

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный технический университет»

На правах рукописи

Цветков Виталий Владимирович

**Краевые задачи ползучести поверхностно
упрочнённых цилиндров при различных видах
квазистатического нагружения**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д. ф.-м. н., проф.

Радченко Владимир Павлович

Самара – 2018

Оглавление

Введение	7
Глава 1. Аналитический обзор и постановка задач исследования	14
1.1. Восстановление напряжённо-деформированного состояния в по- верхностном слое цилиндрического изделия после процедуры по- верхностного пластического упрочнения	19
1.2. Влияние упрочняющих технологий на сопротивление усталости и физико-механические характеристики поверхностного слоя упроч- нённых элементов конструкций	29
1.3. Кинетика напряжённо-деформированного состояния в упрочнён- ных элементах конструкций в условиях ползучести	31
1.4. Выбор модели реологического деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций	36
1.4.1. Модели ползучести и длительной прочности металличе- ских материалов	36
1.4.2. Оценивание параметров степенной зависимости на основе модифицированного метода наименьших квадратов	44
1.5. Выводы по главе 1	47
Глава 2. Решение краевой задачи о реологическом деформиро- вании и разрушении цилиндрических элементов конструкций в условиях совместного действия растягивающей силы, крутя- щего момента и внутреннего давления	49
2.1. Постановка задачи	49

2.2.	Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в цилиндрическом образце в условиях ползучести при совместном действии растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления	52
2.3.	Адекватность метода решения краевой задачи экспериментальным данным	57
2.3.1.	Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния сплошных образцов из стали 45 (растяжение и кручение)	60
2.3.2.	Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния сплошных и полых образцов из сплава АМГ-6М (растяжение и кручение)	67
2.3.3.	Моделирование процесса ползучести и длительной прочности толстостенных цилиндров из стали 20 под действием внутреннего давления	70
2.3.4.	Моделирование процесса ползучести и длительной прочности толстостенных цилиндров из стали ЭИ694 при различных видах напряжённого состояния	74
2.3.5.	Моделирование процесса ползучести и длительной прочности полых цилиндрических образцов из стали 12Х18Н10Т при различных видах напряжённого состояния	79
2.3.6.	Моделирование процесса ползучести и длительной прочности цилиндрических образцов из сплава ЭИ698ВД (комбинированное растяжение и кручение)	84
2.4.	Вариант обобщения модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай анизотропно разупрочняющихся материалов	90

2.5.	Проверка адекватности решения краевой задачи для цилиндрических образцов на основе реологической модели для анизотропно разупрочняющихся материалов	92
2.5.1.	Моделирование процесса анизотропной ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т	92
2.5.2.	Моделирование процесса ползучести и длительной прочности тонкостенных цилиндрических образцов из сплава РА6	107
2.6.	Выводы по главе 2	111

Глава 3.	Метод расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести при различных видах напряжённого состояния .	113
3.1.	Постановка задачи	113
3.2.	Формирование начального напряжённо-деформированного состояния в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования	115
3.3.	Постановка краевой задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести при совместном действии растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления	117
3.4.	Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце вследствие ползучести при температурно-силовом нагружении .	119
3.5.	Адекватность метода решения краевой задачи ползучести упрочнённых цилиндров экспериментальным данным	127

3.5.1.	Влияние термоэкпозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах из сплава ЖС6УВИ	128
3.5.2.	Влияние растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в сплошном упрочнённом цилиндре из сплава ЖС6КП в условиях ползучести	134
3.6.	Выводы по главе 3	139
Глава 4. Исследование влияния вида температурно-силового нагружения на релаксацию остаточных напряжений в полых и сплошных поверхностно упрочнённых цилиндрических образцах		
4.1.	Исследование влияния осевого растяжения и крутящего момента на релаксацию остаточных напряжений в сплошном цилиндре из сплава ЖС6КП	140
4.2.	Исследование влияния осевого растяжения, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндре из сплава ЖС6КП	146
4.2.1.	Случай наличия второй стадии ползучести	146
4.2.2.	Исследование влияния третьей стадии ползучести на процесс релаксации остаточных напряжений	154
4.3.	Выводы по главе 4	160
Глава 5. Численные методы, алгоритмы и программное обеспечение для реализации методик ползучести упрочнённых цилиндрических образцов		
Заключение		173
Список литературы		175
Приложение А. Свидетельство о государственной регистрации		

программы для ЭВМ	196
Приложение Б. Акт о внедрении результатов работы в учебном процессе	197
Приложение В. Акт о внедрении результатов работы на предприятии	198

Введение

Актуальность темы исследования. Основное направление развития современной науки и инженерной практики в машиностроении, аэрокосмическом комплексе и энергетической промышленности заключается в повышении показателей эксплуатационной надёжности при ужесточении температурно-силовых режимов нагружения элементов конструкций. Как правило, разрушение металлических деталей при эксплуатации начинается с поверхности, поскольку поверхностный слой изначально является ослабленным и оказывается наиболее нагруженным при всех видах напряжённого состояния. Поэтому с целью увеличения ресурса и продления срока службы таких деталей применяют различные методы упрочнения поверхности для создания в поверхностном слое благоприятных сжимающих остаточных напряжений.

Однако в процессе эксплуатации детали при механическом нагружении в условиях повышенных температур происходит накопление реологических деформаций. Это приводит к перераспределению (релаксации) полей остаточных напряжений с течением времени, в результате чего положительный эффект от применения упрочняющих технологий снижается. Таким образом, возникает проблема оценки скорости (времени) релаксации остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях при температурно-силовом нагружении.

В настоящее время данная задача в полном объёме решена лишь для цилиндрических деталей в условиях термоэкспозиции (чисто температурной выдержки без механических нагрузок) либо при одноосном растяжении. Но как известно, большинство реальных деталей машин и элементов конструкций в процессе эксплуатации подвержено воздействию сложного напряжённого состояния. Поэтому естественным образом возникает необходимость в разработке методов решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния упрочнённых деталей при различных видах температурно-силового нагружения.

Вышеизложенное определяет актуальность тематики диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является разработка и экспериментальная проверка метода решения краевых задач ползучести поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцов при различных видах квазистатического температурно-силового нагружения (термоэкспозиция, осевое растяжение, крутящий момент, внутреннее давление и их комбинации) и исследование влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений.

Достижение поставленной цели связано с решением следующих задач:

- 1) разработка метода решения краевой задачи ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндров и его экспериментальная проверка в условиях сложного напряжённого состояния при различных видах квазистатического нагружения (осевое растяжение, кручение, действие внутреннего давления и их комбинации);
- 2) проведение сравнительного анализа данных расчёта длительной прочности по разработанному методу решения краевой задачи с данными расчёта при использовании концепции эквивалентных напряжённых состояний при разных видах напряжённого состояния;
- 3) разработка метода решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и его экспериментальная проверка;
- 4) исследование влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцах;
- 5) разработка алгоритмов и программного обеспечения для реализации предложенных методов решения краевых задач.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- 1) разработан метод решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении цилиндрических элементов конструкций в условиях совместного действия растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления;
- 2) выполнена проверка адекватности предложенного метода экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из стали 45 ($T = 725^\circ\text{C}$, $T = 740^\circ\text{C}$), сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$), стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$), стали ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$), стали 12Х18Н10Т ($T = 850^\circ\text{C}$), сплава ЭИ698ВД ($T = 750^\circ\text{C}$) при различных видах напряжённого состояния (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации); выполнен сравнительный анализ данных расчёта длительной прочности по разработанному методу решения краевых задач с данными расчёта при использовании концепции эквивалентных напряжённых состояний при разных видах напряжённого состояния;
- 3) предложен вариант обобщения модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай материалов, проявляющих анизотропию свойств ползучести при чистом растяжении и чистом сдвиге; изложена методика идентификации параметров предложенной реологической модели и выполнена проверка её адекватности экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) и сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$); произведено сравнение с данными расчёта из независимых источников;
- 4) разработан метод решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации), выполнена проверка его адекватности экспериментальным данным по кинетике остаточных напряжений для сплошных цилиндрических

образцов из сплава ЖС6УВИ ($T = 675^\circ\text{C}$) в условиях термоэкспозиции и сплава ЖС6КП ($T = 800^\circ\text{C}$) в условиях действия растягивающей нагрузки;

- 5) проведено теоретическое исследование влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) на модельных примерах (кручение, растяжение + кручение, внутреннее давление, внутреннее давление + растяжение, внутреннее давление + кручение);
- 6) разработано новое математическое и программное обеспечение для численной реализации разработанных методов решения краевых задач кинетики напряжённо-деформированного состояния упрочнённых и неупрочнённых цилиндрических деталей в условиях ползучести.

Положения, выносимые на защиту:

- 1) метод решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении цилиндрических элементов конструкций в условиях совместного действия растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления;
- 2) вариант обобщения модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай материалов, проявляющих анизотропию свойств ползучести при чистом растяжении и чистом сдвиге;
- 3) метод решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации);
- 4) результаты новых теоретических исследований влияния вида температурно-силового нагружения на кинетику напряжённо-деформированного состояния поверхностно упрочнённых сплошных и полых цилиндрических изделиях.

Практическая значимость работы заключается в постановке и решении новых краевых задач механики упрочнённых конструкций в условиях ползучести. Разработанные методики решения краевых задач, реализованные в виде программного обеспечения, позволяют оценить остаточный ресурс упрочнённых цилиндрических изделий и провести параметрический анализ влияния различных факторов на процесс релаксации остаточных напряжений при оценке эффективности упрочнения при температурно-силовом нагружении деталей. Полученные новые теоретические данные по релаксации остаточных напряжений дополняют соответствующую информационную базу данных и востребованы в инженерной практике в энергетическом машиностроении, авиадвигателестроении и других областях.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается сравнением результатов расчётов характеристик напряжённо-деформированного состояния с известными экспериментальными данными и данными расчёта из независимых источников; адекватностью используемых математических моделей реологического деформирования и разрушения элементов конструкций реальным экспериментальным данным; корректностью использования математического аппарата, законов механики деформируемого твёрдого тела; экспериментальной проверкой используемых гипотез и результатов численного решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических изделиях для частных видов температурно-силового нагружения.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения и списка источников из 189 наименований. Работа содержит 195 страниц основного текста, 51 рисунок, 26 таблиц и 3 приложения.

Апробация работы. Результаты научных исследований опубликованы в 26 печатных работах и были представлены на конференциях различного уровня: на Международных молодёжных научных конференциях «XL Гагаринские

чтения», «XLII Гагаринские чтения» (г. Москва, 2014, 2016 гг.); на девятой, десятой Всероссийских научных конференциях с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2013, 2016 гг.); на X Всероссийской конференции по механике деформируемого твёрдого тела (г. Самара, 2017 г.), на конференциях «XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред», «XIX Зимняя школа по механике сплошных сред», «XX Зимняя школа по механике сплошных сред» (г. Пермь, 2013, 2015, 2017 гг.); на Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики» (г. Воронеж, 2013 г.); на Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы» (г. Самара, 2017 г.); на Международных молодёжных научных конференциях по естественно-научным и техническим дисциплинам «Научному прогрессу — творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2013, 2014, 2016, 2017 гг.); на Всероссийской научной конференции, посвящённой 75-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Г. И. Быковцева «Актуальные проблемы математики и механики» (г. Самара, 2013 г.); на научных семинарах «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. д.ф.-м.н., профессор В. П. Радченко, 2014–2018 гг.).

Работа выполнялась при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №13-01-00699, №16-01-00249-а) и в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации по программе АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект №2.1.1/13944).

Внедрение. Результаты диссертационной работы использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» ФГБОУ ВО «СамГТУ» и включены в лекционный материал курсов «Математические основы механики поверхностного пластического упрочнения», «Численные методы решения краевых задач механики деформируемого твёрдого тела» и «Реологические модели» основной образовательной программы подготовки аспирантов

и бакалавров, а также в расчётную практику профильных отделов ПАО «Кузнецов» (г. Самара).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 26 печатных работах, из них 2 статьи в журналах из базы Web of Science, 4 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 1 авторское свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, 8 статей в сборниках трудов конференций и 11 тезисов докладов, основные 20 из которых приведены ниже в списке публикаций.

Личный вклад автора. Работы [135–145, 161] выполнены самостоятельно, в основных работах [91, 109–111, 114] диссертанту принадлежит совместная постановка задач и разработка методов решения, анализ и систематизация полученных результатов, проведение расчётов. В остальных работах, опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат как постановка задач, так и результаты выполненных экспериментальных и теоретических исследований.

Благодарности. Автор выражает благодарность научному руководителю доктору физико-математических наук В. П. Радченко за постановку задач и поддержку работы, а также доценту, кандидату физико-математических наук М. Н. Саушкину за консультации и постоянное внимание к работе.

Глава 1

Аналитический обзор и постановка задач исследования

Потребности инженерной практики в авиадвигателестроении, машиностроении, нефтехимии, энергетической промышленности и технологических задачах приводят к существенному ужесточению температурно-силовых режимов эксплуатации деталей и элементов конструкций с исчерпанием всех запасов прочности материала. Очевидно, что это приводит к повышению требований долговечности и надёжности конструкций, в частности, к учёту реологических свойств материала.

Хорошо известно, что при эксплуатации детали наиболее сильным механическому, тепловому и другим воздействиям подвергается её поверхностный слой, который изначально является ослабленным и обладает низкими механическими характеристиками по сравнению с характеристиками глубинных объёмов материала. Поэтому в большинстве случаев разрушение детали (зарождение и развитие усталостной трещины, коррозия, износ и т. п.) начинается с её поверхности.

В настоящее время конструкторские методы обеспечения прочности и надёжности изделий практически исчерпали свои возможности, в связи с чем активно развиваются технологические методы, которые не приводят к изменению конструкторских решений и материалоемкости уже изготовленных деталей. Одним из наиболее распространённых методов повышения ресурса деталей и элементов конструкций является поверхностное пластическое деформирование (ППД). Положительное влияние применения методов ППД связано с наведением в тонком поверхностном слое изделия технологических сжимающих остаточных напряжений, препятствующих выходу различного рода дислокаций и вакансий на поверхность изделия, которые являются очагами зарождения раз-

личного рода дефектов.

Основными методами ППД являются обкатка роликом, алмазное выглаживание, ультразвуковое упрочнение, гидро- и пневмодробеструйная обработка, термопластическое упрочнение, обработка поверхности импульсным лазерным источником и многие другие. Упрочнение поверхностного слоя осуществляется инструментом, деформирующие элементы которого (шарики, ролики, тела иной конфигурации) взаимодействуют с обрабатываемой поверхностью по схемам качения, внедрения или скольжения, в результате чего в поверхностном слое образуются сжимающие остаточные напряжения. В процессе эксплуатации растягивающие (положительные) «рабочие» напряжения, возникающие при воздействии внешних факторов, суммируются с сжимающими (отрицательными) остаточными напряжениями в поверхностном слое, в результате чего прочностные характеристики конструкции (предел длительной прочности, предел выносливости и т. д.) возрастают.

Классификацию остаточных напряжений можно найти в работах [9, 25, 26, 74, 84, 105]. Остаточные напряжения обычно классифицируют по протяжённости силового поля и их физической сущности.

Напряжения первого рода — макронапряжения, охватывающие области, соизмеримые с размерами детали, уравнивающиеся в её пределах.

Напряжения второго рода — микронапряжения, уравнивающиеся в пределах одного кристалла. Они распространяются на отдельные зерна металла или на группу зёрен.

Напряжения третьего рода [37, 74, 85, 182] — субмикроскопические, относящиеся к искажениям атомной решётки кристалла. Они уравновешены в пределах расстояний, имеющих межатомный порядок.

В настоящей диссертационной работе все задачи ставятся и решаются в рамках механики сплошной среды, поэтому в дальнейшем будут рассматриваться только напряжения первого рода, т. е. макронапряжения.

В инженерной практике остаточные напряжения первого рода принято

представлять в виде компонент тензора напряжений в заданной системе координат. Например, для тел вращения в цилиндрической системе координат (r, θ, z) используют понятия окружных $\sigma_{\theta}^{\text{res}}$, радиальных σ_r^{res} и осевых σ_z^{res} остаточных напряжений. Кроме указанных нормальных (диагональных) компонент тензора остаточных напряжений при некоторых технологиях упрочнения также могут возникать касательные (недиагональные) остаточные напряжения.

Остаточные напряжения первого рода уравниваются в объёме упрочнённой детали независимо от внешних воздействий, которые имелись в процессе той или иной технологии упрочнения. Согласно уравнению равновесия после процедуры упрочнения сумма проекций всех сил на координатные оси равна нулю, поэтому в упрочнённой детали всегда имеются области с отрицательными (сжимающими) и положительными (растягивающими) остаточными напряжениями.

В процессе эксплуатации в условиях повышенных температур и механическом нагружении металлической детали, как правило, развиваются деформации ползучести, вследствие чего происходит перераспределение поля напряжений, приводящее к релаксации (уменьшению по модулю) остаточных напряжений в упрочнённом слое. Этот процесс приводит к разупрочнению поверхностного слоя, т. е. к снижению положительного эффекта, достигаемого при помощи применения упрочняющих технологий.

Принято считать, что благоприятное действие ППД для цилиндрических изделий сказывается до тех пор, пока нормальные компоненты тензора остаточных напряжений имеют отрицательный знак. При этом по величине остаточных напряжений можно судить о степени исчерпания ресурса материала. Таким образом, возникает проблема оценки скорости (времени) релаксации остаточных напряжений на фоне ползучести детали. Решение данной задачи состоит из следующих этапов:

- 1) восстановление исходного напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое конструкции после процедуры поверхностного упрочнения;
- 2) выбор модели реологического деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций, идентификация параметров данной модели для рассматриваемого материала;
- 3) решение краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в поверхностном слое упрочнённой детали вследствие ползучести на основе выбранной реологической модели в поле внешних нагрузок;
- 4) анализ кинетики полей остаточных напряжений вследствие ползучести при температурно-силовом нагружении в соответствии с видом напряжённого состояния.

Одними из часто исследуемых объектов в механике деформируемого твёрдого тела являются различного рода цилиндрические изделия (толстостенные трубы, сплошные цилиндры — валы, стержневые конструкции и др.). В связи с этим проанализируем методы решения вышеуказанных задач применительно к сплошным и полым цилиндрическим образцам, которые и являются объектами дальнейшего исследования.

Алгоритм решения сформулированных выше задач релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических изделиях может быть схематически представлен рисунком [1.1](#)



Рис. 1.1. Алгоритм исследования релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести

1.1. Восстановление напряжённо-деформированного состояния в поверхностном слое цилиндрического изделия после процедуры поверхностного пластического упрочнения

Решению краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие высокотемпературной ползучести предшествует решение задачи определения напряжённо-деформированного состояния детали после процедуры упрочнения, которое играет роль начальных данных при решении краевых задач ползучести упрочнённых конструкций (см. рис. 1.1).

Одним из важных направлений механики упрочнённых конструкций является поиск точных и универсальных методов восстановления (реконструкции) напряжённо-деформированного состояния деталей после упрочнения. Восстановление напряжённо-деформированного состояния предполагает определение всех компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций в каждой точке конструкции.

Рассмотрим существующие подходы к определению полей остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций после процедуры поверхностного упрочнения. Все методы определения полей остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое изделия можно разделить на экспериментальные (механические и физические), расчётные (аналитические и численные) и расчётно-экспериментальные (феноменологические) (см. рис. 1.1).

Начиная с 60-х годов XX века вопросам экспериментального исследования формирования остаточных напряжений в поверхностном слое после упрочнения посвящено большое количество работ, в частности, достаточно полную картину по данной проблеме дают работы [9, 32, 35, 68, 81–83]. Сразу отметим, что термин «экспериментальный» здесь носит условный характер, поскольку непосредственно экспериментальными методами возможно измерить лишь пе-

ремещения, по которым рассчитываются деформации и далее — напряжения.

В большинстве случаев для определения остаточных напряжений в упрочнённом слое используются разрушающие механические методы, которые основаны на измерении перемещений и деформаций в деталях при их разрезке, высверливании и снятии слоёв. Примером разрушающих методов может служить метод колец и полосок для цилиндрических образцов [32, 33], который в настоящее время нашёл широкое применение для исследования упрочнённых цилиндров, в частности, в [81, 82, 103] и многих других работах. Механические методы позволяют получить распределение напряжений по глубине слоя от 200 мкм до 1 мм и более, однако их применение требует значительных технических, временных, экономических и интеллектуальных затрат.

Другим направлением определения остаточных напряжений является применение неразрушающих физических методов. К ним относятся рентгеновские [17, 176], радиополяризационные, голографические [2], физико-химические, ультразвуковые, акустические [39, 77], электростатические [3], оптические методы и некоторые другие. Наиболее распространён рентгеновский метод, используемый, например, для проведения неразрушающего контроля трубопроводов нефтегазодобывающих предприятий. Он основан на измерении эффектов, определяющих степень деформации кристаллической решетки. При помощи рентгеновских методов возможно определить средние остаточные напряжения лишь в приповерхностном слое толщиной 30–50 мкм [127], другим его недостатком является относительно невысокая точность.

В целом, экспериментальные методы исследования остаточных напряжений позволяют определить лишь одну или две компоненты тензора остаточных напряжений в тонком поверхностном слое изделия, но не позволяют определить остальные компоненты тензоров остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций. Для решения краевых задач ползучести этой информации недостаточно, поскольку полная картина напряжённо-деформированного состояния во всем объёме детали после упрочнения остаётся неизвестна. Это, в свою

очередь, не позволяет строго и корректно поставить краевую задачу ползучести с начальным напряжённо-деформированным состоянием.

Немногочисленные аналитические методы восстановления остаточных напряжений [55, 61, 85, 154] применимы лишь в случае термопластического упрочнения, когда задача сводится к краевой задаче термоупругости или задаче термоупругопластичности. Так, в работах [53–55] для определения остаточных напряжений в различных конструктивных элементах (замковые части диска турбины ГТД, различные концентраторы напряжений и т. д.) выполнялось моделирование процесса термопластического упрочнения с использованием комбинаций метода конечных элементов и аналитических методов. В работе [154] были рассчитаны внутренние напряжения для цилиндрических образцов, изготовленных из стали SAE4140 (42CrMo_4), и установлено соответствие расчётных значений и экспериментальных данных, полученных рентгеновским методом.

Численные методы определения остаточных напряжений [4, 11, 13, 52, 55, 147, 148, 165, 166], как правило, основаны на методе конечных элементов [29] и относятся к «идеальным» (с точки зрения математики) условиям технологического процесса. Они применимы лишь в случае, когда задача сводится к классической краевой задаче термоупругости или к контактной задаче упругопластических тел. Методы [11, 126], реализующие схемы упрочнения качения одного предмета по другому или моделирующие воздействие виброударными нагрузками, базируются на теореме об упругой разгрузке. Возможность применения данных методов ограничена единичными актами контактного взаимодействия, для реальных же промышленных технологий упрочнения (обкатка роликом, гидро- и пневмодробеструйная обработка и т. д.) эти методы неприменимы из-за стохастического характера процессов упрочнения. Например, при обкатке роликом происходит многократное прохождение ролика по поверхности: здесь большое значение имеют скорость вращения обрабатываемой детали, скорость подачи ролика, а также смазочный материал. В случае же пневмодробеструйной обработки происходят многократные хаотические столкновения микроша-

риков с обрабатываемой поверхностью, что строго учесть в математических моделях проблематично.

Обзор литературных источников показывает, что теоретические методы определения остаточных напряжений имеют ряд недостатков и ограничений, связанных с введением большого количества допущений в математических моделях, случайным распределением механических свойств металла и многих других причин. Поэтому напряжённо-деформированное состояние в упрочнённом слое изделия, полученное расчётными методами, оказывается далёким от реального.

В свою очередь, феноменологические (расчётно-экспериментальные) методы основаны на математической обработке частично известной экспериментальной информации (одна или две компоненты полей перемещений, тензоров деформаций или напряжений). Применение такого подхода к задаче восстановления остаточных напряжений приводит к необходимости решения обратных краевых задач, решение которых не всегда удаётся получить без дополнительных предположений. Однако по сравнению с экспериментальными и чисто теоретическими методами феноменологические методы позволяют получить полную картину напряжённо-деформированного состояния после упрочнения.

В связи с вышеизложенным в настоящей работе будет использован научно обоснованный феноменологический метод восстановления напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом слое сплошного и полого цилиндрических изделий, описанный в работах В. П. Радченко и М. Н. Саушкина [104, 105, 107]. В этом подходе исходной информацией является одна или две компоненты тензора остаточных напряжений, определяемые экспериментально. Для получения замкнутого решения авторы вводят гипотезу о характере распределения осевой q_z и окружной q_θ компонент пластических деформаций по глубине слоя вида $q_z(r) = \alpha q_\theta(r)$, $\alpha = \text{const}$ (гипотезу анизотропного упрочнения поверхности). Рассмотрим данную методику более подробно.

Введём стандартную цилиндрическую систему координат (r, θ, z) . Через

σ_r^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$, σ_z^{res} обозначим радиальное, окружное и осевое остаточные напряжения, а через q_r , q_θ , q_z — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Недиagonalными компонентами тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций пренебрегаем в силу их малости по сравнению с диагональными компонентами.

В предположении, что в области сжатия поверхностного слоя вторичные пластические деформации отсутствуют и известна экспериментальная эпюра остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после упрочнения, в работе [107] для остальных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций для полого цилиндрического образца с радиусами R_1 и R_2 получены следующие зависимости:

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (1.1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} [\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)] d\xi - \quad (1.2)$$

$$- \frac{1+\mu}{E(1+\alpha\mu)} [(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r)], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu};$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r); \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr; \quad (1.4)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E [\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)], \quad (1.5)$$

где E — модуль Юнга при температуре упрочнения; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения, методика идентификации которого изложена в [102, 123]. При этом для пневмодробеструйной обработки $\alpha = 1$ (случай изотропного упрочнения поверхности) и эпюры напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и σ_z^{res} практически совпадают [105], а, например, при обкатке роликом (случай анизотропного упрочнения) величина α может изменяться от 4 до 20 [102].

Таким образом, схема расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце после упрочнения его поверхности имеет следующий вид:

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r), \alpha \xrightarrow{(1.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(1.2)} q_{\theta}(r) \xrightarrow{(1.3)} q_r(r), q_z(r) \xrightarrow{(1.4)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(1.5)} \sigma_z^{\text{res}}(r), \quad (1.6)$$

обозначения над стрелками — номер формулы, по которым вычисляется соответствующая величина.

Из схемы (1.6) следует, что в конечном итоге компоненты σ_r^{res} , σ_z^{res} , q_r , q_{θ} , q_z определяются через компоненту $\sigma_{\theta}^{\text{res}}$ и параметр анизотропии упрочнения α . Однако экспериментально определить зависимость $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ возможно лишь в тонком упрочнённом слое (области сжатия), поэтому для реализации схемы (1.6) её необходимо экстраполировать на всю область $r \in [R_1, R_2]$. Для этого могут быть использованы следующие аппроксимации [103–105, 107]:

— случай упрочнения поверхности сплошного цилиндра ($R_1 = 0$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right); \quad (1.7)$$

— случай упрочнения внешней поверхности полого цилиндра ($R_2 < \infty$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right) \right] \frac{r - R_1}{l}; \quad (1.8)$$

— случай упрочнения кругового концентратора плиты ($R_2 \gg R_1$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{(R_1 - r)^2}{l^2}\right) - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_1 - r)^2}{b^2}\right), \quad (1.9)$$

где σ_0 , σ_1 , h^* , b — параметры, процедура идентификации которых изложена в [103–105]; $l = 1$ — масштабный коэффициент, имеющий размерность линейного размера.

В формулах (1.7)–(1.8) значения параметров σ_0 , σ_1 , h^* , b определяются из условия самоуравновешенности эпюры $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$:

$$\int_{R_1}^{R_2} \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) dr = 0$$

и значений этой функции в характерных точках $h = 0$, $h = h^*$, $h = h_0$, где $h = R_2 - r$ — глубина упрочнённого слоя (см. рис. 1.2).

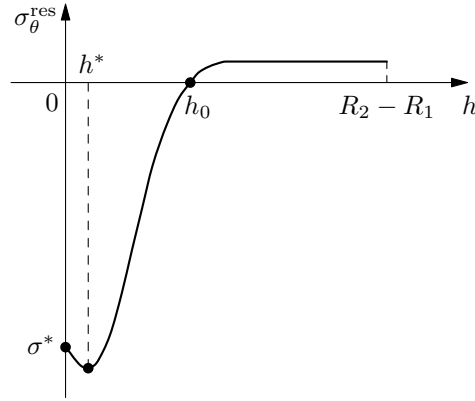


Рис. 1.2. Схематический график экспериментальной эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ в цилиндрическом изделии

В случае изотропного упрочнения поверхности $\alpha = 1$ и схема (1.6) реализуется в явном виде. В случае же анизотропного упрочнения $\alpha \neq 1$ и в качестве исходных данных требуются две экспериментально полученные эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$. Тогда для определения параметра анизотропии производится вариация значения α и повторение схемы расчёта (1.6) вплоть до достижения минимальной величины отклонения расчётных значений осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}}(r_k)$ от экспериментальных значений $\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)$:

$$\Delta_z = \left[\frac{\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}}(r_k) - \sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2}{\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2} \right]^{1/2}$$

(N — число точек дискретизации радиуса r_k в упрочнённом слое).

Применение алгоритма (1.6), а также методика идентификации параметра анизотропии α и аппроксимации экспериментально наблюдаемой эпюры $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ подробно изложены в работах [104, 105, 107].

В последнее десятилетие достигнуты серьёзные успехи в решении задачи реконструкции напряжённо-деформированного состояния деталей после упрочнения на основе численных методов с использованием различных программных комплексов, базирующихся на методе конечных элементов. Один из таких

подходов развивался группой авторов в работах [117–120]. Он также базируется на расчётно-экспериментальной методике, позволяющей экспериментально определить распределение остаточных напряжений (одну или две компоненты) по глубине упрочнённого слоя. Далее с использованием этой информации остаточные пластические деформации моделировались термоупругими деформациями, а неоднородность распределения остаточных напряжений определялась соответствующим выбором температурного поля. Средствами расчётного комплекса PATRAN/NASTRAN методом конечных элементов определялись зависимости первоначальных пластических деформаций (на самом деле — термоупругих деформаций), которые обеспечивали соответствующие им распределения известных (экспериментальных) компонент тензора остаточных напряжений. Эта операция выполнялась методом последовательных приближений. Поскольку рассматривалась изотропная теплопроводность, то, во-первых, для цилиндрических изделий сразу же вводилось ограничение $\sigma_r = 0$, а из теории термоупругости сразу следует, что в этом случае $\sigma_\theta = \sigma_z$, что не соответствует действительности. Поэтому этот метод можно использовать для приближённого решения задачи лишь в условиях отмеченного выше изотропного упрочнения поверхности (коэффициент $\alpha = 1$ в соотношении (1.3)), и хотя в этом случае величины σ_θ и σ_z действительно близки, но все же различны. Смоделировать напряжённо-деформированное состояние после технологии анизотропного упрочнения, когда σ_θ и σ_z отличаются до трёх раз [104, 105, 107], невозможно в рамках изотропной теории теплопроводности.

