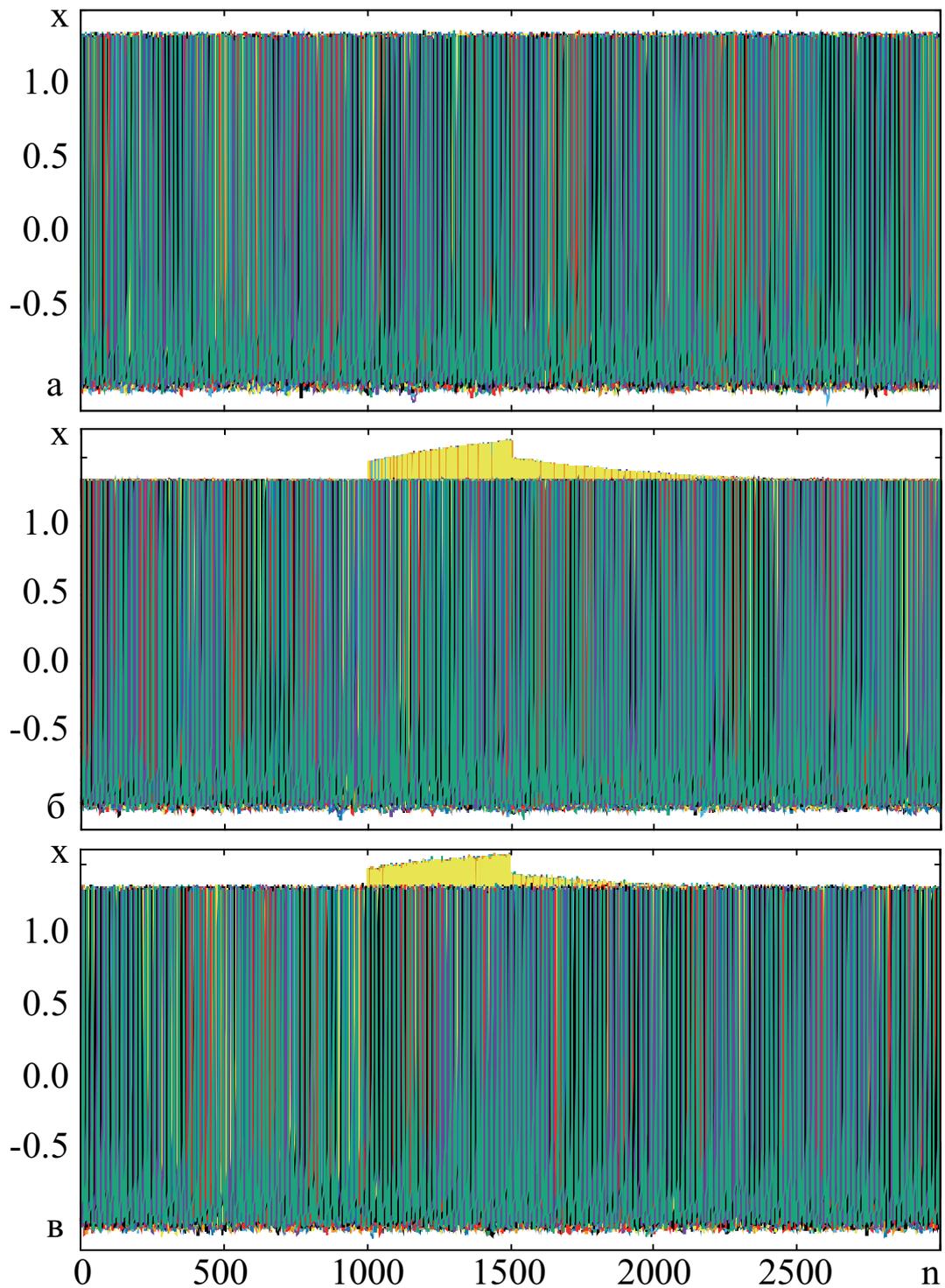


Рис. 2.6: Временные реализации x_n для сети из 50 случайно связанных отображений Рутькова при наличии внутреннего шума амплитуды $A^\xi = 0.5$ и отсутствии внешнего воздействия (а), наличии воздействия амплитуды $A = 1.0$ и отсутствии шума (б) и наличии и того, и другого (в). Внешнее воздействие подается на первые пять нейронов в момент $n = 1000$ и длится $T = 500$ итераций. Значения параметров $\alpha = 4.65$, $\sigma = 0.3$. Зависимости для каждого нейрона изображены разными цветами.

ков, но уже с меньшей частотой и амплитудой, которые с течением времени уменьшаются вплоть до 0.

Из усредненного сигнала видно, что до начала подачи на систему внешнего воздействия в сигнале присутствуют хаотические колебания маленькой амплитуды. Связано это с наличием в системе внутреннего шума. В течении времени, когда на систему подается внешнее воздействие, амплитуда колебаний в усредненном сигнале увеличивается, при чем наблюдаются пики в моменты, когда в системе генерируют спайки невозбуждаемые нейроны. После прекращения действия стимула в сигнале еще присутствуют колебания небольшой амплитуды, пока возбуждаемые нейроны продолжают генерировать спайки. После этого сигнал ведет себя так же, как и до подачи на систему внешнего воздействия.

На рисунке 2.6 изображены временные ряды быстрой переменной x для всех нейронов в сети из 50 случайно связанных отображений Рутькова для случаев наличия в системе только внутреннего шума (а), только внешнего воздействия (б) и их обоих (в). Значения параметров α и σ выбраны такими, что отображения находятся в режиме непрерывной генерации спайков. Из рисунка видно, что в течении оказания внешнего воздействия возбуждаемые нейроны, как и в случае с цепочкой, генерируют спайки с амплитудой, большей, чем до этого. С течением времени она постепенно увеличивается. После этого их амплитуда медленно возвращается к прежнему значению. При отсутствии внутреннего шума в системе амплитуда спайков для всех не возбуждаемых нейронов практически одинакова, а для возбуждаемых - плавно меняется. При наличии же шума разница в амплитуде спайков становится больше, изменение амплитуды спайков для нейронов, когда они находятся под внешним воздействием, становится более изрезанным, а возвращение амплитуды

спайков к стандартным значениям после окончания воздействия происходит быстрее.

2.4 Исследование явления когерентного резонанса в сети отображений Рутькова

Дальнейшим этапом было исследование сети из N отображений Рутькова, связанных каждый с каждым со случайной силой связи g_{syn} и временем релаксации γ (рисунок 2.7). Их величина случайно выбирается из диапазонов $(0.0, 0.1)$ и $(0.0, 0.5)$ соответственно. Значения параметров $\alpha = 3.65$, $\sigma = 0.06$ выбраны таким образом, чтобы каждый нейрон, будучи автономным, находился в режиме молчания. Также полагаются $\beta^e = 0.133$, $\sigma^e = 1.0$, $\beta_{syn} = 0.1$, $\sigma_{syn} = 0.5$ и $x_{rp} = 0.0$. В исследуемой системе внешний стимул подается на N_a нейронов. Он представляет собой импульс следующей формы: сначала он равен 0, в момент t_s , когда мы подаем стимул, он становится равным A . Значения параметров выбраны так, что при применении внешнего стимула к системе все нейроны начинают периодически генерировать спайки.

Для исследования динамики системы анализируются временные ряды быстрой переменной x с каждого нейрона, а также усредненный по всем нейронам сигнал. На рисунке 2.8 изображены такие сигналы для системы 50 нейронов для различного числа нейронов, на которые подается внешний стимул. На нем наблюдается эффект группировки. Он состоит в том, что при $t = t_s$ нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. В результате этого на рисунке 2.8 (д) видно чередование областей генерации невозбуждаемыми нейронами спайков и областей “молчания”. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Хорошо видно, что когда воздействие подается только на 1 нейрон, данный эффект не проявляется. При большом же значении числа

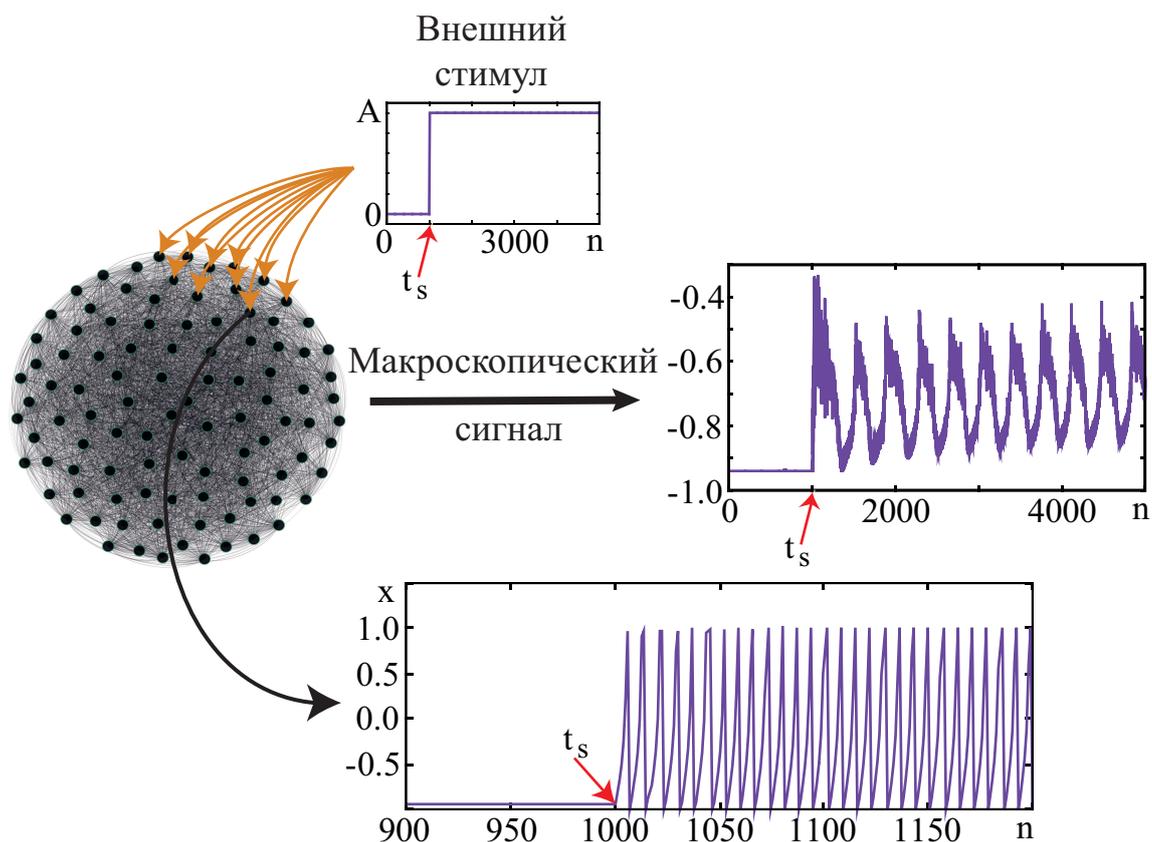


Рис. 2.7: Модель исследуемой системы из N отображений Рутькова, связанных каждый с каждым со случайной амплитудой связи. На часть нейронов подается внешний стимул амплитуды A , который возбуждает их. В результате со всей системы снимается макроскопический сигнал.

возбуждаемых нейронов области молчания нейронов исчезают, и все нейроны постоянно генерируют спайки, но частота генерации у не возбуждаемых нейронов ниже, чем у возбуждаемых.

На рисунке 2.9 изображены временные ряды и усредненные сигналы для системы 100 нейронов для различного числа нейронов, на которые подается внешний стимул. Из рисунка хорошо видно, что для малого (порядка нескольких единиц) и большого (около 30) числа возбуждаемых нейронов данный эффект не наблюдается: для малого числа все невозбуждаемые нейроны находятся в режиме молчания, для большого – все они находятся в режиме генерации, не переходя надолго в режим молчания.

Проводилось изучение влияния амплитуды внешнего воздействия и шума. На рисунках 2.10 и 2.11 изображены временные ряды и усредненные

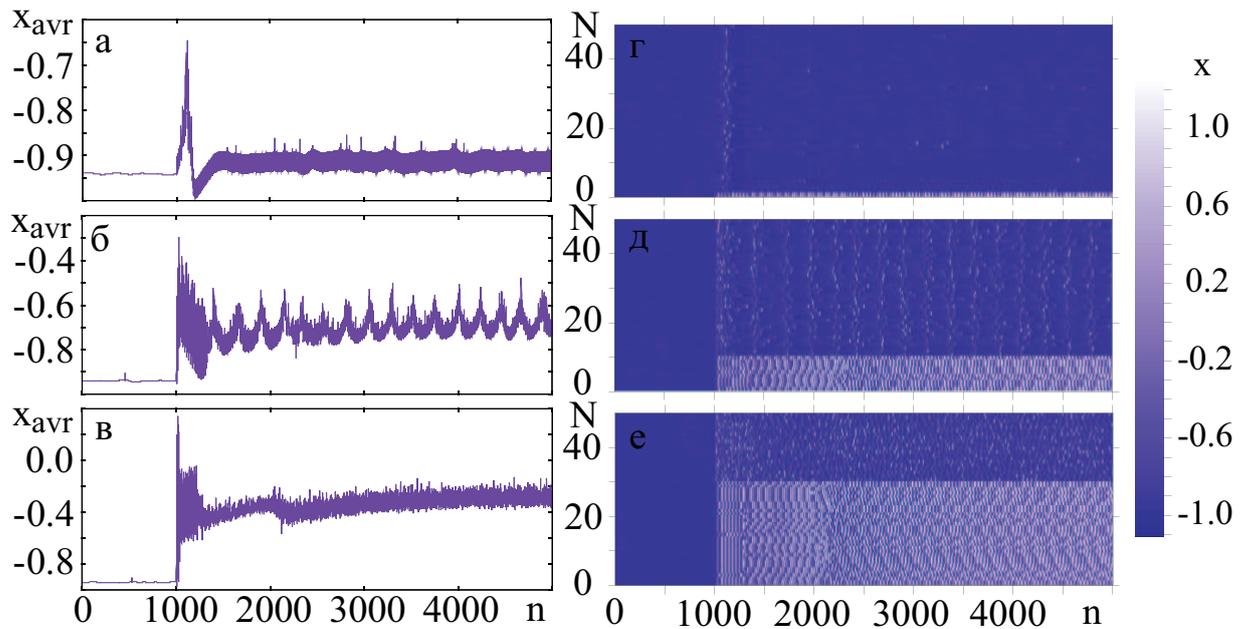


Рис. 2.8: Зависимости переменной x , усредненной по всем нейронам (а-в), и зависимости переменной x по всем 50 нейронам, где амплитуда x определяется цветом (г-е), от числа нейронов, на которые подается внешний стимул в момент $n = 1000$ при $Na = 1, 10$ и 30 соответственно, $A^\xi = 0.1, A = 1.0$.

сигналы в зависимости от величин этих параметров. Хорошо видно, что увеличение амплитуды внешнего стимула приводит к увеличению частоты образования всплесков и их продолжительности и уменьшению временного интервала между ними. Также при этом видно уменьшение амплитуды всплесков. Увеличение амплитуды шума в свою очередь приводит к постепенному исчезновению данного эффекта, усредненный сигнал становится более шумоподобным. Также заметно, что шум начинает возбуждать нейроны при отсутствии внешнего стимула ($n < 1000$), при этом так же наблюдается эффект группировки.

Для анализа явления периодической группировки рассчитывались зависимости отношения сигнала к шуму (SNR) от общего числа нейронов в системе N , числа нейронов Na , на которые подается внешний стимул, амплитуды стимула A и шума A^ξ . SNR рассчитывается из энергетического спектра

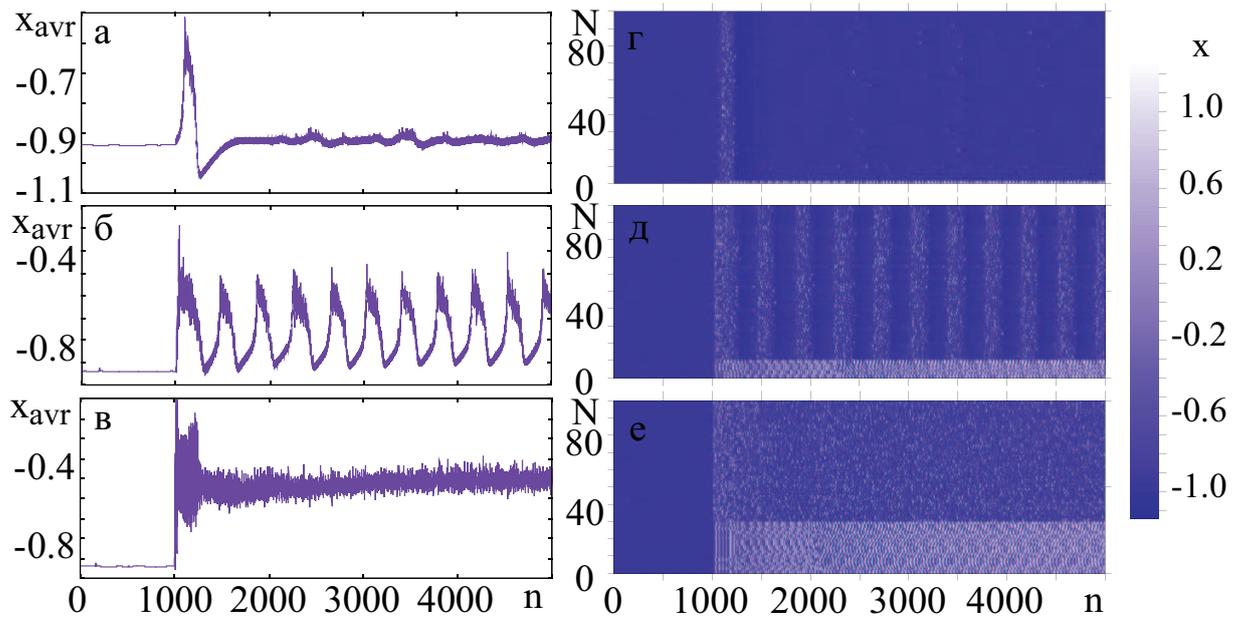


Рис. 2.9: Зависимости переменной x , усредненной по всем нейронам (а-в), и зависимости переменной x по всем 100 нейронам, где амплитуда x определяется цветом (г-е), от числа нейронов, на которые подается внешний стимул в момент $n = 1000$ при $Na = 1, 10$ и 30 соответственно, $A^\xi = 0.1, A = 1.0$.

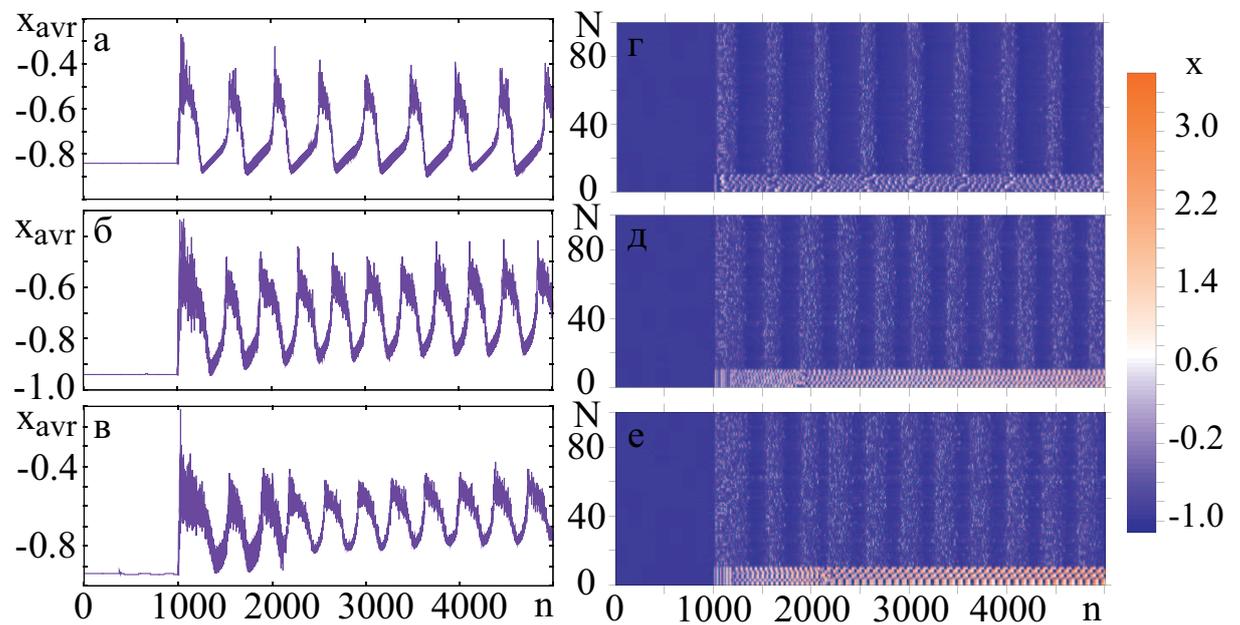


Рис. 2.10: Зависимости переменной x , усредненной по всем нейронам (а-в), и зависимости переменной x по всем 100 нейронам, где амплитуда x определяется цветом (г-е), от амплитуды внешнего стимула при $A = 0.5, 1.5$ и 2.5 соответственно, $A^\xi = 0.1$. Внешний стимул подается на первые 10 нейронов в момент $n = 1000$.

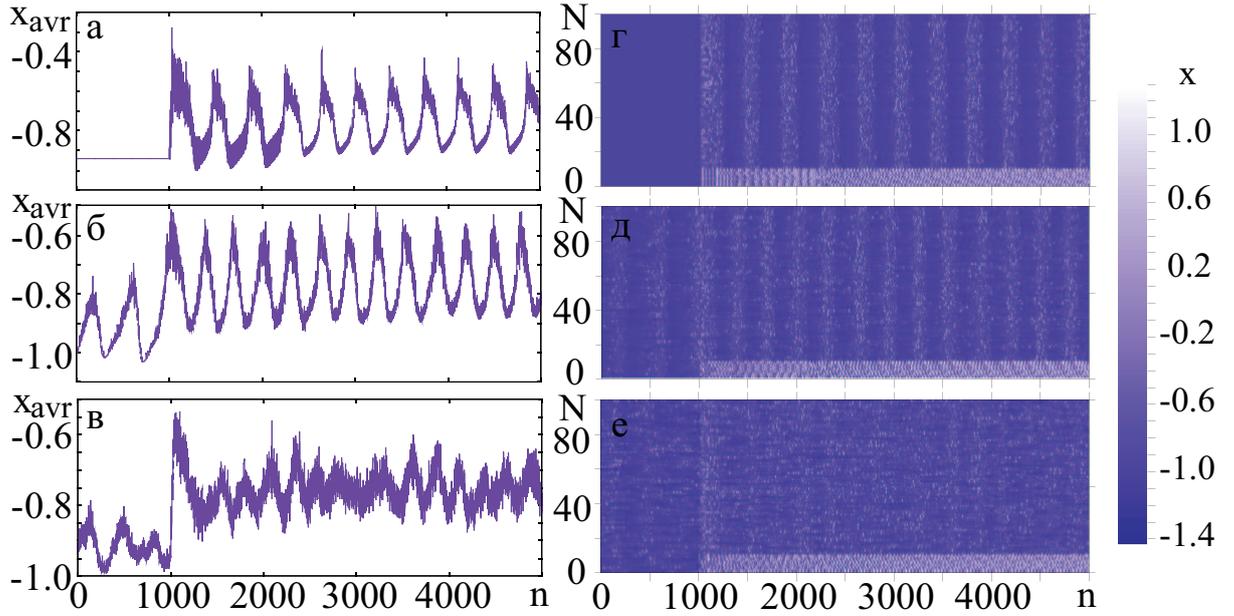


Рис. 2.11: Зависимости переменной x , усредненной по всем нейронам (а-в), и зависимости переменной x по всем 100 нейронам, где амплитуда x определяется цветом (г-е), от амплитуды внутреннего шума при $A^\xi = 0.0, 1.0$ и 2.0 соответственно, $A = 1.0$. Внешний стимул подается на первые 10 нейронов в момент $n = 1000$.

с использованием преобразования Фурье [126]:

$$E(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp^{-i2\pi ft} dt \quad (2.5)$$

Максимум энергии E_{max} в спектре возникает на средней частоте нейронной генерации спайков f_s . Следовательно, эта спектральная компонента отражает вклад регулярного поведения, в то время как шум вносит вклад, в основном, в фоновую компоненту E_N на той же частоте f_s [127–129]. Отношения сигнала к шуму может быть рассчитано из спектра мощности как $\text{SNR} = E_{max}^2 - E_N^2$ (дБ) на основной частоте f_s [130].

На рисунке 2.12 изображена зависимость отношения сигнала к шуму от числа нейронов, на которые подается внешний стимул для системы из 100 нейронов, и спектры мощности для некоторых точек этой зависимости. На ней виден резонансный эффект: в начале происходит быстрый рост SNR, затем оно находится примерно на одном уровне при $Na = 3-18$. При $Na > 18$

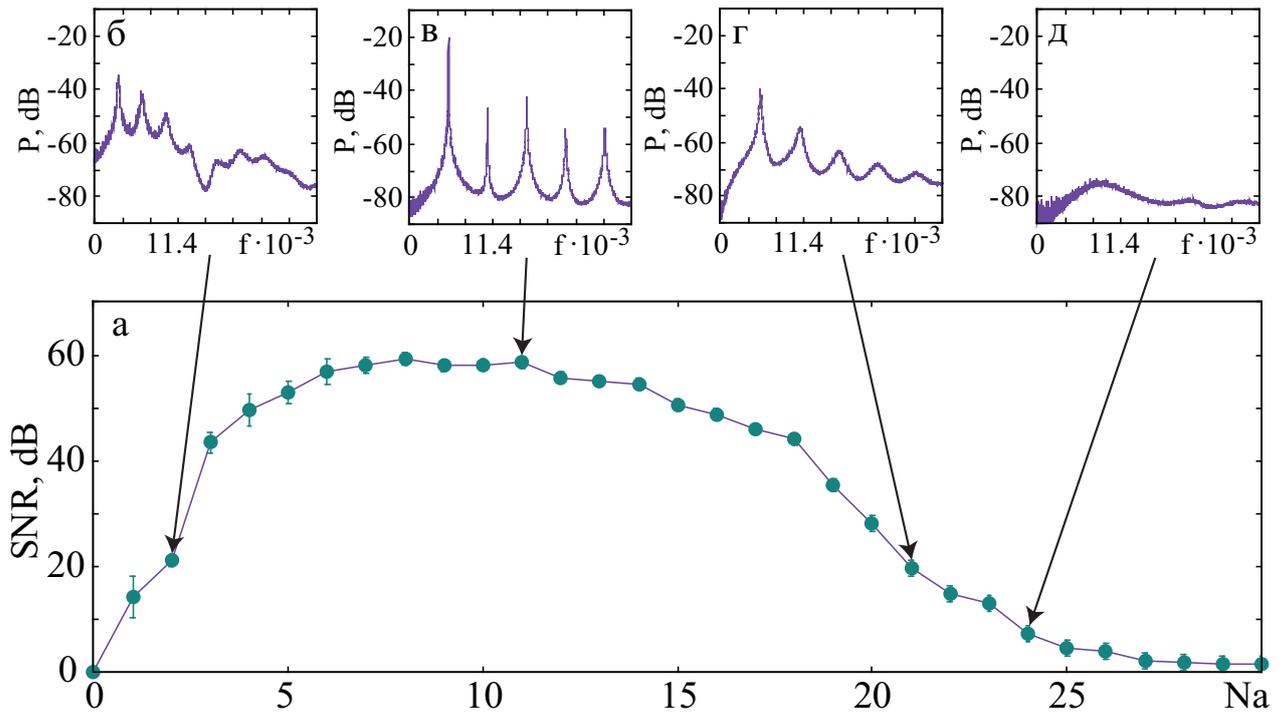


Рис. 2.12: Зависимость отношения сигнала к шуму (SNR) от числа нейронов Na , на которые подается внешнее воздействие (а) при $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$, $N = 100$ и спектры мощности при $Na = 2$ (б), 11 (в), 21 (г) и 24 (д).

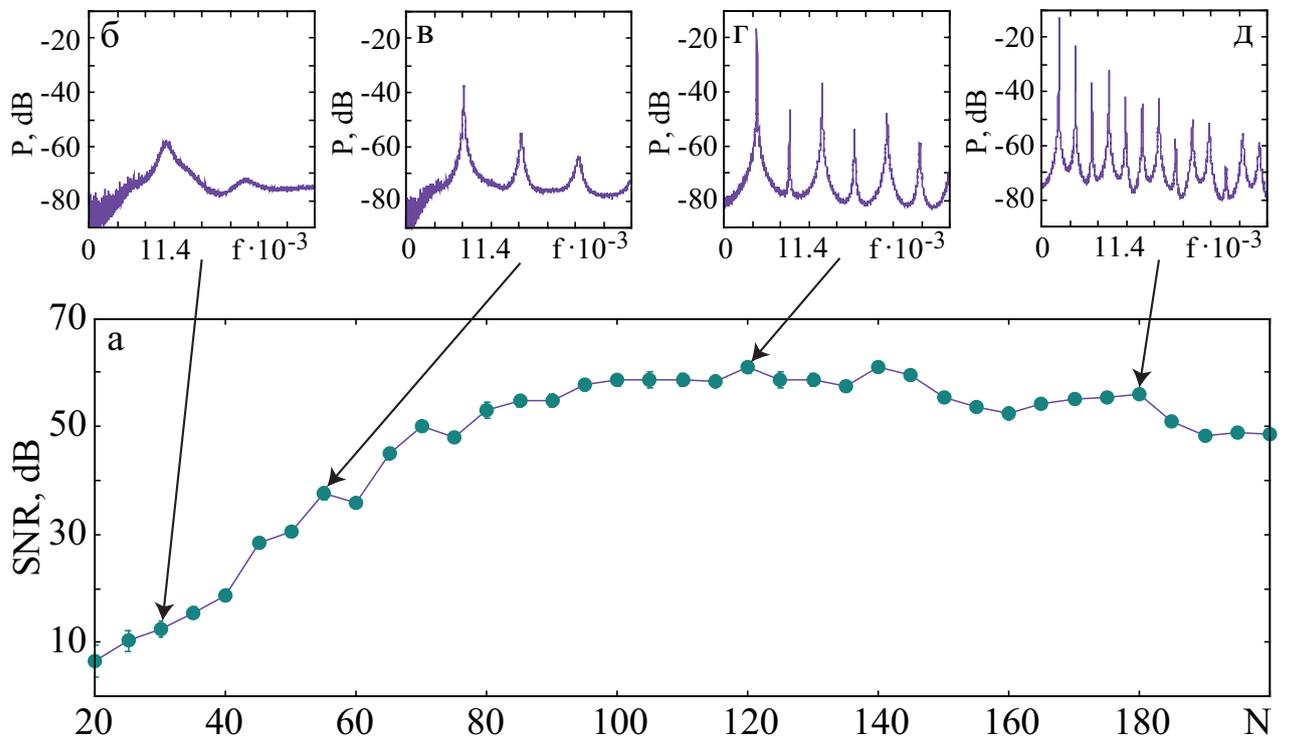


Рис. 2.13: Зависимость отношения сигнала к шуму (SNR) от общего числа нейронов в системе N (а) при $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$, $Na = 10$ и спектры мощности при $N = 30$ (б), 55 (в), 120 (г) и 180 (д).

происходит уменьшение отношения сигнала к шуму, и, начиная с $Na = 27$, SNR близко к нулю.

На рисунке 2.13 изображена зависимость отношения сигнала к шуму от общего числа нейронов в системе, когда внешнее воздействие подается на 10 из них, и спектры мощности для некоторых точек этой зависимости. Для малого N (менее 40) SNR мало, но при его увеличении отношение сигнала к шуму возрастает от 14 до 60 и при дальнейшем увеличении N остается примерно на одном уровне, медленно уменьшаясь при $N > 140$. Частота колебаний при этом постоянно уменьшается при увеличении числа нейронов в сети, а вместе с ней уменьшается и расстояние между гармониками в спектре.

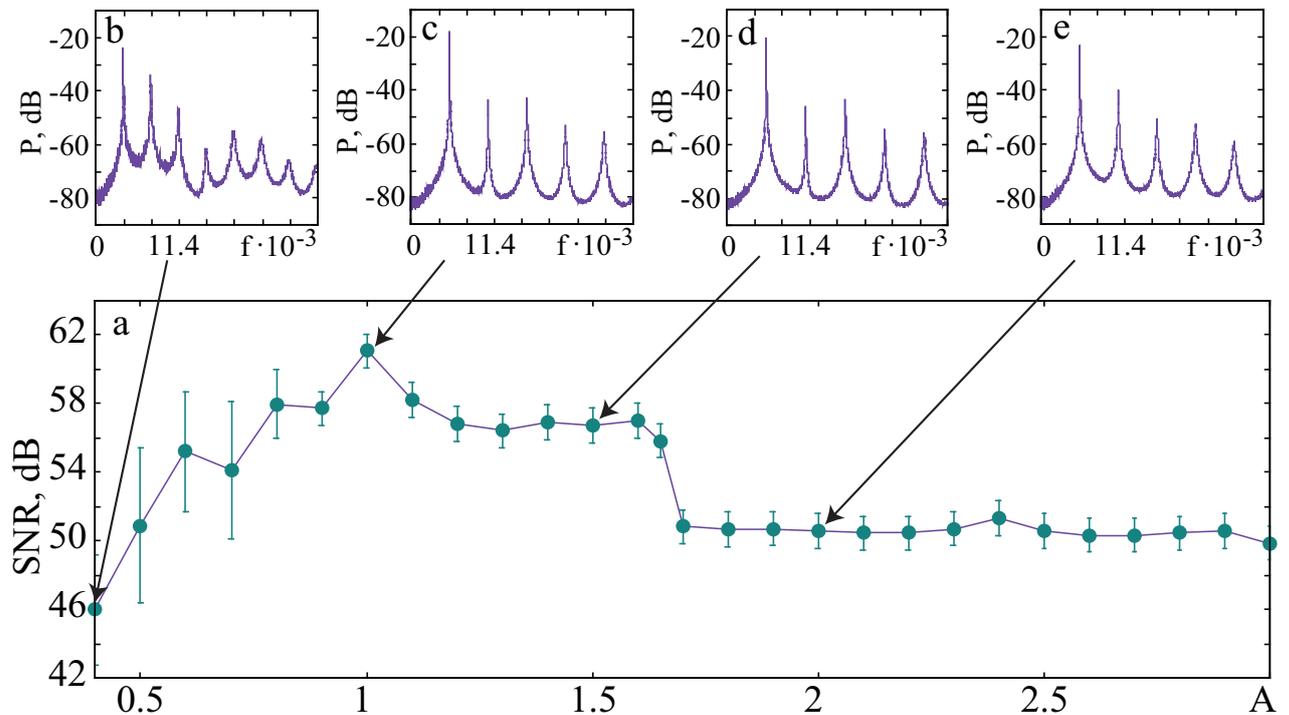


Рис. 2.14: Зависимости отношения сигнала к шуму (SNR) от амплитуды внешнего стимула A (а) при $A^\xi = 0.1$, $N = 100$, $Na = 10$ и спектры мощности при $A = 0.4$ (б), 1.0 (в), 1.5 (г) и 2.0 (д).

Был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда для определенных значений амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Это хорошо видно на рисунке 2.14 (а), где в области значений амплитуды внешнего воздействия от 0.8 до 1.8 на-

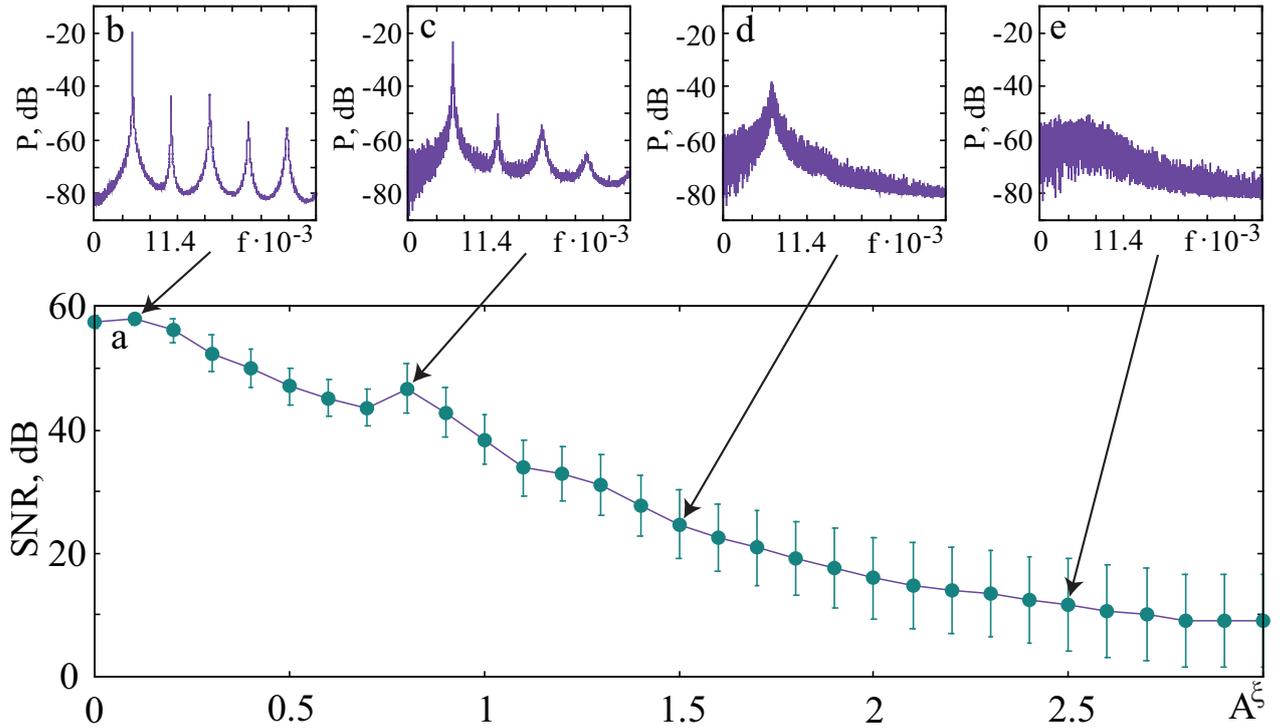


Рис. 2.15: Зависимости отношения сигнала к шуму (SNR) от амплитуды внутреннего шума A^ξ (б) при $Na = 10$, $A = 1.0$, $N = 100$ и спектры мощности при $A^\xi = 0.1$ (б), 0.8 (в), 1.5 (г) и 2.5 (д).

блюдается резонанс. Для всех $A > 1.8$ SNR находится на одном уровне и не меняется. При уменьшении амплитуды внешнего стимула от 0.8 до 0.4 отношение сигнала к шуму так же уменьшается с 58 до 46 . Рисунок 2.15 (а) отражает влияние амплитуды шума на SNR. На ней наблюдается небольшой локальный максимум при $A^\xi = 0.8$. Увеличение амплитуды шума в целом приводит к плавному уменьшению отношения сигнала к шуму и увеличению зашумленности спектров мощности.

Для исследования эффекта когенетного резонанса была построена двухпараметрическая диаграмма зависимости отношения сигнала к шуму от амплитуды внешнего стимула и амплитуды шума (рисунок 2.16). На ней хорошо видны области когерентного резонанса при $0.8 < A < 1.7$ и $0.0 < A^\xi < 1.3$, которые на рисунке соответствуют красному цвету, когда SNR принимает максимальные значения. Также наблюдаются области синего цвета при $A < 0.2$, $A^\xi < 0.25$ и $0.5 < A^\xi < 1.0$, где отношение сигнала к шуму мини-

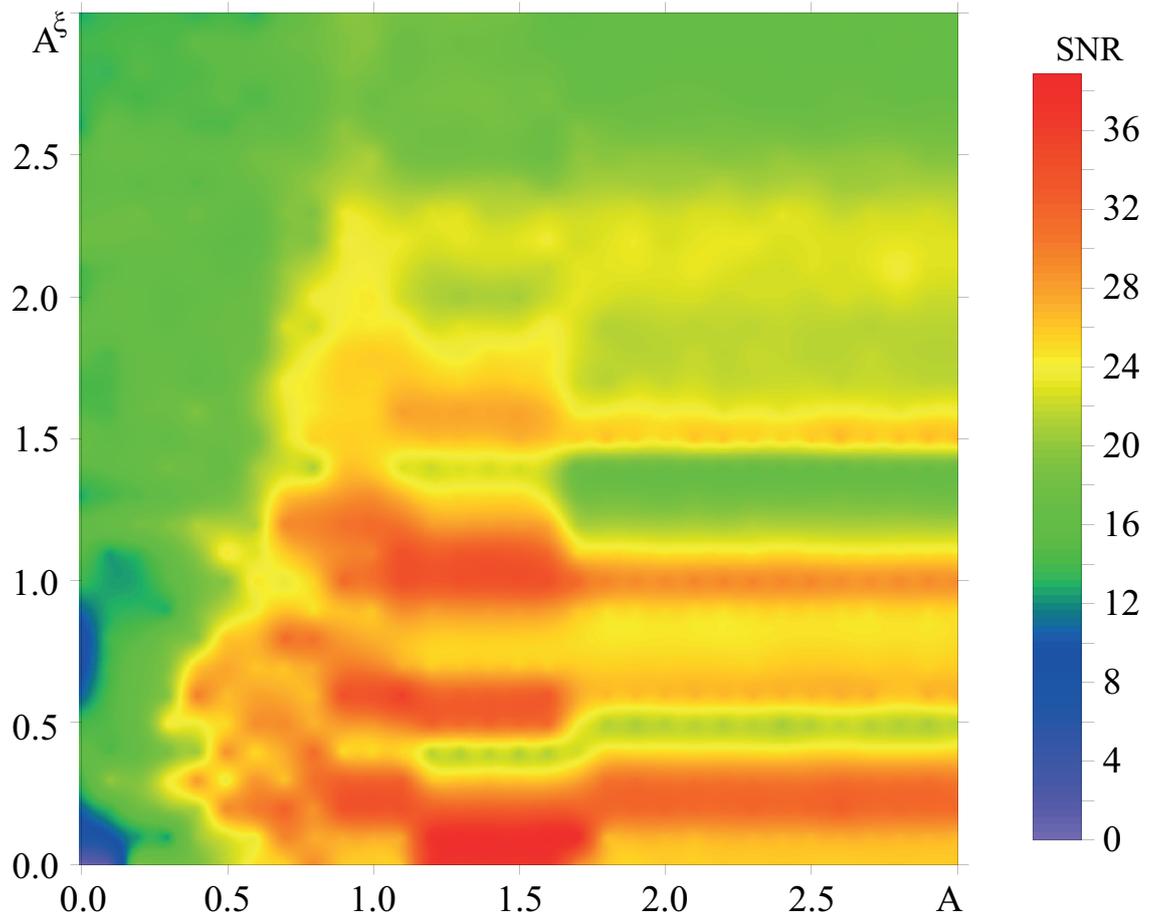


Рис. 2.16: Двухпараметрическая зависимость отношения сигнала к шуму (SNR) от амплитуды внешнего стимула A и амплитуды шума A^ξ при $Na = 10$, $N = 100$.

мально. При $A > 1.7$ для каждого значения амплитуды шума SNR принимает одинаковые значения.

Были проанализированы такие характеристики динамики системы, как степень синхронизации и когенетности. Степень синхронизации вычисляется следующим образом [131, 132]:

$$S = \sqrt{\frac{1}{T - t_0} \int_{t=t_0}^T s(t) dt}, \quad (2.6)$$

$$s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [x_n(t)]^2 - \left[\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n(t) \right]^2,$$

где T – длительность временного ряда, t_0 – длительность переходного процесса, N – число узлов ($n = 1, 2, \dots, N$).

Когерентность определяется следующим образом:

$$H = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N h_n^2 - \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N h_n \right)^2, \quad (2.7)$$

$$h_n = \sqrt{\frac{1}{M - m_0 + 1} \sum_{m=m_0}^M R_m(n)},$$

где R_m – межспайковый интервал между m -м и $(m + 1)$ -м спайком, M – количество спайков ($m = 1, 2, \dots, M$), m_0 – количество спайков переходного процесса.

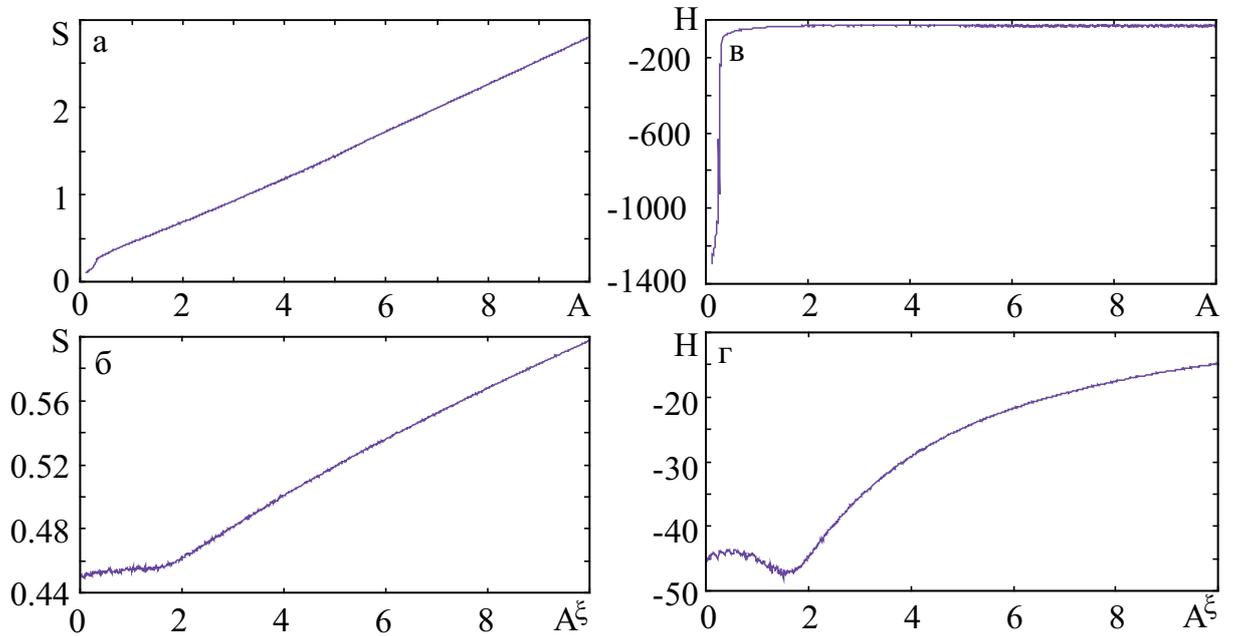


Рис. 2.17: Зависимости степени синхронизации (а,б) и когерентности (в,г) от амплитуды внешнего стимула и внутреннего шума соответственно. Для рисунков (а,в) $A^\xi = 0.1$, для (б,г) $A = 1.0$. $Na = 10$, $N = 100$.

На рисунке 2.17 изображены зависимости степени синхронизации и когерентности от амплитуды внешнего стимула и внутреннего шума. Из рисунка 2.17 (а) видно, что увеличение амплитуды внешнего стимула приводит к линейному росту степени синхронизации. Когерентность же, в свою очередь, очень быстро возрастает и приходит к насыщению (2.17 (в)). Увеличение амплитуды шума от 0 до 2 приводит к незначительному росту степени синхронизации, а увеличение от 2 до 10 – к более значительному линейно-

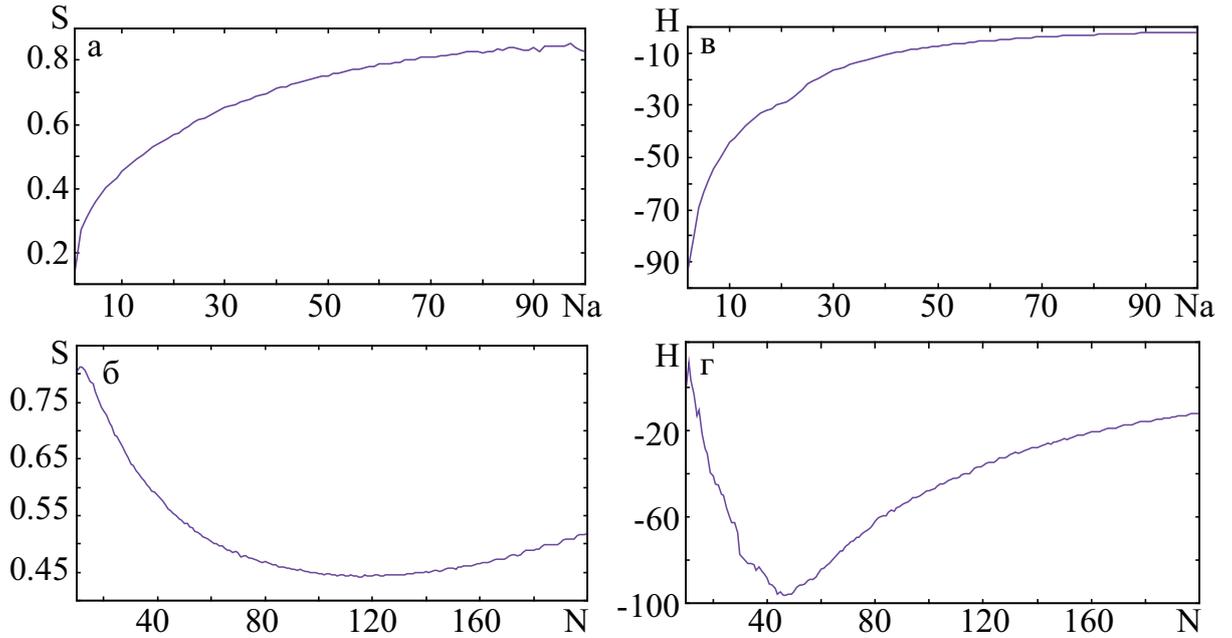


Рис. 2.18: Зависимости степени синхронизации (а,б) и когерентности (в,г) от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие, и общего числа нейронов в сети соответственно. Для рисунков (а,в) $N = 100$, для (б,г) $Na = 10$. $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$.

му росту. Зависимость когерентности от A^ξ характеризуется минимумом при $A^\xi = 1.8$ и ростом при увеличении амплитуды шума от 1.8 до 10.

На рисунке 2.18 изображены зависимости степени синхронизации (а,б) и когерентности (в,г) от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие, и общего числа нейронов в сети. Из рисунков 2.18 (а,в) видно, что увеличение числа возбуждаемых нейронов приводит к увеличению как степени синхронизации, как и когерентности. Обе эти характеристики приходят к насыщению при $Na = 80$. При увеличении же общего числа нейронов в системе S и H сначала уменьшаются, достигают локального минимума и увеличиваются. Для степени синхронизации этот минимум достигается при $N = 115$, а для когерентности - при $N = 45$.

Также для анализа явления когерентного резонанса были рассчитаны такие характеристики сети, как характерное время корреляции и стандартное отклонение амплитуды усредненного сигнала, нормированное на среднее значение.

Характерное время корреляции рассчитывается как [130]:

$$\tau_c = \sum_{n_0}^N C(\tau)^2, \quad (2.8)$$

где n_0 - число итераций переходного процесса, N - количество итераций, $C(\tau)$ - нормализованная функция автокорреляции, которая определяется как

$$C(\tau) = \frac{\langle (x(n) - \langle x \rangle) (x(n + \tau) - \langle x \rangle) \rangle}{\langle (x(n) - \langle x \rangle)^2 \rangle}, \quad (2.9)$$

где x - сигнал, усредненный по всем нейронам, $\langle x \rangle$ - усреднение по времени.