Все отмеченные выше методы восстановления (реконструкции) напряжённо-деформированного состояния после упрочнения носят феноменологический характер. Для их реализации необходим минимум экспериментальной информации, для цилиндрических изделий — одна или две компоненты тензора остаточных напряжений.

Первая попытка решения задачи определения напряжённо-деформированного состояния чисто расчётным путём с учётом реальных технологических

факторов процедуры упрочнения была предпринята в работах [14, 50] и первые результаты исследований представлены в диссертации [51]. Приведены примеры расчёта напряжённо-деформированного состояния в упрочнённых сплошных цилиндрических образцах после обкатки роликом и алмазного выглаживания, а также в упрочнённых плоских образцах после пневмодробеструйной обработки. Предложенная методика реализована с использованием метода конечных элементов в среде программного комплекса ANSYS/LS-DYNA [151], который позволяет осуществлять моделирование быстро протекающих нелинейных динамических процессов, какими являются, в частности, и процессы поверхностного пластического деформирования. Построение геометрических конечно-элементных моделей выполнено средствами ANSYS/LS-DYNA. Для материала цилиндрического образца использовалась модель пластического тела с кинематическим упрочнением (Plastic kinematic), позволяющая учитывать упругопластические параметры материала (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, предел текучести, предел прочности и др.). Для упрочняющих элементов (ролик, шарик, алмазный наконечник) применялась условно недеформируемая модель материала (Rigid), поскольку анализ их напряжённо-деформированного состояния не требовался. Взаимодействие между деталью и упрочняющим инструментом рассматривается в [51] как контактная динамическая задача. При этом все воздействия на деталь задаются через участвующие в процессе элементы системы, например, для описания процесса упрочнения методом обкатки роликом необходимо создание модели цилиндрического образца и ролика, передающего усилие от обкатного станка. Граничные условия определяются зависимостями перемещения, вращения, усилия, скорости, ускорения или давления инструмента, заготовки или технологической оснастки по времени. Проверка адекватности разработанной методики выполнена для цилиндрических образцов из стали 12Х18Н10Т после обкатки роликом и образцов из стали ЭИ961 после алмазного выглаживания, а также для плоских образцов из сплава ВТ6 после дробеструйной обработки. В целом, качественно результаты отражают характер эпюр оста-

точных напряжений, и при этом наблюдается приемлемое соответствие между расчётными эпюрами остаточных напряжений и экспериментальными данными других авторов. В качестве примера приведём данные по обработке дробью пластины из титанового сплава ВТ6 при нормальной температуре [51]. Модель образца представляла собой пластинку толщиной 5 мм с отдельно выделенным приповерхностным слоем. Модель дроби — стальные микрошарики диаметром 0.6 мм, приводимых в движение давлением воздуха, равным 0.2 и 0.4 МПа. Производительность обработки — 18 мм/с. Угол атаки дробью — 90° (по нормали к поверхности), расстояние от торца сопла до образца — 125 мм. Такие параметры, выбранные автором [51], соответствуют параметрам экспериментального определения остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ВТ6 из работы [7]. В результате применения разработанной методики автор [51] получил хорошее соответствие расчётных и экспериментальных данных для обеих величин давления воздуха, в частности, по максимуму величины сжимающих остаточных напряжений по глубине слоя погрешность не превосходит 12%.

Очевидно, что такого рода расчётные методики являются крайне востребованными, поскольку позволяют без привлечения крайне затратных экспериментальных методов определить напряжённо-деформированное состояние упрочнённых деталей с учётом реальных технологических параметров процедуры упрочнения. Кроме того, предложенная расчётная методика моделирования в перспективе позволит за счёт выбора технологических параметров оптимизировать режимы упрочнения для создания заданного поля остаточных напряжений. В настоящий момент проанализированная методика находится в состоянии первоначального развития и требует решения многих возникающих проблем, связанных с учётом размеров конечных элементов, системы охлаждающей жидкости при обкатке роликом и многих других технологических параметров.

1.2. Влияние упрочняющих технологий на сопротивление усталости и физико-механические характеристики поверхностного слоя упрочнённых элементов конструкций

Методы поверхностного упрочнения широко используются на практике для повышения ресурса ряда изделий по различным параметрам долговечности в аэрокосмической, энергетической отраслях промышленности и в машиностроении. Так, например, при производстве двигателей летательных аппаратов на ПАО «Кузнецов» (г. Самара) от 20 до 70% деталей подвергаются процедуре поверхностного пластического деформирования (гидро- и дробеструйная обработка, обкатка роликом, опережающее пластическое деформирование под различного рода концентраторы — полукруглые надрезы на валах, изготовление резьбы и т. д.), аналогичная картина и в шарикоподшипниковой отрасли промышленности и других отраслях.

После обработки детали методами ППД изменяется структура и твёрдость материала, а за счёт наведённых сжимающих остаточных напряжений повышаются эксплуатационные характеристики работоспособности деталей (сопротивление усталости, длительная прочность, коррозионное растрескивание, трибологические характеристики и т. д.) при нормальных и умеренных температурах.

Экспериментальные и теоретические исследования, выполненные в работах [9, 34, 36, 46, 49, 55, 56, 80, 93, 131, 132], устанавливают связь между поверхностным пластическим деформированием и увеличением характеристик многоциклового усталости. В частности, например, в работе [46] изучено влияние режимов пневмодробеструйной обработки на остаточные напряжения и предел выносливости плоских образцов из сплава ЭИ698ВД (ХН73МБТЮ-ВД).

Данный вопрос не остается без внимания и в последнее десятилетие. Так, в работах отечественных [15, 16, 35, 47, 48, 81, 82, 89] и зарубежных [150, 159,

162, 171, 180, 181, 185, 188] исследователей установлено, что основную роль в повышении сопротивления усталости, предела выносливости поверхностно упрочнённых деталей играют сжимающие остаточные напряжения.

В работе [55] отмечается, что поле напряжений, сформированное упрочняющей обработкой, создаёт своего рода барьер движению дислокаций к поверхности. Этот механизм поверхностной блокировки способствует повышению многоциклового прочностного ресурса.

В работах В. П. Радченко с соавторами [96, 101], В. П. Радченко и А. П. Морозова [97–100] и в диссертации А. П. Морозова [73] проведено экспериментально-теоретическое исследование физико-механических характеристик поверхностного слоя для плоских деталей из алюминия АД1 и жаропрочного сплава ЭИ698ВД и цилиндрических образцов из сплавов АД1, В95 и Д16Т и стали 20. Выполнен комплексный анализ физико-механических параметров упрочнённой поверхности (шероховатости, микротвердости, макроструктуры металла упрочнённого слоя), степени и глубины деформированного упрочнения, величины остаточных напряжений и многих физических параметров, связанных с искажением кристаллической решётки, плотностью дислокаций, изменением формы и размера зерен. Установлено повышение параметров шероховатости и существенное увеличение микротвердости для всех типов упрочнённых деталей по сравнению с неупрочнёнными, что авторами [101] связывается с наличием сжимающих остаточных напряжений в упрочнённом слое.

Исходя из этого, в работе [96] делается вывод, что при применении методов поверхностного упрочнения проявляется благоприятное влияние двух факторов: с одной стороны, происходит наведение сжимающих остаточных напряжений, а с другой — образование в поверхностном слое особой структуры металла, способствующей повышению значений физико-механических параметров поверхностного слоя деталей. Однако решающим фактором в повышении, например, микротвердости и повышении предела сопротивления усталости в упрочнённых деталях является все же наличие сжимающих остаточных напряжений,

а не изменение структурного состояния материала в тонком приповерхностном слое после процедуры упрочнения.

1.3. Кинетика напряжённо-деформированного состояния в упрочнённых элементах конструкций в условиях ползучести

В процессе эксплуатации при температурном нагружении упрочнённой детали возникают деформации ползучести, вследствие чего происходит релаксация остаточных напряжений. На кинетику напряжённо-деформированного состояния оказывает влияние целый ряд факторов, такие как температура эксплуатации, вид напряжённого состояния, величина приложенной нагрузки, а также физико-механические характеристики материала. В связи с тем, что большинство изделий в машиностроении, аэрокосмическом, энергетическом и других промышленных комплексах подвергаются значительным температурно-силовым нагрузкам, возникает актуальная проблема оценки устойчивости остаточных напряжений в упрочнённых деталях к высокотемпературным нагрузкам при ползучести.

Из основных проблем следует отметить, что, во-первых, существенно усложняется экспериментальная часть исследований, во-вторых, естественным образом возникает необходимость решения краевой задачи, сложность которой обусловлена существенной нелинейностью определяющих реологических уравнений как в условиях ползучести, так и при много- или малоцикловом нагружении. При этом на наведённые остаточные напряжения накладываются (нелинейно) «рабочие» напряжения от внешних силовых факторов. Поэтому условия эксплуатации оказывают существенное влияние на состояние упрочнённого слоя: под действием рабочих квазистатических или циклических нагрузок и температур вследствие ползучести происходит изменение во времени (релаксация)

остаточных напряжений на фоне реологического деформирования самой конструкции. Из вышеизложенного следует, что исследование релаксации остаточных напряжений является важной задачей как в теоретическом, так и в экспериментальном плане, и в прикладных вопросах скорость (время) полной релаксации может служить одним из диагностических признаков исчерпания ресурса поверхностно упрочнённых деталей.

В научной практике в настоящее время в основном имеются лишь экспериментальные работы по изучению релаксации остаточных напряжений при высокотемпературном нагружении упрочнённых деталей. Так, например, в работах [93, 94, 146, 160, 164, 169, 172, 189] исследовалась релаксация наведённых остаточных напряжений в простейших деталях (цилиндрические полые или сплошные образцы, призматические тела) в условиях термоэкспозиции (чисто температурной выдержки без механических нагрузок) либо в условиях одноосного нагружения при высоких температурах. В работах [49, 152, 153, 163, 173] изучалось влияние циклических нагрузок на релаксацию остаточных напряжений.

В статье [96] экспериментально исследовалось влияние температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний на кинетику физико-механических параметров (микротвердость, шероховатость, размер зерна) в упрочнённых полых цилиндрических образцах из алюминиевых сплавов В95 и Д16Т. Установлено, что при испытаниях упрочнённых образцов на усталость и ползучесть при термоэкспозиции (температурной выдержке без механических нагрузок) наблюдается снижение микротвердости вплоть до состояния неупрочнённых образцов и падение величин приращения предела выносливости, что связывается авторами с релаксацией остаточных напряжений в поверхностном слое при термоэкспозиции. Это ещё раз подтверждает выдвинутую в [73, 97–100] гипотезу о том, что ключевую роль в повышении характеристик поверхностного слоя (микротвердости) играют остаточные напряжения, поскольку их релаксация в процессе ползучести приводит к значениям микротвердости неу-

прочнённых образцов. Также отмечается, что пневмодробеструйная обработка повышает значения параметров шероховатости поверхностного слоя, при этом термоэкспозиция и ползучесть под действием самоуравновешенных остаточных напряжений не оказывают влияния на данные параметры.

Анализ литературных источников и исследований показывает, что экспериментальные данные для случаев одновременного воздействия температурного и силового нагружения на упрочнённые детали практически отсутствуют. Этот факт, по всей видимости, обусловлен сложностью проведения такого рода исследований, а также отсутствием средств для определения полей остаточных напряжений в образце, находящемся под нагрузкой при высокой температуре. Использование, например, рентгеновских методов для неразрушающего определения остаточных напряжений [153, 172, 183] при одновременном воздействии температурных и силовых факторов затруднительно, кроме того, данные методы дают усреднённые значения остаточных напряжений по глубине упрочнённого слоя.

Глубокий теоретический анализ задачи оценки напряжённо-деформированного состояния упрочнённых цилиндрических изделий в условиях термоэкспозиции либо осевого растяжения выполнен в работах [104, 105], в которых разработан приближённый метод решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочнённом цилиндрическом образце, основанный на декомпозиции конструкции на тонкий упрочнённый слой и «тело» конструкции. При этом предполагалось, что упрочнённый слой «наклеен» на поверхность цилиндра и деформируется вместе с ним в режиме «жёсткого» нагружения при заданных значениях деформации на поверхности цилиндра.

Прямой метод решения задачи о релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести для упрочнённого цилиндрического образца при растяжении представлен в работе [106]. Выполнена экспериментальная проверка предложенной методики для упрочнённых образцов из сплава ЭИ691 при температуре 400 °С в условиях термоэкспозиции. При этом модель для описания ползу-

чести материала ограничена первыми двумя стадиями ползучести.

Следует отметить, что теоретическая неразработанность данной проблемы привела к тому, что в современных вычислительных комплексах (типа ANSYS и подобных) отсутствует указанный блок задач. В связи с этим для численной реализации методик решения краевых задач разрабатывается и применяется авторское программное обеспечение. Так, в работе М. Н. Саушкина и В. А. Смыслова [124] представлен программный комплекс Strelax [186], позволяющий автоматизировать восстановление напряжённо-деформированного состояния сплошных и полых цилиндрических образцов после упрочнения и расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния для цилиндрических изделий в условиях ползучести при термоэкспозиции и в случае осевого растяжения. Также в диссертации В. А. Смыслова [128] был разработан ещё один программный комплекс T-jump [187], в котором учитывались изменения упругих констант материала в зависимости от температуры и как следствие — перераспределение полей остаточных напряжений при «мгновенном» нагреве образца от температуры упрочнения до температуры при ползучести.

В работе [91] предложена методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённых призматических образцах в условиях термоэкспозиции. Поскольку упрочнённый слой предполагается достаточно тонким, в качестве модельного объекта плоской детали использовалось упрочнённое полупространство. Проверка адекватности данной методики выполнена в работе [108] для образцов из сплава ЭИ742, широко используемого для изготовления дисков турбины авиационных двигателей, после ультразвукового упрочнения и термоэкспозиции при температуре 650 °С. При этом для моделирования процесса ползучести использовались справочные данные [92]. Наблюдается удовлетворительное соответствие расчётных и экспериментальных данных. Из результатов, полученных в [108], следует, что температурные выдержки уменьшают уровень сжимающих остаточных напряжений в 1.4–1.6 раз и вызывают смещение их максимума вглубь образца.

Расчётные методики для оценки релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести для других видов напряжённого состояния в настоящее время отсутствуют. Но как известно, большинство реальных деталей машин и элементов конструкций в процессе эксплуатации подвержено воздействию сложного (плоского или объёмного) напряжённого состояния. Так, например, для цилиндрических изделий типичными испытаниями на ползучесть и длительную прочность при сложном напряжённом состоянии являются испытания толсто-стенных образцов, нагруженных осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением в различных комбинациях [63]. Анализ результатов испытаний [21, 24, 70–72] конструкционных материалов, работающих в условиях сложного напряжённого состояния, убедительно свидетельствует о том, что процессы реологического деформирования и разрушения материала существенно зависят от вида напряжённого состояния.

Таким образом, задача оценки влияния различных видов напряжённого состояния (кручение, растяжение совместно с кручением и другие) на кинетику остаточных напряжений в упрочнённых деталях требует своего решения. Расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния упрочнённых конструкций в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии является важной научно-технической задачей и имеет большую практическую значимость, поскольку по напряжённо-деформированному состоянию упрочнённой детали можно оценить её остаточный ресурс и провести анализ влияния различных факторов на релаксацию остаточных напряжений.

1.4. Выбор модели реологического деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций

1.4.1. Модели ползучести и длительной прочности металлических материалов

Как следует их схемы на рис. 1.1, важным элементом исследования процесса релаксации остаточных напряжений в упрочнённых деталях является выбор теории ползучести и проверка её адекватности экспериментальным данным при различных видах сложного напряжённого состояния.

Металлы, как и все конструкционные материалы, в определённом диапазоне напряжений и температур обладают реологическими свойствами. Особо важное значение для металлических материалов, работающих в условиях повышенных температур, играет деформация ползучести, накопление которой с течением времени приводит к разрушению конструкции. Поэтому неадекватность модели ползучести может привести к существенным ошибкам при прогнозировании времени до разрушения металлических конструкций. Таким образом, для наиболее полного использования ресурсов деталей, эксплуатируемых в условиях высоких температур, необходимо учитывать не только упругие, но и реологические компоненты деформаций. Уровень температур, при которых возникает деформация ползучести, различается для разных материалов: так, для алюминиевых сплавов он составляет 150–250 °С, в то время как для жаропрочных сталей и сплавов ползучесть начинает протекать при 700–800 °С [62].

Как отмечено выше, при решении задачи о релаксации остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях одним из основных этапов является выбор реологической модели. В настоящее время выбор определяющих соотношений для описания реологических свойств материала достаточно широк. Здесь можно отметить работы В. И. Астафьева [5, 6], Б. В. Горева [23], Ю. И. Кадашевича и В. В. Новожилова [79], Л. М. Качанова [42], А. Ф. Никитенко [78], А. М. Ло-

кощенко и С. А. Шестерикова [66, 149], Н. Н. Малинина [69], Ю. Н. Работнова [86], Ю. Н. Радаева [184], В. П. Радченко [87, 88, 92], Ю. П. Самарина и Я. М. Клебанова [122], О. В. Соснина с соавторами [130], И. Ю. Цвелодуба [134], J. A. Betten [155], J. T. Boyle и J. Spence [10, 158], F. A. Leckie [177] и многих других авторов. С современным состоянием теории ползучести и длительной прочности металлов можно ознакомиться в монографии А. М. Локощенко [63].

Большая группа теорий ползучести базируется на использовании введённого Л. М. Качановым и Ю. Н. Работновым параметра повреждённости (параметра сплошности) и разработанной Ю. Н. Работновым кинетической теории ползучести [86]. Согласно данной теории ползучесть и разрушение материала есть два сопутствующих и взаимосвязанных процесса. При этом для описания структурного состояния материала принимается один или несколько структурных параметров. Одним из них может служить скалярный параметр повреждённости, с которым связывается относительное уменьшение эффективной площади поперечного сечения образца, вызываемое микроразрушением материала в процессе одноосного деформирования, и, как следствие, увеличение истинного напряжения. Данный подход развивается в работах В. В. Болотина [12], Л. М. Качанова [41], Дж. Леметра и А. Плантри [59], Г. Ф. Лепина [60], А. М. Локощенко и С. А. Шестерикова [66, 149], О. В. Соснина [130], В. П. Радченко и Ю. А. Ерёмкина [92].

Для более точного описания механизма разрушения материала кроме скалярного параметра повреждённости также используются модели с векторным и тензорным параметром повреждённости. Среди исследований в данном направлении следует отметить работы Л. М. Качанова [43–45], И. В. Наместниковой и С. А. Шестерикова [75], в которых предложено использовать векторный подход при моделировании накопления повреждений в условиях сложного напряжённого состояния. Тензорный параметр повреждённости впервые предложен в монографии Ю. Н. Работнова [86], и впоследствии он развивался

в [1, 6, 133, 155–157, 175] и других работах для описания анизотропного характера накопления повреждений.

Однако необходимо отметить, что при обработке экспериментальных данных при неизменных видах сложного напряжённого состояния одна и та же теория ползучести со скалярным, векторным и тензорным параметром повреждённости дает практически одинаковые результаты (статистическая незначимость результатов не наблюдается) как при чисто сложном напряжённом состоянии [75], так и при решении некоторых краевых задач [76] (толстостенные трубы под действием внутреннего, внешнего давлений и осевой силы; вращающегося диска). Зачастую попытки уточнения определяющих соотношений, связанные с использованием параметра повреждённости в векторной или тензорной форме, перекрываются разбросом экспериментальных данных. Кроме того, построение реологических моделей с тензорным параметром поврежденности связано со значительными трудностями и требует проведения более сложных экспериментальных исследований.

Ввиду вышеизложенных причин в настоящей работе в качестве базовой реологической модели используется феноменологическая теория [92, 121], базирующаяся на энергетическом подходе к описанию деформирования и разрушения металлов. Данная теория основывается на принципе суперпозиции упругой, пластической деформации и деформации ползучести и введении скалярного параметра повреждённости. Для описания стадии разупрочнения материала в условиях одноосного нагружения принимается гипотеза, согласно которой параметр повреждённости материала полагается пропорциональным линейной комбинации работы истинного напряжения (напряжения, отнесённого к площади поперечного сечения образца с учётом микроповреждений) на деформации ползучести.

Уравнения состояния энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности (без учёта упругой и пластических деформаций) в условиях одноосного напряжённого состояния имеют вид [87, 92]:

$$p = u + v + w; \quad (1.10)$$

$$\begin{cases} u = \sum_{k=1}^s u_k, \\ \dot{u}_k = \lambda_k [a_k(\sigma_0)^n - u_k]; \end{cases} \quad (1.11)$$

$$\begin{cases} v = \sum_{k=1}^s v_k, \\ \dot{v}_k = \begin{cases} \lambda_k [b_k(\sigma_0)^n - v_k], & b_k(\sigma_0)^n > v_k, \\ 0, & b_k(\sigma_0)^n \leq v_k; \end{cases} \end{cases} \quad (1.12)$$

$$\dot{\omega} = c\sigma^m; \quad (1.13)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + \omega); \quad (1.14)$$

$$\dot{\omega} = \alpha\sigma\dot{\omega}. \quad (1.15)$$

Здесь p — деформация ползучести; u , v , w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести соответственно; ω — параметр повреждённости; σ_0 и σ — номинальное и истинное напряжения соответственно; α — параметр модели, который позволяет описать процесс разупрочнения материала на деформации ползучести и задаётся степенной аппроксимацией вида

$$\alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_\alpha}; \quad (1.16)$$

s , λ_k , a_k , b_k , c , m , α_1 , m_α — константы модели, при помощи которых описываются первая, вторая и третья стадии ползучести и её обратимая часть после полной или частичной разгрузки.

В качестве критерия разрушения принимается величина

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma dp}{A_*} = 1, \quad (1.17)$$

где $A_* = A(t^*)$ — критическая величина работы истинного напряжения на деформации ползучести, по достижению которой в момент времени $t = t^*$ про-

исходит разрушение материала (феноменологический параметр). Материал находится в неразрушенном состоянии при $\Omega < 1$ и разрушается при выполнении (1.17). Для критической величины работы, вообще говоря, справедлива степенная аппроксимация

$$A_* = A_1(\sigma_0)^{m_A}, \quad (1.18)$$

где A_1 , m_A — параметры. В частных случаях возможно выполнение $m_A = 0$ и $A_* = A_1$.

Значения материальных констант λ_k , a_k , b_k , c , m , α_1 , m_α , A_1 , m_A модели (1.10)–(1.18) определяются согласно работе [92] по серии одноосных стационарных кривых ползучести при $\sigma_0 = \text{const}$ вплоть до разрушения.

Отметим некоторые частные случаи для соотношений (1.10)–(1.16) при постоянном напряжении $\sigma_0 = \text{const}$. В случае отсутствия третьей стадии ползучести ($\omega = 0$) имеем следующую аналитическую зависимость для деформации ползучести:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s (a_k + b_k) (1 - e^{-\lambda_k t}) (\sigma_0)^n + c(\sigma_0)^m t. \quad (1.19)$$

В случае отсутствия первой стадии ползучести ($u = 0$, $v = 0$), но наличия третьей стадии интегрирование соотношений (1.10)–(1.16) при $\sigma_0 = \text{const}$ даёт следующие зависимости для деформации ползучести

$$p(t) = -\frac{1}{m\alpha\sigma_0} \ln |1 - \alpha mc(\sigma_0)^{m+1} t| \quad (1.20)$$

и работы

$$A(t) = \int_0^t \sigma(t) dp(t) = \frac{1}{\alpha} \left[(1 - \alpha mc(\sigma_0)^{m+1} t)^{-1/m} - 1 \right]. \quad (1.21)$$

Как известно, большинство реальных деталей машин и механизмов в условиях эксплуатации подвержено действию сложного напряжённого состояния.

Поэтому в общем случае необходимо иметь реологические модели, которые позволяют описывать ползучесть материалов при сложном напряжённом состоянии.

Согласно [92, 121], уравнения состояния модели (1.10)–(1.18) при введении скалярного параметра повреждённости на случай сложного напряжённого состояния для изотропной ползучести обобщаются следующим образом:

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \quad (1.22)$$

$$\begin{cases} u_{ij} = \sum_{k=1}^s u_{ij}^k, \\ \dot{u}_{ij}^k = \lambda_k [a_k(S_0)^{n-1} [(1 + \mu'_k)\sigma_{ij}^0 - \mu'_k \delta_{ij} \sigma_{kk}^0] - u_{ij}^k]; \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\begin{cases} v_{\nu\nu} = \sum_{k=1}^s v_{\nu\nu}^k, \\ v_{\nu\nu}^k = (1 + \mu''_k) \beta_{\nu\nu}^k - \mu''_k (\beta_{11}^k + \beta_{22}^k + \beta_{33}^k), \\ \dot{\beta}_{\nu\nu}^k = \begin{cases} \lambda_k [b_k(S_0)^{n-1} \sigma_{\nu\nu}^0 - \beta_{\nu\nu}^k], [b_k(S_0)^{n-1} \sigma_{\nu\nu}^0 - \beta_{\nu\nu}^k] \sigma_{\nu\nu}^0 > 0, \\ 0, [b_k(S_0)^{n-1} \sigma_{\nu\nu}^0 - \beta_{\nu\nu}^k] \sigma_{\nu\nu}^0 \leq 0; \end{cases} \end{cases} \quad (1.24)$$

$$\dot{w}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right); \quad (1.25)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 (1 + \omega); \quad (1.26)$$

$$\dot{\omega} = \alpha \sigma_{ij} \dot{w}_{ij}. \quad (1.27)$$

Здесь p_{ij} — тензор деформации ползучести; u_{ij} , v_{ij} , w_{ij} — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести соответственно; σ_{ij}^0 и σ_{ij} — тензоры номинальных и истинных напряжений соответственно; S_0 и S — соответственно интенсивности тензоров номинальных и истинных напряжений; μ'_k и μ''_k — коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформации ползучести (по рекомендации [121] можно использовать $\mu''_k = 0.42$); β_{ij}^k — активные вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; ω — скалярный параметр повреждённости; параметр α задаётся степенной аппроксимацией вида

$$\alpha = \alpha_1(S_0)^{m_\alpha}. \quad (1.28)$$

В формулах (1.23)–(1.25) приняты обозначения

$$\begin{aligned} \sigma_{kk}^0 &= \sigma_{11}^0 + \sigma_{22}^0 + \sigma_{33}^0; \\ \sigma_{kk} &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}. \end{aligned}$$

Расчёт вязкопластической деформации v_{ij} осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу ν не выполняется.

Для прогнозирования времени разрушения материала t^* используется критерий разрушения энергетического типа

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*} = 1, \quad (1.29)$$

где для критической величины работы $A_* = A(t^*)$ справедлива степенная аппроксимация

$$A_* = A_1(S_0)^{m_A}. \quad (1.30)$$

При этом полагается, что материал находится в неразрушенном состоянии при $\Omega < 1$ и разрушается при выполнении (1.29) хотя бы в одной точке конструкции.

Очевидно, что при одноосном растяжении модель (1.10)–(1.18) является частным случаем модели (1.22)–(1.30), поскольку интенсивность напряжений совпадает с растягивающим осевым напряжением.

Важно отметить, что построение модели (1.22)–(1.30) не требует дополнительных экспериментальных затрат, поскольку все параметры s , λ_k , a_k , b_k , c , n , m , α_1 , m_α , A_1 , m_A соответствуют параметрам одноосной модели (1.10)–(1.18), т. е. определяются по результатам одноосных испытаний. Для ряда материалов значения параметров приведены в работах [88, 92].

Одно из преимуществ использования энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности [92] заключается в том, что задача определения кинетики напряжённо-деформированного состояния в процессе ползучести совмещается с задачей прогнозирования длительной прочности конструкции (времени до разрушения вследствие ползучести).

Проверка адекватности реологической модели [92] экспериментальным данным проведена преимущественно по результатам одноосных испытаний при постоянном напряжении. Выполнено построение модели для достаточно большого числа материалов (сплавы ЭИ698, ЭП742, ЭП693, ОТ-4, сталь 12Х18Н10Т, сплав ЭИ437Б, сплав ЖС6КП и АК-4 и др.) и проведён сравнительный анализ экспериментальных и расчётных кривых одноосной ползучести. Однако проверка модели при сложном напряжённом состоянии в [92] носит частный характер и выполнена лишь для небольшого числа материалов, а именно, для толсто-стенных цилиндрических образцов из стали 20 и стали ЭИ694 и тонкостенных образцов из стали 12Х18Н10Т. Поэтому одна из задач настоящего исследования заключается в проверке адекватности используемой реологической модели (1.22)–(1.30) экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности при сложном напряжённом состоянии для разных видов напряжённого состояния. Применительно к цилиндрическим образцам эта задача более подробно будет рассмотрена в главе 2 настоящей диссертационной работы.

Поскольку величины, входящие в уравнения состояния (1.22)–(1.30), описываются степенными зависимостями, необходимо уметь определять параметры этих аппроксимирующих зависимостей по реальным экспериментальным данным. Как правило, для этих целей используется метод наименьших квадратов (МНК), однако в настоящее время для ряда зависимостей разработаны и более точные методы [30, 31]. Поэтому далее изложим методику идентификации параметров степенной зависимости, которая будет использована в настоящем диссертационном исследовании при построении реологической модели.