Стандартное отклонение амплитуды усредненного сигнала, нормированное на среднее значение, определяется как [133]

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{n_0}^N (x_n - \langle x \rangle)^2}{N - n_0}} / \langle x \rangle. \quad (2.10)$$

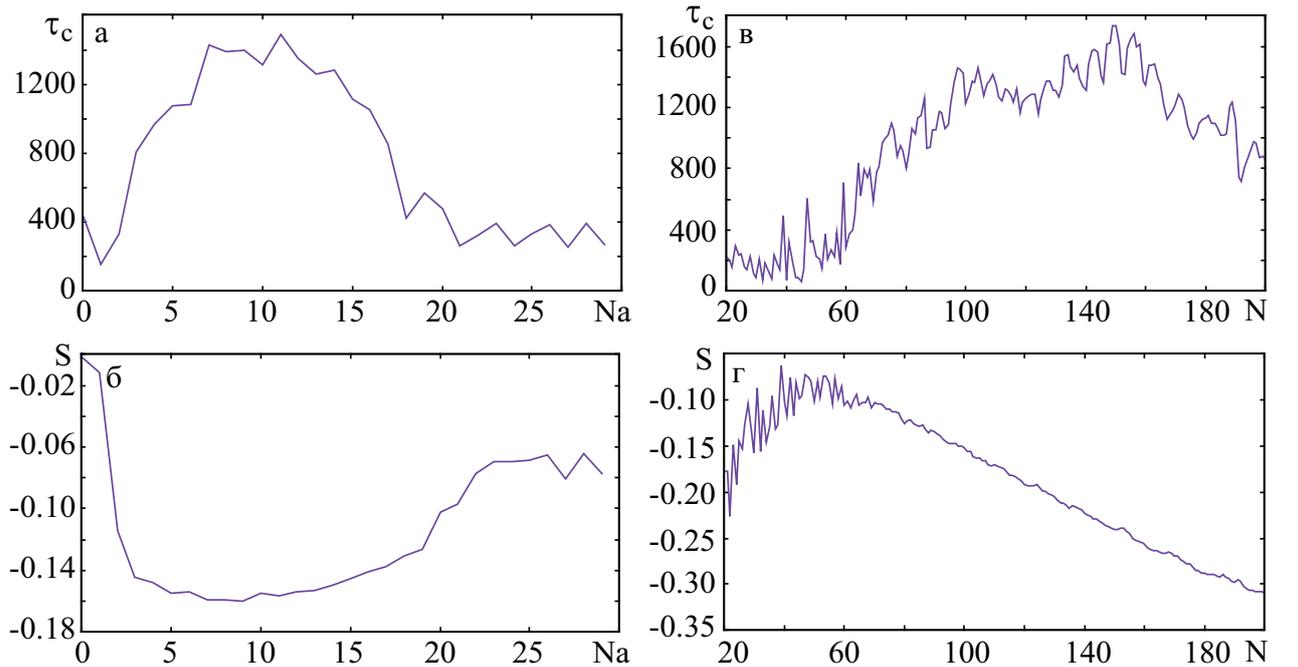


Рис. 2.19: Зависимости характерного времени корреляции (а,в) и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение (б,г), от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие, и общего числа нейронов в сети соответственно. Для рисунков (а,в) $N = 100$, для (б,г) $Na = 10$. $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$.

На рисунке 2.19 изображены зависимости характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение, от числа нейронов, на которые подается

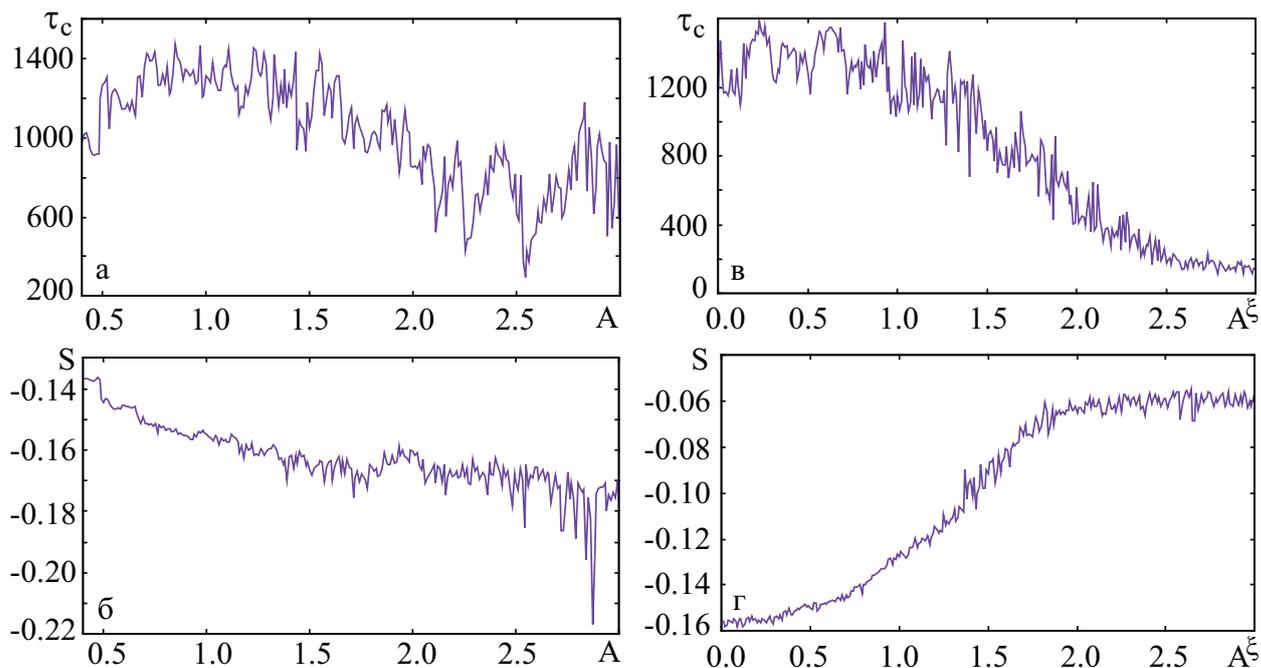


Рис. 2.20: Зависимости характерного времени корреляции (а,в) и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение (б,г), от амплитуды внешнего стимула и внутреннего шума соответственно. Для рисунков (а,в) $A^\xi = 0.1$, для (б,г) $A = 1.0$. $Na = 10$, $N = 100$.

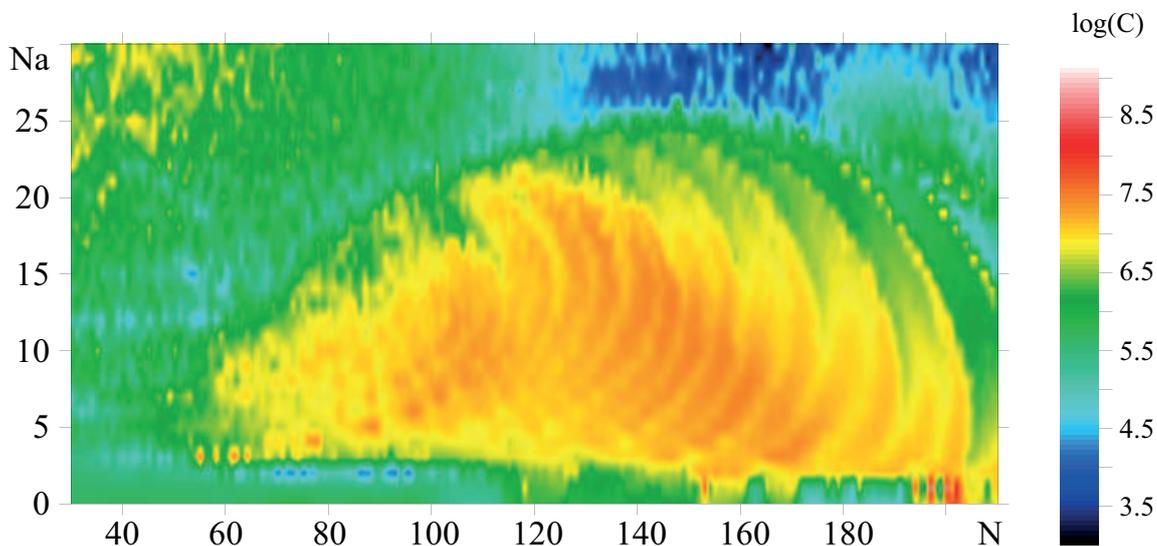


Рис. 2.21: Двухпараметрическая зависимость натурального логарифма характерного времени корреляции от общего числа нейронов в системе и от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие, при $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$.

внешнее воздействие, и общего числа нейронов в сети. Можно видеть, что характерное время корреляции ведет себя схожим образом, что и отношение сигнала к шуму: при увеличении числа возбуждаемых нейронов она сначала

ла увеличивается, а потом уменьшается до своего прежнего значения, а при увеличении числа нейронов в сети она растет до некоторого значения, остается равной ему некоторое время, а затем начинает медленно уменьшаться. Подобная схожесть в поведении SNR и времени корреляции наблюдалась в работе [130]. Стандартное отклонение амплитуды усредненного сигнала, нормированное на среднее значение, в свою очередь ведет себя антисимметрично относительно поведения характерного времени корреляции.

На рисунке 2.20 изображены зависимости этих характеристик от амплитуды внешнего стимула и внутреннего шума. Видно, что и для этих случаев поведение характерного времени корреляции полностью совпадает с поведением отношения сигнала к шуму. Стандартное отклонение амплитуды усредненного сигнала при увеличении амплитуды шума так же ведет себя антисимметрично относительно времени корреляции. А зависимость этой характеристики от амплитуды внешнего воздействия ведет себя иначе, она уменьшается практически на всем промежутке изменения параметра.

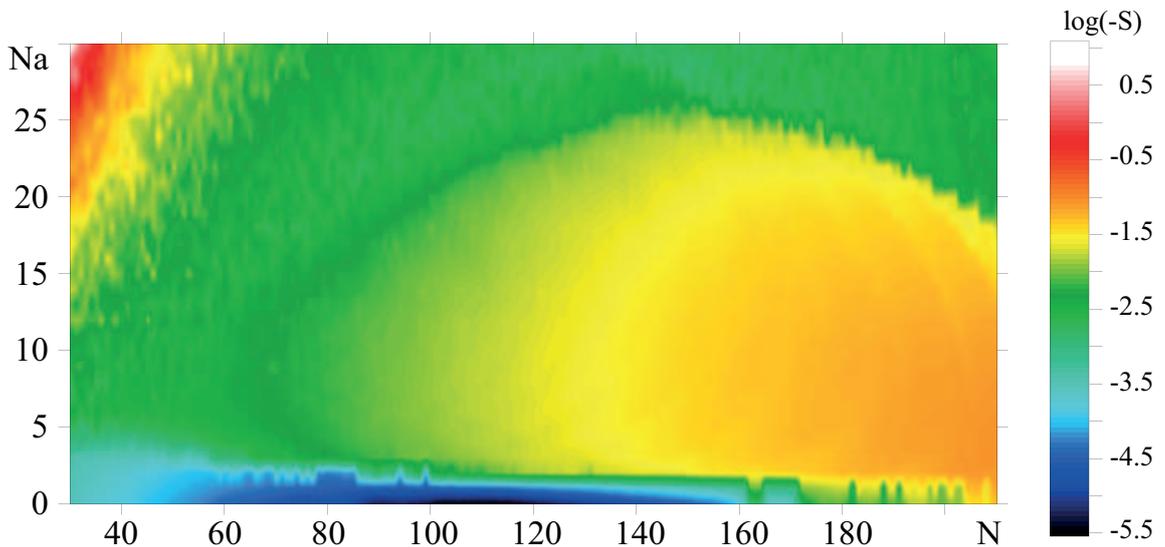


Рис. 2.22: Двухпараметрическая зависимость натурального логарифма стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение, от общего числа нейронов в системе и от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие, при $A^\xi = 0.1$, $A = 1.0$.

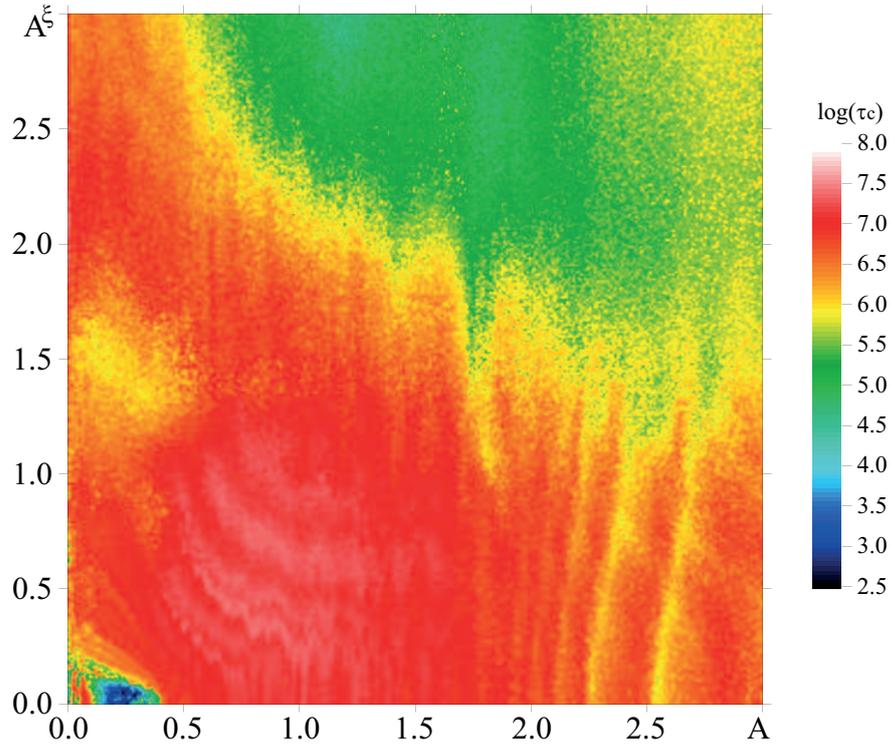


Рис. 2.23: Двухпараметрическая зависимость натурального логарифма характерного времени корреляции от амплитуды внешнего воздействия A и внутреннего шума A^ξ при $N = 100$, $Na = 10$.

На рисунках 2.21 и 2.22 изображены соответственно двухпараметрические зависимости натуральных логарифмов характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение, от общего числа нейронов в системе и от числа нейронов, на которые подается внешнее воздействие. Из них видно, что они антисимметричны друг другу. В области параметров (N, Na) видна область при $100 < N < 200$ и $3 < Na < 23$, где время корреляции принимает наибольшие значения, а отклонение - наименьшие. В ней заметны дуги периодичности чередования максимумом и минимумов C .

На рисунке 2.23 изображена двухпараметрическая зависимость натурального логарифма характерного времени корреляции от амплитуды внешнего воздействия и внутреннего шума. На ней видна маленькая область при $0.2 < A < 0.4$ и $0.0 < A^\xi < 0.2$, где τ_c принимает наименьшие значения. Наряду с этим на рисунке присутствует область максимальных значений при

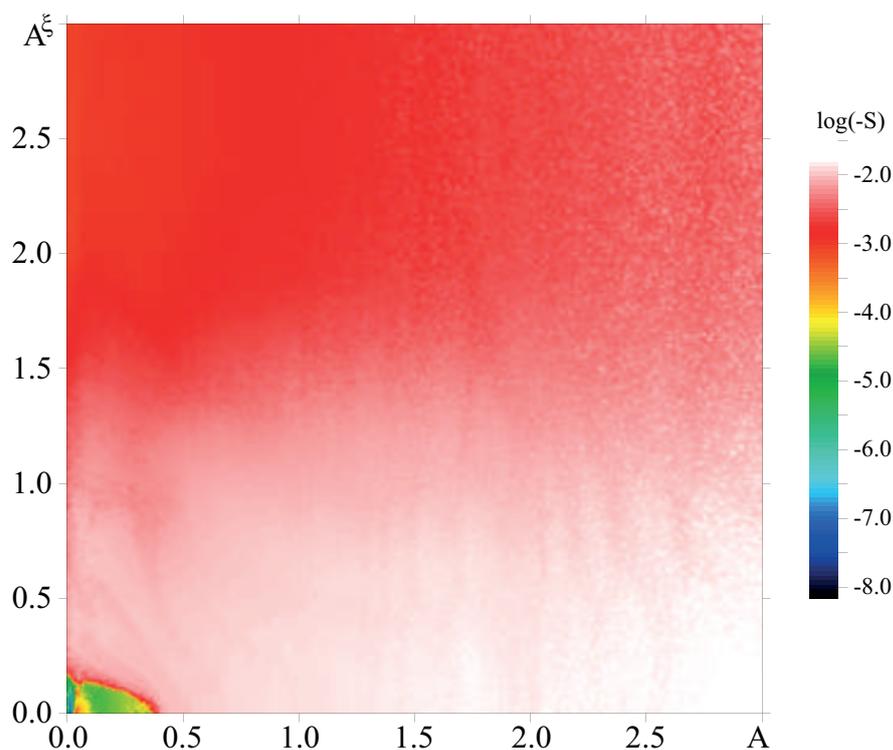


Рис. 2.24: Двухпараметрическая зависимость натурального логарифма стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение от амплитуды внешнего воздействия A и внутреннего шума A^ξ при $N = 100$, $Na = 10$.

$0.3 < A < 1.4$ и $0.0 < A^\xi < 1.2$. В этой области заметны белые кривые наибольших значений. При увеличении амплитуды внешнего воздействия они смещаются в область меньшего шума.

На рисунке 2.24 изображена двухпараметрическая зависимость натурального логарифма стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала, нормированного на среднее значение от амплитуды внешнего воздействия и внутреннего шума. На ней также заметна область минимальных значений, как и для предыдущей зависимости. При увеличении внешнего воздействия наблюдается слабое уменьшение S , а при увеличении шума - увеличение S .

2.5 Математическая модель нейрона

Ходжкина-Хаксли

Следующий этапом было проведено моделирование сетей, состоящих из более сложных моделей нейронов Ходжкина-Хаксли, отражающих их реальные биологические свойства.

Временная эволюция трансмембранного потенциала каждого нейрона Ходжкина-Хаксли описывается как [124, 134, 135]:

$$C_m \frac{dV_i}{dt} = -g_{Na}^{max} m_i^3 h_i (V_i - V_{Na}) - g_K^{max} n_i^4 (V_i - V_K) - g_L^{max} (V_i - V_L) + I_i^{ex} + I_i^{syn} \quad (2.11)$$

где $C_m = 1 \text{ мкФ/см}^3$ - мембранная емкость на единицу площади, I_i^{ex} - внешний ток смещения, подаваемый на i -й нейрон, V_i мембранный потенциал i -го нейрона в мВ, $i = 1, \dots, N$, $g_{Na}^{max} = 120 \text{ мС/см}^2$, $g_K^{max} = 36 \text{ мС/см}^2$ и $g_L^{max} = 0.3 \text{ мС/см}^2$ обозначают максимальную натриевую, калиевую и проводимость утечки, когда все ионные каналы открыты. $V_{Na} = 50 \text{ мВ}$, $V_K = -77 \text{ мВ}$ и $V_L = -54.4 \text{ мВ}$ - равновесные потенциалы для каналов натрия, калия и утечки соответственно. m и h - активационные и деактивационные переменные открытия каналов натрия, n - активационная переменная для каналов калия. n^4 и $m^3 h$ представляют собой средние части открытых калиевых каналов и ионов натрия в пределах мембраны патча. Динамика воротных переменных ($x = m, n, h$) задается как:

$$\frac{dx_i}{dt} = \alpha_{x_i}(V_i)(1 - x_i) - \beta_{x_i}(V_i)x_i + \xi_{x_i}(t), \quad x = m, n, h \quad (2.12)$$

где $\alpha_x(V)$ и $\beta_x(V)$ - нелинейные функции, определяемые как [136]

$$\alpha_m(V) = \frac{0.1(25 - V)}{\exp[(25 - V)/10] - 1}, \quad (2.13)$$

$$\beta_m(V) = 4 \exp(-V/18), \quad (2.14)$$

$$\alpha_h(V) = 0.07 \exp(-V/20), \quad (2.15)$$

$$\beta_h(V) = \frac{1}{1 + \exp[(30 - V)/10]}, \quad (2.16)$$

$$\alpha_n(V) = \frac{0.01(10 - V)}{\exp[(10 - V)/10] - 1}, \quad (2.17)$$

$$\beta_n(V) = 0.125 \exp(-V/80). \quad (2.18)$$

$\xi_x(t)$ в уравнении (2.12) - белый гауссовский шум с нулевым средним, автокорреляционная функция для которого приведены ниже [137]:

$$\langle \xi_{m_i}(t) \xi_{m_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{m_i}\beta_{m_i}}{N_{Na}(\alpha_{m_i} + \beta_{m_i})} \delta(t - t'), \quad (2.19)$$

$$\langle \xi_{h_i}(t) \xi_{h_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{h_i}\beta_{h_i}}{N_{Na}(\alpha_{h_i} + \beta_{h_i})} \delta(t - t'), \quad (2.20)$$

$$\langle \xi_{n_i}(t) \xi_{n_i}(t') \rangle = \frac{2\alpha_{n_i}\beta_{n_i}}{N_K(\alpha_{n_i} + \beta_{n_i})} \delta(t - t'), \quad (2.21)$$

где N_{Na} и N_K представляют собой общее количество натриевых и калиевых каналов в мембранном патче и рассчитываются как $N_{Na} = \rho_{Na}S$, $N_K = \rho_KS$, где $\rho_{Na} = 60\text{мкм}^{-2}$ и $\rho_K = 18\text{мкм}^{-2}$ - плотности натриевых и калиевых каналов соответственно [124]. $S = 10^{S^{pow}}$ - область мембранного патча каждого нейрона.

I_i^{syn} - общий синаптический ток, проходящий на i -й нейрон. Все нейроны в сети связаны друг с другом посредством химических связей. Синаптический ток определяется по следующей формуле [44]

$$I_i^{syn} = \sum_{j \in \text{neigh}(i)} g_c \alpha(t - t_0^j) (E_{rev} - V_i) \quad (2.22)$$

где альфа-функция $\alpha(t)$ описывает временную эволюцию синаптической проводимости, g_c - максимальная проводимость синаптического канала, t_0^j - время, когда пресинаптический j -й нейрон генерирует спайк. $\alpha(t) = e^{-t/\tau_{syn}} \Theta(t)$, $\Theta(t)$ - ступенчатая функция Хевисайда, $\tau_{syn} = 3$ мс.

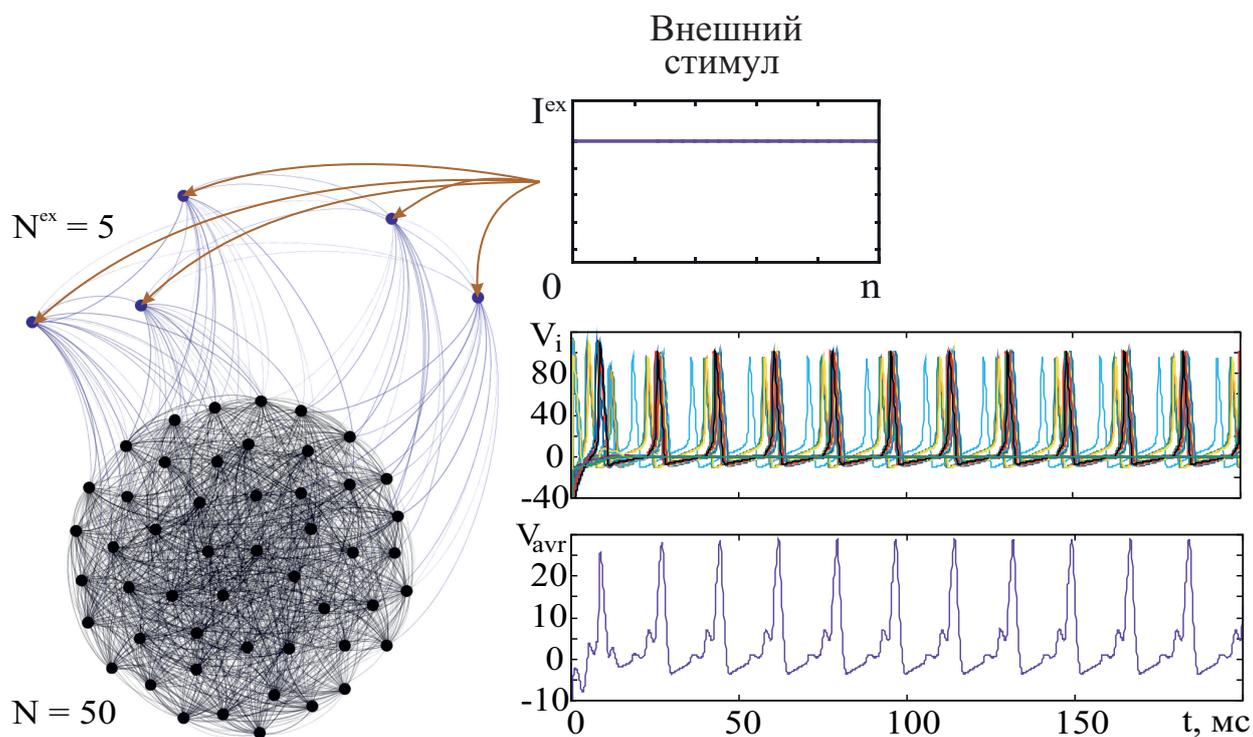


Рис. 2.25: Модель исследуемой сети. Внешний сигнал постоянной амплитуды I^{ex} подается на первую сеть, состоящую из $N^{ex} = 5$ нейронов. Каждый нейрон из этой сети имеет вероятность $p = 30\%$ установления односторонней связи с каждым нейроном из второй сети, состоящей из N нейронов. Внутри каждой сети используется глобальная топология связи, когда все нейроны связаны со всеми остальными в той же сети двухсторонними связями. С системы снимается сигнал V_i с каждого элемента второй подсети, и сигнал V_{avr} , усредненный по всем N нейронам. Каждый нейрон имеет свой гауссовский шум.