1.4.2. Оценивание параметров степенной зависимости на основе модифицированного метода наименьших квадратов

Изложим сначала методику идентификации параметров c и m степенной аппроксимации

$$\hat{y}(x) = cx^m \quad (1.31)$$

в соответствии с «классическим» подходом на основе метода наименьших квадратов, рекомендованным в [67]. Исходными данными для построения модели (1.31) служат табличные данные (x_k, y_k) при $k = 1, 2, \dots, N$, где N — объем экспериментальных данных. Согласно методу наименьших квадратов (МНК) оценки параметров c и m должны определяться из условия минимизации функционала — суммы квадратов отклонений теоретических значений $\hat{y}(x_k)$ от табличных значений y_k :

$$Q_{\text{ост}}(c, m) = \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}(x_k))^2 \rightarrow \min.$$

В этом случае система нормальных уравнений формируется на основе вычисления частных производных $\partial Q_{\text{ост}}/\partial c$ и $\partial Q_{\text{ост}}/\partial m$. Нелинейность функциональной зависимости (1.31) приводит к нелинейности системы нормальных уравнений относительно параметров c и m , что существенно усложняет процедуру их вычисления. В связи с этим в большинстве расчётных методик [67] применяется метод линеаризации. Логарифмируя обе части соотношения (1.31), получим

$$\ln \hat{y}(x) = \ln c + m \ln x. \quad (1.32)$$

Обозначив $u_k = \ln y_k$, $v_k = \ln x_k$, $\hat{u} = \ln \hat{y}$, $v = \ln x$, $A = \ln c$, $B = m$, получим линейную по параметрам A и B модель, описывающую табличные данные (v_k, u_k) :

$$\hat{u}(v) = A + Bv. \quad (1.33)$$

Минимизируя для модели (1.33) «невязку» $\sum_{k=1}^N (u_k - \hat{u}(v_k))^2$, получаем

линейную систему нормальных уравнений вида

$$\begin{cases} N\hat{A} + \hat{B} \sum_{k=1}^N v_k = \sum_{k=1}^N u_k, \\ \hat{A} \sum_{k=1}^N v_k + \hat{B} \sum_{k=1}^N v_k^2 = \sum_{k=1}^N v_k u_k, \end{cases}$$

из решения которой с учётом введённых обозначений $\hat{c} = \exp(\hat{A})$, $\hat{m} = \hat{B}$ находим оценки параметров исходной степенной зависимости (1.31):

$$\begin{aligned} \hat{c} &= \exp\left(\frac{\sum_{k=1}^N \ln y_k \cdot \sum_{k=1}^N \ln^2 x_k - \sum_{k=1}^N \ln x_k \cdot \sum_{k=1}^N \ln x_k \ln y_k}{N \sum_{k=1}^N \ln^2 x_k - (\sum_{k=1}^N \ln x_k)^2}\right); \\ \hat{m} &= \frac{N \sum_{k=1}^N \ln x_k \ln y_k - \sum_{k=1}^N \ln x_k \cdot \sum_{k=1}^N \ln y_k}{N \sum_{k=1}^N \ln^2 x_k - (\sum_{k=1}^N \ln x_k)^2}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Однако оценки, полученные по формулам (1.34), оказываются достаточно грубыми, поскольку при формировании системы нормальных уравнений минимизировалась не величина

$$\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}(x_k))^2 = \sum_{k=1}^N (y_k - cx_k^m)^2,$$

а «невязка»

$$\sum_{k=1}^N (u_k - \hat{u}(v_k))^2 = \sum_{k=1}^N (\ln y_k - \ln c - m \ln x_k)^2.$$

Несмотря на простоту этого вопроса, аппроксимацию зависимости (1.31) можно улучшить и тем самым существенно уменьшить величину погрешности отклонения расчётных данных от экспериментальных, воспользовавшись идеями работ [30, 31]. Представим табличные экспериментальные данные в виде

$$y_k = cx_k^m + e_k, \quad (1.35)$$

где через e_k обозначены остатки, которые носят случайный характер. Прологарифмируем обе части выражения (1.35):

$$\ln y_k = \ln (cx_k^m + e_k) = \ln \left(cx_k^m \left(1 + \frac{e_k}{cx_k^m} \right) \right) = A + B \ln x_k - \ln \left(1 - \frac{e_k}{y_k} \right),$$

где $A = \ln c$, $B = m$.

При малых значениях e_k величина $|e_k/y_k| < 1$ и имеет место разложение в ряд Маклорена

$$\ln\left(1 - \frac{e_k}{y_k}\right) = -\frac{e_k}{y_k} - \frac{1}{2}\left(\frac{e_k}{y_k}\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{e_k}{y_k}\right)^3 - \dots,$$

используя которое из предыдущего выражения получим

$$\ln y_k = A + B \ln x_k + \frac{\hat{e}_k}{y_k},$$

где

$$\hat{e}_k = e_k + \frac{e_k^2}{2y_k} + \frac{e_k^3}{3y_k^2} + \dots = e_k + O(e_k^2) \approx e_k.$$

Окончательно имеем

$$y_k \ln y_k = Ay_k + By_k \ln x_k + \hat{e}_k. \quad (1.36)$$

Оценки коэффициентов модели (1.36) находим из условия минимизации функционала

$$\sum_{k=1}^N e_k^2 \approx \sum_{k=1}^N \hat{e}_k^2 = \sum_{k=1}^N (y_k \ln y_k - Ay_k - By_k \ln x_k)^2 \rightarrow \min.$$

Отсюда можно получить линейную систему нормальных уравнений

$$\begin{cases} \hat{A} \sum_{k=1}^N y_k^2 + \hat{B} \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k = \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln y_k, \\ \hat{A} \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k + \hat{B} \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln^2 x_k = \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k \ln y_k. \end{cases}$$

С учётом введённых обозначений получаем расчётные формулы для оценок параметров модели (1.31):

$$\begin{aligned} \hat{c} &= \exp\left(\frac{\sum_{k=1}^N y_k^2 \ln y_k \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln^2 x_k - \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k \ln y_k}{\sum_{k=1}^N y_k^2 \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln^2 x_k - (\sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k)^2}\right); \\ \hat{m} &= \frac{\sum_{k=1}^N y_k^2 \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k \ln y_k - \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln y_k}{\sum_{k=1}^N y_k^2 \cdot \sum_{k=1}^N y_k^2 \ln^2 x_k - (\sum_{k=1}^N y_k^2 \ln x_k)^2}. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Как будет показано ниже, по сравнению с МНК-оценками (1.34), полученными для линеаризованной модели, использование оценок (1.37) позволяет существенно уменьшить погрешность отклонения расчётных и экспериментальных

данных для исходной степенной аппроксимации (1.31) в следующей норме:

$$\Delta = \left[\frac{\sum_{k=1}^N (y_k^{\text{э}} - y_k^{\text{р}})^2}{\sum_{k=1}^N (y_k^{\text{э}})^2} \right]^{1/2} \cdot 100\%, \quad (1.38)$$

где N — количество реализаций; $y_k^{\text{э}}$ и $y_k^{\text{р}}$ — экспериментальные и расчётные данные соответственно.

1.5. Выводы по главе 1

Из вышеизложенного краткого обзора состояния в области разработки моделей ползучести материала, механики упрочнённых конструкций, методов определения остаточных напряжений после упрочнения и основных подходов к решению краевых задач кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых плоских и цилиндрических деталях в условиях ползучести можно сформулировать основные направления научных исследований в настоящей диссертационной работе.

1. Разработка метода решения краевой задачи ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндров на основе реологической модели (1.22)–(1.30) и его экспериментальная проверка в условиях сложного напряжённного состояния при различных видах напряжённного состояния (осевое растяжение, кручение, действие внутреннего давления и их комбинации).
2. Сравнительный анализ данных расчёта длительной прочности по разработанному методу решения краевых задач с данными расчёта при использовании концепции эквивалентных напряжённных состояний при разных видах напряжённного состояния.
3. Разработка метода решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести при сложном напряжённном со-

стоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации) и его экспериментальная проверка.

4. Исследование влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцах.

Глава 2

Решение краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении цилиндрических элементов конструкций в условиях совместного действия растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления

Материалы данной главы излагаются в соответствии с работами автора диссертации [110, 113–115, 135, 138–145].

2.1. Постановка задачи

Рассмотрим краевую задачу о реологическом деформировании и разрушении цилиндрического образца с радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$) в условиях совместного действия осевой растягивающей силы F , крутящего момента M и внутреннего давления q (см. рис. 2.1). Для сплошных цилиндрических образцов полагаем $R_1 = 0$ и $q = 0$.

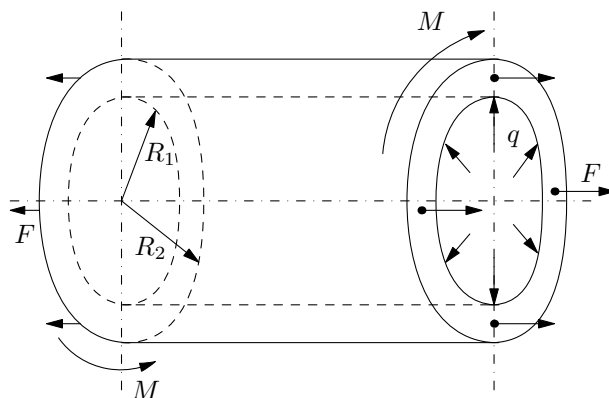


Рис. 2.1. Схема нагружения цилиндрического образца осевой силой F , крутящим моментом M и внутренним давлением q

Задачу будем решать в стандартной цилиндрической системе координат (r, θ, z) . В любой момент времени t напряжённое состояние в любой точке объёма цилиндрического образца, нагруженного осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением, описывается тензором напряжений

$$\sigma_{ij}^0(r, t) = \begin{pmatrix} \sigma_z^0(r, t) & \tau_0(r, t) & 0 \\ \tau_0(r, t) & \sigma_\theta^0(r, t) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^0(r, t) \end{pmatrix},$$

где через σ_z^0 , σ_θ^0 , σ_r^0 и τ_0 обозначены соответственно осевая, окружная, радиальная и касательная компоненты тензора напряжений (см. рис. 2.2).

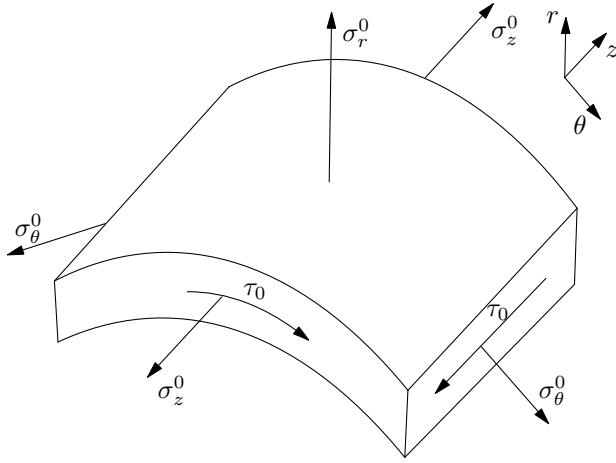


Рис. 2.2. Напряжённое состояние в элементе цилиндрического образца

Полная постановка краевой задачи включает в себя следующие соотношения:

— уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \sigma_r^0(r, t) = \sigma_\theta^0(r, t); \quad (2.1)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0(r, t) r dr = F; \quad (2.2)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau_0(r, t) r^2 dr = M; \quad (2.3)$$

— уравнение совместности деформаций:

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (2.4)$$

где ε_r и ε_θ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

— гипотеза плоских сечений (плоские сечения, нормальные к оси стержня до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси стержня после деформации):

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \quad (2.5)$$

где ε_z — осевая компонента тензора полных деформаций;

— гипотеза прямых радиусов (все радиусы данного сечения остаются прямыми (не искривляются) и поворачиваются на один и тот же угол — угол закручивания):

$$\gamma(r, t) = r\theta(t), \quad (2.6)$$

где γ — полная деформация сдвига, θ — относительный угол закручивания;

— краевые условия:

а) для сплошных образцов ($R_1 = 0$, $q = 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_2} = 0; \quad (2.7)$$

б) для полых образцов ($R_1 > 0$, $q \geq 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_1} = -q; \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_2} = 0. \quad (2.8)$$

Поскольку время t входит в соотношения (2.1)–(2.8) параметрически, то и в последующих формулах также будет использоваться оператор полной производной по r .

При повышенных температурах и силовом нагружении в образце происходит накопление деформации ползучести. Тензор полных деформаций в любой момент времени можно представить в виде

$$\varepsilon_{ij}(r, t) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, t) & \frac{1}{2}\gamma(r, t) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma(r, t) & \varepsilon_\theta(r, t) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, t) \end{pmatrix},$$

где

$$\varepsilon_z(r, t) = e_z(r, t) + p_z(r, t); \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_\theta(r, t) = e_\theta(r, t) + p_\theta(r, t); \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_r(r, t) = e_r(r, t) + p_r(r, t); \quad (2.11)$$

$$\gamma(r, t) = \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t), \quad (2.12)$$

Здесь $e_z, e_\theta, e_r, \gamma^e$ — осевая, окружная, радиальная и сдвиговая упругие деформации соответственно; $p_z, p_\theta, p_r, \gamma^p$ — осевая, окружная, радиальная и сдвиговая деформации ползучести соответственно.

Для решения краевой задачи необходимо разрешить соотношения (2.9)–(2.12) относительно компонент тензора напряжений $\sigma_z^0, \sigma_\theta^0, \sigma_r^0, \tau_0$.

2.2. Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в цилиндрическом образце в условиях ползучести при совместном действии растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления

Сформулируем начальные условия. В момент приложения нагрузки $t = 0$ напряжённое состояние определяется упругим решением краевой задачи:

$$\begin{aligned}
\sigma_z^0(r, 0) &= \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \\
\sigma_\theta^0(r, 0) &= \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\
\sigma_r^0(r, 0) &= \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\
\tau_0(r, 0) &= \frac{M}{J}r, \quad J = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2},
\end{aligned} \tag{2.13}$$

где J — момент инерции сечения относительно оси стержня.

Реологические компоненты в начальный момент времени во всех точках конструкции $r \in [R_1, R_2]$ равны нулю:

$$p_z(r, 0) = 0; \quad p_\theta(r, 0) = 0; \quad p_r(r, 0) = 0; \quad \gamma^p(r, 0) = 0. \tag{2.14}$$

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_z(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_z^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t))]; \tag{2.15}$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_\theta^0(r, t) - \mu(\sigma_r^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))]; \tag{2.16}$$

$$e_r(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_r^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))]; \tag{2.17}$$

$$\gamma^e(r, t) = \frac{1}{G} \tau_0(r, t), \quad G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \tag{2.18}$$

где E — модуль Юнга, μ — коэффициент Пуассона, G — модуль сдвига материала.

Подставляя (2.15) и (2.5) в (2.9), находим распределение осевого напряжения:

$$\sigma_z^0(r, t) = E[\varepsilon_z(t) - p_z(r, t)] + \mu[\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)]. \tag{2.19}$$

Вычитая из (2.16) уравнение (2.17), исключим компоненту σ_z^0 :

$$e_\theta(r, t) - e_r(r, t) = \frac{1 + \mu}{E} [\sigma_\theta^0(r, t) - \sigma_r^0(r, t)].$$

Используя уравнение (2.1), запишем последнее соотношение в виде

$$e_{\theta}(r, t) - e_r(r, t) = \frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right). \quad (2.20)$$

Найдём выражение de_{θ}/dr , для этого продифференцируем соотношение (2.16) по r :

$$\frac{de_{\theta}(r, t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[\frac{d\sigma_{\theta}^0(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z^0(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (2.21)$$

Дифференцируя (2.19) по r и подставляя полученное в последнее соотношение, исключим из него величину $d\sigma_z^0/dr$:

$$\frac{de_{\theta}(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_{\theta}^0(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{\mu E}{1 + \mu} \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right].$$

Продифференцировав (2.1) по r и подставив полученное в последнее соотношение, исключаем $d\sigma_{\theta}^0/dr$:

$$\begin{aligned} \frac{de_{\theta}(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu)r \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E}{1 + \mu} \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

С учётом (2.10), (2.11) и (2.20) преобразуем уравнение совместности деформаций (2.4):

$$r \frac{de_{\theta}(r, t)}{dr} = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right) + (p_r(r, t) - p_{\theta}(r, t)) - r \frac{dp_{\theta}(r, t)}{dr}.$$

Подставляя (2.22) в последнее равенство, получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка относительно σ_r^0 :

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} = g(r, t), \quad (2.23)$$

где правая часть имеет вид

$$g(r, t) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[p_r(r, t) - p_{\theta}(r, t) - r \left(\frac{dp_{\theta}(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (2.24)$$

Данное дифференциальное уравнение с граничными условиями (2.7) (для сплошных образцов) либо (2.8) (для полых образцов) составляет краевую задачу, решение которой записывается следующим образом:

а) для сплошных образцов ($R_1 = 0, q = 0$)

$$\sigma_r^0(r, t) = - \int_r^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta d\xi; \quad (2.25)$$

б) для полых образцов ($R_1 > 0, q \geq 0$)

$$\begin{aligned} \sigma_r^0(r, t) = & \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \\ & + \frac{1}{2r^2} \left[\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right]. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Формулы (2.25), (2.26) описывают распределение радиальной компоненты тензора напряжений σ_r^0 по пространственно-временным координатам.

При известном σ_r^0 распределение для окружной компоненты σ_θ^0 можно найти из уравнения равновесия (2.1):

$$\sigma_\theta^0(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r^0(r, t)]. \quad (2.27)$$

Для определения σ_z по формуле (2.19) необходимо знать величину ε_z . Подставляя (2.19) в (2.2), проводя необходимые операции интегрирования и разрешая полученное соотношение относительно ε_z , получим:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(t) = & \frac{F}{\pi (R_2^2 - R_1^2) E} + \\ & + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ p_z(r, t) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^0(r, t) + \sigma_\theta^0(r, t)] \right\} dr. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Вычислив таким образом ε_z , можно определить σ_z^0 по формуле (2.19).

Распределение компоненты τ_0 тензора напряжений получим, подставляя (2.18) и (2.6) в соотношение (2.12):

$$\tau_0(r, t) = G [r\theta(t) - \gamma^p(r, t)], \quad (2.29)$$

где величина θ определяется из подстановки (2.29) в (2.3):

$$\theta(t) = \frac{M}{GJ} + \frac{2\pi}{J} \int_{R_1}^{R_2} \gamma^p(r, t) r^2 dr. \quad (2.30)$$

Зная компоненты тензора напряжений, можно определить интенсивность напряжений:

$$S_0(r, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z^0(r, t) - \sigma_\theta^0(r, t))^2 + (\sigma_z^0(r, t) - \sigma_r^0(r, t))^2 + (\sigma_\theta^0(r, t) - \sigma_r^0(r, t))^2 + 6(\tau_0(r, t))^2}. \quad (2.31)$$

Для нахождения компонент тензора деформации ползучести $p_z, p_\theta, p_r, \gamma^p$ можно использовать любую теорию ползучести, которая бы адекватно описывала экспериментальные данные. В настоящей работе для этого используется реологическая модель (1.22)–(1.30). С учётом (1.28) соотношение (1.27) для скалярного параметра повреждённости будет иметь вид

$$\dot{\omega} = \alpha_1 (S_0)^{m_\alpha} \cdot [\sigma_z(r, t) \dot{p}_z(r, t) + \sigma_\theta(r, t) \dot{p}_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t) \dot{p}_r(r, t) + \tau(r, t) \dot{\gamma}^p(r, t)], \quad (2.32)$$

а критерий разрушения (1.29)–(1.30) примет вид

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma_z(r, t) dp_z(r, t) + \sigma_\theta(r, t) dp_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t) dp_r(r, t)}{A_1 (S_0)^{m_A}} + \int_0^{t^*} \frac{\tau(r, t) d\gamma^p(r, t)}{A_1 (S_0)^{m_A}} = 1. \quad (2.33)$$

Таким образом, для вычисления кинетики всех характеристик напряжённо-деформированного состояния цилиндрического образца в условиях ползучести с начальными условиями (2.13), (2.14) может быть использована следующая схема:

$$\begin{aligned} t &\xrightarrow{(1.22)} p_z(r, t), p_\theta(r, t), p_r(r, t), \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(1.27)} \omega(r, t) \xrightarrow{(2.24)} \\ &g(r, t) \xrightarrow{(2.25), (2.26)} \sigma_r^0(r, t) \xrightarrow{(2.27)} \sigma_\theta^0(r, t) \xrightarrow{(2.28)} \\ \varepsilon_z(t) &\xrightarrow{(2.19)} \sigma_z^0(r, t) \xrightarrow{(2.30)} \theta(t) \xrightarrow{(2.29)} \tau_0(r, t) \xrightarrow{(2.31)} S_0(r, t) \xrightarrow{(1.26)} \\ &\sigma_z(r, t), \sigma_\theta(r, t), \sigma_r(r, t), \tau(r, t), S(r, t) \xrightarrow{(2.33)} \Omega(r, t) \end{aligned} \quad (2.34)$$

(числа над стрелками обозначают номер формулы, по которой вычисляется соответствующая величина).

Таким образом, использование уравнений состояния (1.22)–(1.30) позволяет совместить задачу о нахождении кинетики напряжённо-деформированного состояния с задачей прогнозирования предела длительной прочности цилиндрических элементов конструкций в условиях температурно-силового нагружения.

2.3. Адекватность метода решения краевой задачи экспериментальным данным

Поскольку используемая в данной работе модель ползучести (1.22)–(1.30) является феноменологической, для ее построения необходимо иметь лишь экспериментальные кривые ползучести $p_z = p_z(t)$ при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$.

Исчерпывающий перечень экспериментальных работ по длительной прочности металлических конструкций приведён в монографии [63]. Однако надёжных источников, в которых наряду с данными по длительной прочности присутствуют одноосные кривые ползучести, в научной литературе относительно немного.

При исследовании прочности материалов в условиях ползучести условно различают два подхода (по терминологии А. М. Локощенко [63]). Кинетический подход, рассматриваемый в настоящем диссертационном исследовании, основан на использовании аналитического варианта теории ползучести, дополненный критерием разрушения (через параметр повреждённости, энергетические, деформационные характеристики и т. д.), к решению краевых задач. Другой подход — критериальный — базируется на установлении критериальных (феноменологических) зависимостей для длительной прочности, основанных на концепции эквивалентных напряжённых состояний. Данный подход позволяет установить эквивалентные напряжённые состояния, которые приводят к разрушению

конструкции за одно и то же время. При этом для трубчатых цилиндрических образцов характеристики неоднородного напряжённого состояния заменяются интегрально–средними значениями по радиусу

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{R_2 - R_1} \int_{R_1}^{R_2} \sigma_{ij}(r) dr \quad (2.35)$$

или по поперечному сечению

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \sigma_{ij}(r)r dr. \quad (2.36)$$

В качестве эквивалентных напряжений σ_e принято рассматривать следующие комбинации главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$):

— максимальное главное напряжение:

$$\sigma_{e1} = \sigma_1; \quad (2.37)$$

— интенсивность напряжений:

$$\sigma_{e2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}; \quad (2.38)$$

— полусумма σ_{e1} и σ_{e2} (критерий В. П. Сдобырева [125]):

$$\sigma_{e3} = \frac{1}{2}(\sigma_{e1} + \sigma_{e2}); \quad (2.39)$$

— разность максимального и минимального главных напряжений:

$$\sigma_{e4} = \sigma_1 - \sigma_3; \quad (2.40)$$

— линейная комбинация σ_{e1} и σ_{e2} (критерий А. А. Лебедева [58]):

$$\sigma_{e5} = (1 - \chi)\sigma_{e1} + \chi\sigma_{e2} \quad (\chi = \text{const}); \quad (2.41)$$

а также некоторые другие более сложные зависимости [18, 167]. Таким образом устанавливается эквивалентное напряжение σ_e , для которого применяется один

из критериев длительной прочности:

$$t^* = C(\sigma_e)^n \quad (C, n = \text{const}); \quad (2.42)$$

$$t^* = B \exp(-\beta\sigma_e) \quad (B, \beta = \text{const}). \quad (2.43)$$

Для обоснованного выбора вида зависимости для эквивалентного напряжения σ_e из соотношений (2.37)–(2.41) и для критерия длительной прочности (2.42) либо (2.43) необходима экспериментальная информация по длительной прочности при всех видах напряжённого состояния (включая одноосное напряжённое состояние). Следует отметить, что проведение экспериментальных исследований на ползучесть при сложном напряжённом состоянии связано со значительными техническими трудностями, и основная часть испытаний проводится, как правило, при одноосном растяжении цилиндрических образцов.

Многие задачи прогнозирования длительной прочности конструкций при сложном напряжённом состоянии решаются на основе концепции эквивалентных напряжённых состояний, в частности, в работах [64, 65, 90, 168, 170] и многих других. Однако при таком подходе за рамками исследования находится кинетика напряжённо-деформированного состояния в процессе ползучести конструкции, начиная от момента приложения нагрузки до момента разрушения конструкции.

Далее для проверки адекватности реологической модели (1.22)–(1.30) и методики решения краевой задачи в соответствии с расчётной схемой (2.34) экспериментальным данным будут рассмотрены материалы, для которых имеется информация для построения реологической модели. Адекватность расчётов по теории ползучести в энергетической форме при сложном напряжённом состоянии (1.22)–(1.30) ниже будет проиллюстрирована на основе сравнения результатов расчётов по схеме (2.34) с соответствующими экспериментальными данными. Сначала рассмотрим материалы, для которых проводились испытания на кратковременную ползучесть, опишем методику построения реологической модели и произведём сравнение расчётных и экспериментальных данных.

Затем приведём сравнение расчётных и экспериментальных данных для материалов, для которых в научной литературе приведены результаты испытаний на длительную прочность. Также в дальнейшем, если имеется соответствующая информация, данные расчёта посредством решения краевых задач будут сравниваться не только с данными из других (независимых) источников, но и с данными расчёта длительной прочности через критериальные зависимости с использованием концепции эквивалентных напряжённых состояний.

2.3.1. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния сплошных образцов из стали 45 (растяжение и кручение)

В работе [8] для стали 45 приведены результаты испытаний на кратковременную ползучесть при температурах 725 и 740 °С в условиях одноосного растяжения и при кручении сплошных ($R_1 = 0$) стержней. Значения упругих констант материала при данном уровне температур следующие [8]: $E = 1.7 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0.3$.

На рис. 2.3 точками показаны экспериментальные значения осевой деформации стали 45 при температуре 725 °С при одноосном растяжении. Как следует из рис. 2.3, в данных испытаниях присутствует лишь вторая стадия ползучести. Поэтому реологическая модель (1.10)–(1.18) упрощается ($u = 0$, $v = 0$, $\omega = 0$) и принимает вид

$$\dot{p}_z = c (\sigma_z^0)^m, \quad (2.44)$$

то есть формально совпадает с теорией установившейся ползучести.

На основании этих данных для каждого напряжения были найдены скорости деформации ползучести \dot{p}_z^3 , эта информация представлена в табл. 2.1. Далее согласно методике, изложенной в п. 1.4.2, по формулам (1.37) были определены значения параметров реологической модели (2.44): $c = 7.046 \cdot 10^{-9}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 4.2$, в то время как оценки, полученные по формулам (1.34), следующие:

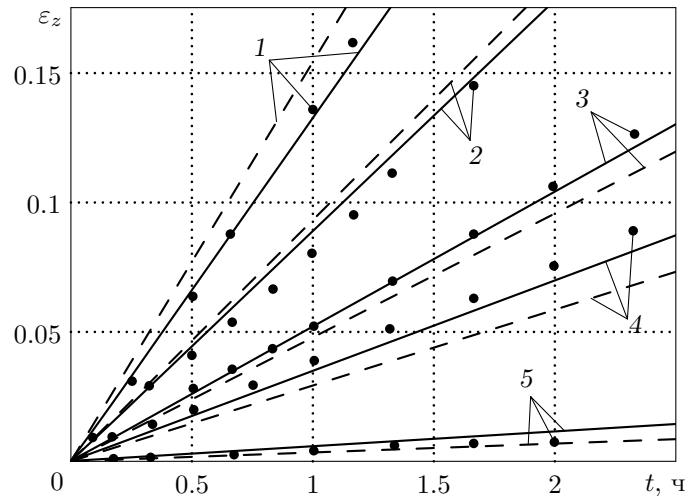


Рис. 2.3. Значения осевой деформации при растяжении образцов из стали 45 ($T = 725\text{ }^{\circ}\text{C}$): точки — экспериментальные данные [8]; сплошные линии — расчётные данные по модели (2.44), (1.37); штриховые линии — расчётные данные [8]; 1 — $\sigma_z^0 = 53.96$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 49.05$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 43.16$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 39.24$ МПа; 5 — $\sigma_z^0 = 25.51$ МПа

Таблица 2.1. Зависимость скорости установившейся ползучести \dot{p}_z от приложенного напряжения $\sigma_z^0 = \text{const}$ при растяжении стали 45 ($T = 725\text{ }^{\circ}\text{C}$)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	$\dot{p}_z^{\text{э}}$, ч ⁻¹	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ [8]	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ (1.34)	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ (1.37)
1	53.96	$1.35709 \cdot 10^{-1}$	$1.54378 \cdot 10^{-1}$	$1.42002 \cdot 10^{-1}$	$1.33035 \cdot 10^{-1}$
2	49.05	$8.19814 \cdot 10^{-2}$	$9.32407 \cdot 10^{-2}$	$9.11787 \cdot 10^{-2}$	$8.91421 \cdot 10^{-2}$
3	43.16	$5.33530 \cdot 10^{-2}$	$4.78672 \cdot 10^{-2}$	$5.03315 \cdot 10^{-2}$	$5.21031 \cdot 10^{-2}$
4	39.24	$3.82695 \cdot 10^{-2}$	$2.92890 \cdot 10^{-2}$	$3.23177 \cdot 10^{-2}$	$3.49124 \cdot 10^{-2}$
5	25.51	$4.04542 \cdot 10^{-3}$	$3.42310 \cdot 10^{-3}$	$4.36347 \cdot 10^{-3}$	$5.71554 \cdot 10^{-3}$
Δ , %			14.1	7.6	5.0

$c = 1.263 \cdot 10^{-9}$ (МПа)^{-m}, $m = 4.648$. Для сравнения в табл. 2.1 также приведены результаты теоретических значений скорости установившейся ползучести $\dot{p}_z^{\text{п}}$ с параметрами c и m , полученными по формулам (1.34) и (1.37) соответственно, а также величины оценки погрешности Δ для скоростей деформаций в соответствии с формулой (1.38). Анализ этой информации позволяет сделать вывод, что использование оценок (1.37) даёт более точные оценки параметров модели установившейся ползучести. Данные расчёта деформации ползучести с исполь-

зованием оценок (1.37) приведены на рис. 2.3 сплошными линиями, штриховыми линиями показаны результаты расчётов [8].