2.6 Колебательная динамика сети нейронов

Ходжкина-Хаксли при внешнем воздействии

Проводилось моделирование нейронной сети, представляющей собой две связанные подсети: первая сеть состоит из $N^{ex} = 5$ нейронов Ходжкина-Хаксли, вторая - из $N = 50$ (рис. 2.25). Внутри каждой подсети используется глобальная топология связи, когда все нейроны связаны со всеми остальными в той же подсети двухсторонними связями. При этом каждый элемент из первой N^{ex} подсети имеет вероятность $p = 30\%$ установления односторонней связи с каждым нейроном из второй N подсети. На все N^{ex} нейронов первой подсети подается внешний постоянный ток I^{ex} .

В качестве объекта анализа рассматривается сигнал, усредненный по всем N нейронам второй подсети:

$$V_{avr} = \sum_{i=1}^N V_i / N. \quad (2.23)$$

Пример характерной нейронной динамики отдельных нейронов и их коллективной динамики представлен на рисунке 2.25.

Для исследования динамики системы проводится анализ когерентности сигнала. Для этого рассчитывается отношение сигнала к шуму (SNR) и характерное время корреляции по формулам (2.8-2.9). Чем больше время корреляции, тем больше когерентность.

Для сети нейронов Ходжкина-Хаксли рассчитаны зависимости характерного времени корреляции τ_c от амплитуды внешнего стимула I^{ex} . Данные зависимости изображены на рисунке 2.26(а) для разных величин шума $\xi \sim 10^{-S^{pow}}$, чем меньше S^{pow} , тем больше шум. В отсутствие шума все

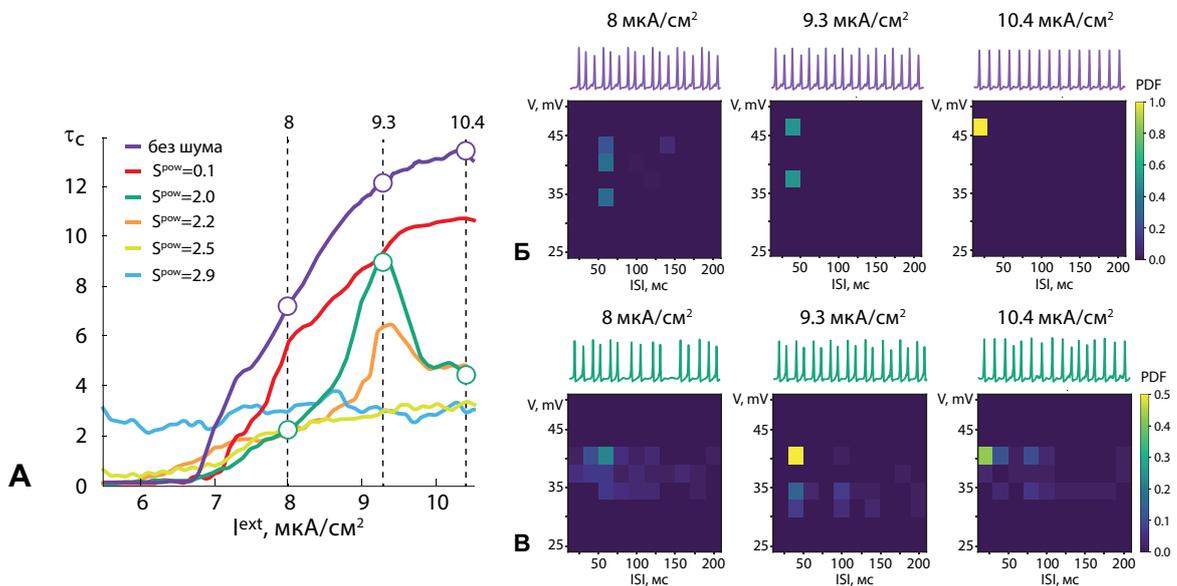


Рис. 2.26: (а) Зависимости характерного времени корреляции τ_c от амплитуды внешнего стимула I^{ex} для случая без шума и для разных значений интенсивности шума S^{pow} . Макроскопическая активность нейронной сети для трех значений амплитуды внешнего сигнала в отсутствии (б) и при наличии (в) внутреннего шума при $S^{pow} = 2.0$. Сверху на (б) и (в) изображены типичные временные ряды усредненного мембранного потенциала V_{avr} , снизу – распределения функции плотности вероятности PDF межспайкового интервала ISI для разных значений амплитуды спайка V .

нейроны демонстрируют стационарную динамику ниже порога возбуждения ($I^{ex} < 6.8$ мкА/см²) из-за отсутствия случайных флуктуаций, позволяющих переключать активность нейрона из состояния “молчания” (неподвижная точка) в режим генерации спайков (предельный цикл). Увеличение I^{ex} выше порога приводит к монотонному росту характерного времени корреляции.

Введение небольшого шума ($S^{pow} = 0.1$) приводит к снижению когерентности сети, но монотонный рост τ_c при этом сохраняется. В то же самое время большой шум ($S^{pow} > 2.3$) сдвигает пороговое значение I^{ex} в сторону меньших значений и значительно снижает когерентность сети. Это связано с нерегулярной динамикой отдельных нейронов, вызванной внутренним шумом высокой интенсивности, который обеспечивает частые и случайные возбуждения нейронов. В определенном диапазоне интенсивности шума ($1.9 < S^{pow} < 2.3$) характерное время корреляции изменяется немонотонно: при увеличении тока оно сначала увеличивается и достигает своего максимального значения при значении $I^{ex} = 9.3$, а затем уменьшается.

Изменения в динамике нейронной сети в отсутствие и при наличии шума проиллюстрированы на рис. 2.26(б,в) при помощи функций распределения вероятности (PDF) межспайкового интервала для разных значений амплитуды спайка. В отсутствие шума (рис. 2.26(б)) увеличение интенсивности внешнего стимула вызывает переход от немного некогерентного коллективного поведения (при $I^{ex} = 8$) к регулярной генерации спайков (при $I^{ex} = 10.4$), характеризующейся однородностью амплитуды спайков и межспайковым интервалом. Наличие внутреннего шума существенно меняет коллективное поведение в нейронной сети. Как видно из рис. 2.26(в), наблюдается сильная неоднородность межспайковых интервалов и амплитуд спайка

при малых ($I^{ex} = 8$) и больших ($I^{ex} = 10.4$) амплитудах внешнего тока, тогда как наиболее регулярная коллективная динамика наблюдается при $I^{ex} = 9.3$.

Таким образом, можно видеть, что оптимальное значение внешнего тока способствует достижению наиболее когерентной динамики сети.

2.7 Экспериментальное исследование явления когерентного резонанса при визуальном восприятии

Приведенные выше численные результаты показывают, что внутренний шум вызывает резонансное поведение реакции мозга на внешний стимул, при амплитуде внешнего сигнала, немного превышающей порог нейронного возбуждения. Это дает надежду на экспериментальное обнаружение данного резонансного эффекта, вызванного внутренним шумом мозга, путем анализа реакции мозга на визуальные стимулы вблизи порога восприятия.

В соответствии с вышесказанным проводится исследование визуальных стимулов, в качестве которых выступает набор портретов Моны Лизы, с разным уровнем контрастности I (рисунок 2.27). Цветные изображения с различными значениями яркости I демонстрировались в течение 60-секундных временных интервалов на 24" LCD мониторе BenQ с разрешением 1920×1080 пикселей и частотой развертки 60 Гц. Монитор располагался на расстоянии 70–80 см с углом обзора примерно 0,25 рад. Чтобы отвлечь внимание испытуемого и дать время для отдыха между демонстрациями портретов Моны Лизы были 20-секундные временные интервалы.

Всем участникам было необходимо сосредотачивать свое внимание на изображениях во время каждого предъявления. Для каждого участника весь эксперимент длился около 15 минут, включая 120-секундные записи фоновой активности мозга до и после предъявления стимулов. Во время эксперимента

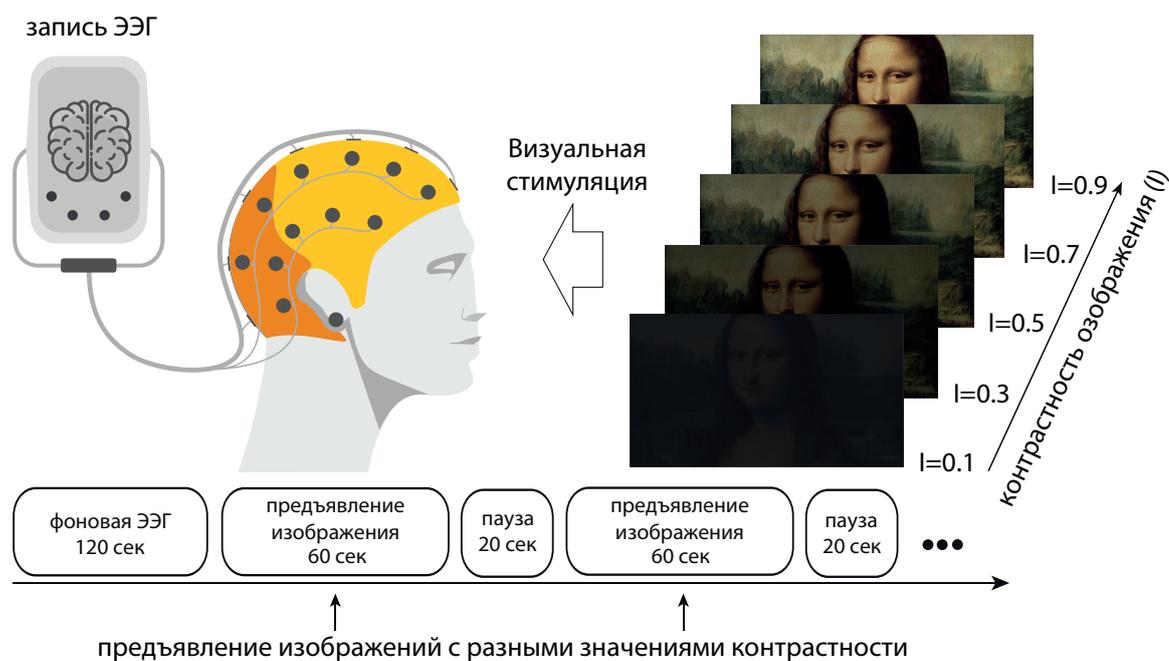


Рис. 2.27: Схематическое представление эксперимента.

предъявлялись изображения с различной яркостью I случайным образом, а электрическая активность мозга записывалась с использованием усилителя BE Plus LTM, произведенной EB Neuro S.p.a., Флоренция, Италия. Использовался метод монополярной регистрации и классическая система расстановки электродов 10–20.

Поскольку эта картинка содержит много мелких деталей, увеличивающаяся контрастность позволяет испытуемому различать все больше и больше деталей, так что в конечном итоге портрет Моны Лизы будет полностью распознан. Распознавание изображения проходит через несколько уровней восприятия, которые включают в себя низкий (или базовый) уровень, соответствующий восприятию силуэта Моны Лизы, и высокие уровни восприятия, связанные с детальным распознаванием черт лица и фона. Таким образом, представленные зрительные стимулы могут иметь несколько порогов восприятия.

В экспериментах приняли участие двадцать здоровых неоплачиваемых добровольцев, 12 мужчин и 8 женщин в возрасте от 20 до 43 лет с нормальным или скорректированным до нормального уровнем остроты зрения.

В эксперименте были использованы 10 разных значений I от 0.1 до 1.0 с шагом 0.1. Значения $I = 0$ и $I = 1$ соответствуют 0% и 100% естественной яркости пикселей изображения.

Для количественной оценки когерентности рассчитывается время корреляции сигналов ЭЭГ. Большее время корреляции конкретного сигнала ЭЭГ указывает на более сильное когерентное поведение соответствующей нейронной популяции. Основываясь на результатах, полученных в ходе численного эксперимента, можно предположить, что время корреляции будет проявлять локальный максимум, когда I проходит через порог восприятия. В соответствии с этим глобальная сетевая когерентность может быть определена как количество сигналов ЭЭГ, демонстрирующих максимальное время корреляции при данном уровне контрастности. Зависимость этой меры от контрастности изображения изображена на рисунке 2.28, где разные кривые соответствуют разным испытуемым. Видно, что глобальная сетевая когерентность имеет максимум при низких значениях контрастности изображения ($I < 0.2$) и в диапазоне значений $0.5 < I < 0.8$.

В первом случае (область I) локальные максимумы когерентности наблюдаются для всех испытуемых в узком диапазоне. Это соответствует нейронной когерентности, вызванной низкоуровневым восприятием силуэта Моны Лизы. Этот результат подтверждается когерентной нейронной активностью в затылочной и теменной областях (Рис. 2.28, б). В области III локальные максимумы распределены в широком диапазоне значений контрастности. Когда контрастность увеличивается, дополнительный объем визуальной информации вызывает резкое возрастание глобальной согласованности сети.

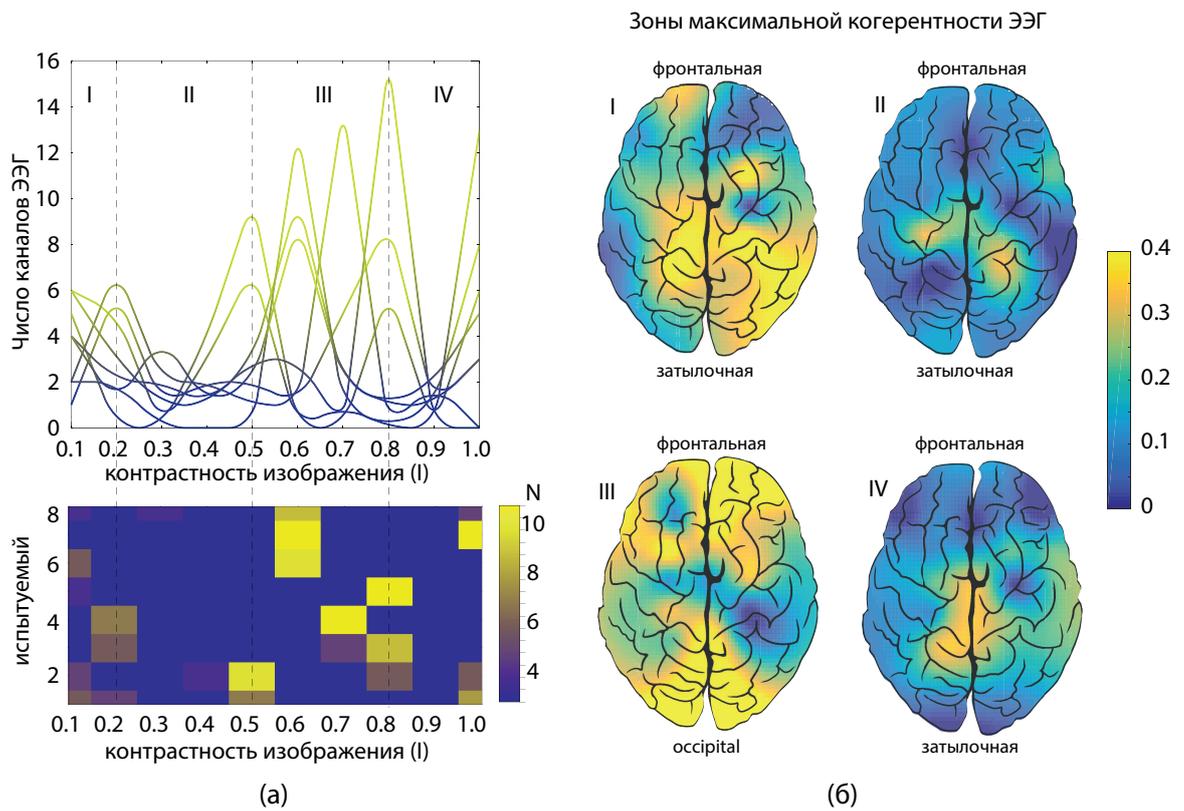


Рис. 2.28: Экспериментальные результаты, демонстрирующие когерентный резонанс вблизи порогов восприятия. (а) (Верхняя панель) Количество каналов ЭЭГ с максимальным временем корреляции в зависимости от контрастности изображения для разных испытуемых (каждая кривая соответствует одному испытуемому). Большинство локальных максимумов сосредоточено в областях I и III, соответствующих распознаванию изображений и портретной идентификации соответственно. (Нижняя панель) Распределение когерентных каналов среди испытуемых. (б) Когерентность мозга для разных контрастностей изображения: (I) $I = 0.2$, (II) $I = 0.5$, (III) $I = 0.8$, и (IV) $I = 0.9$ для одного испытуемого.

Собственный шум мозга, индивидуальный для каждого испытуемого, определяет положение локальных максимумов. Нижняя панель на рисунке 2.28 (а) свидетельствует о том, что каждый испытуемый имеет один локальный максимум в области III. Примечательно, что пики в области III намного выше, чем в области I, то есть размер нейронной сети, вовлеченной в сенсорную обработку, максимален в области III. На рисунке 2.28 (б) этот случай характеризуется когерентным поведением лобных и затылочно-теменных областей мозга. И, наконец, возбуждение когерентной динамики распределенной сети наблюдается для определенных уровней контрастности (область III). Для других областей, где значения контрастности меньше (область II) или больше (область IV), чем контрастность в области III, распределенная структура мозга не возбуждается, а сенсорная обработка затрагивает зрительную область.

Имея в виду, что когерентность является ключевым механизмом нейронной коммуникации, предполагается, что увеличение когерентности в лобной и затылочно-теменной областях способствует их эффективному взаимодействию в различных полосах частот. Чтобы доказать эту гипотезу, проводится реконструкция сети мозга из сигналов ЭЭГ с использованием вейвлетной бикогерентности. Этот подход позволяет найти связь между парой областей мозга с точки зрения синхронизации между соответствующими сигналами ЭЭГ в конкретной полосе частот.

Связи между областями мозга были получены из анализа сигналов ЭЭГ, записанных с $M = 19$ электродов (таблица 2.1), размещенных на стандартных позициях международной расстановки 10–20 (рисунок 2.28). Вейвлетный энергетический спектр в частотном диапазоне $f \in [0, 30]$ Гц для каждого временного ряда для p -го сенсора рассчитывается как

$$E^p(f, t) = \sqrt{f \left[\int_{t-4/f}^{t+4/f} X_p(t) \psi^*(f, t) dt \right]^2}, \quad (2.24)$$

где $\psi(f, t)$ - материнская вейвлет-функция, а “*” означает комплексное сопряжение. В качестве материнской вейвлет-функции был выбран вейвлет Морле, часто используемый для анализа нейрофизиологических данных, определяемый как

$$\psi(f, t) = \sqrt{f} \pi^{1/4} e^{j\omega_0 f(t-t_0)} e^{-f(t-t_0)^2/2}, \quad (2.25)$$

где $\omega_0 = 2\pi$ - параметр вейвлета, а t_0 - сдвиг вейвлета по времени.

Таблица 2.1: Параметры эксперимента

Параметр	Значение
Время записи фоновой ЭЭГ	120 сек
Время предъявления каждого визуального стимула	60 сек
Время отдыха между предъявлениями стимула	20 сек
Количество предъявлений визуального стимула	10
Общая длительность эксперимента	920 сек
Расположение электродов	Международная система 10-20
Частота дискретизации записи ЭЭГ	250 Гц
Фильтрация записи ЭЭГ	1–30 Гц
Рассматриваемые каналы ЭЭГ	$O_1, O_2, P_3, P_4, P_z, C_3, C_4, C_z, F_3, F_4, F_z, T_3, T_4, T_5, T_6, F_7, F_8, Fp_1, Fp_2$
Рассматриваемые частотные диапазоны	α -диапазон (8–12 Гц), β -диапазон (15–30 Гц)

Для оценки степени взаимодействия между двумя каналами ЭЭГ ($x_p(t)$ и $x_q(t)$) с помощью вейвлетной бикогерентности рассматриваются соответствующие комплексные вейвлетные коэффициенты $W_p(f, t) = a_p(f, t) + ib_p(f, t)$ and $W_q(f, t) = a_q(f, t) + ib_2(f, t)$ и рассчитанные фазы сигналов $\phi_p(f, t) = \arctan \frac{b_p(f, t)}{a_p(f, t)}$ и $\phi_q(f, t) = \arctan \frac{b_q(f, t)}{a_q(f, t)}$. Затем находится относитель-

ная разность фаз $\Delta\phi(f, t) = \phi_q(f, t) - \phi_p(f, t)$ и рассчитываются коэффициенты

$$\cos \Delta\phi(f, t) = \frac{a_p(f, t)a_q(f, t) + b_p(f, t)b_q(f, t)}{\sqrt{a_p^2(f, t) + b_p^2(f, t)}\sqrt{a_q^2(f, t) + b_q^2(f, t)}}, \quad (2.26)$$

$$\sin \Delta\phi(f, t) = \frac{a_q(f, t)b_p(f, t) - a_p(f, t)b_q(f, t)}{\sqrt{a_p^2(f, t) + b_p^2(f, t)}\sqrt{a_q^2(f, t) + b_q^2(f, t)}}, \quad (2.27)$$

которые усредняются по всей длине каждого i -го предъявления стимула ($\tau_i = 60$ сек). В результате получаются коэффициенты для i -го стимула:

$$(\cos \Delta\phi(f, t))_{\tau_i} = \int_{\tau_i} \cos \Delta\phi(f, t) dt, \quad (2.28)$$

$$(\sin \Delta\phi(f, t))_{\tau_i} = \int_{\tau_i} \sin \Delta\phi(f, t) dt, \quad (2.29)$$

и рассчитывается степень когерентности между парой сигналов ЭЭГ во время предъявления i -го стимула как амплитуда взаимного вейвлетного спектра:

$$\sigma(f)_{\tau_i} = \sqrt{(\cos \Delta\phi(f, t))_{\tau_i}^2 + (\sin \Delta\phi(f, t))_{\tau_i}^2}. \quad (2.30)$$

Эта функция принимает значения от 0 до 1. Если $\sigma(f)_{\tau_i} = 0$, тогда между сигналами нет никакой фазовой когерентности на частоте f , в противном случае когерентность есть.

Затем проводится усреднение $\sigma(f)_{\tau_i}$ по α (8–12 Гц) и β (15–30 Гц) частотным диапазонам. Наконец, рассчитывается когерентность между каждой парой сигналов ЭЭГ во время визуального восприятия в α и β частотных диапазонах:

$$\sigma_{\tau_i}^{\alpha, \beta} = \int_{\alpha, \beta} \sigma(f)_{\tau_i} df. \quad (2.31)$$

На рисунке 2.29 изображены типичные структуры сети в областях II–IV, линиями отмечены связи с высокой когерентностью в α (красные линии)

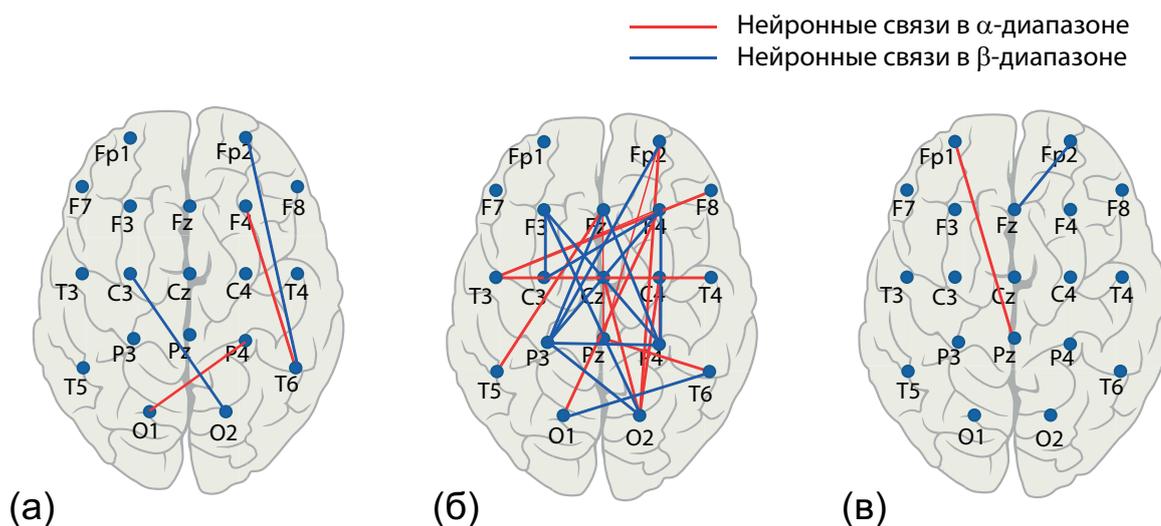


Рис. 2.29: Структура связей в мозге в α (8–12 Гц; красные линии) и β (15–30 Гц; синие линии) частотных диапазонах для разных контрастностей изображения: (а) $I = 0.2$, (б) $I = 0.5$, (в) $I = 0.8$. Сила связи рассчитывается через вейвлетную бикогерентность.

и β (синие линии) частотных диапазонах. Сравнив эти области, можно увидеть, что в обоих диапазонах максимальное количество связей образуется в области III (б), связанной с резонансным нейронным откликом на визуальный стимул. Структура сети содержит множественные связи, соединяющие лобную и теменную области мозга.

Известно, что мозговой шум влияет на все функции нервной системы, от восприятия сенсорных сигналов и до генерации моторных откликов [45]. При сенсорной обработке мозговой шум обычно связан с изменчивостью нейронных откликов на идентичные визуальные стимулы и влияет на зрительное восприятие на разных стадиях. Перед тем, как визуальная информация обрабатывается в мозге, на нее воздействуют сенсорные шумы, возникающие в сенсорных сигналах и сенсорных рецепторах. Следует отметить, что визуальная информация также содержит шум, вызванный фотонами, поступающими в фоторецепторные клетки сетчатки со случайной скоростью, определяемой пуассоновским процессом. Затем шум в сенсорных рецепторах усиливается и преобразуется в электрические сигналы. Сенсорный шум можно рассмат-

ривать как внешний шум. Имея это в виду, влияние внешнего шума было изучено путем анализа реакции мозга на визуальные стимулы с различным количеством шума. Это позволило экспериментально пронаблюдать стохастический резонанс реакции мозга за счет изменения амплитуды внешнего шума [138]. Повышение эффективности обнаружения сигнала в присутствии внешнего шума было экспериментально обнаружено в работе [139]. Авторы показали, что испытуемые демонстрировали самые высокие характеристики восприятия для некоторого оптимального (не нулевого) уровня интенсивности внешнего шума. Полученные результаты вклад в теорию положительного влияния шума на обработку сенсорной информации [140].

В отличие от внешних шумов, влияние внутренних шумов мозга является слабо изученным, поскольку параметры этого вида шума контролируются самим мозгом и не могут изменяться экспериментатором. В то же время влияние внутренних шумов головного мозга изучалось в разных нейронных моделях [141]. Полученные численные результаты свидетельствуют о том, что оптимальная амплитуда шума мозга вызывает наиболее когерентный отклик сети на внешний сигнал. Влияние внутренних шумов мозга активно изучается в клеточных системах. Например, Paszek и др. [142] отметили, что внутренний шум, приводящий к неоднородности между отдельными клетками, способствует координации откликов клеточной популяции на возмущение. Kellogg и др. [143] показали, что собственный биохимический шум улучшает колебания и вовлечение отдельных клеток. Внутренний шум в нейронной сети мозга - это клеточный шум, вызванный случайными процессами, которые происходят в нейронах на биохимическом и биофизическом уровне. Они включают в себя производство и деградацию белка, открытие и закрытие ионных каналов. Поскольку нейроны выполняют нелинейные операции, небольшие биохимические и электрохимические колебания могут значитель-

но изменить отклик целой клетки [44]. Наряду с клеточным шумом существует синаптический шум, который появляется, когда нейроны получают интенсивную синаптическую бомбардировку от тысяч синапсов [144].

Согласно исследованию, представленному в данной главе, внутренний шум мозга, который влияет на нейронную активность мозга на микроскопическом уровне, оказывает положительное влияние на макроскопическом уровне. А именно, он координирует отклики различных областей мозга и заставляет их взаимодействовать для эффективной обработки сенсорной информации. В связи с чем возникает вопрос: постоянны ли параметры собственного мозгового шума или изменяются во времени, и какие механизмы лежат в основе изменения его параметров.

Во-первых, предполагается, что внутренний шум мозга является уникальной характеристикой человека, которая определяет изменчивость внутри него при решении простой когнитивной задачи. [145]. В то же время в недавней работе предполагается, что способности к восприятию могут быть улучшены с помощью когнитивной тренировки, сопровождаемой снижением шумовой корреляции [146]. Таким образом, в соответствии с последними результатами, шум мозга, являющийся индивидуальной характеристикой человека, может варьироваться в результате когнитивной тренировки с целью оптимизации эффективности отклика мозга на задачу. Возможность постепенного изменения структуры шума во время тренировки не удивительна. Известно, что когнитивные тренировки могут даже вызывать морфологические изменения в головном мозге [147].

Более интересный вопрос заключается в том, будут ли параметры шума мозга мгновенно изменяться мозгом при повышении когнитивной нагрузки. Если это так, то разумный вопрос заключается в том, как контролировать шум мозга, чтобы помочь человеку наиболее эффективно обрабатывать сен-

сорную информацию во время решения когнитивных задач. Первая работа на эту тему была опубликована в 2018 году Huidobro и др. [148]. Авторы использовали оптогенетическую стимуляцию мозга для изменения уровня шума в популяции нейронов в соматосенсорной коре мышей. В результате они обнаружили, что шумовая стимуляция увеличивает реакцию нейронной активности. Этот вывод свидетельствует о том, что оптимальная ненулевая интенсивность шумовой стимуляции может привести к улучшению соматосенсорного восприятия. Спустя несколько месяцев van der Groen и др. [149] применили эту идею на людях. Они добавляли шум непосредственно в зрительную кору, используя транскраниальную стимуляцию случайным шумом (tRNS), в то время как испытуемые выполняли задачу распознавания движений точек. Было показано, что добавление оптимального количества шума к зрительной коре может улучшить принятия решений, основанное на восприятии.

Подводя итог, экспериментальные и теоретические исследования предоставляют доказательства положительного влияния внутреннего шума мозга на эффективность обработки сенсорной информации и когнитивных способностей. В то же время влияние шума наблюдается для нейронных ансамблей в определенных областях, ответственных за решение задач, в основном в зрительной коре. Согласно данному исследованию, внутренний шум мозга способствует не только усилению нейронного отклика в определенных областях мозга, но также индуцирует образование связей между удаленными областями мозга. Можно сделать предположение, что эффективная обработка информации в мозге требует нейронной коммуникации, нейронная коммуникация требует когерентности, а когерентность, в свою очередь, достигается за счет когерентного резонанса, вызываемого изменением внутреннего шума мозга.

2.8 Выводы

Таким образом, была изучена система отображений Рутькова, моделирующая поведение нейрона, связанных синаптической связью. Было проанализировано влияние наличия шума в системе и внешнего воздействия на один нейроноподобный элемент, на замкнутую цепочку из 50 однонаправленно связанных отображений и на сеть из 50 отображений со случайной амплитудой связи.

Была изучена динамика модели из N отображений Рутькова, связанных каждый с каждым со случайной силой связи при наличии внутреннего шума и оказании на часть отображений внешнего воздействия импульсной формы при значении управляющих параметров системы, когда все отображения без оказания воздействия находятся в режиме “молчания”, а при его наличии переходят в режим непрерывной генерации спайков. Объектом данного исследования были сигналы с каждого отображения и усредненный по всем нейронам сигнал. В таких системах был обнаружен эффект группировки, когда при подачи внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Было изучено влияние на него общего числа нейронов в системе, числа нейронов, на которые оказывается внешнее воздействие, амплитуды этого воздействия и амплитуды внутреннего шума в системе. Были рассчитаны зависимости отношения сигнала к шуму от этих параметров. В исследуемых системах был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда для определенных значений амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Проведено изучение данного явления при помощи расчета когерентности, степени синхронизации, характерно-

го времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала.

Проведено математическое моделирование восприятия внешнего сигнала с помощью сети биологических нейронов Ходжкина-Хаксли. Последняя состояла из малой подсети, на которую подавалось внешнее постоянное воздействие, и большой подсети, с которой первая была связана однонаправленными связями. Как и для системы связанных отображений Рутькова, было проведено исследование влияния амплитуды внешнего воздействия и внутреннего шума на динамику системы. Для исследуемой системы так же было обнаружено явление когерентного резонанса, когда при оптимальном значении амплитуды внешнего воздействия когерентность в системе принимает максимальное значение. Было показано, что, в зависимости от внутреннего шума, обнаруженная резонансная зависимость от внешнего воздействия может менять свою форму, увеличивая область максимальной когерентности, что характерно для малого шума. При большом шуме динамика системы перестает зависеть от внешнего воздействия.

Для апробации полученных результатов было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого испытуемому демонстрировались визуальные стимулы в качестве портретов Моны Лизы с разной степенью контрастности, и параллельно снималась электроэнцефалограмма (ЭЭГ) головного мозга. По полученным данным были рассчитана мера когерентности в зависимости от контрастности изображения, и обнаружено, что существуют оптимальные значения контрастности, при которых количество каналов ЭЭГ с максимальной когерентностью максимально, при чем это значение индивидуально для каждого человека. Показано, что данное явление способствует образованию большего числа связей между различными каналами в головном мозге.

Глава 3

Управление химероподобным состоянием в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с помощью внешнего сигнала

3.1 Введение

Важным вопросом в настоящее время является задача управления мультистабильными состояниями в ансамблях нейроподобных элементов. Представляет большой научный интерес задача исследования возможности установления химероподобного состояния в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли под внешним воздействием при различных топологиях связи. На данный момент химерное состояние, демонстрирующее сосуществование синхронных и асинхронных подгрупп осцилляторов внутри полного ансамбля [49–54], представляет собой активно исследуемый тип коллективного эффекта, который отражает реальное поведение физических [56–60], экологических [61–63] и других систем.

Образование химер анализировалось в сетях простых нейронноподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли, а именно в моделях ФитцХью-Нагумо и Хиндмарш-Розе. Например, в работе [64] авторы изучали синхронизацию в сетях нейронов Хиндмарш-Роуз с различными топологиями: случайной, регулярной, “малый мир”, безмасштабной и модульной. Они продемонстрировали появление химероподобных состояний в небольших модульных сетях и сетях с топологией “малый мир”. Коллективную динамику в нейронной сети обычно

рассматривают, предполагая, что каждый нейрон в сети не демонстрирует мультистабильности. В работе [66] было показано, что биологически релевантная модель нейрона Ходжкина-Хаксли демонстрирует бистабильность в узком диапазоне параметров управления вблизи порога возбуждения. Поэтому возникает значительный интерес изучения химероподобного состояния в сети бистабильных нелинейных нейроподобных осцилляторов Ходжкина-Хаксли.

Хотя в последние годы самоорганизации в нейронных ансамблях уделяется большое внимание, многие явления все еще остаются малоизученными. Кроме того, было обнаружено множество новых неожиданных эффектов. Долгое время считалось, что сеть взаимосвязанных элементов может демонстрировать либо полностью синхронное, либо асинхронное поведение. На данный момент химерное состояние, демонстрирующее сосуществование синхронных и асинхронных подгрупп внутри целого ансамбля [49, 50], представляет собой захватывающий тип коллективного эффекта, который отражает реальное поведение физических [56–60], экологических [61–63] и даже социальных систем [150]. Считается, что химерные состояния являются хаотическими переходными процессами, которые в конечном итоге превращаются в синхронизированное состояние [151, 152]. Например, в работе [153] авторы продемонстрировали что небольшие химеры в динамике локального потока массива магнитно-связанных сверхпроводящих квантовых интерференционных устройств (SQUIDs), управляемых внешним полем, возникают через переходный хаос.

Химерные состояния в нейронных системах были тщательно изучены в связи с их многообещающим применением в нейронауке [48]. В частности, химерное состояние может иметь отношение к множеству нервных расстройств, включая болезни Альцгеймера и Паркинсона, эпилепсию, опухоли

головного мозга и др. [154–156]. Несмотря на отсутствие экспериментальной верификации химерных состояний в нейронных системах из-за их необычайной сложности [157], это явление широко анализировалось в сетях упрощенных нейронов Ходжкина-Хаксли, а именно в моделях ФитцХью-Нагумо и Хиндмарш-Розе. Например, в работе [64] авторы изучали синхронизацию в сетях нейронов Хиндмарш-Роуз с различными топологиями: случайной, регулярной, “малый мир”, безмасштабной и модульной. Они продемонстрировали появление химероподобных состояний в некоторых небольших модульных сетях и с топологией “малый мир”.

За последние несколько лет ряд фундаментальных эффектов был обнаружен в модельных нейронных сетях. В последних работах сообщается о множестве паттернов химер в мультиплексных сетях [158–161]. Например, связь между когерентным резонансом и химерным состоянием была обнаружена в сети возбудимых элементов [52, 162]. Химерные состояния также наблюдались в эмпирических мозговых сетях, а именно у почвенных червей [163], котов [164] и здоровые люди с использованием данные диффузионно-взвешенной магнитно-резонансной томографии (МРТ) [165]. В последнее время особый интерес проявляется к выявлению химерных состояний в нейронных гиперсетях и сетях сетей [166, 167]. В данном контексте анализ модельных нейронных сетей остается сложной задачей, поскольку существует ряд новых интригующих нетривиальных эффектов, которые заслуживают тщательного рассмотрения.

Сосуществование различных состояний мозга является еще одной важной проблемой, которая также должна учитываться при изучении динамики нейронов [168]. Переключения между такими сосуществующими состояниями играют важную роль в передаче сигналов клетки и нейрональных взаимодействиях [169–171]. Как правило, каждая клетка получает данные от ты-

сяч клеток, опосредованных многими различными нейротрансмиттерами, и, следовательно, модифицирует постсинаптический потенциал путем возбуждения или подавления [172]. Связь между клетками происходит при синаптических контактах, когда поступающий потенциал действия высвобождает нейротрансмиттер, таким образом влияя на постсинаптический потенциал клетки-мишени. Считается, что сосуществующие динамические режимы имитируют различные состояния мозга, представляющие конкретные объекты восприятия, которые могут быть выбраны путем предоставления нейронной сети входных данных, соответствующих начальному состоянию [173–175]. Кроме того, сосуществование множества состояний в мозге было предложено в качестве основного механизма для ассоциативной памяти и распознавания образов в нейронных системах [145, 176, 177].

Коллективную динамику в нейронной сети обычно рассматривают, предполагая, что каждый нейрон в сети является моностабильным. Однако, согласно [66], модель Ходжкина-Хаксли демонстрирует бистабильность в узком диапазоне параметров управления вблизи порога возбуждения. Режим бистабильности в колебательных системах, как известно, представляет особый интерес из-за множества скрытых неожиданных явлений. В частности, Некоркин и др. [51, 178] обнаружили теоретически и экспериментально как амплитудные, так и фазовые химеры в сети электронных осцилляторов, построенной на основе общей бистабильной модели с самовозбуждением. Что касается нейронных моделей, то стоит упомянуть недавнюю работу [179], в которой был обнаружен нелогичный эффект в нейронной сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли, где спайковое поведение переходило в устойчивое состояние при возбуждении связи. Причина этого заключается в сосуществовании активных и молчащих нейронных популяций в нейронной сети, что можно назвать состоянием химеры.

В данной главе проводится подробный численный анализ химероподобного состояния в сложных сетях связанных бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с возбуждающими связями с сосуществованием активных и молчащих нейронных подгрупп. Особое внимание уделяется прекращению генерации спайков нейронами при нейронном взаимодействии и выявлении условий для возникновения специфического типа химероподобного состояния в сети нейронов Ходжкина-Хаксли. В отличие от работы [180], где переходы между сосуществующими состояниями были вызваны шумом, в рассматриваемой модели химероподобное состояние возникает в полностью детерминированной системе. Рассматривая различные топологии сети, безмасштабную, “малый мир” и случайную, демонстрируется устойчивость наблюдаемых химероподобных паттернов к структурным свойствам сети. Показывается, что топология играет важную роль в устойчивости отдельных узлов и, следовательно, влияет на возбудимость химероподобного состояния во всей сети.

3.2 Управление динамикой одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли

Для начала рассмотрим динамику одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли. Временная эволюция мембранного потенциала и воротных переменных одного нейрона в отсутствии шума описывается следующей системой дифференциальных уравнений (2.11,2.12), за исключением отсутствия в них синаптического тока I_i^{syn} и шума $\xi_{x_i}(t)$.

Решение данной системы дифференциальных уравнений проводилось с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка с фиксированным шагом по времени $\Delta t = 10$ мкс.

Внешний ток I^e является управляющим параметром для динамики нейрона. В зависимости от его значения, нейрон Ходжкина-Хаксли может

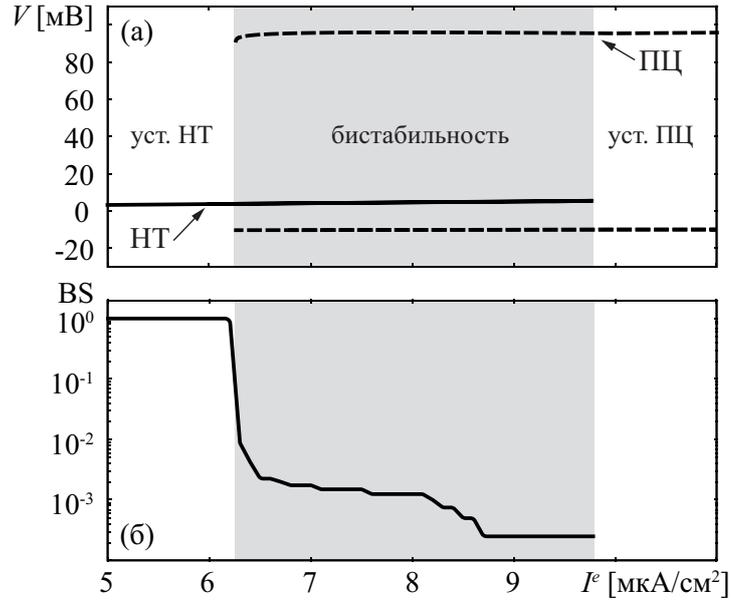


Рис. 3.1: (а) Бифуркационная диаграмма одиночного нейрона Ходжкина-Хаксли в зависимости от внешнего тока I^e . Здесь, НТ и ПЦ означают, соответственно, неподвижную точку и предельный цикл. (б) Устойчивость бассейна притяжения аттрактора неподвижной точки. Серым отмечена область бистабильности, в которой сосуществуют неподвижная точка (непрерывная линия) и предельный цикл (пунктирная линия).

находиться либо в режиме “молчания” (неподвижная точка), либо в режиме генерации спайков (предельный цикл). Кеепер и Sneyd в своей работе [66] продемонстрировали существование бистабильности в узком диапазоне I^e , где эти два аттрактора сосуществуют. На рисунке 3.1 эта область обозначена серым цветом. При $I^e < 6.24 \text{ мкА}/\text{см}^2$ существует только устойчивая неподвижная точка, в то время как при $I^e \geq 9.78 \text{ мкА}/\text{см}^2$ существует только устойчивый предельный цикл. Таким образом, бифуркация происходит при $I^e = 6.24 \text{ мкА}/\text{см}^2$, где нейрон начинает генерировать спайки при определенных начальных условиях. Согласно [66] дальнейшее увеличение внешнего тока приводит к переходу в неподвижную точку через бифуркацию Андронова-Хопфа. Т.к. в данном случае интерес представляет динамика бистабильного нейрона, мы рассмотрение ограничивается областью бистабильности $6.24 \leq I^e < 9.78 \text{ мкА}/\text{см}^2$.

Важно отметить, что относительный объем бассейна притяжения аттрактора неподвижной точки, рассчитанного с помощью анализа устойчивости бассейна (BS) [181, 182], резко уменьшается по мере увеличения внешнего тока после прохождения точки бифуркации при $I^e = 6.24$ мкА/см² [рис. 3.1(б)]. Для осуществления анализа устойчивости бассейна уравнения (2.11)–(2.12) интегрируются $M = 4000$ раз в течении $t = 2$ с, при этом каждый раз выбираются случайные начальные условия. Размер бассейна неподвижной точки определяется как $BS_{\text{HT}} = M_{\text{HT}}/M$, где M_{HT} – количество траекторий, сходящихся к аттрактору неподвижной точки.

Несмотря на то, что область притяжения неподвижной точки очень мала, переключение между неподвижной точкой и предельным циклом возможно, если значение внешнего тока I^e резко увеличивается. Рассмотрим теперь динамику одного нейрона Ходжкина-Хаксли, возмущенного коротким возмущением $\tilde{I}^e(t)$ внешнего тока, моделируемого ступенчатой функцией

$$\tilde{I}^e(t) = I^e + I_0^e[H(t - t_0) - H(t - t_0 - \Delta t)], \quad (3.1)$$

где I_0^e – амплитуда постоянного внешнего тока, $H(\bullet)$ – функция Хевисайда, t_0 – момент времени, когда подается возмущение, Δt – длительность короткого импульса внешнего тока.

Влияние возмущения внешнего тока показано на рисунке 3.2. Были выбраны следующие параметры: постоянный внешний ток зафиксирован равным $I^e = 6.5$ мкА/см², что соответствует размеру бассейна $BS_{\text{HT}} \approx 2 \times 10^{-3}$, длительность импульса $\Delta t = 5$ мс, амплитуда импульса $I_0^e = 4$ мкА/см².

Выбранные значения амплитуды и длительности импульса сравнимы с таковыми для одного нейрона при его взаимодействии с другими нейронами в сети. Переход с неподвижной точки на предельный цикл [Рис. 3.2(а)–3.2(в)] не требуют большой амплитуды импульса, потому что область притяжения предельного цикла намного больше, чем размер бассейна неподвижной точ-

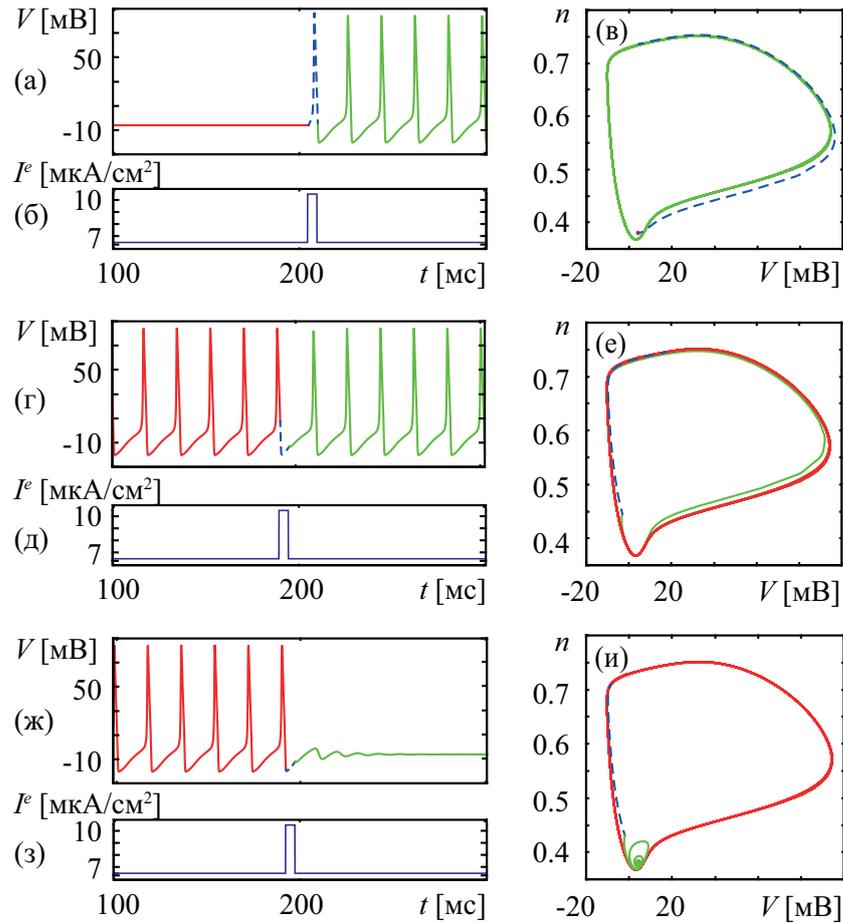


Рис. 3.2: (Левая колонка) Временные зависимости мембранного потенциала V одиночного нейрона и внешнего тока I^e и (правая колонка) фазовые портреты на плоскости (V, n) . (а)–(в) Переход с неподвижной точки на предельный цикл. (г)–(е) Сохранение предельного цикла, когда внешний импульс подается в неправильной фазе ($t_0 = 191.5$ мс). (ж)–(и) Переход с предельного цикла на неподвижную точку ($t_0 = 192$ мс). Красный, синий пунктир и зеленый цвета означают, соответственно, стадии нейрона до, во время и после подачи импульса.

ки. Следовательно, относительно небольшое возмущение внешнего тока может заставить нейрон покинуть область притяжения неподвижной точки. В свою очередь, обратный переход, с предельного цикла на неподвижную точку [Рис. 3.2(ж)–3.2(и)], гораздо более чувствителен к параметрам импульса, особенно к моменту времени t_0 , когда внешний импульс подается на нейрон. Например, если возмущение подается на неподходящей фазе траектории предельного цикла, когда она проходит далеко от бассейна притяжения неподвижной точки, аттрактор не изменится (Рис. 3.2(г)–3.2(е)). После небольшого отклонения траектории нейрон возвращается обратно к аттрак-

тору предельного цикла и продолжает генерировать спайки. Напротив, если динамика нейрона возмущается в правильной фазе, когда фазовая траектория проходит вблизи неподвижной точки, изменение внешнего тока переключает состояние нейрона в неподвижную точку (Рис. 3.2(ж)–3.2(и)). Следует отметить, что разница между правильной и неправильной фазой для переключения очень мала и равна приблизительно 0.5 мс, поскольку неподвижная точка находится очень близко к предельному циклу в фазовом пространстве. Следовательно, переход с предельного цикла на неподвижную точку возможен только в пределах узкого временного окна в течение периода колебаний.

3.3 Коллективная динамика в сети нейронов

Ходжкина-Хаксли

Теперь перейдем к исследованию коллективной динамики нейронной сети, состоящей из $N = 100$ бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли. Для моделирования сетевых взаимодействий вводится химическая синаптическая связь (2.22), и система описывается уравнениями (2.11-2.18), но за одним исключением: в уравнении (2.12) отсутствует $\xi_x(t)$, т.к. в рассматриваемой системе отсутствует шум.

Рассмотрим, как топология сети влияет на коллективную динамику связанных бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли. Сети трех различных топологий, безмасштабной, малого мира и случайной, схематично представлены, соответственно, на левых панелях рис. 3.3(а), 3.3(б) and 3.3(в). В реальных нейронных ансамблях свойство малого мира определяет нейронные связи на анатомическом уровне [183,184], тогда как безмасштабная топология присуща функциональным сетям мозга и определяет взаимодействие между отдельными областями мозга посредством низкочастотной колебательной когерентности [185,186]. Матрица связей для безмасштабной сети сгенерирова-

на с использованием алгоритма Барабаши-Альберта [187], который создает граф с $N = 100$ узлами, каждый из которых устанавливает 5 связей с соседями. Топология малый мир генерировалась с использованием модели Ватца и Строгаца [188] с параметрами $\beta = 0.3$ и $K = 5$. Параметр β является вероятностью того, что конкретная связь в изначально регулярной топологии будет случайным образом переопределена, а K – средняя степень. Полностью случайная сеть генерируется как предельный случай модели Ватца-Строгаца при $\beta = 1$, что означает, что все звенья изначально регулярной топологии случайным образом переопределены.