Для частного случая — чистого кручения в условиях установившейся ползучести — реологическая модель (1.22)–(1.30) принимает вид

$$\dot{\gamma}^p = (c\sqrt{3})(\tau_0\sqrt{3})^m. \quad (2.45)$$

Поскольку задача о кручении цилиндрических образцов в условиях установившейся ползучести — это частный случай краевой задачи (2.1)–(2.12) при $F = 0$, $q = 0$, методика решения упрощается, и расчётная схема (2.34) принимает вид

$$t \xrightarrow{(2.45)} \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(2.30)} \theta(t) \xrightarrow{(2.29)} \tau_0(r, t). \quad (2.46)$$

Для экспериментов на кручение в работе [8] приведены значения интенсивности напряжений \hat{S} в характеристической точке \hat{R} . Однако для прогнозирования характеристик напряжённо-деформированного состояния по схеме (2.46) необходимо знать значения крутящего момента. Согласно [22] положение характеристической точки применительно к кручению стержней с достаточной точностью можно определить как координату пересечения эпюр, соответствующих упругому и установившемуся распределениям касательных напряжений:

$$\hat{R} = \frac{3R_2}{4} \frac{1 - (R_1/R_2)^4}{1 - (R_1/R_2)^3} = \frac{3}{4} \frac{R_2^4 - R_1^4}{R_2^3 - R_1^3} \quad (2.47)$$

(для сплошных цилиндров $R_1 = 0$ и $\hat{R} = 3R_2/4$). Найдя положение характеристической точки, из упругого распределения касательных напряжений определяем крутящий момент:

$$M = \frac{J\hat{\tau}}{\hat{R}} = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2} \frac{\hat{\tau}}{\hat{R}} = \frac{2\pi(R_2^3 - R_1^3)}{3} \hat{\tau}, \quad (2.48)$$

где $\hat{\tau} = \hat{S}/\sqrt{3}$ — значение касательного напряжения в характеристической точке. Радиусы стержней и значения крутящих моментов, вычисленные по формуле (2.48), приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Значения параметров при экспериментальных исследованиях на кручение сплошных стержней из стали 45 ($T = 725^\circ\text{C}$)

№ п/п	R_2 , мм	\hat{R} , мм	\hat{S} , МПа	$\hat{\tau}$, МПа	M , Н·мм
1	9.995	7.496	49.05	28.32	59222.3
2	10	7.5	43.16	24.92	52193.9
3	9.988	7.491	39.24	22.66	47278.4
4	9.975	7.481	25.51	14.73	30611.1

Расчётная схема (2.46) позволяет определить величину относительного угла закручивания $\theta = \theta(t)$. Для сравнения результатов расчёта с экспериментальными данными и данными расчёта [8] при кручении для найденного θ определялась интенсивность деформаций в характеристической точке:

$$\hat{\varepsilon}_i(t) = \frac{\hat{R}}{\sqrt{3}}\theta(t). \quad (2.49)$$

На рис. 2.4 приведены значения интенсивности деформаций в характеристической точке — экспериментальные (точки), расчётные данные, полученные в работе [8] (штриховые линии) и найденные по схеме (2.46), реологической модели (2.45) и формуле (2.49) (обозначены сплошными линиями). Здесь и далее под «экспериментальным» значением интенсивности деформаций при кручении будем понимать расчётно-экспериментальную величину, определяемую из соотношения (2.49).

Также в работе [8] для одного эксперимента при температуре 725°C приведена зависимость угла закручивания для образца радиуса $R_2 = 9.988$ мм при кручении моментом $M = 50521.5$ Н·мм. Результаты приведены на рис. 2.5. Здесь погрешность отклонения расчётных данных для угла закручивания θ от экспериментальных данных вычислялась по формуле

$$\Delta_\theta = \left[\frac{\sum_{k=1}^N (\theta_k^\varepsilon - \theta_k^p)^2}{\sum_{k=1}^N (\theta_k^\varepsilon)^2} \right]^{1/2} \cdot 100\%, \quad (2.50)$$

где N — количество экспериментальных значений; θ_k^ε и θ_k^p — экспериментальные

и расчётные значения угла закручивания соответственно. Величина погрешности (2.50) для расчётных данных по методу настоящей работы составила 3.6%, а для расчётных данных [8] — 8.4%.

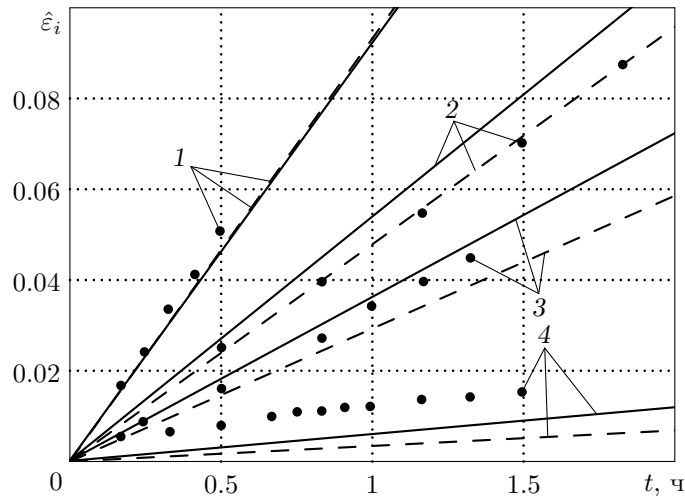


Рис. 2.4. Значения интенсивности деформаций в характеристической точке при кручении образцов из стали 45 ($T = 725^\circ\text{C}$): точки — экспериментальные данные [8]; сплошные линии — расчётные данные по методике (2.46); штриховые линии — расчётные данные [8]; 1 — $\hat{S} = 49.05$ МПа; 2 — $\hat{S} = 43.16$ МПа; 3 — $\hat{S} = 39.24$ МПа; 4 — $\hat{S} = 25.51$ МПа

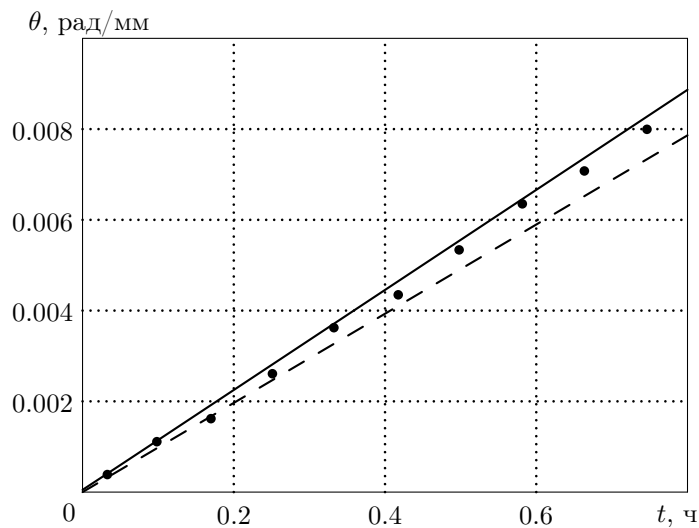


Рис. 2.5. Изменение угла закручивания для стержня из стали 45 ($T = 725^\circ\text{C}$) при $M = 50521.5$ Н·мм

Аналогичные исследования для стали 45 проводились при температуре 740°C . По одноосным экспериментальным кривым ползучести, приведённым на рис. 2.6, определялась скорость установившейся ползучести (см. табл. 2.3).

Далее с использованием методики, изложенной в п. 1.4.2, были найдены оценки параметров реологической модели (2.44): $c = 5.085 \cdot 10^{-14} \text{ (МПа)}^{-m}$, $m = 7.342$.

Экспериментальные данные и результаты расчётов на растяжение и кручение сплошных образцов приведены на рис. 2.6 и 2.7 соответственно (обозначения те же). Значения параметров экспериментальных исследований на кручение приведены в табл. 2.4.

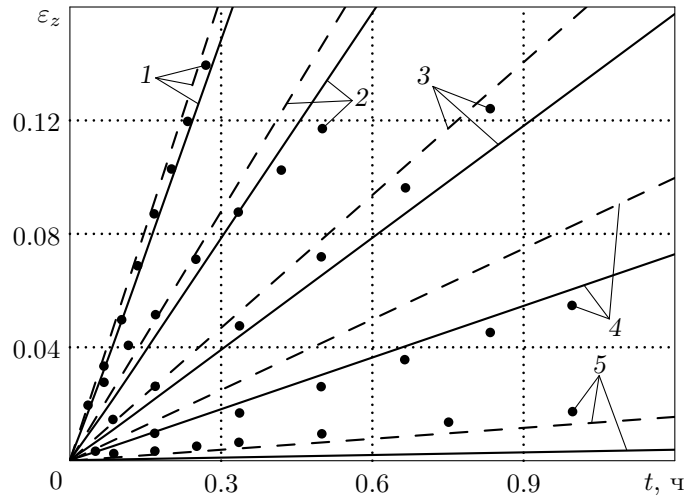


Рис. 2.6. Значения осевой деформации при растяжении образцов из стали 45 ($T = 740 \text{ }^\circ\text{C}$): точки — экспериментальные данные [8]; сплошные линии — расчётные данные по модели (2.44), (1.37); штриховые линии — расчётные данные [8]; 1 — $\sigma_z^0 = 58.86 \text{ МПа}$; 2 — $\sigma_z^0 = 53.96 \text{ МПа}$; 3 — $\sigma_z^0 = 49.05 \text{ МПа}$; 4 — $\sigma_z^0 = 44.15 \text{ МПа}$; 5 — $\sigma_z^0 = 29.43 \text{ МПа}$

Таблица 2.3. Зависимость скорости установившейся ползучести \dot{p}_z от приложенного напряжения $\sigma_z^0 = \text{const}$ при растяжении стали 45 ($T = 740 \text{ }^\circ\text{C}$)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	$\dot{p}_z^{\text{э}}$, ч ⁻¹	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ [8]	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ (1.34)	$\dot{p}_z^{\text{п}}$, ч ⁻¹ (1.37)
1	58.86	$5.13033 \cdot 10^{-1}$	$5.45313 \cdot 10^{-1}$	$3.51548 \cdot 10^{-1}$	$5.01939 \cdot 10^{-1}$
2	53.96	$2.24865 \cdot 10^{-1}$	$2.92874 \cdot 10^{-1}$	$2.35042 \cdot 10^{-1}$	$2.64972 \cdot 10^{-1}$
3	49.05	$1.46536 \cdot 10^{-1}$	$1.56127 \cdot 10^{-1}$	$1.51227 \cdot 10^{-1}$	$1.31610 \cdot 10^{-1}$
4	44.15	$5.41082 \cdot 10^{-2}$	$8.31005 \cdot 10^{-2}$	$9.28795 \cdot 10^{-2}$	$6.07196 \cdot 10^{-2}$
5	29.43	$1.80545 \cdot 10^{-2}$	$1.28745 \cdot 10^{-2}$	$1.42293 \cdot 10^{-2}$	$3.09341 \cdot 10^{-3}$
Δ , %			14.0	28.6	8.1

Таблица 2.4. Значения параметров при экспериментальных исследованиях на кручение сплошных стержней из стали 45 ($T = 740^\circ\text{C}$)

№ П/П	R_2 , мм	\hat{R} , мм	\hat{S} , МПа	$\hat{\tau}$, МПа	M , Н·мм
1	9.996	7.497	49.05	28.32	59240.1
2	9.996	7.497	44.15	25.49	53316.1

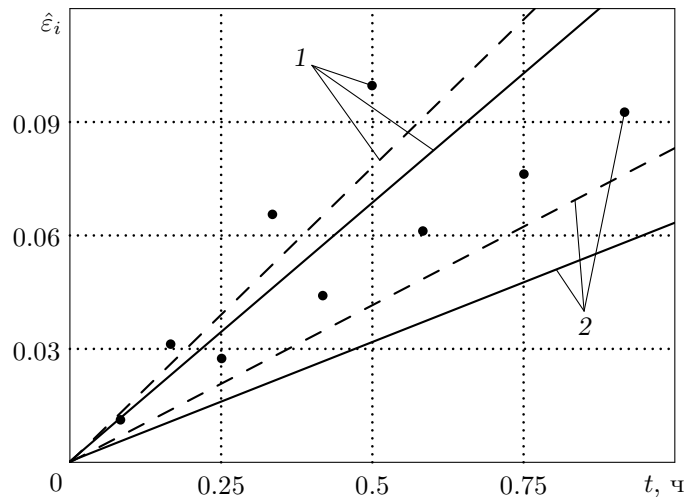


Рис. 2.7. Значения интенсивности деформаций в характеристической точке при кручении образцов из стали 45 ($T = 740^\circ\text{C}$): точки — экспериментальные данные [8]; сплошные линии — расчетные данные по методике (2.46); штриховые линии — расчетные данные [8]; 1 — $\hat{S} = 49.05$ МПа; 2 — $\hat{S} = 44.15$ МПа

Как следует из информации, представленной на рис. 2.4, 2.5, 2.7, наблюдается соответствие данных расчёта на кручение цилиндрических образцов по модели ползучести при сложном напряжённом состоянии (2.45) и методике решения краевой задачи по схеме (2.46) с экспериментальными данными, а также с результатами расчётов по методу характеристической точки [8].

Таким образом, методика идентификации параметров по формулам (1.37) даже для простейшей модели установившейся ползучести позволяет существенно снизить погрешность аппроксимации первичных кривых стационарной ползучести (см. рис. 2.3, 2.6 и табл. 2.1, 2.3). Это, в свою очередь, позволило снизить погрешность решения краевой задачи для угла закручивания стержня (см. рис. 2.5).

2.3.2. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния сплошных и полых образцов из сплава АМГ-6М (растяжение и кручение)

В работе [57] приведены результаты испытаний на кратковременную ползучесть сплава АМГ-6М при температуре 450°C в условиях одноосного растяжения и при кручении сплошных и толстостенных цилиндрических образцов. Упругие константы для данного материала следующие: $E = 0.7 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0.33$. С использованием экспериментальных одноосных кривых установившейся ползучести [57] для каждого уровня напряжений определялась скорость деформации ползучести; эти данные приведены в табл. 2.5.

Поскольку в приведённых испытаниях первая и третья стадии ползучести отсутствуют, в качестве реологической модели использовалась соотношения теории установившейся ползучести (2.44) при растяжении и (2.45) при кручении. Согласно методике, изложенной в п. 1.4.2, были найдены значения параметров реологической модели (2.44) с использованием оценок (1.37): $c = 1.039 \cdot 10^{-7} (\text{МПа})^{-m}$, $m = 4.262$. Результаты расчётов при растяжении

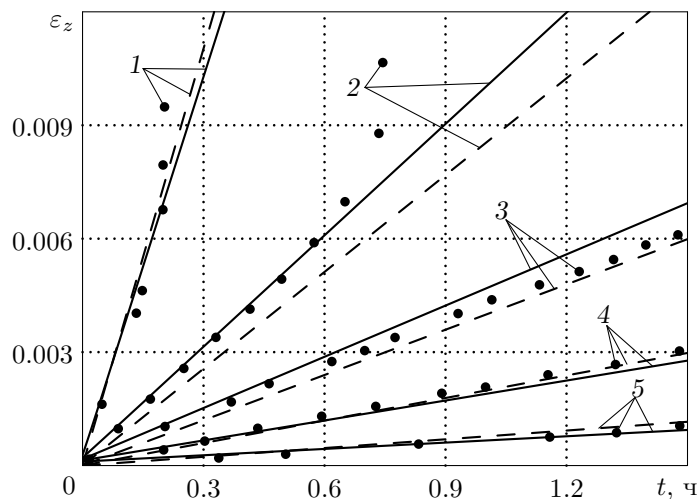


Рис. 2.8. Значения осевой деформации при растяжении образцов из сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$): точки — экспериментальные данные [57]; сплошные линии — расчётные данные по модели (2.44), (1.37); штриховые линии — расчётные данные [57]; 1 — $\sigma_z^0 = 19.6$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 14.7$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 12.25$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 9.82$ МПа; 5 — $\sigma_z^0 = 7.5$ МПа

Таблица 2.5. Зависимость скорости установившейся ползучести \dot{p}_z от приложенного напряжения $\sigma_z^0 = \text{const}$ при растяжении сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	$\dot{p}_z^э$, ч ⁻¹	$\dot{p}_z^р$, ч ⁻¹ [8]	$\dot{p}_z^р$, ч ⁻¹ (1.34)	$\dot{p}_z^р$, ч ⁻¹ (1.37)
1	19.6	$3.34605 \cdot 10^{-2}$	$3.67606 \cdot 10^{-2}$	$3.10171 \cdot 10^{-2}$	$3.34675 \cdot 10^{-2}$
2	14.7	$9.97811 \cdot 10^{-3}$	$8.53492 \cdot 10^{-3}$	$9.83745 \cdot 10^{-3}$	$9.81964 \cdot 10^{-3}$
3	12.25	$3.97138 \cdot 10^{-3}$	$3.99199 \cdot 10^{-3}$	$4.75132 \cdot 10^{-3}$	$4.51440 \cdot 10^{-3}$
4	9.82	$2.00677 \cdot 10^{-3}$	$1.98536 \cdot 10^{-3}$	$1.96568 \cdot 10^{-3}$	$1.75919 \cdot 10^{-3}$
5	7.5	$7.17912 \cdot 10^{-4}$	$7.71509 \cdot 10^{-4}$	$6.70320 \cdot 10^{-4}$	$5.57711 \cdot 10^{-4}$
Δ , %			10.2	7.3	1.8

представлены на рис. 2.8. Здесь же приведены экспериментальные и расчётные данные из работы [57]. Величины погрешностей расчётных данных для скоростей деформаций ползучести по данным работы [57] и по оценкам (1.34) и (1.37) для метода наименьших квадратов по отношению к экспериментальным данным приведены в последней строке табл. 2.5.

Значения параметров при испытаниях на кручение сплошных и толсто-стенных цилиндрических образцов приведены в табл. 2.6. Результаты расчётов интенсивности деформаций в характеристической точке показаны на рис. 2.9: тёмными точками отмечены испытания на кручение сплошных образцов, светлыми точками — испытания трубчатых образцов.

Таблица 2.6. Значения параметров при экспериментальных исследованиях на кручение сплошных и трубчатых цилиндрических образцов из сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$)

№ п/п	R_1 , мм	R_2 , мм	\hat{R} , мм	\hat{S} , МПа	$\hat{\tau}$, МПа	M , Н·мм
1	0	10	7.5	19.6	11.32	23700.3
2	8	11	9.657	12.25	7.07	12131.6
3	0	10	7.5	9.82	5.67	11874.3
4	8	11	9.657	7.5	4.33	7427.5

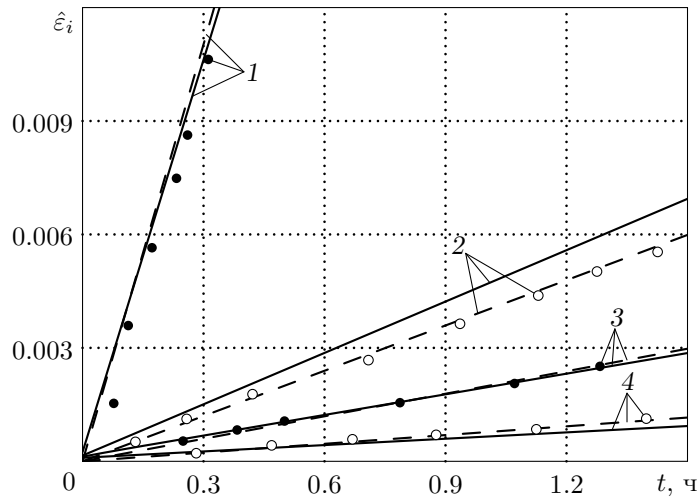


Рис. 2.9. Значения интенсивности деформаций в характеристической точке при кручении образцов из сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$): тёмные точки — экспериментальные данные для сплошных образцов [57]; светлые точки — экспериментальные данные для трубчатых образцов [57]; сплошные линии — расчётные данные по методике (2.46); штриховые линии — расчётные данные [57]; 1 — $\hat{S} = 19.6$ МПа; 2 — $\hat{S} = 12.25$ МПа; 3 — $\hat{S} = 9.82$ МПа; 4 — $\hat{S} = 7.5$ МПа

В целом, расчёт напряжённо-деформированного состояния посредством решения краевой задачи и методом характеристической точки (см. рис. 2.9 и табл. 2.5) дают близкие результаты и хорошо согласуются с экспериментальными данными [57].

В отличие от рассмотренных выше работ [8, 57], в которых осуществлялась аппроксимация всех экспериментальных значений интенсивности деформаций лишь в одной характеристической точке, предложенная методика позволяет по известным одноосным кривым ползучести осуществлять расчёт напряжённо-деформированного состояния для любых пространственно-временных сечений цилиндрического образца. В качестве примера на рис. 2.10 и 2.11 приведены расчётные распределения касательных напряжений в различные временные сечения для сплошного и полого цилиндров соответственно.

Из информации, представленной на рис. 2.10 и 2.11, следует, что с течением времени происходит перераспределение касательных напряжений по радиусу вследствие деформации ползучести. Следует также отметить, что расчётные эпюры касательных напряжений действительно пересекаются в окрестности ха-

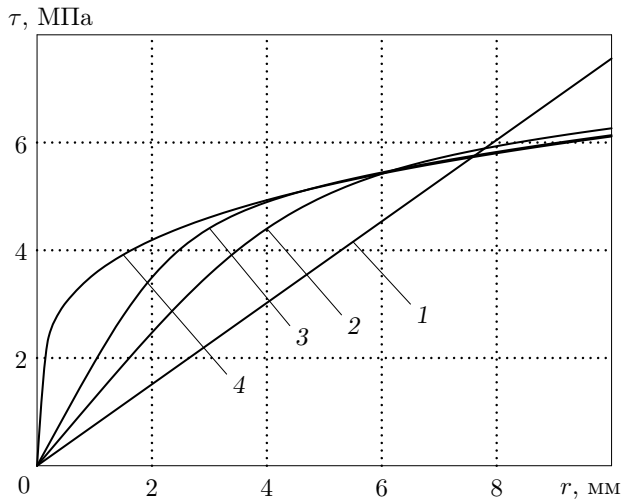


Рис. 2.10. Расчётные эпюры касательных напряжений $\tau = \tau(r, t)$ при кручении сплошного цилиндра из сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$) при $\hat{S} = 9.82$ МПа в различные моменты времени: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 0.04$ ч; 3 — $t = 0.1$ ч; 4 — $t = 1.5$ ч

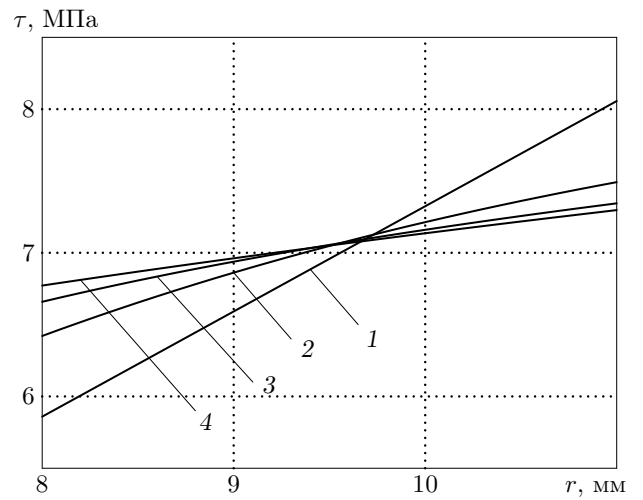


Рис. 2.11. Расчётные эпюры касательных напряжений $\tau = \tau(r, t)$ при кручении полого цилиндра из сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$) при $\hat{S} = 12.25$ МПа в различные моменты времени: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 0.01$ ч; 3 — $t = 0.02$ ч; 4 — $t = 1.5$ ч

рактической точки, теоретическое положение которой было получено расчётным путём по формуле (2.47).

2.3.3. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности толстостенных цилиндров из стали 20 под действием внутреннего давления

В работе [40] приведена информация по одноосной ползучести и данные по длительной прочности под действием внутреннего давления толстостенных цилиндрических образцов из стали 20 при температуре 500°C . Экспериментальные кривые одноосной ползучести [40] при данной температуре представлены на рис. 2.12 сплошными линиями; численные значения параметров реологической модели (1.22)–(1.30) приведены в монографии [92]: $E = 108000$ МПа, $\mu = 0.3$, $c = 2.953 \cdot 10^{-19}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 7.28$, $\alpha_1 = 165$ (МПа) $^{-m_\alpha - 1}$, $m_\alpha = -2.34$, $A_1 = 0.0299$ (МПа) $^{1-m_A}$, $m_A = 1.52$.

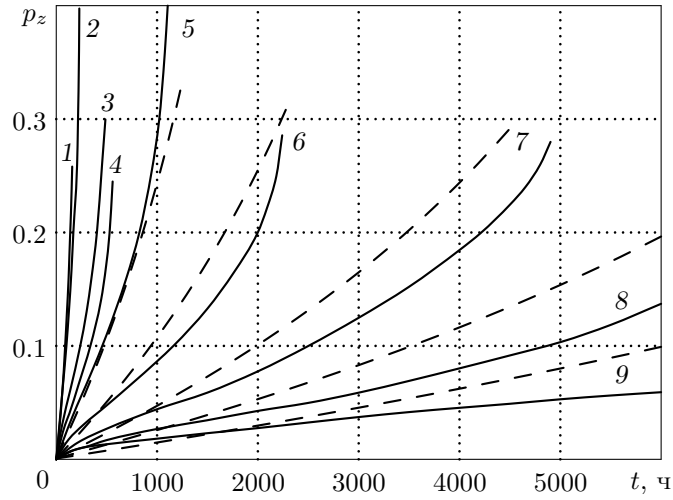


Рис. 2.12. Экспериментальные [40] (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые ползучести стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$): 1 — $\sigma_z^0 = 147.15$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 137.34$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 127.53$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 117.72$ МПа; 5 — $\sigma_z^0 = 107.91$ МПа; 6 — $\sigma_z^0 = 98.1$ МПа; 7 — $\sigma_z^0 = 88.29$ МПа; 8 — $\sigma_z^0 = 81.423$ МПа; 9 — $\sigma_z^0 = 75.439$ МПа

Поскольку краевая задача о реологическом деформировании и разрушении толстостенной трубы под действием внутреннего давления — это частный случай краевой задачи (2.1)–(2.12) при $F = 0$, $M = 0$, расчётная схема (2.34) общей методики упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned}
 & t \xrightarrow{(1.22)} p_z(r, t), p_\theta(r, t), p_r(r, t), \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(1.27)} \omega(r, t) \xrightarrow{(2.24)} \\
 & g(r, t) \xrightarrow{(2.26)} \sigma_r^0(r, t) \xrightarrow{(2.27)} \sigma_\theta^0(r, t) \xrightarrow{(2.28)} \varepsilon_z(t) \xrightarrow{(2.19)} \sigma_z^0(r, t) \xrightarrow{(2.31)} \quad (2.51) \\
 & S_0(r, t) \xrightarrow{(1.26)} \sigma_z(r, t), \sigma_\theta(r, t), \sigma_r(r, t), \tau(r, t), S(r, t) \xrightarrow{(2.33)} \Omega(r, t).
 \end{aligned}$$

Экспериментальные t^* и расчётные t_p (на основании данных [92] и полученные по методике решения краевой задачи в соответствии с расчётной схемой (2.51)) значения времени до разрушения при одноосном растяжении и под действием внутреннего давления представлены в табл. 2.7 и 2.8 соответственно. Погрешность отклонения экспериментальных данных от расчётных значений приведена в последней строке таблицы и вычислялась по формуле

$$\Delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{t_i^* - t_{pi}}{t_{pi}} \right| \cdot 100\%, \quad (2.52)$$

где N — число экспериментальных данных.

Формула (2.52) для оценки погрешности имеет несколько другой вид, чем формула (1.38), которая использовалась при оценке отклонения расчётных и экспериментальных данных в пп. 2.3.1, 2.3.2. Но поскольку в работе [92] оценка погрешности производилась по (2.52), то для сопоставления расчётных данных по методике настоящей диссертационной работы с данными [92] здесь и использована оценка (2.52). В качестве замечания отметим, что в случае сравнения расчётных данных [92] и автора настоящей работы далее используется оценка погрешности (2.52).

Также в табл. 2.7 и 2.8 приведены значения времени до разрушения $t_p^{\text{экв}}$, полученные в работе [92] с использованием критериального подхода по критерию длительной прочности (2.42) при эквивалентном напряжении в форме (2.40), которое в цилиндрических координатах имеет вид $\sigma_{e4} = \sigma_\theta - \sigma_r$. Как следует из информации, представленной в табл. 2.7, при чистом растяжении погрешность по разработанной методике решения краевой задачи получилась значительно меньше, чем по критериальной зависимости, поскольку эти данные легли в основу построения реологической модели (1.22)–(1.30). При сложном напряжённом состоянии (см. табл. 2.8) величины погрешностей, полученных при расчёте по предложенной методике и по аппроксимациям (2.42), (2.40) сопоставимы. Суммарная погрешность критериального подхода (2.42), (2.40) при двух видах напряжённого состояния (растяжение; внутреннее давление) составляет величину 22.6%, а для методики решения краевой задачи по схеме (2.51) она равна 16.2%.

Таблица 2.7. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [40]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	t_p , ч [92]	t_p , ч
1	147.15	169	140.25	163.7	164.1
2	137.34	244	231.5	257	257.2
3	127.53	487	396.5	416.5	416.5
4	117.72	573	709.2	701	700.3
5	107.91	1134	1334.2	1232	1230.3
6	98.1	2250	2666	2280	2276.9
7	88.29	4912	5730.6	4490	4487.3
Δ , %			16.1	8.9	8.8

Таблица 2.8. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения толсто-стенных цилиндров из стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$) под действием внутреннего давления q

№ п/п	R_1 , мм	R_2 , мм	q , МПа	t^* , ч [40]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	t_p , ч [92]	t_p , ч
1	18.02	20	17.56	75	54.8	52.3	75.1
2	18.02	20	17.56	100	54.8	52.3	75.1
3	17.015	22.46	35.81	385	454	471	482.2
4	17.02	21.96	29.82	889	884	989	899.2
5	18.02	20	12.26	1058	744.5	850.8	782.7
6	17	18.87	11.05	1176	1583	1846	1546.2
7	18.01	22.51	23.41	1682	1883	2181	1789.9
8	18.01	21.97	19.42	3803	3087	3822	2802
9	17.01	18.88	9.42	5804	5042	5909	4320
10	18.015	22.519	19.96	7067	5996	7092	5043.1
11	17.02	19.06	9.32	7690	11317	11865	7902.4
12	17.01	22.45	23.2	9092	10574	11883	8048.9
Δ , %					26.3	25.7	20.5

2.3.4. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности толстостенных цилиндров из стали ЭИ694 при различных видах напряжённого состояния

Для толстостенных цилиндрических образцов из стали ЭИ694 при температуре 700 °С в работе [28] приведены результаты экспериментов на длительную прочность для чистого растяжения, действия внутреннего давления и комбинированного кручения и внутреннего давления. Поскольку кривые ползучести при одноосном растяжении в оригинальной статье [28] не приведены, параметры реологической модели (1.22)–(1.30) были получены в работе [92] на основе экспериментальной информации по скорости установившейся ползучести и времени до разрушения образцов при испытаниях на растяжение. Численные значения параметров для данного материала следующие [92]: $E = 108000$ МПа, $\mu = 0.3$, $c = 1.25 \cdot 10^{-15}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 5.3$, $\alpha_1 = 34.45$ (МПа) $^{-m_\alpha-1}$, $m_\alpha = -1.5$, $A_1 = 31.88$ (МПа) $^{1-m_A}$, $m_A = 0$.