Затем проанализируем, как зависит динамика нашей сети от двух управляющих параметров: внешнего тока I^e и максимальной проводимости синаптического канала g_c , которая, по сути, является силой связи между нейронами. В то время как первый определяет индивидуальную динамику каждого нейрона Ходжкина-Хаксли, последний контролирует коллективную динамику всей сети, то есть сосуществование неактивных и активных нейронных ансамблей. Для начала количественно определим состояние нейронной сети как относительное число нейронов, генерирующих спайки, $N'_{sp} = N_{sp}/N$, где N_{sp} это общее количество активных нейронов в сети. На рисунках 3.3(г), 3.3(д) и 3.3(е) изображены двухпараметрические зависимости N'_{sp} от g_c и I^e для, соответственно, трех топологий связи: безмасштабная, малый мир и случайная. Как было показано в главе 3.2, значение внешнего тока $I^e = 6.24$ мкА/см² является пороговым, ниже которого существует только устойчивая неподвижная точка для одиночного нейрона Ходжкина-Хаксли. Очевидно, что ниже порогового значения такое же неактивное поведение также происходит и в нейронной сети независимо от топологии сети. На рис. 3.3(г)–3.3(е) это пороговое значение отмечено белой пунктирной горизонтальной линией. Видно, что под этой линией все нейроны находятся в

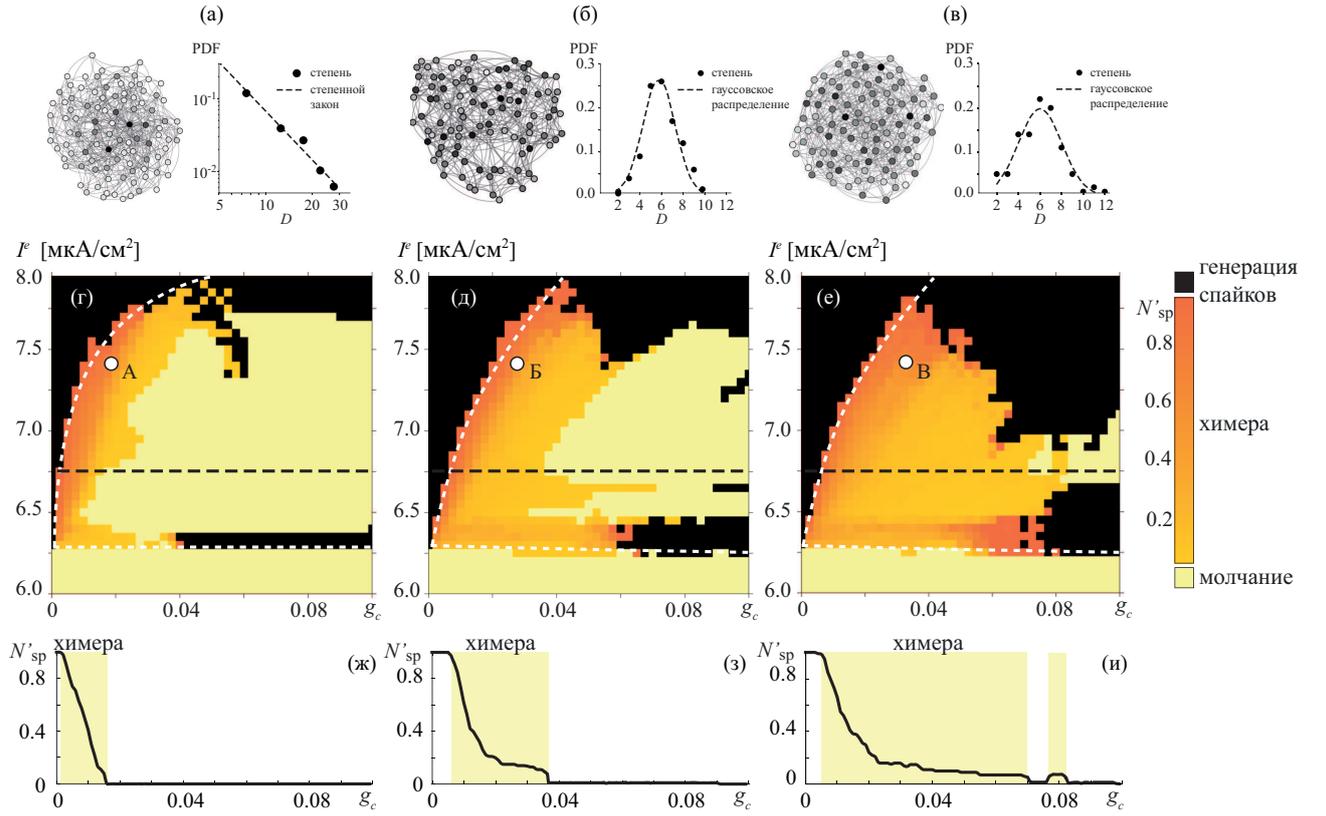


Рис. 3.3: Возникновение химерных состояний в нейронных сетях различной топологии. (а)–(в) Безмасштабная, малый мир и случайная топологии сети (левые панели) и соответствующие им функции распределения вероятности (PDF) степени узлов D (правые панели). Черные, серые и пустые точки в сетях обозначают, соответственно, узлы с высокой, средней и низкой степенью. Пунктирные линии и точки на графиках PDF показывают, соответственно, теоретические и эмпирические зависимости. (г)–(е) Двухпараметрические зависимости относительного числа активных нейронов, генерирующих спайки (N'_{sp}), от силы связи g_c и внешнего тока I^e для соответствующих топологий. Белые пунктирные линии показывают границы между различными типами коллективной динамики: молчание (желтый), генерация спайков (черный) и химероподобное состояние (оранжевый). (ж)–(и) Зависимости относительного числа активных нейронов, генерирующих спайки (N'_{sp}), от g_c при $I^e = 6.75$ (черные пунктирные линии на (г)–(е)). Динамика сети в точках А, Б и В показана на рисунке 3.4.

режиме молчания, т.е. $N'_{sp} = 0$ для всех g_c . Однако, если внешний ток превышает порог ($I^e > 6.24$ мкА/см²), при конкретных значениях управляющих параметров происходит переход между состояниями “все нейроны генерируют спайки” (черная область) и “все нейроны молчат” (желтая область).

Очевидно, что увеличение g_c приводит к увеличению синаптического тока I_i^{syn} , который играет роль короткого внешнего импульса, подаваемого

на один нейрон, как это было в главе 3.2. Согласно приведенному выше суждению динамики отдельных нейронов Ходжкина-Хаксли, поступление на нейрон импульса синаптического тока посредством возбуждающей связи с соседями может прекратить его генерацию спайков. Также, чем больше I_i^{syn} , тем больше вероятность перехода нейрона в неактивное состояние. Интересно, что переход “все нейроны генерируют спайки” \rightarrow “все нейроны молчат” не происходит резко, появляется промежуточное состояние с сосуществующими активными и молчащими нейронными субпопуляциями, которое можно называть специфическим типом химер в сети бистабильных нейронов.

Стоит отметить, что подобные химероподобные состояния в сетях бистабильных элементов ранее были описаны в других работах [54, 60, 189]. В частности, Shcharin и др. [178] обнаружили амплитудные и фазовые химеры как теоретически, так и экспериментально в сети электронных осцилляторов, построенных на основе общей бистабильной модели с самовозбуждением. Они заметили, что сеть бистабильных элементов разделяется на две подсети с разной динамикой. Это новое состояние называлось химерным состоянием.

Как видно из рисунков 3.3(г)–3.3(е) возникновение химероподобного состояния в сети бистабильных нейронов является универсальным эффектом независимо от топологии сети. Тем не менее, структурные свойства нейронных сетей сильно влияют на размер химероподобных паттернов в параметрическом пространстве. В частности, самая маленькая область химероподобного состояния наблюдается в сети с безмасштабной топологией, тогда как самая большая область соответствует случайной топологии. Более того, уменьшение количества активных нейронов при росте g_c является достаточно плавным в случайной сети и в “малом мире” [Рис. 3.3(з) and 3.3(и)]. В отличие от этого, переход к режиму молчания в безмасштабной сети очень резкий [Рис. 3.3(ж)]. Согласно [190], сети с низким уровнем связности, например, со-

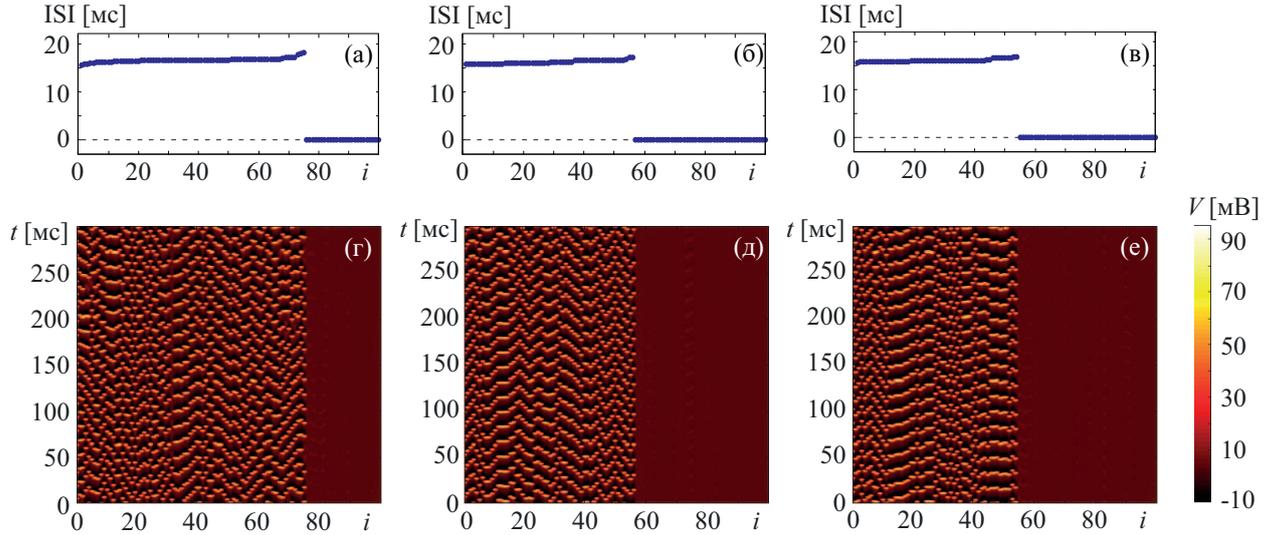


Рис. 3.4: Иллюстрация химерного состояния для разных типов сетей нейронов Ходжкина-Хаксли. (а)–(в) Распределение межспайковых интервалов (ISI) и (г)–(е) пространственно-временные паттерны для разных топологий сети: (а,г) безмасштабная ($g_c = 0.0175$ мСм/см², точка А на рис. 3.3), (б,д) “малый мир” ($g_c = 0.0275$ мСм/см², точка Б на рис. 3.3) и (в,е) случайная ($g_c = 0.0325$ мСм/см², точка В на рис. 3.3). Внешний ток для всех случаев равен $I^e = 7.4$ мкА/см².

вершено случайные или малый мир (см. распределения степени узлов на рис. 3.3(б) и 3.3(в)) постепенно приспосабливаются к изменению параметров управления, что приводит к плавному изменению их глобального состояния. Таким образом, химероподобное состояние, являясь промежуточным состоянием между случаями, когда все нейроны генерируют спайки и когда все они находятся в режиме молчания, более выражены в подобных сетях.

Напротив, высокосвязанная безмасштабная сеть (см. распределение степеней узлов на рис. 3.3(а)) реагирует на изменения управляющего параметра в виде критических переходов. В этой сети небольшие возмущения глобально когерентных состояний компенсируются за счет связанных соседних элементов, так что качественные изменения в динамике сети происходят внезапно вблизи критической точки. Это объясняет относительно небольшой размер области химеры в безмасштабной сети по сравнению с малым миром и случайной сетью. Важно отметить, что число активных нейронов в химерной области плавно изменяется по отношению к параметрам управления,

независимо от топологии сети. Это дает возможность контролировать размер области спайков путем изменения параметров управления.

Типичные химерные паттерны для нейронных сетей с различной топологией изображены на рисунке 3.4. Эти состояния соответствуют значениям параметров в точках А, Б и В на рис. 3.3. Для лучшей визуализации элементы сети были отсортированы по межспайковому интервалу (ISI), представленному на рис. 3.4(а)–3.4(в). Здесь $ISI = 0$ соответствует молчащим нейронам. Как видно из рисунков 3.4(г)–3.4(е) при определенных условиях все сети самоорганизуются, образуя ярко выраженные химерные паттерны сосуществующих молчащих и синхронизированных по фазе популяций нейронов.

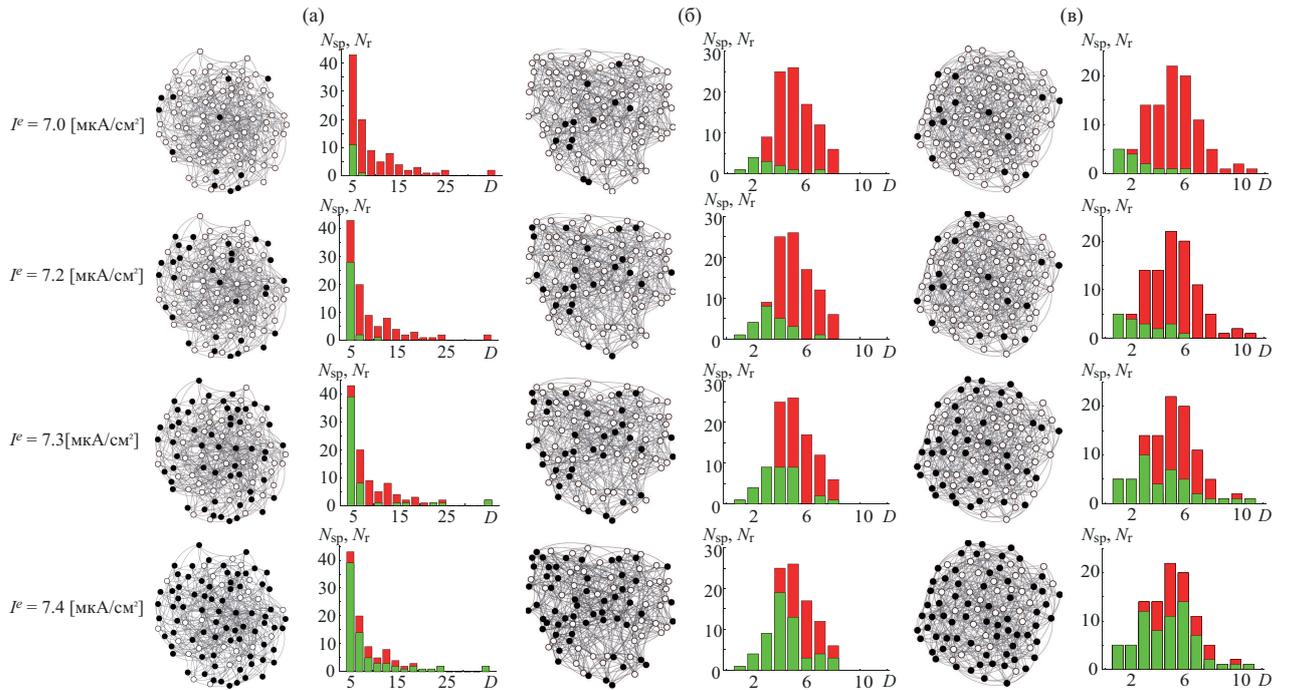


Рис. 3.5: Распределения молчащих (пустые узлы) и активных (закрашенные узлы) в нейронных сетях с (а) безмасштабной, (б) “малый мир” и (с) случайной топологиями при изменении внешнего тока I^e . (Левые колонки) Топологии сети и (правые колонки) распределения числа активных (N_{sp} , зеленый) и молчащих (N_r , красный) нейронов. Каждая строка соответствует разному значению внешнего тока I^e , указанному слева. Максимальная проводимость, фиксированная для каждой топологий, равна, $g_c = 0.0175$ мСм/см², $g_c = 0.0275$ мСм/см² и $g_c = 0.0375$ мСм/см² для безмасштабной, малого мира и случайной сети соответственно.

Рассмотрим теперь процесс формирования когерентных паттерном при увеличении внешнего тока I^e с точки зрения топологических свойств сети. В левых столбцах на рис. 3.5(а)–3.5(в) изображены нейронные популяции активных (закрашенные узлы) и молчащих (пустые узлы) элементов для разных значения внешнего тока I^e и фиксированной максимальной проводимости g_c для каждой топологии сети (рис. 3.3). Видно, что после активации нейронов они продолжают генерировать спайки с увеличением I^e (сверху вниз на рис. 3.5), вовлекая все больше и больше нейронов в режим генерации спайков. Очевидно, что на такое поведение влияет структура сети. Другими словами, вероятность активации отдельного узла тесно связана с его степенью. Правые столбцы на рис. 3.5(а)–3.5(в) свидетельствуют о том, что узлы с более низкой степенью с большей вероятностью будут переключаться с режима молчания на генерацию спайков с увеличением I^e . Это происходит из-за того, что узел с низкой степенью плохо взаимодействует с другими элементами сети и не имеет достаточного количества вспомогательных входных для того, чтобы вернуться в исходное положение, т. е. к менее стабильному аттрактору неподвижной точки. Напротив, на узел с высокой степенью сильно влияет возбуждающие связи, суммируемые по многим сетевым узлам, что делает НТ (состояние молчания) более устойчивым и снижает вероятность перехода динамики этого узла на предельный цикл (режим генерации спайков).

Данное свойство является универсальным по отношению к топологии сети. Более того, оно дает представление о связи между размером области химероподобного состояния и топологией сети. Можно видеть, что сеть с безмасштабной топологией характеризуется большим количеством узлов с низкой степенью, что определяет быстрый рост популяции активных нейронов и, следовательно, быстрый переход от “все нейроны молчат” к “все нейроны

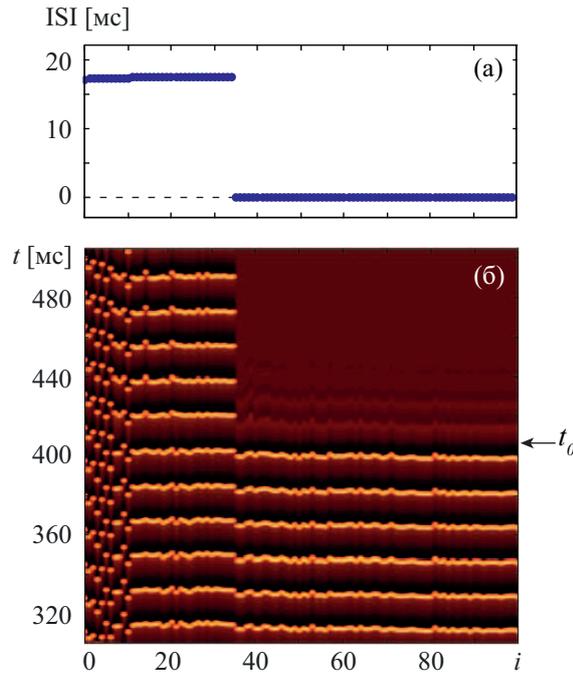


Рис. 3.6: Частичное прерывание спайковой активности в безмасштабной сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли при небольшом изменении внешнего тока \tilde{I}^e . (а) Распределение межспайковых интервалов (ISI), усредненных по 100-мс интервалу после подачи импульса. (б) Пространственно-временная динамика при воздействии внешнего импульса тока. Стрелка указывает момент времени t_0 , когда был подан импульс.

генерируют спайки” и наоборот. В свою очередь, “малый мир” и случайная сеть имеют ярко выраженное распределение степеней узлов, что обеспечивает плавный рост активной подгруппы.

3.4 Управление химероподобным состоянием в сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли

Теперь обратимся к проблеме возбудимости химероподобного состояния с частично активными нейронами при коротком импульсе внешнего тока, подающегося на всю сеть. Как показано в главе 3.2, импульс индуцирует переход одного нейрона из состояния покоя в состояние генерации спайков и наоборот. Таким образом, можно ожидать, что небольшое возмущение полностью

активной нейронной сети вызовет частичное или полное прекращение спайковой активности.

По аналогии с главой 3.2 будем добавлять короткий ($\Delta t = 5$ мс) импульс к внешнему току в момент $t_0 = 405$ мс в форме ступенчатой функции, задаваемой уравнением (3.1). Чтобы проверить устойчивость сети, мы вводим небольшое отклонение внешнего тока $I_0^e = 0.5$ мкА/см² к сети, в которой все нейроны генерируют спайки, в окрестности границы химероподобного состояния при следующих параметрах: $I^e = 7$ мкА/см², $g_c = 0.0025$ мСм/см². На рисунке 3.6(б) изображена эволюция безмасштабной сети при введении внешнего возмущения. Видно, что некоторые активные нейроны ($i \leq 35$) устойчивы в внешнем возмущению и остаются в режиме генерации спайков, в то время как остальные нейроны ($i \geq 36$) изменяют свою динамику на стационарную. Подобно одному нейрону Ходжкина-Хаксли, вся нейронная сеть также чувствительна к моменту времени (или фазе), когда подается внешнее возмущение.

На рисунке 3.7 изображены зависимости относительного размера активной нейронной популяции N_{sp}/N от времени подачи внешнего возмущения. Видно, что эта зависимость имеет ярко выраженный минимум незави-

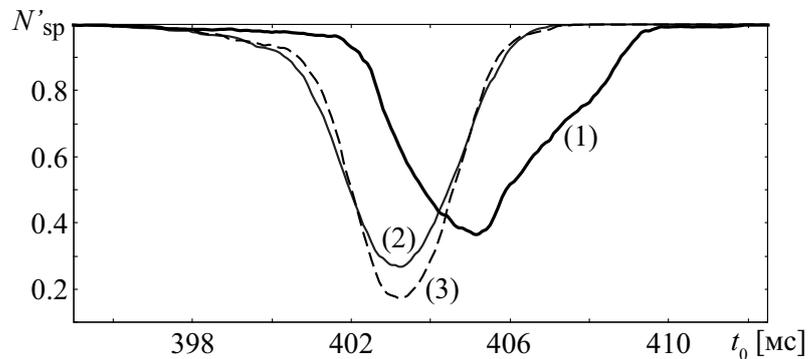


Рис. 3.7: Зависимости относительного размера активной нейронной популяции N_{sp}/N от времени подачи внешнего импульса t_0 в течение одного периода между спайками для (1) безмасштабной, (2) случайной топологии и (3) “малого мира”. Каждая кривая усреднена по набору из 20 случайно выбранных сетей соответствующего типа.

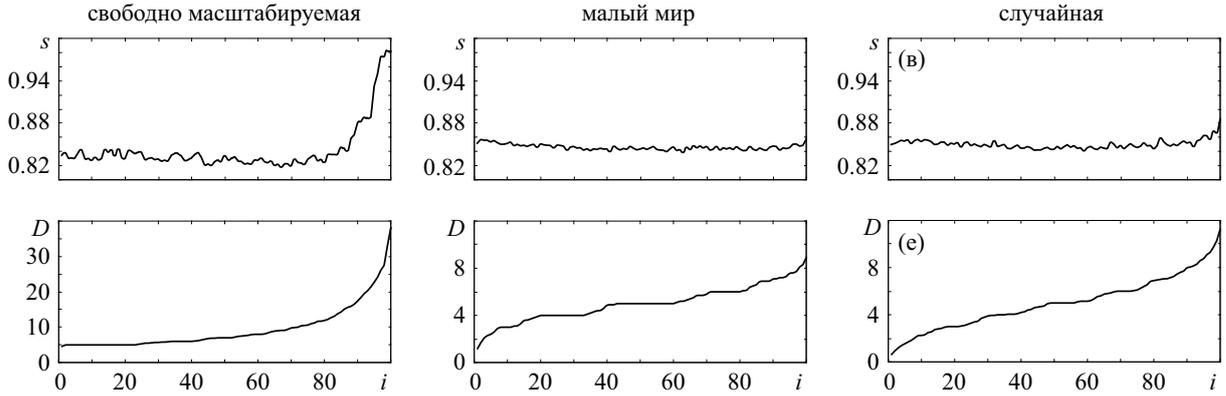


Рис. 3.8: Связь между устойчивостью узла и его степенью D . (а)–(в) Вероятность того, что узел останется в режиме активном режиме и (г)–(е) распределения степени узла. Каждая кривая усреднена по набору из 20 случайно выбранных сетей соответствующей топологии: (а,г) безмасштабной, (б,д) “малый мир” и (в,е) случайной.

симо от типа сети, соответствующий фазе периодической траектории, оптимальной для перехода большей части нейронов в состояние молчания.

В этом контексте также интересно выявить свойства устойчивости узлов сети относительно их степени. С этой целью рассматриваются 20 случайно сгенерированных сетей для каждого типа топологии сети, их элементы сортируются по степени их узлов и возмущаются, как описано выше. После этого проведено сравнение средней степени D i -го узла с вероятностью $s_i = M_{sp}^i/20$ (M_{sp}^i – количество раз, когда i -й узел продолжает генерировать спайки) того, что данный узел сохранит спайковую динамику, и была обнаружена хорошая корреляция между ними. Таким образом был сделан вывод о том, что узлы с более высокой степенью наиболее вероятно будут продолжать находиться в режиме генерации спайков (Рис. 3.8). Это свойство достаточно сильно проявляется в безмасштабных сетях бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли благодаря наличию узлов с очень высокой степенью (Рис. 3.8(а) и 3.8(г)). В отличие от безмасштабной, для случайной топологии и “малого мира” изменения в распределении степени узла не очень хо-

рошо выражено, что приводит к однородному распределению вероятности s (Рис. 3.8(б),3.8(в),3.8(д),3.8(е)).

3.5 Выводы

В рамках данной главы была изучена динамика одиночного нейрона Ходжкина-Хаксли в отсутствие шума в области значений внешнего тока, соответствующей бистабильности, когда одновременно в фазовом пространстве сосуществуют неподвижная точка и предельный цикл, проведено исследования относительных размеров их бассейнов притяжения. Было показано, что с помощью короткого внешнего импульса очень легко перевести нейрон из стационарного состояния в колебательное. Но при этом обратный процесс представляет трудности, и для его успеха необходимо правильно учитывать амплитуду, длительность и время подачи импульса, чтобы непосредственно после такого возмущения его фазовая траектория оказалась в бассейне притяжения неподвижной точки.

Затем при изучении коллективной динамики бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли с возбуждающими связями был обнаружен и изучен эффект возникновения химероподобного состояния, характеризующегося тем, что часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая активно генерирует спайки. Данные исследования свидетельствуют о противоречивом явлении, заключающемся в том, что увеличение силы возбуждающей связи приводит к прекращению глобального активного поведения нейронной сети. Это возможно благодаря специфическим динамическим особенностям одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли, когда импульс внешнего тока приводит к переключению между сосуществующими аттракторами. В частности, сильное взаимодействие между элементами сети стабилизирует состояние “молчания” для всех элементов сети.

В отличие от авторов работы [153], которые наблюдали возникновение малых химероподобных состояний из переходного хаоса в модели нелинейных метаматериалов, в рассматриваемой модели химероподобное состояние возникает в результате наличия бистабильности в отдельном элементе сети.

Было продемонстрировано, что наряду с состояниями, когда все нейроны в сети либо генерируют спайки, либо молчат, сложные нейронные сети демонстрируют особый тип коллективного поведения, проявляющийся как долговременное устойчивое сосуществование активных и молчащих ансамблей. Рассмотрев сети с различными топологиями связи (безмасштабная, “малый мир”, случайная), было показано, что обнаруженный вид химероподобного состояния является универсальным явлением, возникающим независимо от топологии сети. Однако структурные свойства сети сильно влияют на размер области химероподобного состояния в пространстве параметров. Согласно полученным результатам, сети с высокой степенью связи, например, безмасштабные, характеризуются узкой областью химерного поведения, в отличие от сетей с более низкой связностью, таких как “малый мир” и случайная, где химероподобное состояние наблюдается в значительно более широкой области.

Также была продемонстрирована возможность управления размером популяции активных нейронов, подавая короткий импульс внешнего тока. В этом контексте структурные свойства играют решающую роль в устойчивости узлов относительно малых возмущений управляющего параметра. В частности, обнаружена отрицательную корреляцию между степенью узла и его вероятностью перехода в состояние молчания под воздействием внешнего импульса. Можно сделать предположение, что помимо фундаментального интереса для предоставления нового понимания нейронных взаимодействий, открытое химероподобное состояние может также иметь потенциальные при-

ложения для разработки импульсных классификаторов сигналов на основе взаимосвязанных биологических нейронов.

Заключение

В настоящей диссертационной работе проведено исследование процессов взаимодействия в сетях квантовых осцилляторов и нейроподобных элементов в присутствии внешнего сигнала. В качестве первых была рассмотрена модель ридберговских атомов в квазиклассическом приближении, а в качестве нейроподобных элементов были использованы отображения Рутькова и модель нейронов Ходжкина-Хаксли. В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Исследована динамика двух атомов, замкнутых цепочек и квадратных решеток, состоящих из разного числа связанных ридберговских атомов. Для них были рассчитаны спектры показателей Ляпунова. В результате этого в случае двух атомов был обнаружен хаос, а в замкнутых цепочках была обнаружена область гиперхаоса, характеризующаяся наличием в спектре большого числа положительных ляпуновских показателей, число которых зависит от числа атомов в цепочке. В ходе работы была установлена интегральная зависимость числа положительных показателей от числа атомов, которая демонстрировала рост первого от роста второго. Были проанализированы переходы к хаосу и гиперхаосу в замкнутых цепочках. Было обнаружено, что переход к хаосу осуществляется через каскад бифуркаций удвоений периода, при этом периодическая динамика рождается как окно периодичности в области квазипериодических колебаний. Был обнаружен эффект непрерывного роста числа пространственных показателей Ляпунова при увеличении числа

атомов в цепочке, в то время как спектры мощности при этом, начиная с 12 атомов, переставали меняться. Было дано объяснение этому явлению при помощи расчета корреляционных функций одного атома в цепочке от всех остальных. Было установлено, что атом при данных значениях управляющих параметров коррелирует лишь с 10 из них, поэтому, начиная с 11 атомов, добавление нового атома не приводит к изменению спектров мощности каждого атома в системе.

2. Была продемонстрирована возможность управления гиперхаосом в замкнутых цепочках ридберговских атомов с помощью введения внешнего параметрического воздействия как модуляции частоты Раби. Было установлено, что при значении параметров, при которых в автономной системе наблюдается гиперхаос, в области параметров внешнего воздействия существуют области, в которых удастся полностью подавить гиперхаос и установить в системе периодическую динамику. При этом показано, что при использовании внешней обратной связи для управления гиперхаосом в решетках ридберговских атомов удастся лишь уменьшить число положительных ляпуновских показателей на 1, что свидетельствует о большей эффективности использования для контроля гиперхаотической динамики метода введения в систему внешнего параметрического воздействия по сравнению с методом введения непрерывной обратной связи.

3. Исследована динамика системы связанных отображений Рутькова и нейронов Ходжкина-Хаксли. В таких системах был обнаружен эффект группировки, когда при подаче внешнего воздействия невозбуждаемые нейроны начинают то периодически генерировать спайки, то находиться в режиме молчания. На усредненном сигнале это отражается периодическим образованием всплесков. Было изучено влияние общего числа нейронов в системе, числа нейронов, на которые оказывается внешнее воздействие, амплитуды этого

воздействия и амплитуды внутреннего шума на динамику системы. Были рассчитаны зависимости отношения сигнала к шуму от этих параметров. В исследуемых системах был обнаружен эффект когерентного резонанса, когда при определенных значениях амплитуды внешнего стимула отношение сигнала к шуму принимает максимальное значение. Проведено изучение данного явления при помощи расчета когерентности, степени синхронизации, характерного времени корреляции и стандартного отклонения амплитуды усредненного сигнала. Для апробации полученных результатов было проведено экспериментальное исследование, в ходе которого испытуемому демонстрировались визуальные стимулы (портреты Моны Лизы) с разной степенью контрастности, и параллельно снималась электроэнцефалограмма (ЭЭГ) головного мозга. По полученным данным были рассчитана мера когерентности в зависимости от контрастности изображения, и обнаружено, что существуют оптимальные значения контрастности, при которых количество каналов ЭЭГ с максимальной когерентностью максимально, при чем это значение индивидуально для каждого человека.

4. Была исследована динамика сети бистабильных нейронов Ходжкина-Хаксли для трех разных топологий связи: свободно масштабируемой, “малый мир” и случайной. В данных сетях обнаружено возникновение химероподобного состояния, характеризующегося тем, что часть элементов сети оказывается в стационарном состоянии, в то время как вторая активно генерирует спайки. Показано, что обнаруженное явление возникает благодаря специфическим динамическим особенностям одиночного бистабильного нейрона Ходжкина-Хаксли, когда импульс внешнего тока приводит к переключению между сосуществующими аттракторами. Продемонстрирована возможность управления размером популяции активных нейронов, подавая короткий им-

пульс внешнего тока, исследована устойчивость узлов к изменению их динамики в зависимости от количества связей с узлом.

В заключении искренне выражаю глубокую признательность своему научному руководителю, профессору, д.ф.-м.н. Храмову Александру Евгеньевичу за всестороннюю помощь и поддержку при подготовке данной диссертационной работы. Хочу выразить признательность профессору, д.ф.-м.н. Короновскому Алексею Александровичу и доценту, д.ф.-м.н. Москаленко Ольге Игоревне, чья поддержка и помощь помогли мне при проведении исследований и подготовке данной диссертационной работы. Особую благодарность хочу выразить Бадарину Артёму Александровичу, к.ф.-м.н. Максименко Владимиру Александровичу и к.ф.-м.н. Фролову Никите Сергеевичу за плодотворные обсуждения научных результатов и поддержку в ходе подготовки данной диссертационной работы.

Список литературы

- [1] Kivela, M. Multilayer networks / M. Kivela, A. Arenas, M. Barthelemy, J.P. Gleeson, Y. Moreno, M.A. Porter // *Journal of Complex Networks*. — July 2014. — Vol. 2, no. 3. — Pp. 203–271.
- [2] Newman, M. E. J. The structure and function of complex networks / M. E. J. Newman // *SIAM Review*. — 2003. — Vol. 45. — Pp. 167–256.
- [3] Chi, C. N. Reassessing a sparse energetic network within a single protein domain / C. N. Chi, L. Elfström, Y. Shi, T. Snäll, Å. Engström, P. Jemth // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2008. — Vol. 105, no. 12. — Pp. 4679–4684.
- [4] Sohn, J. The energetic network of hotspot residues between cdc25b phosphatase and its protein substrate / J. Sohn, J. Rudolph // *Journal of molecular biology*. — 2006. — Vol. 362, no. 5. — Pp. 1060–1071.
- [5] Faloutsos, M. On power-law relationships of the internet topology / M. Faloutsos, P. Faloutsos, C. Faloutsos // *Computer Communications Rev.* — 1999. — Vol. 29, no. 4. — Pp. 251–262.
- [6] Abramson, G. Social games in a social network / G. Abramson, M. Kuperman // *Physical Review E*. — 2001. — Vol. 33, no. 3. — P. 030901.
- [7] Adamic, L. A. Friends and neighbors on the web / L. A. Adamic, E. Adar // *Social networks*. — 2003. — Vol. 25, no. 3. — Pp. 211–230.

- [8] Sporns, O. Network analysis, complexity, and brain function / O. Sporns // Complexity. — 2002. — Vol. 8, no. 1. — Pp. 56–60.
- [9] Sporns, O. Theoretical neuroanatomy: Relating anatomical and functional connectivity in graphs and cortical connection matrices / O. Sporns, G. Tononi, G. M. Edelman // Cerebral cortex. — 2000. — Vol. 10, no. 2. — Pp. 127–141.
- [10] White, J. G. The structure of the nervous system of the nematode / J. G. White, E. Southgate, J. N. Thomson, S. Brenner // Phil. Trans. R. Soc. Lond. — 1986. — Vol. 314. — Pp. 1–340.
- [11] West, G. B. A general model for the structure, and allometry of plant vascular systems / G. B. West, J. H. Brown, B. J. Enquist // Nature. — 1999. — Vol. 400. — Pp. 664–667.
- [12] West, G. B. A general model for the origin of allometric scaling laws in biology / G. B. West, J. H. Brown, B. J. Enquist // Science. — 1997. — Vol. 276, no. 5309. — Pp. 122–126.
- [13] Jeong, H. Error and attack tolerance of complex networks / H. Jeong, B. Tombor, R. Albert, Z. N. Oltvai, A. Barabási // Nature. — 2000. — Vol. 407. — Pp. 651–654.
- [14] Hartwell, L. H. From molecular to modular cell biology / L. H. Hartwell, J. J. Hopfield, S. Leibler, A. W. Murray // Nature. — 1999. — Vol. 402, no. 6761supp. — P. C47.
- [15] Searls, D. B. Data integration: challenges for drug discovery / D. B. Searls // Nature reviews Drug discovery. — 2005. — Vol. 4, no. 1. — P. 45.
- [16] Vogelstein, B. Surfing the p53 network / B. Vogelstein, D. Lane, A. J. Levine // Nature. — 2000. — Vol. 408, no. 6810. — P. 307.

- [17] Buss, J. A multi-layered protein network stabilizes the escherichia coli ftsz-ring and modulates constriction dynamics / J. Buss, C. Coltharp, G. Shtengel, X. Yang, H. Hess, J. Xiao // PLoS genetics. — 2015. — Vol. 11, no. 4. — P. e1005128.
- [18] Boccaletti, S. Complex networks: Structure and dynamics / S. Boccaletti, V. Latora, V. Moreno, M. Chavez, D. U. Hwang // Physics Reports. — 2006. — Vol. 424. — Pp. 175–308.
- [19] Klinshov, V. V. Synchronization of delay-coupled oscillator networks / V. V. Klinshov, V. I. Nekorkin // Physics-Uspekhi. — 2013. — Vol. 56, no. 12. — P. 1217.
- [20] Ivanchenko, M. V. Phase synchronization in ensembles of bursting oscillators / M. V. Ivanchenko, G. V. Osipov, V. D. Shalfeev, J. Kurths // Physical review letters. — 2004. — Vol. 93, no. 13. — P. 134101.
- [21] Tikhomirov, A. A. Collective oscillations in spatially modulated exciton-polariton condensate arrays / A. A. Tikhomirov, O. I. Kanakov, B. L. Altshuler, M. V. Ivanchenko // The European Physical Journal B. — 2015. — Vol. 88, no. 2. — P. 7.
- [22] Makovkin, S. Multiplexing topologies and time scales: The gains and losses of synchrony / S. Makovkin, A. Kumar, A. Zaikin, S. Jalan, M. Ivanchenko // Physical Review E. — 2017. — Vol. 96, no. 5. — P. 052214.
- [23] Стрелкова, Г. И. Пространственно-временные структуры в ансамблях связанных хаотических систем / Г. И. Стрелкова, В. С. Анищенко // Успехи физических наук. — 2020. — Vol. 190, no. 2. — Pp. 160–178.

- [24] Debnath, S. Demonstration of a small programmable quantum computer with atomic qubits / S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, C. Monroe // *Nature*. — 2016. — Vol. 536, no. 7614. — Pp. 63–66.
- [25] Weimer, H. Quantum critical behavior in strongly interacting rydberg gases / H. Weimer, R. Löw, T. Pfau, H. P. Büchler // *Physical Review Letters*. — 2008. — Vol. 101, no. 25. — P. 250601.
- [26] Heidemann, R. Evidence for coherent collective rydberg excitation in the strong blockade regime / R. Heidemann, U. Raitzsch, V. Bendkowsky, B. Butscher, R. Löw, L. Santos, T. Pfau // *Physical Review Letters*. — 2007. — Vol. 99, no. 16. — P. 163601.
- [27] Coherent control of rydberg states in silicon / P. T. Greenland, S. A. Lynch, A. F. G. Meer van der, B. N. Murdin, C. R. Pidgeon, B. Redlich, N. Q. Vinh, G. Aeppli // *Nature*. — 2010. — Vol. 465. — Pp. 1057–1061.
- [28] Observation of collective excitation of two individual atoms in the rydberg blockade regime / A. Gaëtan, Y. Miroshnychenko, T. Wilk, A. Chotia, M. Viteau, D. Comparat, P. Pillet et al. // *Nature Physics*. — 2009. — Vol. 5, no. 2. — P. 115.
- [29] Jaksch, D. Fast quantum gates for neutral atoms / D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller, S. L. Rolston, R. Cote, M. D. Lukin // *Physical Review Letters*. — 2000. — Vol. 85, no. 10. — P. 2208.
- [30] Zagoskin, A. M. *Quantum Engineering: Theory and Design of Quantum Coherent Structures* / A. M. Zagoskin. — Cambridge University Press, 2011.
- [31] Schwarzschild, B. Experiments show blockading interaction of rydberg atoms over long distances / B. Schwarzschild // *Physics Today*. — 2009. — Vol. 62, no. 2. — P. 15.

- [32] Lukin, M. D. Dipole blockade and quantum information processing in mesoscopic atomic ensembles / M. D. Lukin, M. Fleischhauer, R. Cote, L. M. Duan, D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller // *Physical Review Letters*. — 2001. — Vol. 87, no. 3. — P. 037901.
- [33] Saffman, M. Quantum information with rydberg atoms / M. Saffman, T. G. Walker, K. Molmer // *Reviews of Modern Physics*. — 2010. — Vol. 82, no. 3. — Pp. 2313–2363.
- [34] Srinivasan, G. Magnetic tunnel junction based long-term short-term stochastic synapse for a spiking neural network with on-chip stdp learning / G. Srinivasan, A. Sengupta, K. Roy // *Scientific reports*. — 2016. — Vol. 6. — P. 29545.
- [35] Pankratova, E. V. Neuronal synchronization enhanced by neuron–astrocyte interaction / E. V. Pankratova, A. I. Kalyakulina, S. V. Stasenko, S. Yu. Gordleeva, I. A. Lazarevich, V. B. Kazantsev // *Nonlinear Dynamics*. — 2019. — Pp. 1–16.
- [36] Esir, P. M. Conduction delays can enhance formation of up and down states in spiking neuronal networks / P. M. Esir, S. Yu. Gordleeva, A. Yu. Simonov, A. N. Pisarchik, V. B. Kazantsev // *Physical Review E*. — 2018. — Vol. 98, no. 5. — P. 052401.
- [37] Герасимова, С. А. Имитация синаптической связи нейроноподобных генераторов с помощью мемристивного устройства / С. А. Герасимова, А. Н. Михайлов, А. И. Белов, Д. С. Королев, О. Н. Горшков, В. Б. Казанцев // *Журнал технической физики*. — 2017. — Т. 87, № 8. — С. 1248.
- [38] Результаты структурной и функциональной нейровизуализации у пациентов с эпилептическими приступами при цереброваскулярных заболе-

- ваниях / С. Н. Базилевт, М. М. Одинак, Д. Е. Дыскин, И. В. Красаков, В. А. Фокин, И. В. Пьянов, А. В. Окользин и др. // Журнал неврологии и психиатрии им. СС Корсакова. — 2008. — Т. 108, № S2. — С. 33–40.
- [39] Pershin, Y. V. Experimental demonstration of associative memory with memristive neural networks / Y. V. Pershin, M. Di Ventra // Neural Networks. — 2010. — Vol. 23, no. 7. — Pp. 881–886.
- [40] Qian, L. Neural network computation with dna strand displacement cascades / L. Qian, E. Winfree, J. Bruck // Nature. — 2011. — Vol. 475, no. 7356. — P. 368.
- [41] Yu, H. Stochastic resonance, coherence resonance, and spike timing reliability of hodgkin–huxley neurons with ion-channel noise / H. Yu, R. F. Galán, J. Wang, Y. Cao, J. Liu // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. — 2017. — Vol. 471. — Pp. 263–275.
- [42] Fries, P. A mechanism for cognitive dynamics: neuronal communication through neuronal coherence / P. Fries // Trends Cogn. Sci. — 2005. — Vol. 9, no. 10. — Pp. 474–480.
- [43] Fries, P. Rhythms for cognition: communication through coherence / P. Fries // Neuron. — 2015. — Vol. 88, no. 1. — Pp. 220–235.
- [44] White, J. A. Channel noise in neurons / J. A. White, J. T. Rubinstein, A. R. Kay // Trends in neurosciences. — 2000. — Vol. 23, no. 3. — Pp. 131–137.
- [45] Faisal, A. A. Noise in the nervous system / A. A. Faisal, L. P. J. Selen, D. M. Wolpert // Nature Reviews Neuroscience. — 2008. — Vol. 9, no. 4. — P. 292.

- [46] Bansal, K. Cognitive chimera states in human brain networks / K. Bansal, J. O. Garcia, S. H. Tompson, T. Verstynen, J. M. Vettel, S. F. Muldoon // Science advances. — 2019. — Vol. 5, no. 4. — P. eaau8535.
- [47] Tognoli, E. The metastable brain / E. Tognoli, J. A. S. Kelso // Neuron. — 2014. — Vol. 81, no. 1. — Pp. 35–48.
- [48] Majhi, S. Chimera states in neuronal networks: A review / S. Majhi, B. K. Bera, D. Ghosh, M. Perc // Physics of life reviews. — 2019. — Vol. 28. — Pp. 100–121.
- [49] Kuramoto, Y. Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators. / Y. Kuramoto, D. Battogtokh // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. — 2002. — Vol. 5, no. 4. — Pp. 380–385.
- [50] Panaggio, M. J. Chimera states: coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators / M. J. Panaggio, D. M. Abrams // Nonlinearity. — 2015. — Vol. 28, no. 3. — P. 67.
- [51] Dmitrichev, A. S. Cloning of chimera states in a large short-term coupled multiplex network of relaxation oscillators / A. S. Dmitrichev, D. S. Shchapin, V. I. Nekorkin // Front. Appl. Math. Stat. — 2019. — Vol. 5. — P. 9.
- [52] Semenova, N. Coherence-resonance chimeras in a network of excitable elements / N. Semenova, A. Zakharova, V. Anishchenko, E. Schöll // Physical review letters. — 2016. — Vol. 117, no. 1. — P. 014102.
- [53] Shepelev, I. A. Chimera states in ensembles of bistable elements with regular and chaotic dynamics / I. A. Shepelev, A. V. Bukh, G. I. Strelkova, T. E. Vadivasova, V. S. Anishchenko // Nonlinear Dynamics. — 2017. — Vol. 90, no. 4. — Pp. 2317–2330.

- [54] Shepelev, I. A. New type of chimera structures in a ring of bistable Fitzhugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova, A. V. Bukh, G. I. Strelkova, V. S. Anishchenko // *Physics Letters A*. — 2017. — Vol. 381, no. 16. — Pp. 1398–1404.
- [55] Anishchenko, V. S. Chimera structures in the ensembles of nonlocally coupled chaotic oscillators / V. S. Anishchenko, G. I. Strelkova // *Radiophysics and Quantum Electronics*. — 2019. — Vol. 61, no. 8-9. — Pp. 659–671.
- [56] Larger, L. Laser chimeras as a paradigm for multistable patterns in complex systems / L. Larger, B. Penkovsky, Y. Maistrenko // *Nat. Commun.* — 2015. — Vol. 6.
- [57] Tinsley, M. R. Chimera and phase-cluster states in populations of coupled chemical oscillators / M. R. Tinsley, S. Nkomo, K. Showalter // *Nat. Phys.* — 2012. — Vol. 8, no. 9. — P. 662.
- [58] Martens, E. A. Chimera states in mechanical oscillator networks / E. A. Martens, S. Thutupalli, A. Fourrière, O. Hallatschek // *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* — 2013. — Vol. 110, no. 26. — Pp. 10563–10567.
- [59] Kapitaniak, T. Imperfect chimera states for coupled pendula / T. Kapitaniak, P. Kuzma, J. Wojewoda, K. Czolczynski, Yu. Maistrenko // *Sci. Rep.* — 2014. — Vol. 4.
- [60] Wojewoda, J. The smallest chimera state for coupled pendula / J. Wojewoda, K. Czolczynski, Yu. Maistrenko, T. Kapitaniak // *Sci. Rep.* — 2016. — Vol. 6. — P. 34329.
- [61] Dutta, P. S. Spatial coexistence of synchronized oscillation and death: A chimeralike state / P. S. Dutta, T. Banerjee // *Phys. Rev. E*. — 2015. — Vol. 92, no. 4. — P. 042919.

- [62] Hizanidis, J. Chimera states in population dynamics: Networks with fragmented and hierarchical connectivities / J. Hizanidis, E. Panagakou, I. Omelchenko, E. Schöll, P. Hövel, A. Provata // *Phys. Rev. E.* — 2015. — Vol. 92, no. 1. — P. 12915.
- [63] Banerjee, T. Chimera patterns induced by distance-dependent power-law coupling in ecological networks / T. Banerjee, P. S.i Dutta, A. Zakharova, E. Schöll // *Phys. Rev. E.* — 2016. — Vol. 94, no. 3. — P. 032206.
- [64] Bandyopadhyay, A. Impact of network structure on synchronization of hindmarsh-rose neurons coupled in structured network / A. Bandyopadhyay, S. Kar // *Applied Mathematics and Computation.* — 2018. — Vol. 333. — Pp. 194–212.
- [65] Щапин, Д. С. Химерные состояния в ансамбле линейно локально связанных бистабильных автогенераторов / Д. С. Щапин, А. С. Дмитричев, В. И. Некоркин // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики.* — 2017. — Vol. 106, no. 9. — Pp. 591–596.
- [66] Keener, J. P. *Mathematical Physiology* / J. P. Keener, J. Sneyd; Ed. by James Keener, James Sneyd. — New York: Springer, 1998.
- [67] Coherent resonance in the distributed cortical network during sensory information processing / A. N. Pisarchik, V. A. Maksimenko, A. V. Andreev, N. S. Frolov, V. V. Makarov, M. O. Zhuravlev, A. E. Runnova, A. E. Hramov // *Scientific Reports.* — 2019. — Vol. 9, no. 1. — Pp. 1–9.
- [68] Andreev, A. V. Chimera state in complex networks of bistable hodgkin-huxley neurons / A. V. Andreev, N. S. Frolov, A. N. Pisarchik, A. E. Hramov // *Physical Review E.* — 2019. — Vol. 100, no. 2. — P. 022224.

- [69] Andreev, A. V. Mathematical simulation of coherent resonance phenomenon in a network of hodgkin-huxley biological neurons / A. V. Andreev, A. N. Pisarchik // Proc. SPIE. — 2019. — Vol. 11067. — P. 1106708.
- [70] Andreev, A. V. Dynamics of map-based neuronal network with modified spike-timing-dependent plasticity / A. V. Andreev, E. N. Pitsik, V. V. Makarov, A. N. Pisarchik, A. E. Hramov // The European Physical Journal Special Topics. — 2018. — Vol. 227, no. 10-11. — Pp. 1029–1038.
- [71] Andreev, A. V. Numerical simulation of coherent resonance in a model network of rulkov neurons / A. V. Andreev, A. E. Runnova, A. N. Pisarchik // Proc. SPIE. — 2018. — Vol. 10717. — P. 107172E.
- [72] Makarov, V. V. Nonlinear dynamics of the complex multi-scale network / V. V. Makarov, D. Kirsanov, M. Goremyko, A. Andreev, A. E. Hramov // Proc. SPIE. — 2018. — Vol. 10717. — P. 1071729.
- [73] Andreev, A. V. Nonlinear dynamics and coherent resonance in a network of coupled neural-like oscillators / A. V. Andreev, A. E. Runnova, A. N. Pisarchik, A. E. Hramov // Proc. SPIE. — 2018. — Vol. 10493. — P. 1049317.
- [74] Andreev, A. V. Coherence resonance in stimulated neuronal network / A. V. Andreev, V. V. Makarov, A. E. Runnova, A. N. Pisarchik, A. E. Hramov // Chaos, Solitons & Fractals. — 2018. — Vol. 106. — Pp. 80–85.
- [75] Andreev, A. Hyperchaos and its control in two-level quantum oscillators lattice / A. Andreev // Cybernetics and Physics. — 2019. — Vol. 8, no. 3. — Pp. 93–97.
- [76] Andreev, A. Synchronization in coupled neural network with inhibitory coupling / A. Andreev, V. Maksimenko // Cybernetics and Physics. — 2019. — Vol. 8, no. 4. — Pp. 199–204.