В работе [116] выполнена проверка адекватности экспериментальным данным [28] смешанного критерия длительной прочности металлических материалов в условиях плоского напряжённого состояния [18, 167], учитывающего знаки главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:

$$\sigma_e = \begin{cases} \alpha \sigma_{\max} + (1 - \alpha) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^x s_i, & \sigma_1 \geq \sigma_2 > 0; \sigma_3 = 0, \\ 2\beta \tau_{\max} + (1 - \beta) \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^x \tau_{oct}, & \sigma_1 > 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 < 0; \end{cases} \quad (2.53)$$

$$t = \frac{1}{B \sigma_e^m}. \quad (2.54)$$

Критерий (2.53) объединяет инварианты, соответствующие максимальному главному напряжению (2.37) и интенсивности касательных напряжений

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}$$

в случае совпадающих знаков главных напряжений, а также максимальному

касательному напряжению (2.40) и октаэдрическому касательному напряжению

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2}$$

в случае противоположных знаков главных напряжений. В формулах (2.53) обозначены: α , β — материальные константы; χ — параметр, характеризующий напряжённое состояние и определяемый по формуле

$$\chi = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1.$$

На рис. 2.13 представлены экспериментальные и расчётные диаграммы длительной прочности при одноосном растяжении. Штриховой линией обозначена кривая, полученная по критерию длительной прочности (2.53), (2.54) с параметрами [116] $\alpha = 0.906$, $B = 3.303 \cdot 10^{-13} \text{ (МПа)}^m \cdot \text{ч}^{-1}$, $m = 4.71$. Близость кривых указывает на правомерность использования модели (1.10)–(1.18).

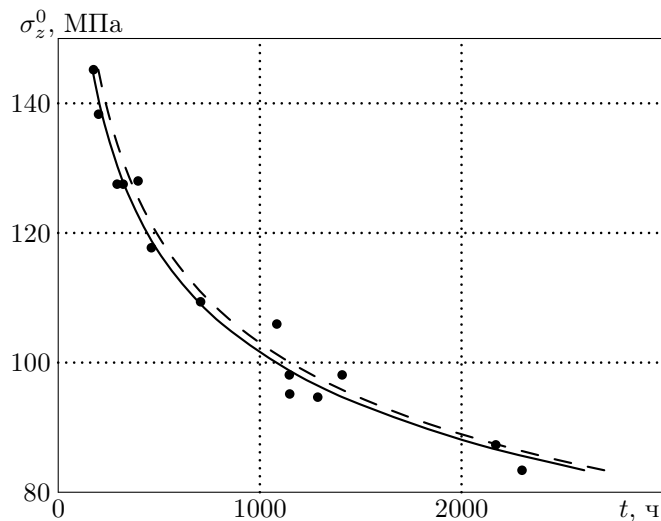


Рис. 2.13. Диаграммы длительной прочности стали ЭИ694 ($T = 700 \text{ }^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении: точки — эксперимент [28]; сплошная линия — теоретическая зависимость, полученная по модели (1.10)–(1.18); штриховая линия — аппроксимирующая зависимость [116]

Экспериментальные [28] и расчётные данные, полученные при решении краевой задачи по схеме (2.34) и при использовании критериальных зависимостей (2.53), (2.54), приведены в табл. 2.9–2.11 для случаев осевого растяжения, внутреннего давления и совместного действия кручения и внутреннего давле-

ния соответственно. Для испытаний на одноосное растяжение и действие внутреннего давления также указаны результаты расчётов из работы [92], полученные при решении краевой задачи и с использованием критериального подхода по формулам (2.42), (2.40) (аналогично п. 2.3.3). Величины средней относительной ошибки отклонения экспериментальных данных от расчётных значений, полученные по формуле (2.52) приведены в последней строке табл. 2.9–2.11. Величина суммарной погрешности критериального подхода с использованием зависимостей (2.42), (2.40), полученная при двух видах напряжённого состояния (растяжение, внутреннее давление), составляет 32.8%. Для трёх рассматриваемых видов напряжённого состояния (растяжение, внутреннее давление, комбинированное кручение и внутреннее давление) суммарная погрешность критериального подхода (2.53), (2.54) составляет величину 46.1%, а для расчётов по методике решения краевой задачи по схеме (2.34) получено значение 29.7%.

Важно отметить, что в основе критериального подхода к прогнозированию длительной прочности (как при использовании базовых зависимостей (2.42), (2.40), так и для смешанного критерия длительной прочности (2.53), (2.54)) лежит аппроксимация всех экспериментальных данных по длительной прочности при всех видах напряжённого состояния. При использовании же предложенной методики исходными данными являются лишь одноосные кривые ползучести, необходимые для построения реологической модели (1.22)–(1.30); в случае сложного напряжённого состояния осуществляется прогноз длительной прочности на основе методики решения краевой задачи в соответствии со расчётной схемой (2.34).

В целом, учитывая тот факт, что испытания на ползучесть и длительную прочность характеризуются большим разбросом данных, соответствие между расчётными и экспериментальными данными можно считать удовлетворительным.

Таблица 2.9. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения стали ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [28]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [116]	t_p , ч [92]	t_p , ч
1	83.385	2300	2061	1979.9	2608	2608.6
2	87.309	2170	1694	1594.3	2086	2087.5
3	98.1	1408	1030	920.9	1183	1184.4
4	94.667	1287	1199	1089.1	1407	1409
5	95.157	1148	1173	1062.9	1372	1374
6	98.1	1146	1030	920.9	1183	1184.4
7	105.948	1084	742	640.9	811	813
8	109.382	706	647.6	551.5	691.5	695.2
9	117.72	462	473	390.2	480	484
10	128.021	396	331	262.8	315	319.3
11	127.53	292	336	267.6	212	325.4
12	138.321	200	238	182.5	321	216.8
13	127.53	322	336	267.6	212	325.4
14	145.188	175	193.5	145.3	165	169.9
Δ , %			15.5	27.2	18.7	10.6

Таблица 2.10. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения толстостенных цилиндров из стали ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$) под действием внутреннего давления q

№ П/П	R_1 , мм	R_2 , мм	q , МПа	t^* , ч [28]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [116]	t_p , ч [92]	t_p , ч
1	11.495	15.505	25.506	1740	2175	1560.3	3856	3129.7
2	11.495	15.505	28.9395	1452	1256	860.7	2031	1685.8
3	11	15.01	32.5692	1367	904.6	493.4	1355	1143.3
4	11.51	15.2	24.7212	1232	429.7	1807.7	551	2508.3
5	10.98	15.01	29.43	1218	1440	795.2	2347	1942.7
6	10.99	15.25	31.6863	933	1386.4	561.5	2060	1716.8
7	11	15	32.5692	912	904.6	493.4	1339	1130.7
8	11	15	37.6704	887	497.2	248.6	629	546.6
9	11.475	15.005	28.5471	828	813.4	917.9	1220	1027.2
10	11.025	14.295	37.5723	558	230	251.7	218	218
11	10.99	14.3	32.5692	399	428	493.4	557	483.3
12	11.03	14.3	29.1357	326	760	833.8	923	785
13	11.045	14.295	32.6673	264	390	486.4	489	427.7
14	11.015	14.295	37.5723	228	230	251.7	227.6	222
15	10.985	14.635	37.8666	186	575	242.6	401	353.8
16	10.995	14.635	37.5723	124	295.6	251.7	425	362
Δ , %					48.0	68.2	52.2	43.7

Таблица 2.11. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения толстостенных цилиндров из стали ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$) при совместном действии крутящего момента M и внутреннего давления q

№ п/п	R_1 , мм	R_2 , мм	M , Н·мм	q , МПа	t^* , ч [28]	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [116]	t_p , ч
1	11.005	14.295	104476.5	15.5979	2220	3525.8	3611
2	10.995	14.295	112815	20.4048	1639	1391.6	1484.7
3	11.015	14.285	126058.5	22.3668	766	875.6	870.4
4	11	14.31	140283	24.9174	439	527.4	544.5
5	11.045	14.295	151172.1	27.6642	264	338	310.6
6	11.01	14.295	152545.5	27.468	526	340.7	330.1
7	11.015	14.29	196690.5	35.7084	172	100.3	86.4
Δ , %						33.1	36.2

2.3.5. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности полых цилиндрических образцов из стали 12X18H10T при различных видах напряжённого состояния

В работах [27, 64] приведены результаты 69 экспериментов на длительную прочность, выполненных для тонкостенных цилиндрических образцов из нержавеющей стали 12X18H10T с радиусами $R_1 = 5.5$ мм и $R_2 = 6$ мм при температуре 850°C в условиях одноосного растяжения, а также при растяжении в сочетании с кручением и действием внутреннего давления.

Осреднённые экспериментальные кривые одноосной ползучести [63] для данного материала при четырёх уровнях напряжений показаны на рис. 2.14 сплошными линиями. Как видно из рис. 2.14, сталь 12X18H10T характеризуется отсутствием первой стадии ползучести. Численные значения параметров реологической модели (1.22)–(1.30) приведены в работе [92]: $E = 77500$ МПа, $\mu = 0.3$, $c = 6.64864 \cdot 10^{-9}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 3.2$, $\alpha_1 = 42.28$ (МПа) $^{-m\alpha-1}$, $m_\alpha = -1.5$, $A_1 = 7.52$ (МПа) $^{1-m_A}$, $m_A = 0$. Расчётные кривые ползучести при данных значениях параметров обозначены на рис. 2.14 штриховыми линиями.

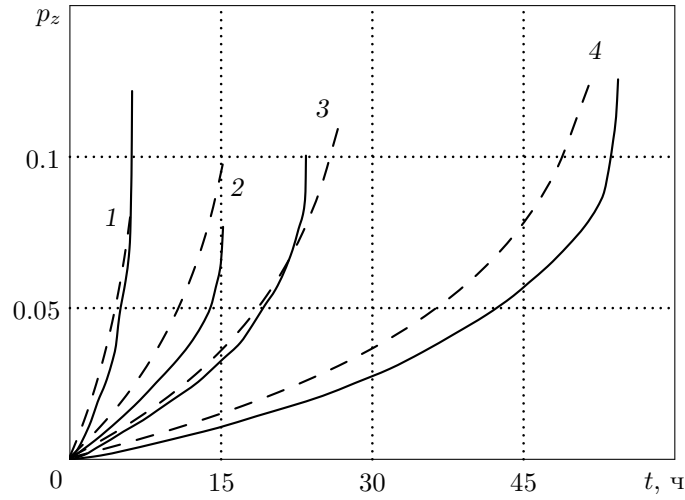


Рис. 2.14. Экспериментальные [63] (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые ползучести стали 12X18H10T ($T = 850^\circ\text{C}$): 1 — $\sigma_z^0 = 78.48$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 58.86$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 49.05$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 39.24$ МПа

Информация о внешних нагрузках в [64] приведена в виде значений главных напряжений σ_1 , σ_2 и наибольшего касательного напряжения $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, действующих на образец. Предполагалась гипотеза о плоском напряжённом состоянии. Исходя из этого, в настоящей работе для каждого вида напряжённого состояния был выполнен переход к внешним нагрузкам:

1. Чистое растяжение:

$$\sigma_z^0 = \sigma_1; \quad F = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0 r dr = \pi(R_2^2 - R_1^2)\sigma_z^0;$$

2. Растяжение совместно с кручением:

$$\sigma_z^0 = \sigma_1 + \sigma_3; \quad F = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0 r dr = \pi(R_2^2 - R_1^2)\sigma_z^0;$$

$$\tau_0 = \sqrt{-\sigma_1\sigma_3}; \quad M = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau_0 r^2 dr = \frac{2\pi(R_2^3 - R_1^3)}{3}\tau_0.$$

3. Комбинированное действие растяжения и внутреннего давления:

$$\sigma_z^0 = \sigma_1; \quad F = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0 r dr = \pi(R_2^2 - R_1^2)\sigma_z^0;$$

$$q = \frac{R_2^2 - R_1^2}{2R_1^2}(\sigma_2 + \sigma_3).$$

Также в работе [92] выполнено сравнение результатов расчёта по модели чисто сложного напряжённого состояния (1.22)–(1.30) с расчётами времени до разрушения на основе концепции эквивалентных напряжённых состояний $t_p^{\text{экв}}$ по формуле (2.40) для эквивалентного напряжения вида (2.37) (плоское напряжённое состояние предполагалось однородным). Эта информация наряду с расчётными данными, полученными в настоящей работе при решении краевой задачи по схеме (2.34), приведена в табл. 2.12–2.14. В последних строках приведены отклонения осреднённых значений времени до разрушения $M[t^*]$ относительно расчётных значений t_p :

$$\Delta_M = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \left| \frac{M[t^*]_i - t_{pi}}{t_{pi}} \right| \cdot 100\%, \quad (2.55)$$

где K — количество режимов нагружения при заданном виде напряжённого состояния; $M[\circ]$ — оператор математического ожидания для выборки экспериментальных значений времени до разрушения t^* .

Из представленных в табл. 2.12–2.14 данных следует, что результаты расчётов по модели чисто сложного напряжённого состояния и по методике решения краевой задачи для тонкостенных образцов практически совпадают. При этом в случае одноосного растяжения (см. табл. 2.12) величины погрешности Δ_M , полученные по формуле (2.55), значительно меньше соответствующих расчётных значений времени до разрушения при использовании критериальных зависимостей (2.40), (2.37). В случае сложного напряжённого состояния (см. табл. 2.13, 2.14) критериальный подход, наоборот, дал более низкую погрешность. Суммарная ошибка при использовании критериальных зависимостей (2.40), (2.37) для

Таблица 2.12. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения тонкостенных образцов из стали 12X18H10T ($T = 850^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [64]	$M[t^*]$, ч	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	t_p , ч [92]	t_p , ч
1–10	39.24	68; 67; 67; 66; 50; 47; 43; 40; 35; 30.5	51.3	40.8	51.5	51.5
11–21	49.05	30; 28; 24; 23; 22.5; 21.5; 20.5; 18; 16; 12	21.8	18.34	26.6	26.6
22–27	58.86	20.5; 20; 16; 15; 14; 6.7	15.4	9.54	15.1	15.2
28–29	78.48	6; 6	6	3.4	5.9	6
Δ_M , %				45.6	5.5	5.1

Таблица 2.13. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения тонкостенных образцов из стали 12X18H10T ($T = 850^\circ\text{C}$) при совместном действии осевой силы F и крутящего момента M

№ п/п	F , Н	M , Н · мм	t^* , ч [64]	$M[t^*]$, ч	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	t_p , ч [92]	t_p , ч
30–32	531.6	1121.4	77; 65; 43	61.8	76.16	72.3	72.2
33	531.6	1424.7	70	70	62.5	57.3	57.1
34	354.4	2883.9	50	50	40.8	22.34	22.1
35–37	708.8	458.8	25; 24.5; 23	24.2	36.7	48.7	48.7
38–41	708.8	716.9	30.5; 30; 27; 20	26.9	39.01	45.2	45.2
42	531.6	3224.2	24	24	18.34	13.3	13.2
43–44	886	1239.7	14.5; 11.5	13	15.08	20.7	20.7
45	974.7	837.3	15	15	12.06	17.94	18
46–51	1063.3	560.8	15; 11; 10; 9; 6; 5	9.3	9.26	14.5	14.6
52–53	1151.9	869.4	5; 4	4.5	6.75	10.8	10.8
Δ_M , %					22.1	48	48.4

Таблица 2.14. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения тонкостенных образцов из стали 12X18H10T ($T = 850^\circ\text{C}$) при комбинированном воздействии осевой силы F и внутреннего давления q

№ п/п	F , Н	q , МПа	t^* , ч [64]	$M[t^*]$, ч	$t_p^{\text{ЭКВ}}$, ч [92]	t_p , ч [92]	t_p , ч
54–55	354.4	0.932	238; 195	216.5	488.5	527	495.3
56–57	354.4	1.864	329; 316	322.5	488.5	556.6	296.2
58–59	886	1.864	17; 12.5	14.75	18.34	40	38.1
60–61	886	3.728	33.5; 20.5	27	18.34	34.6	29.1
62	886	4.66	8.3	8.3	18.34	26.6	21.1
63–64	992.4	2.609	10; 5.2	7.6	12.23	29.2	26.9
65–66	1063.3	1.864	16; 10.6	13.3	9.54	22.4	21.6
67	1063.3	3.728	27	27	9.54	22.3	19.5
68	1063.3	5.592	5.1	5.1	9.54	15.2	11.9
69	1134.1	5.131	7.6	7.6	7.57	15.2	12.3
Δ_M , %					51.8	50.7	43.8

всех видов напряжённого состояния составляет величину 38.4%, а для методики решения краевой задачи по схеме (2.34) получено значение 39.3%.

Ещё раз отметим, что критериальный подход к прогнозированию длительной прочности на основе концепции эквивалентных напряжённых состояний базируется на аппроксимации всех экспериментальных данных (2.40) по длительной прочности при всех видах напряжённого состояния. Подход, развиваемый в настоящей работе, напротив, основан на применении методики решения краевой задачи по схеме (2.34) с использованием реологической модели и критерия разрушения (1.22)–(1.30). При этом исходной информацией для построения модели служат лишь данные по ползучести при одноосном растяжении, а для остальных видов напряжённого состояния осуществляется прогноз длительной прочности при сложном напряжённом состоянии.

2.3.6. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности цилиндрических образцов из сплава ЭИ698ВД (комбинированное растяжение и кручение)

В работе [20] представлены результаты одноосных испытаний для сплава ЭИ698ВД при температуре 750 °С. Значения упругих констант материала при данной температуре следующие: $E = 200000$ МПа, $\mu = 0.3$.

Отметим, что в работе [20] для указанного сплава приведён спектр реализаций кривых ползучести лишь для одного уровня напряжений $\sigma_z^0 = 294.3$ МПа, при этом наблюдается значительный разброс экспериментальных данных. Поэтому для уменьшения влияния случайных возмущений для построения реологической модели использовалась информация об осреднённых экспериментальных кривых ползучести при напряжениях $\sigma_z^0 = \{539.55; 412.02; 294.3\}$ МПа.

Для трёх уровня напряжений в [20] приведены осреднённые по N экспериментам координаты трёх экспериментальных точек (t, p_z) на первичной кривой ползучести $p_z = p_z(t)$ (см. рис. 2.15) для значений осевых деформаций $p_z(t_1) = 0.002$, $p_z(t_2) = 0.005$ и деформации в момент разрушения $p_z(t^*) = p_z^*$. Эта информация приведена в табл. 2.15.

Таблица 2.15. Исходные данные [20] по одноосной ползучести сплава ЭИ698ВД ($T = 750$ °С)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	N	t_1 , ч	$p_z(t_1)$	t_2 , ч	$p_z(t_2)$	t^* , ч	p_z^*
1	539.55	22	0.19	0.002	0.2	0.005	7	0.124
2	412.02	25	4.9	0.002	16.5	0.005	104	0.142
3	294.3	25	107	0.002	355	0.005	824	0.13

При предположении, что первая стадия ползучести отсутствует и пары точек $(t_1, p_z(t_1))$, $(t_2, p_z(t_2))$ принадлежат прямолинейным участкам стадии установившейся ползучести, были найдены значения параметров s и m реологической модели (1.22)–(1.30) аналогично пп. 2.3.1, 2.3.2. Далее, из условия прохождения кривой (1.20) через точку разрушения (t^*, p_z^*) для каждого на-

пряжения $\sigma_z^0 = \text{const}$ численно определялся параметр α и осуществлялась его аппроксимация степенной зависимостью (1.16). После определения величины α для каждой кривой при $\sigma_z^0 = \text{const}$ по формуле (1.21) рассчитывалась критическая величина работы разрушения A_* при известных c , m , α и строилась степенная зависимость (1.18). Таким образом, были получены следующие значения параметров реологической модели (1.22)–(1.30): $c = 4.1 \cdot 10^{-28}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 9.10156$, $\alpha_1 = 15891.193$ (МПа) $^{-m_\alpha - 1}$, $m_\alpha = -2.31$, $A_1 = 87$ (МПа) $^{1-m_A}$, $m_A = 0$. Теоретические кривые ползучести, полученные по формуле (1.20), приведены на рис. 2.15 сплошными линиями.

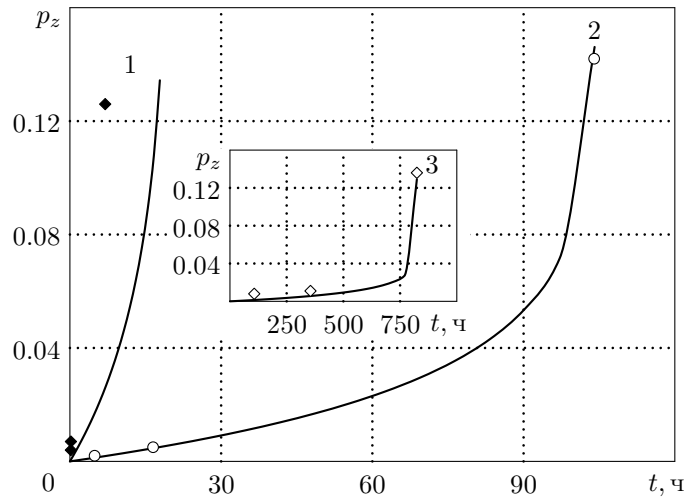


Рис. 2.15. Экспериментальные [20] (значки) и расчётные (сплошные линии) кривые ползучести сплава ЭИ698ВД ($T = 750^\circ\text{C}$): 1 — $\sigma_z^0 = 539.55$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 412.02$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 294.3$ МПа

Данные по длительной прочности для сплава ЭИ698ВД при $T = 750^\circ\text{C}$ приведены в работе [19]. Информация о внешних нагрузках дана в виде значений главных напряжений σ_1 и σ_3 . Эксперименты проводились на сплошных ($R_1 = 0$, $R_2 = 2.5$ мм) и толстостенных ($R_1 = 3$ мм, $R_2 = 4$ мм) цилиндрических образцах при следующих видах напряжённого состояния:

1. Одноосное растяжение сплошных образцов.
2. Одноосное растяжение трубчатых образцов.
3. Растяжение с кручением трубчатых образцов, когда нормальные напряжения от осевой силы и касательные напряжения от крутящего момента

практически одинаковы:

$$\sigma_1 = -0.36\sigma_3; \quad \tau_0 = 0.9375\sigma_z^0.$$

4. Почти чистое кручение трубчатых образцов с небольшой осевой силой:

$$\sigma_1 = -0.8\sigma_3; \quad \tau_0 = 4.472\sigma_z^0.$$

Здесь σ_z^0 , τ_0 — средние значения нормальных и касательных напряжений, возникающих при совместном действии осевой силы и крутящего момента. Для полых образцов данные напряжения можно отнести к характеристической точке \hat{R} , координату которой можно определить по формуле (2.47).

Для испытаний на растяжение совместно с кручением предполагалось однородное плоское напряжённое состояние. Исходя из этого, в настоящей работе выполнен переход от главных напряжений σ_1 , σ_3 к напряжениям в цилиндрических координатах σ_z^0 , τ_0 , после чего были найдены значения осевой силы и крутящего момента:

$$\begin{aligned} \sigma_z^0 = \sigma_1 + \sigma_3; \quad F &= 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0 r dr = \pi(R_2^2 - R_1^2)\sigma_z^0; \\ \tau_0 = \sqrt{-\sigma_1\sigma_3}; \quad M &= 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau_0 r^2 dr = \frac{2\pi(R_2^3 - R_1^3)}{3}\tau_0. \end{aligned}$$

Для результатов расчётов времени до разрушения по разработанной методике решения краевой задачи в соответствии со схемой (2.34) выполнено сравнение с экспериментальными значениями и с результатами расчётов по аппроксимирующей формуле [19, 38]:

$$t_p = \xi T^m \sigma_1^{-n} \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma_1}{RT}\right), \quad (2.56)$$

где ξ , m , n , U_0 , γ — параметры аппроксимации; σ_1 — максимальное главное напряжение; T — температура испытания (в Кельвинах); $R = 8.31$ Дж / (моль · К).

Значения коэффициентов аппроксимации (2.56) для сплава ЭИ698ВД, найденные для каждого вида напряжённого состояния, приведены в работе [19]. Эта информация представлена в табл. 2.16.

Таблица 2.16. Значения коэффициентов [19] аппроксимации (2.56) при различных режимах нагружения цилиндрических образцов из сплава ЭИ698ВД

Вид напряжённого состояния	m	n	$\ln \xi$	$U_0, \frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$	$\gamma, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{МПа}}$
Одноосное растяжение (сплошные образцы)	2	0	-68.14	570631	161.3
Одноосное растяжение (трубчатые образцы)	2	0	-66.42	562338	182.3
Растяжение + кручение $\tau_0 = 0.938\sigma_z^0$	2	0	-62.75	526036	200.9
Растяжение + кручение $\tau_0 = 4.472\sigma_z^0$	2	0	-51.55	412600	176.9

В табл. 2.17, 2.18 приведены экспериментальные данные [19] и расчётные значения времени до разрушения, полученные по аппроксимирующей зависимости (2.56) и по разработанной методике решения краевой задачи по схеме (2.34), а также соответствующие им погрешности (2.55) относительно осреднённых экспериментальных значений времени до разрушения $M[t^*]$.

Из информации, представленной в табл. 2.17, следует, что значения погрешности расчётов при одноосном растяжении по схеме (2.34) составляют 30.8% для сплошных образцов и 39.8% для трубчатых образцов, в то время как для расчётных данных по аппроксимирующей зависимости (2.56) были получены значения 35.6% и 22.2% соответственно. Величины погрешностей при растяжении совместно с кручением для расчётов по схеме (2.34), равные 85.9% и 81.4%, значительно больше соответствующих значений (16.7% и 17.4%), полученных при использовании аппроксимации (2.56).

Достаточно большие значения погрешности, полученные по методу насто-

ящей работы, можно объяснить тем, что идентификация параметров используемой реологической модели (1.22)–(1.30) осуществлялась приближённо по кривым одноосной ползучести, восстановленным лишь по трём экспериментальным точкам (см. табл. 2.16). Также на достоверность значений параметров реологической модели, по всей видимости, влияет малое число первичных кривых ползучести — построение модели выполнено лишь по трём кривым ползучести при растяжении. Кроме того, значения осевой силы и крутящего момента были найдены в настоящей работе исходя из предположения, что напряжённое состояние цилиндрических образцов было плоским и однородным. Эта гипотеза справедлива лишь для тонкостенных образцов, для которых распределе-

Таблица 2.17. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения цилиндрических образцов из сплава ЭИ698ВД ($T = 750^\circ\text{C}$) при одноосном растяжении $\sigma_z^0 = \text{const}$

Сплошные образцы

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [19]	$M[t^*]$, ч	t_p , ч [19]	t_p , ч
1–6	539.55	3; 4.5; 8.5; 10; 10.5; 12	8.1	13.6	17.8
7–11	412.02	66; 82; 89.5; 104; 120	92.3	152.5	104.1
12	294.3	1042.5	1042.5	1423.8	824
Δ_M , %				35.6	30.8

Трубчатые образцы

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [19]	$M[t^*]$, ч	t_p , ч [19]	t_p , ч
1	539.55	10.5	10.5	7.5	17.8
2–3	529.74	4; 9.5	6.75	9.3	20.3
4	412.02	108	108	116.1	104.1
5–7	402.21	92.5; 177; 225	164.8	143.2	120.8
8–10	323.73	496; 832.5; 1152	826.8	770.8	459.1
11	294.3	912	912	1448.9	824
Δ_M , %				22.2	39.8

Таблица 2.18. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени до разрушения полых цилиндрических образцов из сплава ЭИ698ВД ($T = 750^\circ\text{C}$) при совместном действии осевой силы F и крутящего момента M

Режим нагружения $\tau_0 = 0.938\sigma_z^0$

№ п/п	F , Н	M , Н·мм	t^* , ч [19]	$M[t^*]$, ч	t_p , ч [19]	t_p , ч
1–3	4722	15599.4	78; 142; 328	182.7	157.7	108.2
4–6	4100.7	13546.8	291.5; 298; 691	426.8	447.6	258.4
7–9	3230.8	10673.2	1461; 2991.5; 3040	2497.5	1928.5	1116
Δ_M , %					16.7	85.9

Режим нагружения $\tau_0 = 4.472\sigma_z^0$

№ п/п	F , Н	M , Н·мм	t^* , ч [19]	$M[t^*]$, ч	t_p , ч [19]	t_p , ч
1–4	1277.1	20126.4	44.5; 95.5; 191.5; 198	132.4	121.9	56.2
5–7	1108.9	17474.6	176; 180; 244.5	200.2	270.3	137
8–10	871.6	13734.9	609; 1068; 1259	978.7	830.6	601.9
Δ_M , %					17.4	81.4

нием напряжений по сечению можно пренебречь, а в рассматриваемых экспериментах на растяжение с кручением использовались толстостенные образцы ($R_2/R_1 = 1.33$).

Также важно отметить, что для каждого вида напряжённого состояния для аппроксимирующей зависимости (2.56) определялся свой набор материальных констант (см. табл. 2.16). Иными словами, для каждого из четырёх режимов нагружения была построена своя аппроксимация (2.56), тогда как все расчёты по методике решения краевой задачи в соответствии со схемой (2.34) были выполнены с использованием единого набора параметров реологической модели (1.22)–(1.30).

В целом, для всех режимов нагружения погрешность отклонения осреднённых экспериментальных значений времени до разрушения относительно расчётных данных составила величину 22.8% при использовании аппроксимации (2.56)

и 55.6% для расчётных значений по схеме (2.34). С учётом значительного разброса экспериментальных данных, результаты расчётов по методике настоящей работы можно признать удовлетворительными.

2.4. Вариант обобщения модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай анизотропно разупрочняющихся материалов

При обобщении соотношений энергетического варианта теории одноосной ползучести (1.10)–(1.18) на сложное напряжённое состояние (1.22)–(1.30) использовалось свойство изотропии материала. Большинство материалов для изготовления элементов конструкций в состоянии поставки являются практически изотропными по отношению к упругопластическим деформационным свойствам. Однако в процессе ползучести материал может проявлять анизотропию свойств при различных видах напряжённого состояния (чистое растяжение; чистый сдвиг). В этом случае деформация ползучести существенно зависит от направления, в котором образец вырезан из заготовки. Поэтому в общем случае необходимо иметь модели анизотропной ползучести.

Рассмотрим модель энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности [92], которая в случае сложного напряжённого состояния описывается соотношениями (1.22)–(1.30). Не уменьшая общности, будем считать, что деформацией ползучести, накопленной на первой стадии, в силу малости можно пренебречь ($u_{ij} = 0$, $v_{ij} = 0$). С учётом анизотропии свойств материала при чистом растяжении и чистом сдвиге, примем определяющие соотношения реологической модели в следующем виде ($i, j, k = 1, 2, 3$):

$$\dot{p}_{ij} = \begin{cases} \frac{3}{2}cS^{m-1}\left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\sigma_{kk}\right), & i = j, \\ \frac{3}{2}c^*S^{m-1}\sigma_{ij}, & i \neq j; \end{cases} \quad (2.57)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0(1 + \omega); \quad (2.58)$$

$$\dot{\omega} = \alpha \sum_{k=1}^3 \sigma_{kk} \dot{p}_{kk} + \alpha^* \sigma_{ij} \dot{p}_{ij} \quad (i \neq j); \quad (2.59)$$

$$\alpha = \alpha_1(S_0)^{m_\alpha}; \quad \alpha^* = \alpha_1^*(S_0)^{m_\alpha^*}, \quad (2.60)$$

где m — показатель нелинейности ползучести; $c, \alpha_1, m_\alpha, c^*, \alpha_1^*, m_\alpha^*$ — параметры модели; все остальные обозначения в (2.57)–(2.60) соответствуют (1.22)–(1.27).

Первое соотношение в (2.57) записано для диагональных компонент тензора деформаций ползучести p_{ij} при $i = j$, второе — для недиагональных компонент p_{ij} ($i \neq j$), которые связаны с соответствующими сдвиговыми деформациями ползучести γ_{ij}^p по формуле $\gamma_{ij}^p = 2p_{ij}$.

Соответственно изменится и критерий разрушения (1.29), (1.30). Расчёт осуществляется до тех пор, пока хотя бы в одной точке конструкции не выполнится условие

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \left(\sum_{k=1}^3 \frac{\sigma_{kk} dp_{kk}}{A_1(S_0)^{m_A}} + \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_1^*(S_0)^{m_A^*}} \right) = 1 \quad (i \neq j), \quad (2.61)$$

где A_1, m_A, A_1^*, m_A^* — параметры модели.

В формулах (2.57)–(2.61) по повторяющимся индексам осуществляется суммирование.

В частном случае для модели изотропной ползучести верны соотношения $c^* = c, \alpha_1^* = \alpha_1, m_\alpha^* = m_\alpha, A_1^* = A_1, m_A^* = m_A$.

2.5. Проверка адекватности решения краевой задачи для цилиндрических образцов на основе реологической модели для анизотропно разупрочняющихся материалов

2.5.1. Моделирование процесса анизотропной ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т

Построение реологической модели при чистом растяжении. Для экспериментальной проверки модели (2.57)–(2.61) использовались экспериментальные данные по ползучести вплоть до разрушения цилиндрических образцов из алюминиевого сплава Д16Т при температуре 250°C , приведённые в работах [78, 129, 130].

На рис. 2.16 представлены экспериментальные кривые ползучести (обозначены точками) [130] для сплава Д16Т при $T = 250^\circ\text{C}$ при различных значениях номинального растягивающего напряжения $\sigma_z^0 = \text{const}$.

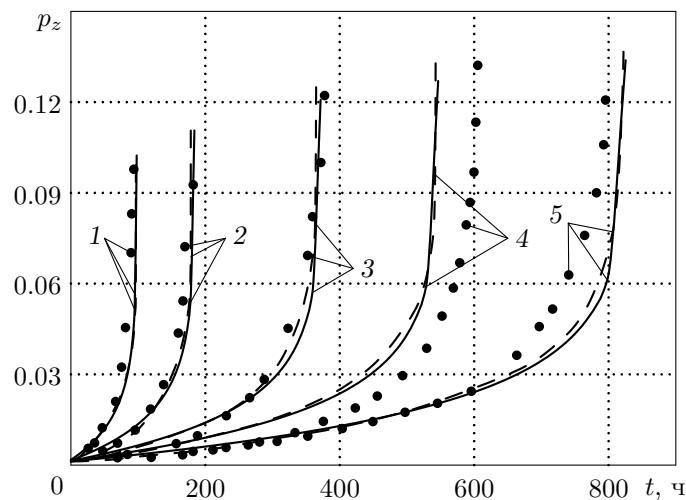


Рис. 2.16. Экспериментальные [130] (точки) и расчётные кривые ползучести при растяжении для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$): 1 — $\sigma_z^0 = 98.1$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 88.3$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 78.5$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 73.6$ МПа; 5 — $\sigma_z^0 = 68.7$ МПа

Упругие постоянные для данного сплава при $T = 250^\circ\text{C}$ следующие: $E = 56000$ МПа, $\mu = 0.3$. Материал характеризуется отсутствием первой стадии ползучести, поэтому компоненты вязкоупругой u_{ij} и вязкопластической v_{ij} деформаций ползучести приняты равными нулю.

Идентификация параметров c , α_1 , m_α , A_1 , m_A модели (2.57)–(2.61) при одноосном растяжении хорошо известна [92] и осуществляется по следующей схеме.

1. С использованием прямолинейных участков кривых ползучести (на начальной стадии $\omega \approx 0$ и $\sigma_z = \sigma_z^0$) при каждом значении $\sigma_z^0 = \text{const}$ определяются скорости установившейся ползучести на начальном участке деформирования $\dot{p}_z(0)$, эта информация приведена в табл. 2.19. Далее находят значения параметров c и m степенной аппроксимации первого соотношения (2.57). Для этого можно использовать как традиционный МНК, так и модифицированный МНК, методика которого изложена в п. 1.4.2.
2. Интегрирование соотношений (2.57)–(2.59) при $\sigma_z^0 = \text{const}$ и начальных условиях $p_z(0) = 0$, $\omega(0) = 0$ даёт зависимость для деформации ползучести

$$p_z(t) = -\frac{1}{m\alpha\sigma_z^0} \ln \left| 1 - \alpha mc(\sigma_z^0)^{m+1} t \right| \quad (2.62)$$

и величину работы истинного напряжения на деформации ползучести

$$A(t) = \int_0^t \sigma_z(t) dp(t) = \frac{1}{\alpha} \left[\left(1 - \alpha mc(\sigma_z^0)^{m+1} t \right)^{-1/m} - 1 \right]. \quad (2.63)$$

Параметр α для каждой кривой ползучести, представленной на рис. 2.16, определяется численно из условия прохождения функции (2.62) через последнюю точку кривой (t^*, p_z^*) , где значения t^* и p_z^* также приведены в табл. 2.19. Для этого необходимо разрешить соотношение (2.62) относительно α при заданных c , m , σ_z^0 , t^* , p_z^* . После определения величины α для всех кривых ползучести производится аппроксимация степенной зависимостью $\alpha = \alpha_1 (\sigma_z^0)^{m_\alpha}$.

3. Далее для каждой кривой при $\sigma_z^0 = \text{const}$ по формуле (2.63) рассчитывается критическая величина работы разрушения $A_* = A(t^*)$ при известных c, m, α и строится степенная зависимость $A_* = A_1(\sigma_z^0)^{m_A}$.

Полученные значения параметров реологической модели (2.57)–(2.61) для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при чистом растяжении представлены в табл. 2.20.

Таблица 2.19. Экспериментальные значения скорости установившейся ползучести $\dot{p}_z(0)$ в начальный момент времени, время разрушения t^* и деформация ползучести в момент времени разрушения p_z^* , приложенное растягивающее напряжение σ_z^0 для образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	$\dot{p}_z(0)$, ч ⁻¹	t^* , ч [130]	p_z^*
1	98.1	0.000160	94	0.09781
2	88.3	0.000080	182	0.09266
3	78.5	0.000040	377	0.12218
4	73.5	0.000028	605	0.13218
5	68.7	0.000025	795	0.12069

Таблица 2.20. Значения параметров реологической модели (2.57)–(2.61) для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при чистом растяжении

$c, (\text{МПа})^{-m}$	m	$\alpha_1, (\text{МПа})^{-m_\alpha-1}$	m_α	$A_1, (\text{МПа})^{m_A-1}$	m_A
$2.4 \cdot 10^{-15}$	5.405	0.91	-0.43	19.72	0

На рис. 2.16 сплошными линиями показаны результаты расчёта по модели (2.57)–(2.61) с указанными параметрами, штриховыми линиями — расчёт по методике работы [130], точками — экспериментальные данные [130] по ползучести сплава Д16Т при чистом растяжении при $T = 250^\circ\text{C}$. В табл. 2.21 приведены экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени разрушения по модели (2.57)–(2.61) и по модели ползучести, используемой в работе [130], в зависимости от приложенного номинального напряжения σ_z^0 . Для оценки адекватно-

сти модели (2.57)–(2.61) вычислялась величина суммарной ошибки по времени разрушения по формуле (2.52), она приведена в последней строке табл. 2.21.

Таблица 2.21. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени разрушения при различных значениях номинального напряжения σ_z^0 для образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$)

№ п/п	σ_z^0 , МПа	t^* , ч [130]	t_p , ч	t_p , ч [130]
1	98.1	94	97.9	97
2	88.3	182	183.7	178
3	78.5	377	371.5	365
4	73.5	605	546.4	543
5	68.7	795	825.3	822
Δ , %			4.3	4.7

Анализ информации, представленной на рис. 2.16 и в табл. 2.21, позволяет сделать вывод о сопоставимости экспериментальных данных и результатов расчёта по моделям (2.57)–(2.61) и работы [130].

Построение реологической модели при чистом сдвиге. В работе [130] отмечается, что сплав Д16Т с одинаковыми свойствами на растяжение и сжатие обладает анизотропией свойств ползучести при растяжении и кручении: для одних и тех же значений интенсивностей напряжений процессы при кручении идут интенсивнее, чем при растяжении. Поэтому параметры модели (2.57)–(2.61) при чистом сдвиге c^* , $\alpha^* = \alpha_1^*(S_0)^{m_\alpha^*}$, $A_*^* = A_1^*(S_0)^{m_A^*}$ ($S_0 = \tau_0\sqrt{3}$) будут отличаться от приведённых выше параметров, полученных при растяжении, и определять их следует по результатам испытаний в координатах « $\gamma^p - t$ » при $\tau_0 = \text{const}$.

Для данного вида напряжённого состояния в работе [130] приведены результаты испытаний при чистом кручении, выполненных на тонкостенных образцах ($R_1 = 9$ мм, $R_2 = 10$ мм) из рассматриваемого сплава Д16Т. Соответствующие экспериментальные данные представлены на рис. 2.17 точками.

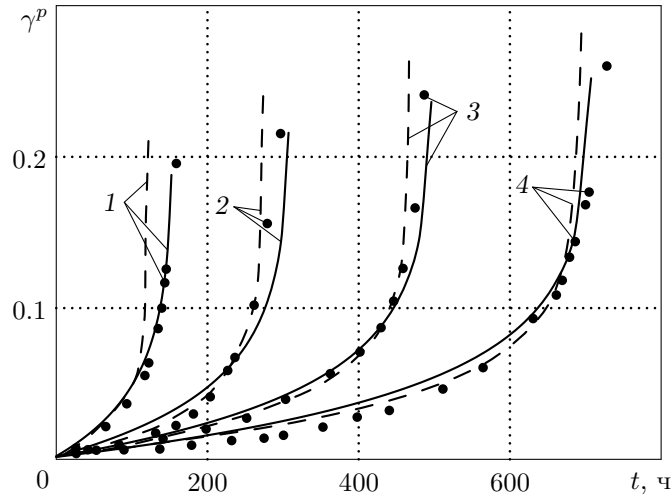


Рис. 2.17. Экспериментальные [130] (точки) и расчётные кривые ползучести для угла сдвига γ^p в зависимости от касательного напряжения $\tau_0 = \text{const}$ при чистом кручении тонкостенных образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$): 1 — $\tau_0 = 45.3$ МПа; 2 — $\tau_0 = 39.7$ МПа; 3 — $\tau_0 = 36.3$ МПа; 4 — $\tau_0 = 33.94$ МПа

Построение модели (2.57)–(2.61) в случае чистого сдвига осуществляется следующим образом.

1. С использованием прямолинейных участков кривых ползучести (на начальной стадии $\omega \approx 0$ и $\tau = \tau_0$) при каждом значении $\tau_0 = \text{const}$ определяются значения $\dot{\gamma}^p(0)$, а затем для известного значения m , найденного при построении модели при растяжении, определяется параметр c^* степенной аппроксимации второго соотношения (2.57).
2. Интегрирование соотношений (2.57)–(2.59) при $\tau_0 = \text{const}$ и начальных условиях $\gamma^p(0) = 0$, $\omega(0) = 0$ дает:

$$\gamma^p(t) = -\frac{1}{m\alpha^*\tau_0} \ln \left| 1 - \alpha^* m c^* \left(\tau_0 \sqrt{3} \right)^{m+1} t \right|, \quad (2.64)$$

а для работы получаем

$$A^*(t) = \int_0^t \tau d\gamma^p = \frac{1}{\alpha^*} \left[\left(1 - \alpha^* m c^* \left(\tau_0 \sqrt{3} \right)^{m+1} t \right)^{-1/m} - 1 \right]. \quad (2.65)$$

Далее при известных значениях c^* и m и условия прохождения функции (2.64) через точку разрушения (t^*, γ^{p*}) для каждого $\tau_0 = \text{const}$ опреде-

ляется параметр α^* и выполняется аппроксимация зависимостью $\alpha^* = \alpha_1^* (\tau_0 \sqrt{3})^{m_\alpha^*}$.

3. После определения параметров c^* и α^* для каждого $\tau_0 = \text{const}$ по формуле (2.65) определяется работа разрушения $A_* = A(t^*)$ и строится зависимость $A_*^* = A_1^* (\tau_0 \sqrt{3})^{m_A^*}$.

Полученные значения параметров реологической модели (2.57)–(2.61) для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) в случае чистого сдвига приведены в табл. 2.22.

Таблица 2.22. Значения параметров реологической модели (2.57)–(2.61) для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при чистом сдвиге

c^* , (МПа) $^{-m}$	m	α_1^* , (МПа) $^{-m_\alpha^*-1}$	m_α^*	A_1^* , (МПа) $^{1-m_A^*}$	m_A^*
$2.1 \cdot 10^{-15}$	5.405	118.3	-1.726	214.6	-0.668

На рис. 2.17 сплошными линиями показаны результаты расчёта $\gamma^p = \gamma^p(t)$ по модели (2.57)–(2.61), штриховыми линиями — расчётные данные по методике работы [130], точками — экспериментальные данные [130] при чистом кручении.

В табл. 2.23 приведены экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени разрушения, полученные по модели (2.57)–(2.61) и по модели ползучести из работы [130] в зависимости от приложенного касательного напряжения $\tau_0 = \text{const}$.

Таблица 2.23. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени разрушения при различных значениях касательного напряжения τ_0 для сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$)

№ п/п	τ_0 , МПа	t^* , ч [130]	t_p , ч	t_p , ч [130]
1	45.3	159	152.3	122
2	39.7	297	307.3	274
3	36.3	487	496.2	467
4	33.94	728	707.4	694
Δ , %			3.1	12.0

Аналогичные результаты можно получить, решая краевую задачу по схеме (2.34), если считать напряжения τ_0 отнесёнными к характеристической точке. Координату характеристической точки можно определить по формуле (2.47): для цилиндрических образцов с радиусами $R_1 = 9$ мм, $R_2 = 10$ мм получаем $\hat{R} = 9.518$ мм. Зная величины \hat{R} и τ_0 , можно найти значения крутящих моментов M по формуле (2.48) при $\hat{\tau} = \tau_0$. Далее для каждого значения крутящего момента решается краевая задача с использованием расчётной схемы (2.34), и таким образом определяется зависимость для угла закручивания $\theta = \theta(t)$. Далее согласно гипотезе прямых радиусов (2.6) находится зависимость для угла сдвига в характеристической точке:

$$\gamma(\hat{R}, t) = \hat{R}\theta(t).$$

Для тонкостенных образцов результаты расчётов, полученные по аналитическому решению (2.64) и численному методу решения краевой задачи по схеме (2.34), практически совпадают.

Кручение сплошных образцов по модели анизотропного материала. Для проверки адекватности модели ползучести анизотропно разупрочняющихся материалов рассмотрим результаты испытаний [130] на кручение сплошных цилиндрических образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) радиусом $R_2 = 10$ мм.

Напряжённое состояние в [130] задано значениями максимального касательного напряжения в начальный момент времени $t = 0$, которое совпадает с касательным напряжением на поверхности $\max_{r \in [0, R_2]} \tau_0(r, 0) = \tau_0(R_2, 0)$. Исходя из этого, были найдены значения крутящих моментов:

$$M = \frac{J}{R_2} \tau_0(R_2, 0).$$

На рис. 2.18 сплошными линиями представлены расчётные данные по методике решения краевой задачи по схеме (2.34) с использованием модели ползучести (2.57)–(2.61) с параметрами на чистый сдвиг (см. табл. 2.22), точками —

экспериментальные значения [130] угла закручивания $\theta = \theta(t)$ для трёх величин крутящего момента. Здесь же штриховыми линиями показаны расчётные данные по модели из работы [130].

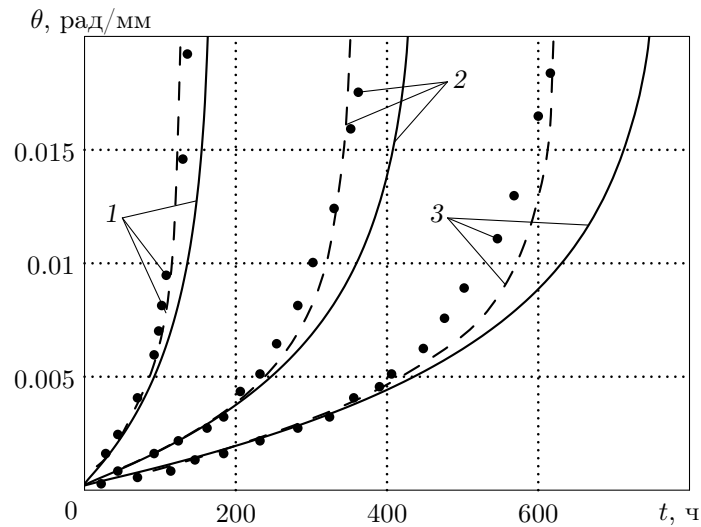


Рис. 2.18. Экспериментальные [130] (точки) и расчётные значения угла закручивания стержня из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$): 1 — $M = 92457.1 \text{ Н}\cdot\text{мм}$; 2 — $M = 77047.6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$; 3 — $M = 69342.8 \text{ Н}\cdot\text{мм}$

В табл. 2.24 для каждого значения крутящего момента приведены значения времени разрушения — экспериментальные [130] и расчётные по схеме (2.34) с использованием модели (2.57)–(2.61), а также расчётные данные из работы [130].

Таблица 2.24. Экспериментальные t^* и расчётные t_p значения времени разрушения стержня из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при различных значениях крутящего момента

№ п/п	$\tau_0(R_2, 0)$	$M, \text{ Н}\cdot\text{мм}$	$t^*, \text{ ч}$ [130]	$t_p, \text{ ч}$	$t_p, \text{ ч}$ [130]
1	58.86	92457.1	136	163.2	127
2	49.05	77047.6	362	428.3	351
3	44.145	69342.8	616	747.8	620
$\Delta, \%$				16.6	3.7

На рис. 2.19 представлены эшоры распределения номинального и истинного касательных напряжений по радиусу стержня в различные моменты времени при кручении моментом $M = 92457.1 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

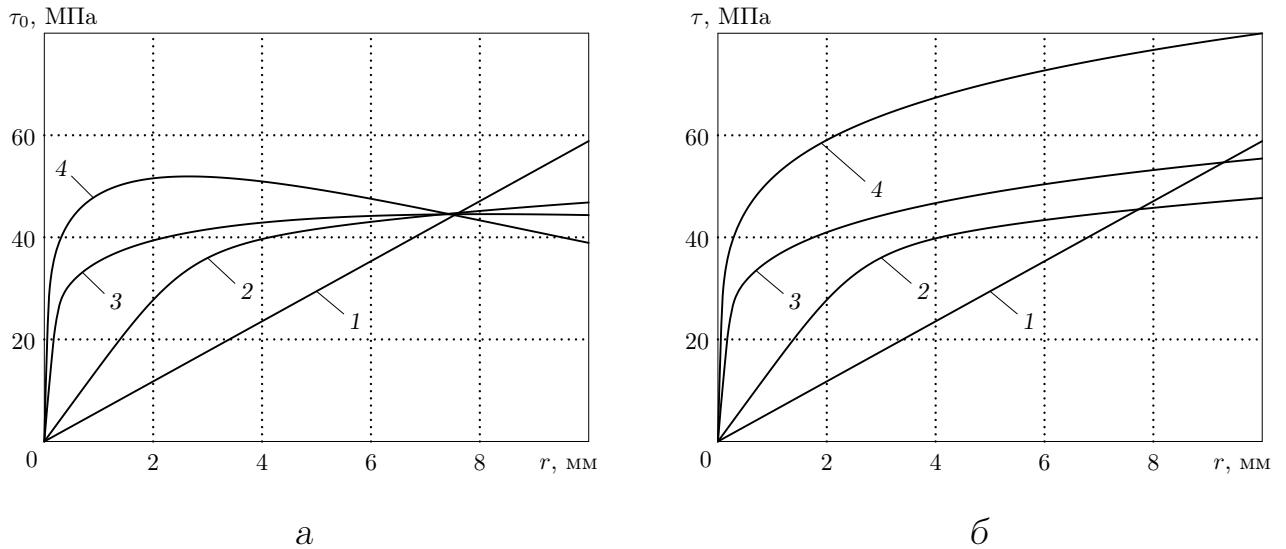


Рис. 2.19. Распределения номинального $\tau_0 = \tau_0(r, t)$ (а) и истинного $\tau = \tau(r, t)$ (б) касательных напряжений по радиусу стержня из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $M = 92457.1 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ в различные моменты времени: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 10 \text{ ч}$; 3 — $t = 100 \text{ ч}$; 4 — $t = 160 \text{ ч}$

Из рис. 2.19 следует, что при ползучести происходит существенное перераспределение номинального и истинного касательных напряжений по радиусу в зависимости от времени. При этом для номинального напряжения кривые пересекаются в характеристической точке, и в наиболее нагруженных областях наблюдается существенная релаксация, в то время как истинное напряжение постоянно возрастает.

Комбинированное растяжение и кручение тонкостенных цилиндрических образцов при модели изотропного материала. Несмотря на отмеченную в [130] анизотропию свойств ползучести для образцов из сплава Д16Т, в работе [129] для этого же материала приведены результаты испытаний на кратковременную ($t \leq 8 \text{ ч}$) ползучесть тонкостенных цилиндрических образцов ($R_1 = 9 \text{ мм}$, $R_2 = 10 \text{ мм}$) в условиях совместного растяжения и кручения. Анализ, выполненный в работе [78], показал, что материал в данных экспериментах является «почти изотропным».

В связи с этим, по методике решения краевой задачи для полых цилиндров (2.34) был выполнен ряд расчётов для модели ползучести изотропного материала с параметрами на растяжение (см. табл. 2.20) и проведено сравнение с экспериментальными данными и данными расчёта по теории установившейся ползучести из работы [129].

В табл. 2.25 приведены значения напряжений, возникающих под действием осевой силы и крутящего момента в условиях плоского напряжённого состояния. Поскольку в рассматриваемых экспериментах цилиндрические образцы являются тонкостенными, величины напряжений можно считать отнесёнными к характеристической точке $\hat{R} = 9.518$ мм. Переход от внутренних усилий (напряжений в характеристической точке) к внешним усилиям (осевой силе и крутящему моменту) осуществляется по следующим формулам:

$$F = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \hat{\sigma}_z^0 r dr = \pi(R_2^2 - R_1^2)\hat{\sigma}_z^0;$$

$$M = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \hat{\tau}_0 r^2 dr = \frac{2\pi(R_2^3 - R_1^3)}{3}\hat{\tau}_0.$$

Таблица 2.25. Режимы нагружения в испытаниях тонкостенных образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$)

№ п/п	$\hat{\sigma}_z^0$, МПа	$\hat{\tau}_0$, МПа	F , Н	M , Н·мм
1	139.1	0	8303.3	0
2	135.4	17.9	8080.7	10133.7
3	121.2	37.8	7231.7	21436.7
4	100.6	53	6002	30067
5	68.7	66.7	4098.9	37862.2
6	34.3	74.2	2049.5	42093.9

Результаты расчётов по методике решения краевой задачи по схеме (2.34) с параметрами на растяжение приведены на рис. 2.20–2.25 сплошными линиями.

Там же показаны экспериментальные данные [129] (светлые точки — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$, тёмные точки — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$) и данные расчёта из работы [129] (штриховые линии).

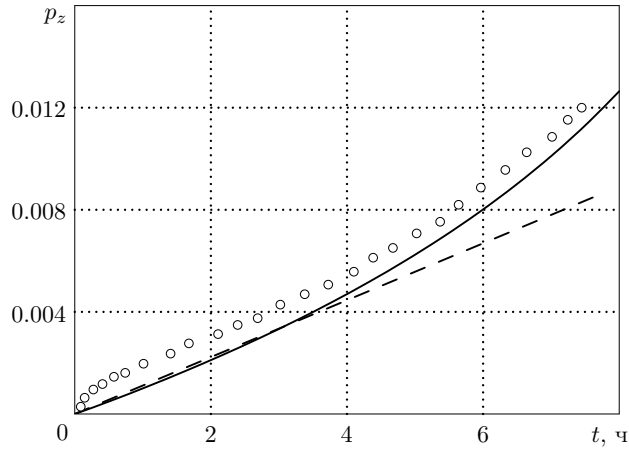


Рис. 2.20. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести $p_z = p_z(t)$ сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 8303.3$ Н и $M = 0$

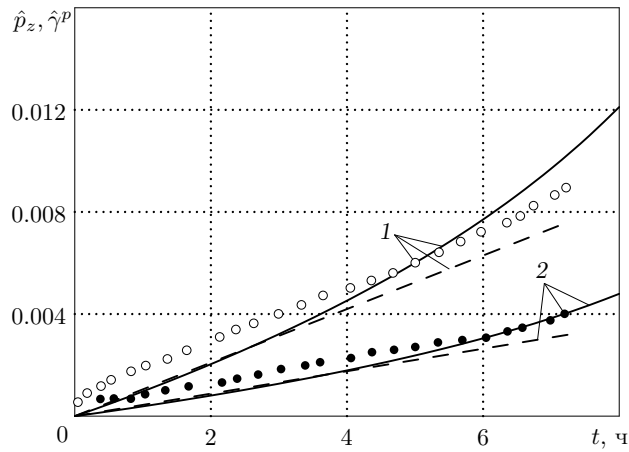


Рис. 2.21. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 8080.7$ Н и $M = 10133.7$ Н·мм: 1 — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$; 2 — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$

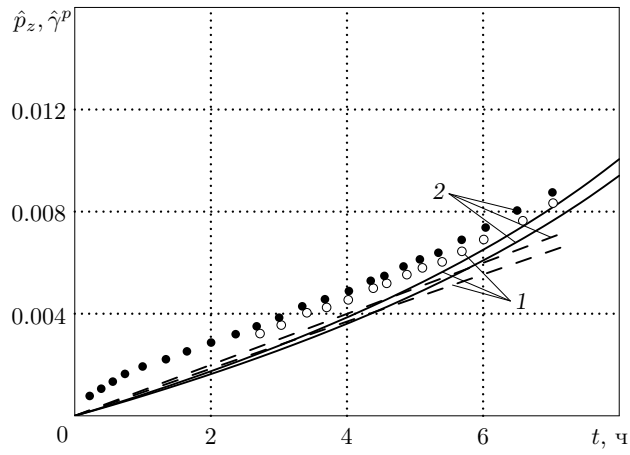


Рис. 2.22. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 7231.7$ Н и $M = 21436.7$ Н·мм: 1 — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$; 2 — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$

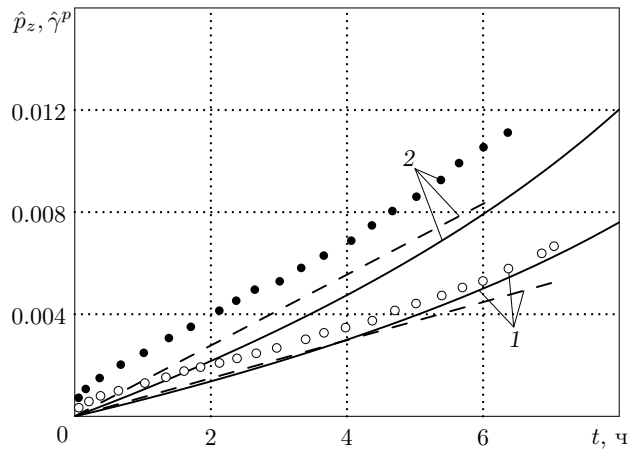


Рис. 2.23. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 6002$ Н и $M = 30067$ Н·мм: 1 — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$; 2 — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$

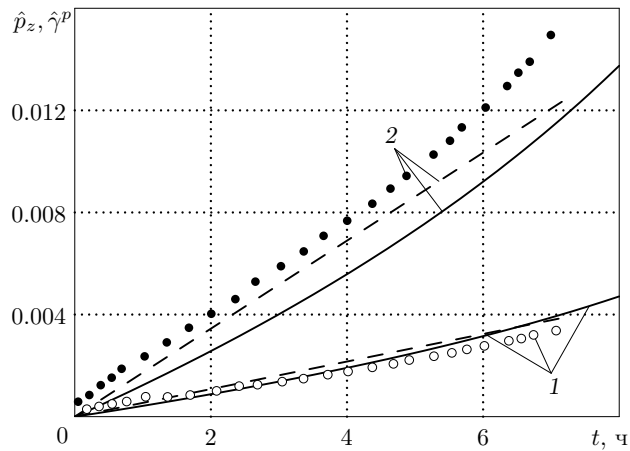


Рис. 2.24. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 4098.9$ Н и $M = 37862.2$ Н·мм: 1 — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$; 2 — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$

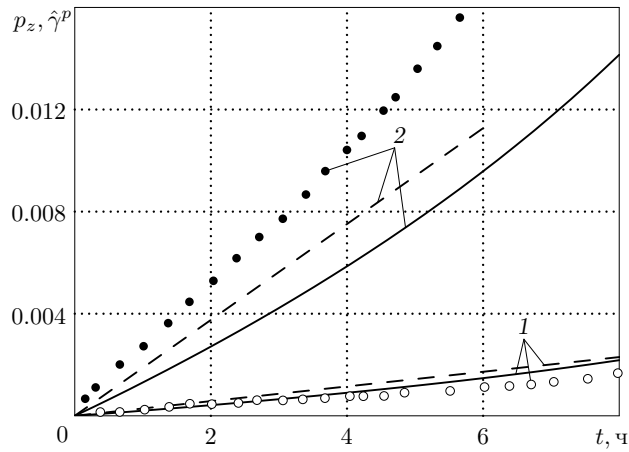


Рис. 2.25. Экспериментальные (точки) и расчётные кривые ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 2049.5$ Н и $M = 42093.9$ Н·мм: 1 — $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$; 2 — $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$

Как следует из информации, представленной на рис. 2.20–2.25, наблюдается соответствие между расчётными величинами деформаций ползучести в характеристической точке, полученными по методике настоящей работы с использованием модели ползучести изотропного материала, с экспериментальными и расчётными данными из работы [129]. Это позволяет косвенно судить об адекватности модели энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности при сложном напряжённом состоянии (1.22)–(1.30) и методе решения краевой задаче по схеме (2.34) экспериментальным данным.