- [77] Andreev, A. Coherent resonance in neuron ensemble with electrical couplings / A. Andreev, V. Makarov, A. Runnova, A. Hramov // Cybernetics and Physics. — 2017. — Vol. 6, no. 3. — Pp. 135–138.
- [78] Андреев, А. В. Хаос и его подавление в системе двух связанных ридберговских атомов / А. В. Андреев, О. И. Москаленко, А. А. Короновский, А. Е. Храмов // Изв. РАН. Сер. физическая. — 2015. — Т. 79, № 12. — С. 1638–1638.
- [79] Андреев А. В., Храмов А. Е. Программа для ЭВМ моделирования химерного состояния в сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019660993 от 16.08.2019.
- [80] Андреев А. В., Храмов А. Е. Программа для ЭВМ моделирования классификатора на основе формирования химерного состояния в сети связанных нейронов Ходжкина-Хаксли. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2019660992 от 16.08.2019.
- [81] Андреев А. В., Храмов А. Е., Журавлев М. О., Бадарин А. А. Программа для ЭВМ моделирования двуслойной сети нейроподобных элементов Рулькова, связанных между собой химическими связями случайной амплитуды. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018663132 от 22.10.2018.
- [82] Андреев А. В., Храмов А. Е. Программа для ЭВМ расчета характеристик динамики нейронного ансамбля с синоптическими связями. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017619514 от 10.07.2017.

- [83] Андреев А. В., Храмов А. Е. Программа для ЭВМ моделирования динамики нейронного ансамбля с химическими связями. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017619812 от 10.07.2017.
- [84] Андреев А. В., Храмов А. Е. Расчет бифуркационных диаграмм связанных Ридберговских атомов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2016610872 от 21.01.2016.
- [85] Андреев А. В., Храмов А. Е. Расчет показателей Ляпунова для связанных Ридберговских атомов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2015662856 от 04.12.2015.
- [86] Андреев, А. В. Химероподобное состояние в сети нейронов Ходжкина-Хаксли // Сборник трудов XIV Всероссийской конференции молодых ученых “Нанoeлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”. — 2019. — С. 10.
- [87] Pisarchik, Alexander. Modeling of a brain neuronal network under visual stimulation // 2019 3rd School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR) / IEEE. — 2019. — Pp. 136–138.
- [88] Balanov, Alexander. Chaos and hyperchaos in a chain of coupled rydberg atoms // 2019 3rd School on Dynamics of Complex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR) / IEEE. — 2019. — Pp. 24–27.
- [89] Andreev, A. Mathematical simulation and investigation of the phenomenon of coherent resonance in the brain // 2018 2nd School on Dynamics of Com-

plex Networks and their Application in Intellectual Robotics (DCNAIR) / IEEE. — 2018. — Pp. 9–11.

- [90] Андреев, А. В. Нелинейная динамика многослойной сети нейронных моделей // Труды школы-семинара “Волны-2018”. Нелинейная динамика и информационные системы. — 2018. — С. 3–6.
- [91] Андреев, А. В. Исследование нелинейной динамики сетей нейроподобных элементов // Сборник трудов XIII Всероссийской конференции молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”. — 2018. — С. 10–11.
- [92] Андреев, А. В. Нелинейная динамика сети связанных отображений Рутькова // Материалы XVII Международной зимней школы-семинара по радиофизике и электронике сверхвысоких частот. — 2018. — С. 55.
- [93] Andreev, A.V. Coherence resonance in a neural network // Conference program: Nonlinear dynamics of electronic system. — 2017. — P. 27.
- [94] Andreev, A. V. Coherent resonance in neuronal networks under external signal influence // Proceedings of 2017 International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA2017). — 2017. — Pp. 657–660.
- [95] Андреев, А. В. Измерение стохастических свойств нейронных ансамблей головного мозга при интерпретации визуальных стимулов // Труды V Всероссийской конференции “Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях – 2017”. — 2017. — С. 21–24.
- [96] Андреев, А. В. Нелинейная динамика и гиперхаос в решетке ридберговских атомов // Труды школы-семинара “Волны-2017”. Нелинейная динамика. — 2017. — С. 3–5.

- [97] Андреев, А. В. Сложная динамика и гиперхаос в цепочке ридберговских атомов // “Нелинейные волны-2016”: Тезисы докладов молодых ученых. — 2016. — С. 27.
- [98] Андреев, А. В. Хаотическая динамика и управление ею в системе замкнутых цепочках ридберговских атомов // Труды школы-семинара “Волны-2016”. Нелинейная динамика и информационные системы. — 2016. — С. 3–5.
- [99] Андреев, А. В. Гиперхаотическая динамика и управление ею в цепочках и решетках ридберговских атомов // Материалы XI международной школы-конференции “Хаотические автоколебания и образование структур” (ХАОС-2016). — 2016. — С. 121.
- [100] Андреев, А. В. Хаос и управление им в системе двух связанных ридберговских атомов // Материалы Всероссийской школы – конференции молодых ученых, аспирантов и студентов “Современные проблемы электроники СВЧ и ТГц диапазонов”. — 2015. — С. 45.
- [101] Андреев, А. В. Хаотическая динамика и управление ею в системе двух связанных ридберговских атомов // Труды школы-семинара “Волны-2015”. Нелинейная динамика. — 2015. — С. 3–5.
- [102] Andreev, A.V. Complex dynamics of ridberg atoms chain // Scientific Program and Abstracts of International Russian-Indian Workshop “Complex Dynamical Systems and Synchronization in Neuroscience”. — 2015. — P. 16.
- [103] Андреев, А. В. Анализ перехода к хаосу и методика его подавления в системе ридберговских атомов // Тезисы докладов X Всероссийской конференции молодых ученых “Наноэлектроника, нанофотоника и нелинейная физика”. — 2015. — С. 7–8.

- [104] Андреев, А. В. Сложная динамика цепочки связанных ридберговских атомов // Материалы II Всероссийского семинара памяти профессора Ю.П. Волкова “Современные проблемы биофизики, генетики, электроники приборостроения”. — 2015. — С. 8.
- [105] Андреев, А. В. Сложная динамика цепочки связанных ридберговских атомов // Материалы 11-ой международной молодежной научно-технической конференции “Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2015”. — 2015. — С. 132.
- [106] Lee, T. E. Antiferromagnetic phase transition in a nonequilibrium lattice of rydberg atoms / T. E. Lee, H. Häffner, M. C. Cross // *Phys. Rev. A.* — 2011. — Vol. 84. — P. 031402.
- [107] Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits / P. Macha, G. Oelsner, J.-M. Reiner, M. Marthaler, S. Andre, G. Schoen, U. Huebner et al. // *Nature Communications.* — 2014. — Vol. 5. — P. 5146.
- [108] Gaul, C. Resonant rydberg dressing of alkaline-earth atoms via electromagnetically induced transparency / C. Gaul, B. J. DeSalvo, J. A. Aman, F. B. Dunning, T. C. Killian, T. Pohl // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116. — P. 243001.
- [109] Many-body interferometry of a rydberg-dressed spin lattice / J. Zeiher, R. van Bijnen, P. Schauß, S. Hild, J.-Y. Choi, T. Pohl, I. Bloch, C. Gross // *Nature Physics.* — 2016. — Vol. 12. — P. 1095.
- [110] Zeiher, J. Coherent Many-Body Spin Dynamics in a Long-Range Interacting Ising Chain / J. Zeiher, J.-Y. Choi, A. Rubio-Abadal, T. Pohl, R. van Bijnen, I. Bloch, C. Gross // *Phys. Rev. X.* — 2017. — Vol. 7, no. 4. — P. 041063.

- [111] Кузнецов, С. П. Динамический хаос / С. П. Кузнецов. Серия “Современная теория колебаний и волн”. — М.: Физматлит, 2001.
- [112] Anishchenko, V. S. Dynamical Chaos - Models and Experiments. Appearance Routes and Structure of Chaos in Simple Dynamical Systems / V. S. Anishchenko. — World Scientific Publishing, Singapore, 1995.
- [113] Mirus, K. A. Controlling chaos in low- and high-dimensional systems with periodic parametric perturbations / K. A. Mirus, J.C. Sprott // Physical Review E. — 1999. — Vol. 59, no. 5. — P. 5313.
- [114] Егоров, Е. Н. К вопросу об управлении динамическими режимами в системе, демонстрирующей мультистабильность / Е. Н. Егоров, А. А. Короновский // Письма в ЖТФ. — 2004. — Т. 30, № 5. — С. 30–39.
- [115] Pyragas, K. Conditional Lyapunov exponents from time series / K. Pyragas // Phys. Rev. E. — 1997. — Vol. 56, no. 5. — Pp. 5183–5188.
- [116] Hramov, A. E. Generalized synchronization: a modified system approach / A. E. Hramov, A. A. Koronovskii // Phys. Rev. E. — 2005. — Vol. 71, no. 6. — P. 067201.
- [117] Хакен, Г. Синергетика / Г. Хакен. — М.: Мир, 1980.
- [118] Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / В. Е. Гмурман. — Высшая школа, 1977.
- [119] Шмойлова, Р. А. Теория статистики / Р. А. Шмойлова. — М.: Финансы и статистика, 2006.
- [120] Pyragas, K. Continuous control of chaos, by self-controlling feedback / K. Pyragas // Phys. Lett. A. — 1992. — Vol. 170. — Pp. 421–428.

- [121] Pyragas, K. Control of chaos via extended delay feedback / K. Pyragas // Physics Letters A. — 1995. — Vol. 206, no. 5-6. — Pp. 323–330.
- [122] Rulkov, N. F. Modeling of spiking-bursting neural behavior using two-dimensional map / N. F. Rulkov // Phys. Rev. E. — 2002. — Vol. 65. — P. 041922.
- [123] Rulkov, N.F. Oscillations in large-scale cortical networks: map-based model / N.F. Rulkov, I. Timofeev, M. Bazhenov // Journal of computational neuroscience. — 2004. — Vol. 17, no. 2. — Pp. 203–223.
- [124] Hodgkin, A. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve / A. Hodgkin, A. Huxley // J. Physiol. — 1952. — no. 117. — Pp. 500–544.
- [125] Elson, R. C. Synchronous behavior of two coupled biological neurons / R. C. Elson, A. I. Selverston, R. Huerta, N. F. Rulkov, M. I. Rabinovich, H. D. I. Abarbanel // Physical Review Letters. — 1998. — Vol. 81, no. 25. — P. 5692.
- [126] Duoandikoetxea, J. Fourier Analysis / J. Duoandikoetxea. — American Mathematical Society, 2000.
- [127] Neiman, A. Coherence resonance at noisy precursors of bifurcations in nonlinear dynamical systems / A. Neiman, P. I. Sapsin, L. Stone // Phys. Rev. E. — 1997. — Vol. 56, no. 1. — P. 270.
- [128] Campos-Mejía, A. Noise-induced on-off intermittency in mutually coupled semiconductor lasers / A. Campos-Mejía, A. N. Pisarchik, D. A. Arroyo-Almanza // Chaos, Solitons and Fractals. — 2013. — Vol. 54, no. 96–100.
- [129] Huerta-Cuellar, G. Prebifurcation noise amplification in a fiber laser / G. Huerta-Cuellar, A. N. Pisarchik, A. V. Kir'yanov, Y. O. Barmenkov, J. del Valle Hernández // Phys. Rev. E. — 2009. — Vol. 79. — P. 036204.

- [130] Pikovsky, A. S. Coherence resonance in a noise-driven excitable system / A. S. Pikovsky, J. Kurths // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 78, no. 5. — Pp. 775–778.
- [131] Wang, Q. Synchronization transitions on scale-free neuronal networks due to finite information transmission delays / Q. Wang, M. Perc, Z. Duan, G. Chen // *Physical Review E*. — 2009. — Vol. 80, no. 2. — P. 026206.
- [132] Sausedo-Solorio, J. M. Synchronization in network motifs of delay-coupled map-based neurons / J. M. Sausedo-Solorio, A. N. Pisarchik // *The European Physical Journal Special Topics*. — 2017. — Vol. 226, no. 9. — Pp. 1911–1920.
- [133] Ивченко, Г. И. Введение в математическую статистику / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. — М. : Издательство ЛКИ, 2010.
- [134] Kandel, E. R. Principles of neural science / E. R. Kandel, J. H. Schwartz, T. M. Jessell. — McGraw-hill New York, 2000. — Vol. 4.
- [135] Izhikevich, E. M. Dynamical systems in neuroscience / E. M. Izhikevich. — MIT press, 2007.
- [136] Pankratova, E. V. Resonant activation in a stochastic hodgkin-huxley model: interplay between noise and suprathreshold driving effects / E. V. Pankratova, A. V. Polovinkin, E. Mosekilde // *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*. — 2005. — Vol. 45, no. 3. — Pp. 391–397.
- [137] Fox, R. F. Stochastic versions of the hodgkin-huxley equations / R. F. Fox // *Biophysical journal*. — 1997. — Vol. 72, no. 5. — Pp. 2068–2074.
- [138] Collins, J. J. Stochastic resonance without tuning / J. J. Collins, C. C. Chow, T. T. Imhoff // *Nature*. — 1995. — Vol. 376, no. 6537. — P. 236.

- [139] Simonotto, E. Visual perception of stochastic resonance / E. Simonotto, M. Riani, C. Seife, M. Roberts, J. Twitty, F. Moss // *Physical Review Letters*. — 1997. — Vol. 78, no. 6. — P. 1186.
- [140] McDonnell, M. D. The benefits of noise in neural systems: bridging theory and experiment / M. D. McDonnell, L. M. Ward // *Nature Reviews Neuroscience*. — 2011. — Vol. 12, no. 7. — P. 415.
- [141] Yilmaz, E. Autapse-induced multiple coherence resonance in single neurons and neuronal networks / E. Yilmaz, M. Ozer, V. Baysal, M. Perc // *Scientific Reports*. — 2016. — Vol. 6. — P. 30914.
- [142] Population robustness arising from cellular heterogeneity / P. Paszek, S. Ryan, L. Ashall, K. Sillitoe, C. V. Harper, D. G. Spiller, D. A. Rand, M. R. H. White // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2010. — Vol. 107, no. 25. — Pp. 11644–11649.
- [143] Kellogg, R. A. Noise facilitates transcriptional control under dynamic inputs / R. A. Kellogg, S. Tay // *Cell*. — 2015. — Vol. 160, no. 3. — Pp. 381–392.
- [144] Ermentrout, G. B. Reliability, synchrony and noise / G. B. Ermentrout, R. F. Galán, N. N. Urban // *Trends in Neurosciences*. — 2008. — Vol. 31, no. 8. — Pp. 428–434.
- [145] Runnova, A. E. Theoretical background and experimental measurements of human brain noise intensity in perception of ambiguous images / A. E. Runnova, A. E. Hramov, V. Grubov, A. A. Koronovsky, M. K. Kurovskaya, A. N. Pisarchik // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2016. — Vol. 93. — Pp. 201–206.

- [146] Sanayei, M. Perceptual learning of fine contrast discrimination changes neuronal tuning and population coding in macaque v4 / M. Sanayei, X. Chen, D. Chicharro, C. Distler, S. Panzeri, A. Thiele // *Nature Communications*. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 4238.
- [147] Scholz, J. Training induces changes in white-matter architecture / J. Scholz, M. C. Klein, T. E. J. Behrens, H. Johansen-Berg // *Nature Neuroscience*. — 2009. — Vol. 12, no. 11. — P. 1370.
- [148] Optogenetic noise-photostimulation on the brain increases somatosensory spike firing responses / N. Huidobro, B. De la Torre-Valdovinos, A. Mendez, M. Treviño, O. Arias-Carrion, F. Chavez, R. Gutierrez, E. Manjarrez // *Neuroscience Letters*. — 2018. — Vol. 664. — Pp. 51–57.
- [149] Van der Groen, O. Stochastic resonance enhances the rate of evidence accumulation during combined brain stimulation and perceptual decision-making / O. Van der Groen, M. F. Tang, N. Wenderoth, J. B. Mattingley // *PLoS Computational Biology*. — 2018. — Vol. 14, no. 7. — P. e1006301.
- [150] González-Avella, J. C. Localized coherence in two interacting populations of social agents / J. C. González-Avella, M. G. Cosenza, M. San Miguel // *Physica A*. — 2014. — Vol. 399. — Pp. 24–30.
- [151] Wolfrum, M. Chimera states are chaotic transients / M. Wolfrum, E. Omel'chenko // *Physical Review E*. — 2011. — Vol. 84, no. 1. — P. 015201.
- [152] The structure and dynamics of multilayer networks / S. Boccaletti, G. Bianconi, R. Criado, C. I. Del Genio, M. Gómez-Gardeñes, J. and Romance, I. Sendina-Nadal, Z. Wang, M. Zanin // *Physics Reports*. — 2014. — Vol. 544, no. 1. — Pp. 1–122.

- [153] Banerjee, A. Transient chaos generates small chimeras / A. Banerjee, D. Sikder // *Physical Review E*. — 2018. — Vol. 98, no. 3. — P. 032220.
- [154] Uhlhaas, P. J. Neural synchrony in brain disorders: relevance for cognitive dysfunctions and pathophysiology / P. J. Uhlhaas, W. Singer // *Neuron*. — 2006. — Vol. 52, no. 1. — Pp. 155–168.
- [155] Bistable firing pattern in a neural network model / P. R. Protachevicz, F. da S. Borges, E. L. Lameu, K. C. Iarosz, A. H. Kihara, I. L. Caldas, J. D. Szezech et al. // *Front. Comput. Neurosci.* — 2019. — Vol. 13. — P. 19.
- [156] Coninck, J. C. P. Network properties of healthy and alzheimer’s brains / J. C. P. Coninck, F. A. S. Ferrari, A. S. Reis, K. C. Iarosz, A. M. Batista, R. L. Viana // arXiv preprint arXiv:1905.11249. — 2019.
- [157] Frolov, N. From theory to experimental evidence: Comment on “chimera states in neuronal networks: A review” by s. majhi, bk bera, d. ghosh and m. perc. / N. Frolov, A. Hramov // *Phys. Life Rev.* — 2019. — Vol. 28. — Pp. 125–127.
- [158] Excitation and suppression of chimera states by multiplexing / V. A. Maksimenko, V. V. Makarov, B. K. Bera, D. Ghosh, S. K. Dana, M. V. Goremyko, N. S. Frolov et al. // *Phys. Rev. E*. — 2016. — Vol. 94, no. 5. — P. 52205.
- [159] Majhi, S. Chimera states in uncoupled neurons induced by a multilayer structure / S. Majhi, M. Perc, D. Ghosh // *Sci. Rep.* — 2016. — Vol. 6. — P. 39033.
- [160] Frolov, N. S. Macroscopic chimeralike behavior in a multiplex network / N. S. Frolov, V. A. Maksimenko, V. V. Makarov, D. V. Kirsanov, A. E. Hramov, J. Kurths // *Phys. Rev. E*. — 2018. — Vol. 98, no. 2. — P. 022320.

- [161] Mikhaylenko, M. Weak multiplexing in neural networks: Switching between chimera and solitary states / M. Mikhaylenko, L. Ramlow, S. Jalan, A. Zakharova // *Chaos*. — 2019. — Vol. 29, no. 2. — P. 023122.
- [162] Semenova, N. Weak multiplexing induces coherence resonance / N. Semenova, A. Zakharova // *Chaos*. — 2018. — Vol. 28, no. 5. — P. 051104.
- [163] Hizanidis, J. Chimera-like states in modular neural networks / J. Hizanidis, N. E Kouvaris, G. Zamora-López, A. Díaz-Guilera, C. G. Antonopoulos // *Sci. Rep.* — 2016. — Vol. 6. — P. 19845.
- [164] Chimera-like states in a neuronal network model of the cat brain / M. S. Santos, J. D. Szezech, F. S. Borges, K. C. Iarosz, I. L. Caldas, A. M. Batista, R. L. Viana, J. Kurths // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2017. — Vol. 101. — Pp. 86–91.
- [165] Chouzouris, T. Chimera states in brain networks: Empirical neural vs. modular fractal connectivity / T. Chouzouris, I. Omelchenko, A. Zakharova, J. Hlinka, P. Jiruska, E. Schöll // *Chaos*. — 2018. — Vol. 28, no. 4. — P. 045112.
- [166] Multiscale interaction promotes chimera states in complex networks / V. V. Makarov, S. Kundu, D. V. Kirsanov, N. S. Frolov, V. A. Maksimenko, D. Ghosh, S. K. Dana, A. E. Hramov // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* — 2019. — Vol. 71. — Pp. 118–129.
- [167] Bera, B. K. Spike chimera states and firing regularities in neuronal hypernetworks / B. K. Bera, S. Rakshit, D. Ghosh, J. Kurths // *Chaos*. — 2019. — Vol. 29, no. 5. — P. 053115.
- [168] Pisarchik, A. N. Control of multistability / A. N. Pisarchik, U. Feudel // *Physics Reports*. — 2014. — Vol. 540, no. 4. — Pp. 167–218.

- [169] Angeli, D. Detection of multistability, bifurcations, and hysteresis in a large class of biological positive-feedback systems / D. Angeli, J. E. Ferrell, E. D. Sontag // *Proceedings of the National Academy of Sciences*. — 2004. — Vol. 101, no. 7. — Pp. 1822–1827.
- [170] Laurent, M. Multistability: a major means of differentiation and evolution in biological systems / M. Laurent, N. Kellershohn // *Trends in biochemical sciences*. — 1999. — Vol. 24, no. 11. — Pp. 418–422.
- [171] Newman, J. P. Mechanism, dynamics, and biological existence of multistability in a large class of bursting neurons / J. P. Newman, R. J. Butera // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2010. — Vol. 20, no. 2. — P. 023118.
- [172] Slepchenko, B. M. Bio-switches: what makes them robust? / B. M. Slepchenko, M. Terasaki // *Current opinion in genetics & development*. — 2004. — Vol. 14, no. 4. — Pp. 428–434.
- [173] Pisarchik, A. N. Critical slowing down and noise-induced intermittency in bistable perception: bifurcation analysis / A. N. Pisarchik, R. Jaimes-Reátegui, C. D. A. Magallón-García, C. O. Castillo-Morales // *Biological Cybernetics*. — 2014. — Vol. 108, no. 4. — Pp. 397–404.
- [174] Classifying the perceptual interpretations of a bistable image using eeg and artificial neural networks / A. E. Hramov, V. A. Maksimenko, S. V. Pchelintseva, A. E. Runnova, V. V. Grubov, V. Yu. Musatov, M. O. Zhuravlev et al. // *Frontiers in Neuroscience*. — 2017. — Vol. 11. — P. 674.
- [175] Intermittent behavior in the brain neuronal network in the perception of ambiguous images / A. E. Hramov, M. K. Kurovskaya, A. E. Runnova,

- M. O. Zhuravlev, V. V. Grubov, A. A. Koronovskii, A. N. Pavlov, A. N. Pisarchik // Proc. SPIE. — 2017. — Vol. 10063. — P. 1006314.
- [176] Canavier, C. C. Multiple modes of activity in a model neuron suggest a novel mechanism for the effects of neuromodulators / C. C. Canavier, D. A. Baxter, J. W. Clark, J. H. Byrne // Journal of neurophysiology. — 1994. — Vol. 72, no. 2. — Pp. 872–882.
- [177] Hertz, J. Introduction to the Theory of Neural Computation / J. Hertz, A. Krogh, R. Palmer. — Addison-Wesley, New York, 1991.
- [178] Shchapin, D. S. Chimera states in an ensemble of linearly locally coupled bistable oscillators / D. S. Shchapin, A. S. Dmitrichev, V. I. Nekorkin // J. Exp. Theor. Phys. Lett. — 2017. — Vol. 106, no. 9. — Pp. 617–621.
- [179] Uzuntarla, M. Synchronization-induced spike termination in networks of bistable neurons / M. Uzuntarla, J. J. Torres, A. Calim, E. Barreto // Neural Networks. — 2019. — Vol. 110. — Pp. 131–140.
- [180] Esir, P. M. Coupling delays can enhance formation of up and down states in spiking neuronal networks / P. M. Esir, S. Yu. Gordleeva, A. Yu. Simonov, A. N. Pisarchik, V. B. Kazantsev // Phys. Rev. E. — 2018. — Vol. 98. — P. 052401.
- [181] Leng, S. Basin stability in delayed dynamics / S. Leng, W. Lin, J. Kurths // Sci. Rep. — 2016. — Vol. 6. — P. 21449.
- [182] Rakshit, S. Basin stability for chimera states / S. Rakshit, B. K. Bera, M. Perc, D. Ghosh // Sci. Rep. — 2017. — Vol. 7, no. 1. — P. 2412.
- [183] Bassett, D. S. Small-world brain networks / D. S. Bassett, E. D. Bullmore // The neuroscientist. — 2006. — Vol. 12, no. 6. — Pp. 512–523.

- [184] Muldoon, S. F. Small-world propensity and weighted brain networks / S. F. Muldoon, E. W. Bridgeford, D. S. Bassett // *Sci. Rep.* — 2016. — Vol. 6. — P. 22057.
- [185] Eguiluz, V. M. Scale-free brain functional networks / V. M. Eguiluz, D. R. Chialvo, G. A. Cecchi, M. Baliki, A. V. Apkarian // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94, no. 1. — P. 018102.
- [186] Zhigalov, A. Modular co-organization of functional connectivity and scale-free dynamics in the human brain / A. Zhigalov, G. Arnulfo, L. Nobili, S. Palva, J. M. Palva // *Netw. Neurosci.* — 2017. — Vol. 1, no. 2. — Pp. 143–165.
- [187] Barabási, A. Emergence of scaling in random networks / A. Barabási, R. Albert // *Science.* — 1999. — Vol. 286, no. 5439. — Pp. 509–512.
- [188] Watts, D. J. Collective dynamics of ‘small-world’ networks / D. J. Watts, S. H. Strogatz // *Nature.* — 1998. — Vol. 393, no. 6684. — P. 440.
- [189] Dudkowski, D. Experimental multistable states for small network of coupled pendula / D. Dudkowski, J. Grabski, J. Wojewoda, P. Perlikowski, Yu. Maistrenko, T. Kapitaniak // *Scientific reports.* — 2016. — Vol. 6. — P. 29833.
- [190] Anticipating critical transitions / M. Scheffer, S. R. Carpenter, T. M. Lenton, J. Bascompte, W. Brock, V. Dakos, J. Van de Koppel et al. // *Science.* — 2012. — Vol. 338, no. 6105. — Pp. 344–348.