Комбинированное растяжение и кручение толстостенных цилиндрических образцов, сравнение расчётов по моделям ползучести для изотропного и анизотропного материала. Продолжением серии экспериментов на ползучесть и длительную прочность сплава Д16Т являются испытания [130] толстостенных цилиндрических образцов ($R_1 = 5$ мм, $R_2 = 10$ мм) в условиях комбинированного растяжения и кручения.

Для рассмотренных ранее результатов испытаний образцов из сплава Д16Т в источниках присутствует информация об изотропии либо анизотропии свойств ползучести данного материала. Однако для испытаний толстостенных образцов явно не указано, проявляет ли материал в данных экспериментах анизотропию свойств при ползучести.

В связи с этим, с целью более детального изучения явления анизотропии в испытаниях толстостенных образцов, выполним сравнительный анализ кривых ползучести по моделям изотропной и анизотропной ползучести. На рис. 2.26, а приведены экспериментальные (точки) и расчётные зависимости полной осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$, на рис. 2.26, б — аналогичная информация для угла закручивания $\theta = \theta(t)$. Сплошными линиями обозначены расчётные кривые, полученные решением краевой задачи по схеме (2.34) для модели изотропного материала с параметрами при растяжении (см. табл. 2.20), штриховыми — для модели анизотропного материала.

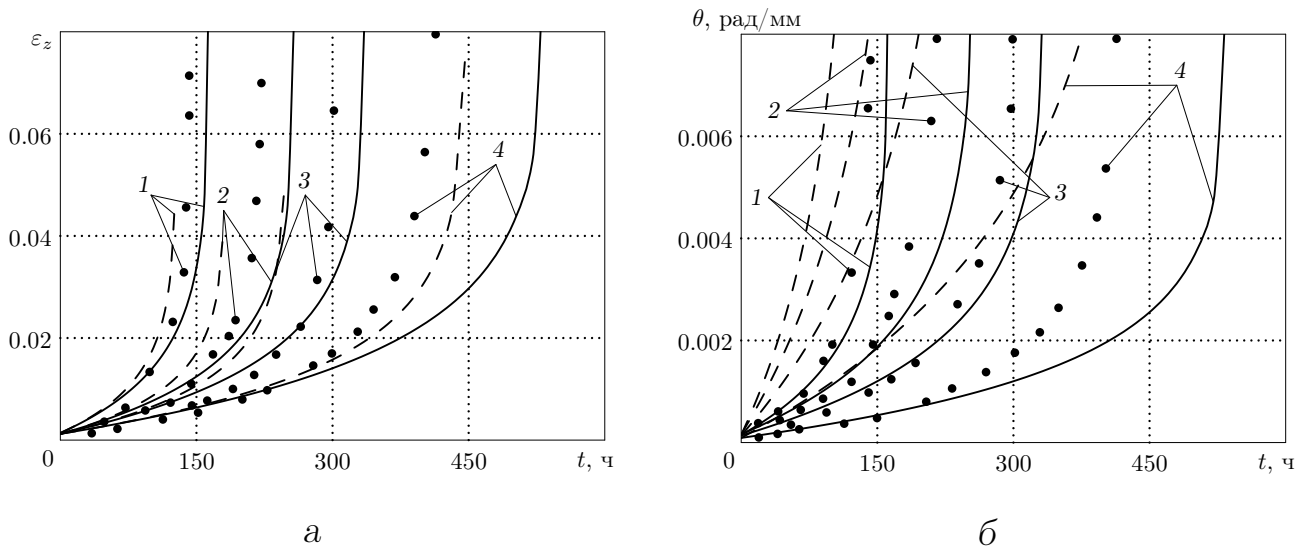


Рис. 2.26. Экспериментальные [130] (точки) и расчётные (сплошные линии — для модели изотропного материала, штриховые — для модели анизотропного материала) зависимости осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ и угла закручивания $\theta = \theta(t)$ для толстостенных образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$): 1 — $F = 18491.4$ Н, $M = 47167.6$ Н·мм; 2 — $F = 16180$ Н, $M = 50562.5$ Н·мм; 3 — $F = 16180$ Н, $M = 43339.3$ Н·мм; 4 — $F = 16180$ Н, $M = 28892.8$ Н·мм

Из рис. 2.26 следует, что значения времени, соответствующие «пороговому» значению деформации $\varepsilon_z = 0.08$, для случаев изотропной и анизотропной ползучести, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Однако значения времени, соответствующие величине $\theta = 0.008$ рад/мм, полученные для модели анизотропной ползучести, существенно отличаются как от экспериментальных значений, так и от значений, полученных по модели изо-

тропного материала. Это свидетельствует о том, что материал образцов в приведённых экспериментах следует признать изотропным.

Исходя из этого, проведём сравнение результатов расчётов по методике решения краевой задачи (2.34) с использованием модели ползучести для изотропного материала с параметрами на растяжение (см. табл. 2.20) с расчётными данными из работы [130]. Эта информация приведена на рис. 2.27.

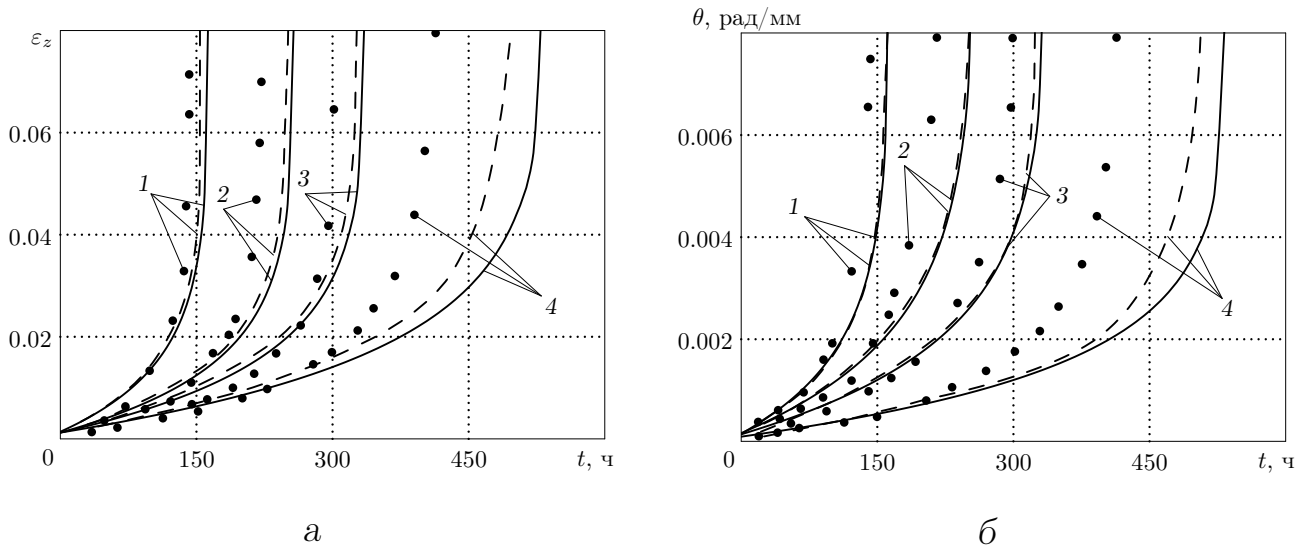


Рис. 2.27. Экспериментальные [130] (точки) и расчётные (сплошные линии — по методике решения краевой задачи с использованием модели изотропного материала, штриховые — по энергетическому варианту О. В. Соснина [130]) зависимости осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ и угла закручивания $\theta = \theta(t)$ для толстостенных образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$): 1 — $F = 18491.4$ Н, $M = 47167.6$ Н·мм; 2 — $F = 16180$ Н, $M = 50562.5$ Н·мм; 3 — $F = 16180$ Н, $M = 43339.3$ Н·мм; 4 — $F = 16180$ Н, $M = 28892.8$ Н·мм

Таким образом, из представленных на рис. 2.27 данных следует, что расчётные характеристики деформированного состояния (осевая деформация, угол закручивания) по методике настоящей работы (2.34) с использованием модели ползучести изотропного материала (а, следовательно, и исходной модели при сложном напряжённом состоянии (1.22)–(1.30)) хорошо согласуются с данными расчёта по энергетическому варианту теории ползучести О. В. Соснина [130]. В целом, наблюдается удовлетворительное соответствие между расчётными и экспериментальными данными.

На рис. 2.28 приведена кинетика осевого $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ и касательного

$\tau_0 = \tau_0(r, t)$ номинальных напряжений в различные моменты времени при $F = 18491.4$ Н и $M = 47167.6$ Н·мм.

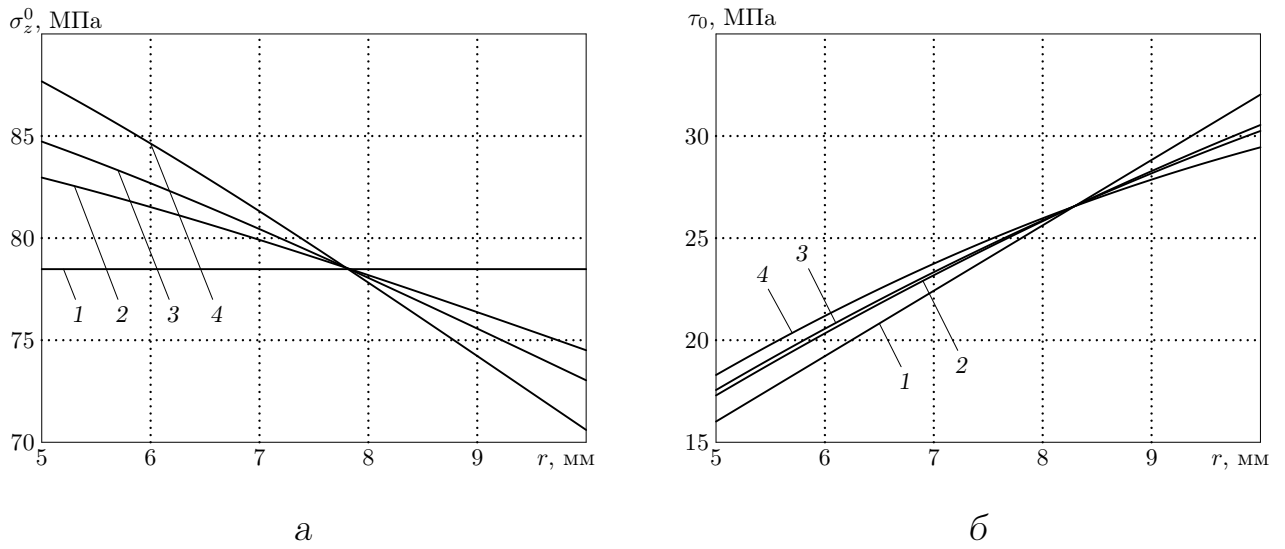


Рис. 2.28. Распределения осевого $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ (а) и касательного $\tau_0 = \tau_0(r, t)$ (б) номинальных напряжений по радиусу стержня из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при $F = 18491.4$ Н и $M = 47167.6$ Н·мм в различные моменты времени: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 10$ ч; 3 — $t = 100$ ч; 4 — $t = 160$ ч

Анализ этих данных позволяет сделать вывод, что приложение крутящего момента к нагруженному осевой нагрузкой цилиндрическому образцу существенно интенсифицирует процесс ползучести и приводит к перераспределению во времени по радиусу не только касательных, но и нормальных напряжений. Кроме того, расчётные эпюры нормальных и касательных напряжений пересекаются в окрестности характеристической точки. Однако геометрическое расположение характеристической точки для осевых и касательных напряжений в условиях совместного действия растягивающей нагрузки и крутящего момента отличается (см. рис. 2.28).

2.5.2. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности тонкостенных цилиндрических образцов из сплава РА6

Рассмотрим результаты испытаний на ползучесть и длительную прочность цилиндрических образцов из алюминиевого сплава РА6 при температуре 150°C ,

приведённые в работах [178, 179]. Испытания тонкостенных образцов ($R_1 = 11$ мм, $R_2 = 11.75$ мм) проводились при трёх видах напряжённого состояния — растяжение, кручение и комбинированное растяжение и кручение. При этом в работе [179] отмечается, что материал проявляет анизотропию свойств ползучести при чистом растяжении и чистом сдвиге. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона для данного сплава следующие [174]: $E = 69452$ МПа, $\mu = 0.3$.

Поскольку испытания проводились на тонкостенных образцах, напряжённое состояние в работе [179] предполагалось однородным. Поэтому в дальнейшем все характеристики напряжённо-деформированного состояния будем считать соотнесёнными к характеристической точке $\hat{R} = 11.383$ мм, найденной в соответствии с формулой (2.47).

Для указанных видов напряжённого состояния при трёх величинах интенсивности напряжений $\hat{S} = \{274.68; 294.3; 313.92\}$ МПа в работе [179] приведены экспериментальные зависимости интенсивности деформаций ползучести $\hat{p}_i = p_i(\hat{R}, t)$. Соответствующие экспериментальные данные приведены на рис. 2.29–2.31 точками. Цифрами обозначен вид напряжённого состояния: растяжение (кривые 1), растяжение совместно с кручением (кривые 2), кручение (кривые 3).

Поскольку при одноосном растяжении $\hat{S} = \sigma_z^0$ и $\hat{p}_i = p_z$, экспериментальные кривые одноосной ползучести (кривые 1 на рис. 2.29–2.31) были перестроены в координатах « $p_z - t$ ». Далее, по методике, аналогичной п. 2.5.1, были определены значения параметров модели ползучести (2.57)–(2.61) при чистом растяжении: $c = 9.475 \cdot 10^{-21}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 6.156$, $\alpha_1 = 1.697 \cdot 10^{-9}$ (МПа) $^{-m_\alpha - 1}$, $m_\alpha = 3.175$, $A_1 = 30.14$ (МПа) $^{1-m_A}$, $m_A = 0$.

При чистом сдвиге интенсивность напряжений вычисляется по формуле $\hat{S} = \hat{\tau}_0 \sqrt{3}$, а интенсивность деформаций ползучести связана с деформацией сдвига соотношением $\hat{\gamma}^p = \hat{p}_i \sqrt{3}$. Исходя из этого, экспериментальные кривые ползучести при кручении тонкостенных образцов (кривые 3 на рис. 2.29–2.31) были перестроены в координатах « $\hat{\gamma}^p - t$ ». Аналогично п. 2.5.1 были получе-

ны значения параметров модели ползучести (2.57)–(2.61) при чистом сдвиге: $c^* = 1.576 \cdot 10^{-20} \text{ (МПа)}^{-m}$, $m = 6.156$, $\alpha_1^* = 0.134 \text{ (МПа)}^{-m_\alpha^*-1}$, $m_\alpha^* = 0$, $A_1^* = 10.453 \text{ (МПа)}^{1-m_A}$, $m_A^* = 0$.

Таким образом, по экспериментальным кривым, приведённым на рис. 2.29–2.31 для случаев чистого растяжения (серия кривых 1) и чистого сдвига (серия кривых 3), были определены все параметры реологической модели (2.57)–(2.61).

Для случая совместного растяжения и кручения (серия кривых 2 на рис. 2.29–2.31) отношение касательных и нормальных напряжений составляло величину $(\hat{\tau}_0/\hat{\sigma}_z^0) = \sqrt{3}/3$. Значения осевой силы и крутящего момента для заданных $\hat{\sigma}_z^0$ и $\hat{\tau}_0$ определялись аналогично п. 2.5.1; их величины приведены в табл. 2.26.

На основании методики решения краевой задачи по схеме (2.34) с использованием модели ползучести для анизотропного материала (2.57)–(2.61) получены расчётные зависимости для осевой деформации ползучести $\hat{p}_z = p_z(\hat{R}, t)$ и сдвиговой деформации ползучести $\hat{\gamma}^p = \gamma^p(\hat{R}, t)$. Далее определялась интенсивность

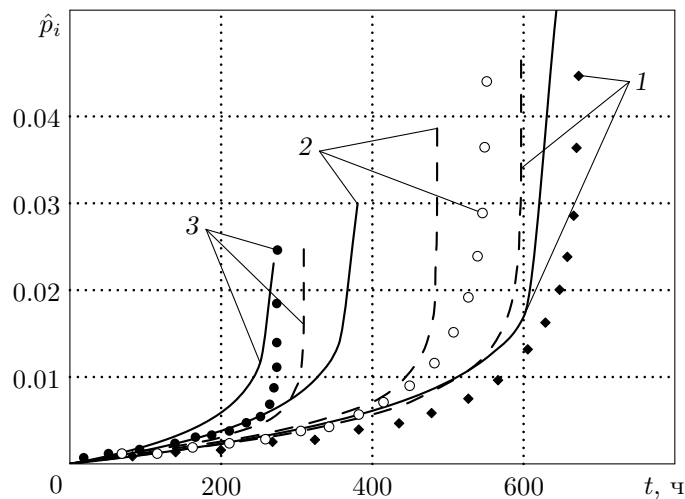


Рис. 2.29. Экспериментальные [179] (значки) и расчётные (сплошные линии — по методике решения краевой задачи с использованием модели анизотропного материала, штриховые — расчётные данные [179]) зависимости интенсивности деформаций ползучести \hat{p}_i тонкостенных образцов из сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$) при $\hat{S} = 274.68 \text{ МПа}$: 1 — растяжение; 2 — растяжение + кручение; 3 — кручение

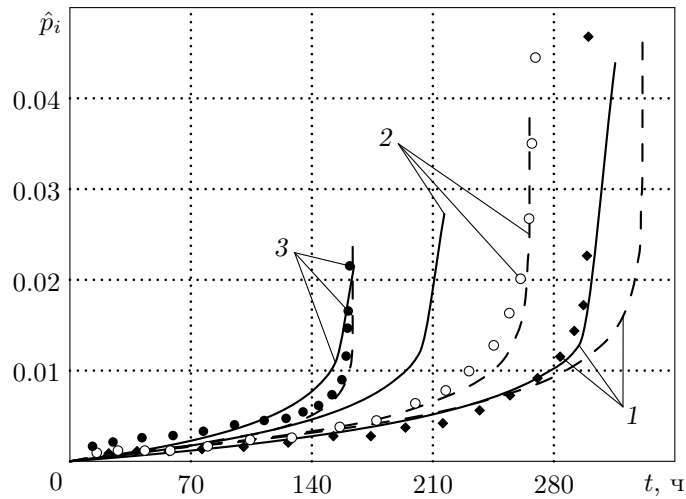


Рис. 2.30. Экспериментальные [179] (значки) и расчётные (сплошные линии — по методике решения краевой задачи с использованием модели анизотропного материала, штриховые — расчётные данные [179]) зависимости интенсивности деформаций ползучести \hat{p}_i тонкостенных образцов из сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$) при $\hat{S} = 294.3$ МПа: 1 — растяжение; 2 — растяжение + кручение; 3 — кручение

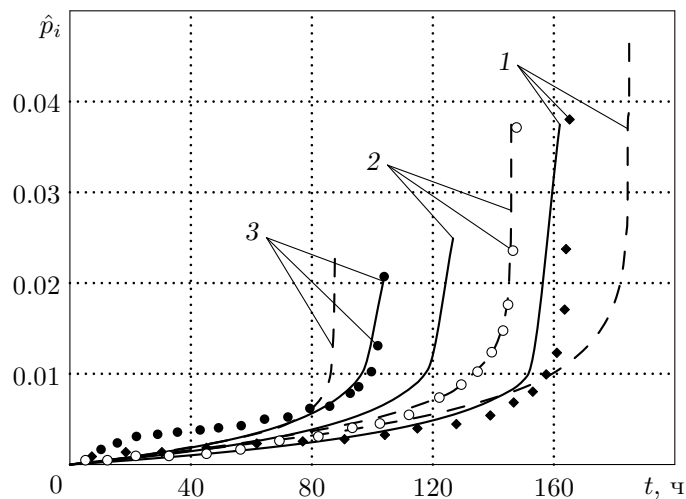


Рис. 2.31. Экспериментальные [179] (значки) и расчётные (сплошные линии — по методике решения краевой задачи с использованием модели анизотропного материала, штриховые — расчётные данные [179]) зависимости интенсивности деформаций ползучести \hat{p}_i тонкостенных образцов из сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$) при $\hat{S} = 313.92$ МПа: 1 — растяжение; 2 — растяжение + кручение; 3 — кручение

деформаций ползучести в характеристической точке по следующей формуле:

$$\hat{p}_i = \sqrt{\hat{p}_z^2 + \frac{(\hat{\gamma}^p)^2}{3}}.$$

Таблица 2.26. Режимы нагружения в испытаниях на совместное растяжение и кручение тонкостенных образцов из сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$)

№ п/п	S , МПа	$\hat{\sigma}_z^0$, МПа	$\hat{\tau}_0$, МПа	F , Н	M , Н·мм
1	274.68	194.228	112.138	10411.3	68399.5
2	294.3	208.102	120.147	11155	73285.1
3	313.92	221.975	128.157	11898.6	78170.8

Полученные спрогнозированные теоретические зависимости представлены на рис. 2.29–2.31 сплошными линиями под номером с цифрой 2. Там же приведены результаты расчётов по модели ползучести, используемой в работе [179] (показаны штриховыми линиями).

Из информации, представленной на рис. 2.29–2.31 следует, что предложенная в настоящей работе модель ползучести для анизотропно разупрочняющегося материала позволяет получить более точные зависимости для интенсивности деформаций ползучести при чистом растяжении и чистом кручении по сравнению с расчётами, выполненными в [179]. В случае комбинированного растяжения и кручения в настоящей работе решалась краевая задача в соответствии со схемой (2.34) с использованием реологической модели (2.57)–(2.61), в то время как расчётные данные из работы [179] получены по модели ползучести [179] для чисто сложного напряжённого состояния, возникающего лишь в тонкостенных образцах.

2.6. Выводы по главе 2

1. Разработана методика решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении полых и сплошных цилиндрических образцов в условиях совместного действия растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления для полых образцов и растягивающей нагрузки и крутящего момента для сплошных образцов.

2. На основе энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности для ряда материалов произведена проверка адекватности предложенной методики решения краевой задачи известным экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности цилиндрических образцов при различных видах напряжённого состояния (чистое растяжение, чистый сдвиг, кручение, действие внутреннего давления, растяжение + кручение, растяжение + внутреннее давление). Наблюдается соответствие данных расчёта, полученных при решении краевой задачи, с существующими экспериментальными данными и данными расчётов из независимых источников.
3. Предложено обобщение модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай материалов, проявляющих анизотропию свойств ползучести при чистом растяжении и чистом сдвиге. С использованием экспериментальных данных по ползучести алюминиевых сплавов Д16Т и РА6 предложена и реализована методика идентификация параметров модели ползучести анизотропного материала. Согласно методике решения краевой задачи на основе предложенной реологической модели получены расчётные зависимости характеристик напряжённо-деформированного состояния цилиндрических образцов из исследованных сплавов и сталей. Результаты расчётов удовлетворительно согласуются экспериментальными данными и данными расчётов других авторов из независимых источников.

Метод расчёта релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести при различных видах напряжённого состояния

Материалы данной главы излагаются в соответствии с опубликованными работами автора диссертации [109, 111, 112, 136, 137].

3.1. Постановка задачи

В главе 2 разработана методика решения краевой задачи ползучести и длительной прочности цилиндрических образцов при различных видах напряжённого состояния: растяжение, кручение, действие внутреннего давления, а также их различные комбинации. Целью дальнейшего исследования является обобщение этой же задачи применительно к поверхностно упрочнённым цилиндрическим образцам.

Рассматривается цилиндрический образец, в поверхностном слое которого методами поверхностного пластического деформирования наведены остаточные напряжения и остаточные пластические деформации. В процессе эксплуатации при высоких температурах вследствие ползучести происходит процесс релаксации (уменьшение по модулю) остаточных напряжений. Принято считать, что благоприятное действие ППД сказывается до тех пор, пока окружные и осевые компоненты тензора остаточных напряжений имеют отрицательный знак, поскольку, например, осевые остаточные напряжения напрямую входят в критериальные зависимости для оценки повышения предела сопротивления усталости упрочнённых образцов по отношению к неупрочнённым. В связи с этим

возникает проблема оценки скорости (времени) релаксации остаточных напряжений на фоне ползучести детали, решение которой и является целью настоящей главы.

Решение поставленной задачи состоит из следующих этапов:

- 1) формирование начального напряжённо-деформированного состояния в образце после процедуры поверхностного пластического деформирования по методике, изложенной в [107, 123];
- 2) расчёт полей остаточных напряжений в упрочнённом образце в момент температурной нагрузки при $t = 0$ с температуры упрочнения $T = T_0$ до температуры $T = T_1$ при ползучести материала;
- 3) решение краевой задачи релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при комбинированном нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением (для полых поверхностно упрочнённых цилиндров) при температуре $T = T_1$.

Следует отметить, что кроме указанных видов напряжённого состояния (осевая нагрузка, крутящий момент, внутреннее давление) ещё одним видом напряжённого состояния можно считать и термоэкспозицию (чисто температурная выдержка образца без воздействия механических нагрузок), поскольку и в этом случае наблюдается перераспределение напряжений вследствие ползучести от самоуравновешенных остаточных напряжений, наведённых в процессе упрочнения.

3.2. Формирование начального напряжённо-деформированного состояния в цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования

Как следует из схемы на рис. 1.1, первым этапом исследования кинетики напряжённо-деформированного состояния поверхностно упрочнённых цилиндрических образцов в условиях ползучести является восстановление (реконструкция) полей остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения.

Задача реконструкции напряжённо-деформированного состояния после процедуры упрочнения цилиндрических изделий подробно рассмотрена в главе 1. Однако для целостности восприятия материала данной главы приведём здесь ещё раз основные положения этой методики.

Введём стандартную цилиндрическую систему координат (r, θ, z) . Через σ_r^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$, σ_z^{res} обозначим радиальное, окружное и осевое остаточные напряжения, через q_r , q_θ , q_z — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Недиагональными компонентами тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций пренебрегаем в силу их малости по сравнению с диагональными компонентами.

В предположении, что в области сжатия поверхностного слоя вторичные пластические деформации отсутствуют и известна экспериментальная эпюра остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после упрочнения, в работе [107] для остальных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце с радиусами R_1 и R_2 получены следующие зависимости:

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (3.1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_0(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} [\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)] d\xi - \quad (3.2)$$

$$- \frac{1+\mu}{E_0(1+\alpha\mu)} [(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r)], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu};$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \quad q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r); \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E_0} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr; \quad (3.4)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E_0 [\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)], \quad (3.5)$$

где E_0 — модуль Юнга при температуре упрочнения T_0 ; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения, методика идентификации которого изложена в [102, 123]. При этом для пневмодробеструйной обработки $\alpha = 1$ и эпюры напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$, σ_z^{res} практически совпадают [105], а, например, при обкатке роликом величина α может изменяться от 4 до 20 [102].

Таким образом, схема расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в полом цилиндрическом образце после упрочнения его поверхности имеет следующий вид:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(3.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(3.2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(3.3)} q_r(r), q_z(r) \xrightarrow{(3.4)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(3.5)} \sigma_z^{\text{res}}(r). \quad (3.6)$$

Из схемы (3.6) следует, что в конечном итоге компоненты σ_r^{res} , σ_z^{res} , q_r , q_θ , q_z определяются через $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и параметр α . Отметим, что схема (3.6), реализующая методику восстановления (3.1)–(3.5), справедлива и для сплошного цилиндра ($r \in [0, R_2]$). Для этого в (3.1)–(3.5) достаточно положить $R_1 = 0$. Одна из проблем состоит в том, что экспериментально определить зависимость $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ возможно лишь в тонком упрочнённом слое (области сжатия), поэтому её необ-

ходимо экстраполировать на всю область $r \in [R_1, R_2]$ для полого цилиндра и на область $r \in [0, R_2]$ — для сплошного цилиндра. Экстраполяция обусловлена тем, что начальное напряжённо-деформированное состояние должно быть задано по всему объёму интегрирования в задаче о ползучести упрочнённого цилиндра. Для экстраполяции могут быть использованы следующие аппроксимации [105, 107]:

— случай упрочнения поверхности сплошного цилиндра ($R_1 = 0$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right); \quad (3.7)$$

— случай упрочнения внешней поверхности полого цилиндра ($R_1 > 0$):

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right) \right] \frac{r - R_1}{l}, \quad (3.8)$$

где $l = 1$ — масштабный коэффициент, имеющий размерность линейного размера.

В формулах (3.7)–(3.8) значения параметров σ_0 , σ_1 , h^* , b определяются из условия самоуравновешенности эпюры $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ и значений этой функции в характерных точках.

3.3. Постановка краевой задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести при совместном действии растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления

Рассмотрим поверхностно упрочнённый полый цилиндрический образец с радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$), находящийся под действием осевой силы F , крутящего момента M и внутреннего давления q . Отметим, что постановка задачи для сплошного цилиндра является частным случаем для полого цилиндра:

здесь отсутствует вид напряжённого состояния, обусловленный внутренним давлением ($q = 0$), и величина $R_1 = 0$. Кроме того, постановка задач для цилиндров обоих типов отличается граничными условиями, о чём пойдёт речь ниже.

Для решения краевой задачи оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом цилиндре вследствие ползучести приведём её полную постановку:

— уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \sigma_r^0(r, t) = \sigma_\theta^0(r, t); \quad (3.9)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0(r, t) r dr = F; \quad (3.10)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \tau_0(r, t) r^2 dr = M, \quad (3.11)$$

где σ_r^0 , σ_θ^0 , σ_z^0 и τ_0 — радиальная, окружная, осевая и касательная компоненты тензора напряжений соответственно для данных видов напряжённого состояния;

— уравнение совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (3.12)$$

где ε_r и ε_θ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

— гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \quad (3.13)$$

где ε_z — осевая компонента тензора полных деформаций;

— гипотеза прямых радиусов

$$\gamma(r, t) = r\theta(t), \quad (3.14)$$

где γ — полный угол сдвига, θ — относительный угол закручивания;

— краевые условия:

а) для сплошных образцов ($R_1 = 0, q = 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_2} = 0; \quad (3.15)$$

б) для полых образцов ($R_1 > 0, q \geq 0$)

$$\forall t \geq 0 \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_1} = -q; \quad \left. \sigma_r^0(r, t) \right|_{r=R_2} = 0. \quad (3.16)$$

Поскольку время t входит в соотношения (3.9)–(3.15) параметрически, то в соотношении (3.9) и в последующих формулах для производных компонент тензоров напряжений и деформаций используется оператор полной производной по r .

При температурно-силовом нагружении в образце накапливаются деформации ползучести, вследствие чего происходит релаксация напряжений $\sigma_r^0, \sigma_\theta^0, \sigma_z^0, \tau_0$ с течением времени, определение кинетики которых и является основной задачей.

3.4. Методика расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце вследствие ползучести при температурно-силовом нагружении

Изложим метод расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния в полом упрочнённом цилиндре для краевой задачи ползучести (3.9)–(3.16). В качестве замечания отметим, что методика решения краевой задачи для полого и сплошного цилиндра принципиально не отличается. Отличие состоит в области интегрирования (для полого цилиндра — $r \in [R_1, R_2]$, для сплошного — $r \in [0, R_2]$), краевых условиях, которые используются для определения

констант интегрирования при фиксированных значениях времени, и отсутствием членов, порождённых внутренним давлением q , в методике для сплошного цилиндра. Поэтому в дальнейшем подробно изложена методика для полого цилиндра с необходимыми комментариями её использования для сплошного цилиндра.

Сформулируем начальные условия. После проведения процедуры упрочнения в момент времени $t = 0 - 0$ напряжённо-деформированное состояние образца будет определяться тензором остаточных напряжений

$$\sigma_{ij}^0(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \sigma_z^{\text{res}}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^{\text{res}}(r) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^{\text{res}}(r) \end{pmatrix},$$

компоненты которого определяются по схеме (3.6), и тензором полных деформаций

$$\varepsilon_{ij}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, 0 - 0) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, 0 - 0) \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_z^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_r^{\text{res}}(r))] + q_z(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] + q_\theta(r); \\ \varepsilon_r(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] + q_r(r). \end{aligned}$$

Рассмотрим сначала режим температурной нагрузки с температуры $T = T_0$ (при которой модуль Юнга материала $E = E_0$) до температуры $T = T_1$ (при которой $E = E_1$). Полагая, что при температурном нагружении не возникает дополнительных пластических деформаций, к моменту полного прогрева цилиндрического образца (условно считаем, что он произошёл мгновенно) соотношение (3.2) при $T = T_1$ можно записать в виде

$$q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_1(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_{R_1}^r \xi^{\nu-1} \frac{E_1}{E_0} [\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)] d\xi - \frac{1+\mu}{E_1(1+\alpha\mu)} \frac{E_1}{E_0} [(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r)], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu}, \quad (3.17)$$

поскольку величина $q_\theta = q_\theta(r)$ не зависит от температуры. Соотношение (3.9) выполняется, если все эпюры остаточных напряжений после процедуры упрочнения умножить на коэффициент E_1/E_0 . Таким образом, из (3.17) получаем распределение остаточных напряжений при $T = T_1$. Отметим, что температурные деформации не учитываются, поскольку мы предполагаем, что прогрев образца произошёл мгновенно, а однородное температурное поле приводит лишь к объёмному изменению геометрии образца, не влияя на напряжённое состояние.

Далее, пусть в момент времени $t = 0 + 0$ образец подвергается действию осевой силы F , крутящего момента M и внутреннего давления q . Вследствие действия внешних нагрузок в образце возникают «рабочие» напряжения (2.12), соответствующие упругому решению краевой задачи. При этом происходит ступенчатое изменение компонент тензора напряжений на величину «рабочих» напряжений:

$$\sigma_{ij}^0(r, 0 + 0) = \begin{pmatrix} \sigma_z^0(r, 0 + 0) & \tau_0(r, 0 + 0) & 0 \\ \tau_0(r, 0 + 0) & \sigma_\theta^0(r, 0 + 0) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r^0(r, 0 + 0) \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_z^0(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r) + \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \\ \sigma_\theta^0(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \sigma_r^0(r, 0+0) &= \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right]; \\ \tau_0(r, 0+0) &= \frac{M}{J} r, \quad J = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2},\end{aligned}$$

и аналогичное изменение компонент тензора полных деформаций:

$$\varepsilon_{ij}(r, 0+0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_z(r, 0+0) & \frac{1}{2}\gamma(r, 0+0) & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma(r, 0+0) & \varepsilon_\theta(r, 0+0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_r(r, 0+0) \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

где

$$\begin{aligned}\varepsilon_z(r, 0+0) &= \frac{1}{E_1} [\sigma_z^0(r, 0+0) - \mu(\sigma_\theta^0(r, 0+0) + \sigma_r^0(r, 0+0))] + q_z(r); \\ \varepsilon_r(r, 0+0) &= \frac{1}{E_1} [\sigma_r^0(r, 0+0) - \mu(\sigma_\theta^0(r, 0+0) + \sigma_z^0(r, 0+0))] + q_r(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0+0) &= \frac{1}{E_1} [\sigma_\theta^0(r, 0+0) - \mu(\sigma_r^0(r, 0+0) + \sigma_z^0(r, 0+0))] + q_\theta(r); \\ \gamma(r, 0+0) &= \frac{\tau_0(r, 0+0)}{G_1}, \quad G_1 = \frac{E_1}{2(1+\mu)}.\end{aligned}$$

Здесь J — момент инерции сечения относительно оси стержня, G_1 — модуль сдвига материала при температуре $T = T_1$.

Тензоры напряжений (3.18) и деформаций (3.19), задающие исходное напряжённо-деформированное состояние после упрочнения в момент приложения нагрузки $t = 0+0$, являются начальными данными для краевой задачи релаксации остаточных напряжений.

Опишем теперь процесс релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести при температуре $T = T_1$. Компоненты тензора деформаций в любой

момент времени t с учётом (3.13), (3.14) можно представить в виде

$$\begin{aligned}\varepsilon_z(t) &= e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t); \\ \varepsilon_\theta(r, t) &= e_\theta(r, t) + q_\theta(r) + p_\theta(r, t); \\ \varepsilon_r(r, t) &= e_r(r, t) + q_r(r) + p_r(r, t); \\ r\theta(t) &= \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t),\end{aligned}\tag{3.20}$$

где $e_z, e_\theta, e_r, \gamma^e$ — упругие деформации; $p_z, p_\theta, p_r, \gamma^p$ — компоненты тензора деформаций ползучести.

Реологические компоненты в начальный момент времени во всех точках конструкции $r \in [R_1, R_2]$ равны нулю:

$$p_z(r, 0) = 0; \quad p_\theta(r, 0) = 0; \quad p_r(r, 0) = 0; \quad \gamma^p(r, 0) = 0.\tag{3.21}$$

Для описания процесса релаксации напряжений систему (3.20) необходимо разрешить относительно напряжений $\sigma_z^0, \sigma_\theta^0, \sigma_r^0, \tau_0$, что и является целью дальнейшего исследования.

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_z(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_z^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t))];\tag{3.22}$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_\theta^0(r, t) - \mu(\sigma_r^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))];\tag{3.23}$$

$$e_r(r, t) = \frac{1}{E_1} [\sigma_r^0(r, t) - \mu(\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_z^0(r, t))];\tag{3.24}$$

$$\gamma^e(r, t) = \frac{1}{G_1} \tau_0(r, t).\tag{3.25}$$

Подставляя (3.22) в первое соотношение (3.20), находим распределения осевого напряжения

$$\sigma_z^0(r, t) = E_1 [\varepsilon_z(t) - q_z(r) - p_z(r, t)] + \mu [\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)].\tag{3.26}$$

Вычитая из (3.24) уравнение (3.23), исключим компоненту σ_z^0 :

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E_1} [\sigma_r^0(r, t) - \sigma_\theta^0(r, t)].$$

С учётом уравнения равновесия (3.9) запишем последнее соотношение в виде

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E_1} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right). \quad (3.27)$$

Продифференцируем соотношение (3.23) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E_1} \left[\frac{d\sigma_\theta^0(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z^0(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.28)$$

Дифференцируя (3.26) по r и подставляя $d\sigma_z^0/dr$ в (3.28), находим

$$\begin{aligned} \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E_1} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta^0(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.29) \end{aligned}$$

Продифференцировав (3.9) по r , выразив из полученного величину $d\sigma_\theta^0/dr$ и подставив её в (3.29), имеем:

$$\begin{aligned} \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E_1} \left[r(1 - \mu) \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E_1}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (3.30) \end{aligned}$$

Преобразуя уравнение совместности деформаций (3.12) с учётом (3.20) и (3.27), получаем:

$$\begin{aligned} r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = -\frac{1 + \mu}{E_1} \left(r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} \right) + (q_r(r) - q_\theta(r)) + \\ + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} \right). \quad (3.31) \end{aligned}$$

Подставляя (3.30) в равенство (3.31) и учитывая соотношения для пластических деформаций (3.3), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно σ_r^0 :

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} = g(r, t), \quad (3.32)$$

где

$$g(r, t) = \frac{E_1}{1 - \mu^2} \left[\frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - \right. \\ \left. - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r(1 + \alpha\mu)}{1 + \alpha} \frac{dq_r(r)}{dr} \right]. \quad (3.33)$$

Дифференциальное уравнение (3.32) с граничными условиями (3.15) (для сплошных образцов) либо (3.16) (для полых образцов) составляет краевую задачу, решение которой имеет вид:

а) для сплошных образцов ($R_1 = 0, q = 0$)

$$\sigma_r^0(r, t) = - \int_r^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta d\xi; \quad (3.34)$$

б) для полых образцов ($R_1 > 0, q \geq 0$)

$$\sigma_r^0(r, t) = \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \\ + \frac{1}{2r^2} \left[\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right]. \quad (3.35)$$

Формулы (3.34), (3.35) описывают распределение радиальной компоненты тензора напряжений σ_r^0 по пространственно-временным координатам.

Распределение окружной компоненты σ_θ^0 можно найти из уравнения равновесия (3.9) при известном σ_r^0 :

$$\sigma_\theta^0(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r^0(r, t)]. \quad (3.36)$$

Для определения σ_z^0 по формуле (3.26) необходимо знать величину ε_z . Подставляя (3.26) в (3.10), проводя необходимые операции интегрирования и решая полученное соотношение относительно ε_z , получаем

$$\varepsilon_z(t) = \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)E_1} + \\ + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E_1} [\sigma_r^0(r, t) + \sigma_\theta^0(r, t)] \right\} dr. \quad (3.37)$$

Вычислив согласно (3.37) величину ε_z , можно из соотношения (3.26) определить функцию σ_z^0 .

Распределение касательной компоненты τ_0 тензора напряжений получаем, подставляя (3.25) в четвертое соотношение (3.20):

$$\tau_0(r, t) = G_1 [r\theta(t) - \gamma^p(r, t)], \quad (3.38)$$

где величина θ определяется после подстановки (3.38) в (3.11):

$$\theta(t) = \frac{M}{G_1 J} + \frac{2\pi}{J} \int_{R_1}^{R_2} \gamma^p(r, t) r^2 dr. \quad (3.39)$$

Для нахождения компонент тензора деформации ползучести $p_z, p_\theta, p_r, \gamma^p$ воспользуемся определяющими соотношениями (1.22)–(1.30) энергетического варианта теории ползучести [92, 121].

Таким образом, для вычисления кинетики всех компонент тензора напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести с начальными условиями (3.18), (3.19) может быть использована следующая схема:

$$\begin{aligned} t &\xrightarrow{(1.22)} p_z(r, t), p_\theta(r, t), p_r(r, t), \gamma^p(r, t) \xrightarrow{(1.27)} \omega(r, t) \xrightarrow{(3.33)} \\ &\quad g(r, t) \xrightarrow{(3.34), (3.35)} \sigma_r^0(r, t) \xrightarrow{(3.36)} \sigma_\theta^0(r, t) \xrightarrow{(3.37)} \\ \varepsilon_z(t) &\xrightarrow{(3.26)} \sigma_z^0(r, t) \xrightarrow{(3.30)} \theta(t) \xrightarrow{(3.38)} \tau_0(r, t) \xrightarrow{(2.31)} S_0(r, t) \xrightarrow{(1.26)} \\ &\quad \sigma_z(r, t), \sigma_\theta(r, t), \sigma_r(r, t), \tau(r, t), S(r, t) \xrightarrow{(2.33)} \Omega(r, t). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Числа над стрелками обозначают номер формулы, по которой вычисляется соответствующая величина.

Пусть теперь в момент времени $t = t^* + 0$ после ползучести производится (мгновенно) силовая, а затем и температурная разгрузка образца с температуры $T = T_1$ до $T = T_0$. В момент силовой разгрузки происходит ступенчатое изменение компонент тензора напряжений на величину «рабочих» напряжений. Далее, поскольку полагается, что за время температурной разгрузки пластические деформации и накопленные компоненты деформации ползучести

не изменяются, для того чтобы получить остаточные напряжения в момент времени $t = t^* + 0$, достаточно полученные к моменту времени $t = t^* - 0$ компоненты тензора напряжений умножить на коэффициент E_0/E_1 (обратный к коэффициенту при температурной нагрузке):

$$\begin{aligned}\sigma_z^0(r, t^* + 0) &= \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_z^0(r, t^* - 0) - \frac{F}{\pi (R_2^2 - R_1^2)} \right); \\ \sigma_\theta^0(r, t^* + 0) &= \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_\theta^0(r, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right] \right); \\ \sigma_r^0(r, t^* + 0) &= \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_r^0(r, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right] \right); \\ \tau_0(r, t^* + 0) &= \frac{E_0}{E_1} \left(\tau_0(r, t^* - 0) - \frac{M}{J} r \right).\end{aligned}$$

Алгоритм численного решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений и программное обеспечение для реализации схемы (3.40) рассматриваются далее, в главе 5.

3.5. Адекватность метода решения краевой задачи ползучести упрочнённых цилиндров экспериментальным данным

Прежде чем перейти к изложению сути вопроса, сделаем несколько замечаний. Число экспериментальных данных по релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических изделиях крайне ограничено. Они имеются буквально в единичных работах. Это связано с двумя причинами. Во-первых, техническая сложность, длительность и трудоёмкость испытаний упрочнённых образцов в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии. Во-вторых, чтобы исследовать кинетику остаточных напряжений вследствие ползучести необходимо иметь большой запас образцов, поскольку их необходимо исследовать в различные моменты времени. Кроме этого, надёжную информацию о распределении остаточных напряжений по глубине упрочнённого слоя можно

получить только разрушающими методами. Так, например, метод колец и полосок для цилиндрических образцов [32, 33], связанный не только с механическим изготовлением колец и полосок (вдоль образующей), но и с электрохимическим травлением их материала, требует также серьёзного технического оснащения, большой длительности проведения эксперимента, специальных датчиков измерения линейных и угловых перемещений и т. д.

В связи с вышеизложенным в данной главе используются имеющиеся в научной литературе экспериментальные данные лишь в условиях термоэкспозиции и осевого растяжения.

3.5.1. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах из сплава ЖС6УВИ

Для проверки адекватности методики решения краевой задачи по схеме (3.40) использовались экспериментальные данные из работы [146] по кинетике остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом сплошном цилиндрическом образце из сплава ЖС6УВИ после процедуры упрочнения микрошариками при комнатной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 0$ и после выдержек при температуре $T_1 = 675^\circ\text{C}$ в моменты времени $t = 50, 150$ и 300 часов. Также в работе [146] приведены экспериментальные кривые ползучести сплава ЖС6УВИ при $T_1 = 675^\circ\text{C}$ при четырёх уровнях напряжений, которые являлись исходной информацией для построения модели ползучести для данного материала.

Формирование начального напряжённо-деформированного состояния в сплошном цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования. На рис. 3.1 значками представлены экспериментальные значения осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ для сплошного цилиндрического образца радиусом $R_2 = 3.76$ мм из сплава ЖС6УВИ после процедуры пневмодробеструйной обработки микрошариками при ком-

натной температуре $T_0 = 20^\circ\text{C}$ (модуль Юнга при данном уровне температур $E_0 = 2.3 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$).

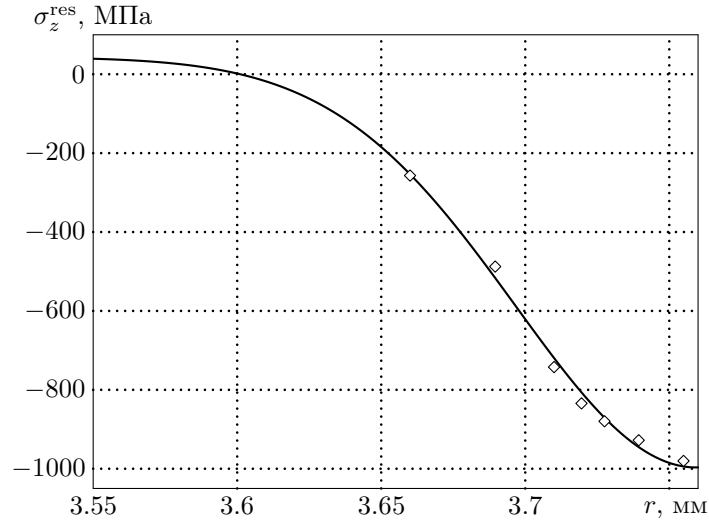


Рис. 3.1. Экспериментальное (значки) и расчётное (сплошная линия) распределения осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ по радиусу цилиндрического образца из сплава ЖС6УВИ после его упрочнения

Для аппроксимации окружной компоненты тензора остаточных напряжений используется зависимость (3.7):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right).$$

Для определения параметров аппроксимации (3.7) используется условие самоуравновешенности для компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$:

$$\int_0^{R_2} \sigma_\theta^{\text{res}}(r) dr = 0,$$

а также условия в характерных точках

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(R_2) = \sigma^*, \quad \min_{r \in [0, R_2]} \sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_\theta^{\text{res}}(h^*), \quad \sigma_\theta^{\text{res}}(r_0) = 0, \quad (3.41)$$

где σ^* — экспериментальное значение на поверхности цилиндра; h^* — расстояние от упрочнённой поверхности, на которой эпюра достигает глобальный минимум; r_0 — значение радиуса, при котором окружная компонента обращается в нуль. Из этих условий получаем систему нелинейных уравнений относительно

параметров σ_0 , σ_1 , b аппроксимации (3.7), численное решение которой не вызывает принципиальных трудностей. Но поскольку в [146] экспериментальная кривая приведена не для компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}$, а для величины σ_z^{res} , то методика определения параметров аппроксимации (3.7) усложняется. С учётом близости зависимостей $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ начальные приближения для величин σ^* , h^* , r_0 в (3.41) выбираются из зависимости для осевой компоненты. Из рис. 3.1 следует, что минимум экспериментальной кривой достигается на поверхности цилиндра, поэтому $h^* = 0$. Далее определяются начальные значения σ_0 , σ_1 , b аппроксимации (3.7), численно реализуется схема (3.6), определяется зависимость $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ и вычисляется функционал среднеквадратичного отклонения расчётных значений $\sigma_z^{\text{res}}(r_k)$ от соответствующих экспериментальных значений $\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)$:

$$\Delta_z(\sigma_0, \sigma_1, b) = \left[\frac{\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}}(r_k) - \sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2}{\sum_{k=1}^N [\sigma_z^{\text{res}*}(r_k)]^2} \right]^{1/2}, \quad (3.42)$$

где N — число точек дискретизации радиуса r_k в упрочнённом слое.

Далее задача сводится к задаче оптимизации, для решения которой варьируются величины σ^* , r_0 в (3.41) и как следствие параметры σ_0 , σ_1 , b в (3.7), при этом на каждом шаге реализуется схемы (3.6) до достижения минимума функционала (3.42): $\Delta_z(\sigma_0, \sigma_1, b) \rightarrow \min$. В результате реализации этой схемы были получены следующие значения параметров: $\sigma_0 = 22.104$ МПа, $\sigma_1 = 1053.404$ МПа, $b = 0.089$ мм. На рис. 3.1 сплошной линией приведены расчётные значения по схеме (3.6) для осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$, значками — экспериментальные данные. Отклонение расчётных значений от экспериментальных в норме (3.42) составляет величину $\Delta_z = 2.5\%$.

Построение модели ползучести сплава ЖС6УВИ. В качестве реологической модели будем использовать модель ползучести Ю. П. Самарина [121], уравнения состояния которой имеют вид (1.22)–(1.30). Для её построения используем экспериментальные кривые ползучести сплава ЖС6УВИ при $T = 675^\circ\text{C}$, приведённые в [146] и представленные на рис. 3.2 сплошными лини-

ями. Модуль Юнга при $T_1 = 675^\circ\text{C}$ составляет величину $E_1 = 1.85 \cdot 10^5$ МПа.

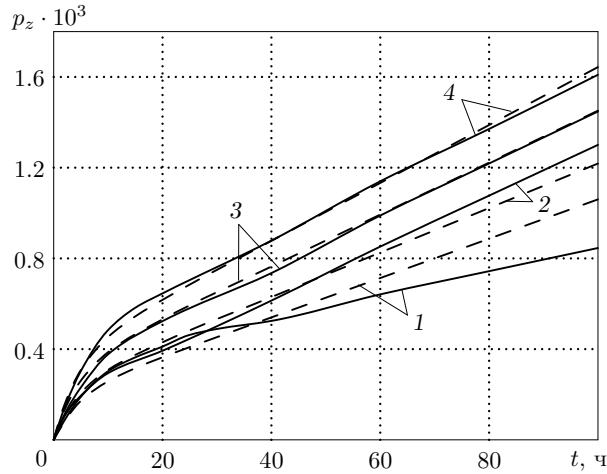


Рис. 3.2. Экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) кривые одноосной ползучести сплава ЖС6УВИ ($T = 675^\circ\text{C}$): 1 — $\sigma_z^0 = 500$ МПа; 2 — $\sigma_z^0 = 530$ МПа; 3 — $\sigma_z^0 = 570$ МПа; 4 — $\sigma_z^0 = 600$ МПа

Поскольку кривые ползучести имеют лишь первую и вторую стадии, входящие в соотношение (1.27) параметры α и ω равны нулю и $\sigma_z = \sigma_z^0$. Предполагая, что деформация ползучести полностью необратима ($u_{ij} = 0$ в (1.22)), получаем зависимость для деформации ползучести при постоянном напряжении $\sigma_z^0 = \text{const}$:

$$p_z(t) = \sum_{k=1}^s b_k (1 - e^{-\lambda_k t}) (\sigma_z^0)^n + c (\sigma_z^0)^m t. \quad (3.43)$$

Применяя методику [121] к экспериментальным данным, приведённым на рис. 3.2, получим следующие параметры аппроксимации (3.43) (а значит, и модели (1.22)–(1.30)): $s = 1$; $\lambda_1 = 0.22$; $n = 3.517$; $b_1 = 6.206 \cdot 10^{-14}$ (МПа) $^{-n}$; $m = 2.123$; $c = 1.614 \cdot 10^{-11}$ (МПа) $^{-m}$. На рис. 3.2 аппроксимирующие кривые ползучести (3.43) показаны штриховыми линиями. Видно, что расчётные и экспериментальные данные хорошо согласуются. Отклонение расчётных значений деформации ползучести от экспериментальных в среднеквадратичной норме находится по формуле

$$\delta = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \left[\frac{\sum_{k=1}^{N_i} [p_i(t_k) - p_i^*(t_k)]^2}{\sum_{k=1}^{N_i} [p_i^*(t_k)]^2} \right]^{1/2},$$

и равно $\delta = 6.8\%$. Здесь M — число кривых ползучести при постоянных напряжениях (в рассматриваемом случае $M = 4$); N_i — число точек дискретизации на каждой кривой ползучести с номером i ($i = \overline{1, M}$); t_k — время дискретизации, $p_i(t_k)$, $p_i^*(t_k)$ — расчётные и экспериментальные значения деформации ползучести на кривой с номером i ($i = \overline{1, M}$).

Численная реализация и анализ результатов. Результаты расчёта релаксации остаточных напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ в цилиндрическом упрочнённом образце в условиях термоэкспозиции при $T = 675^\circ\text{C}$ при различных временах выдержки представлены на рис. 3.3. Здесь кривая 1 соответствует остаточным напряжениям $\sigma_z = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ после процедуры поверхностного упрочнения микрошариками в момент времени $t = 0 - 0$ при $T = 20^\circ\text{C}$; 2 — распределению напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ после температурной нагрузки с $T = 20^\circ\text{C}$ до $T = 675^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$ (предполагалось, что прогрев образца произошёл «мгновенно»); 3 — распределению напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ после ползучести под действием самоуравновешенных напряжений при $T = 675^\circ\text{C}$ в течение $t = 50$ ч (рис. 3.3, а), $t = 150$ ч (рис. 3.3, б), $t = 300$ ч (рис. 3.3, в); 4 — распределению напряжений $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ после температурной разгрузки с $T = 675^\circ\text{C}$ до $T = 20^\circ\text{C}$. Там же значками показаны экспериментальные данные для этой же компоненты напряжений после обработки микрошариками при $T = 20^\circ\text{C}$ (квадраты) и финишные данные после ползучести за соответствующее время и последующей температурной разгрузки (точки), приведённые в работе [146].

Как следует из представленных на рис. 3.3 данных, наблюдается достаточно хорошее соответствие экспериментальных данных и расчётных значений компоненты $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$. Отметим, что погрешность отклонения расчётных значений от экспериментальных данных в среднеквадратичной норме типа (3.42) после процедуры упрочнения составила 2.5%, для финишных эпюр напряжений после ползучести в течение $t = 50, 150$ и 300 часов и последующей температурной разгрузки — 2%, 5.3% и 8.7% соответственно. Поскольку финишные распределения осевой компоненты остаточных напряжений получены расчётным

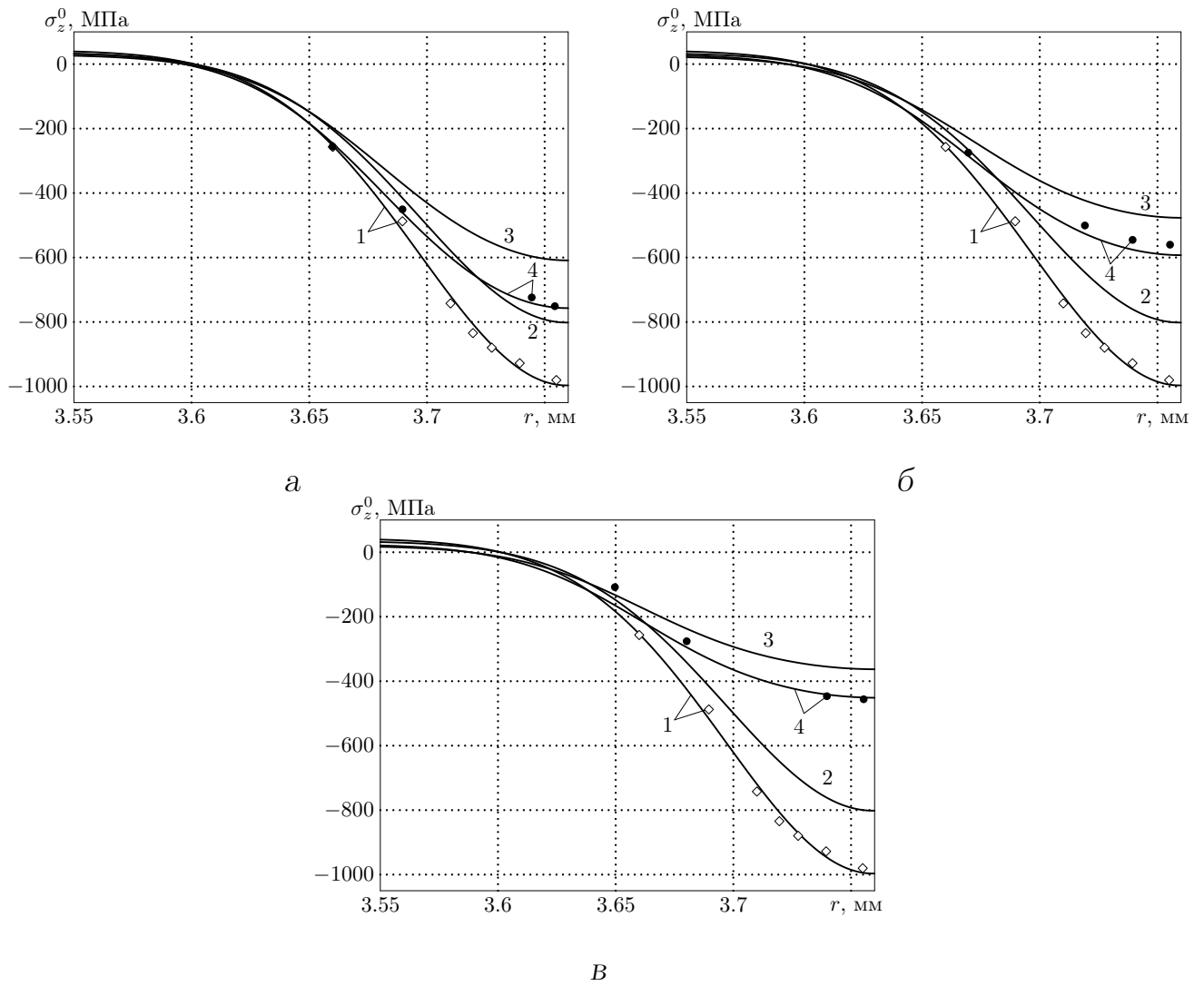


Рис. 3.3. Распределения остаточных напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца из сплава ЖС6УВИ в различные моменты времени: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 20^\circ\text{C}$ до значения $T = 675^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после окончания процесса ползучести в условиях термоэкспозиции при $T = 675^\circ\text{C}$ в течение различного времени (*а* — $t = 50 - 0$ ч, *б* — $t = 150 - 0$ ч, *в* — $t = 300 - 0$ ч); 4 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 675^\circ\text{C}$ до значения $T = 20^\circ\text{C}$ (*а* — $t = 50 + 0$ ч, *б* — $t = 150 + 0$ ч, *в* — $t = 300 + 0$ ч); линии — расчётные кривые; \diamond — экспериментальные значения после упрочнения; \bullet — финишные значения после температурной разгрузки

путём (спрогнозированы), то полученную погрешность отклонения расчётных и экспериментальных данных следует признать удовлетворительной, учитывая особенность процесса ползучести, где разброс деформационных характеристик может составлять 50% и более.

Анализ расчётных данных, представленных на рис. 3.3, показал, что за $t = 50$ ч максимальные (по модулю) напряжения σ_z в процессе релаксации снизились на 24%, за $t = 150$ ч — на 41%, а при $t = 300$ ч — на 55%. Для экспериментальных данных эти значения составили 23%, 43% и 54% соответственно.

Тем не менее, в условиях термоэкспозиции за время $t \in [0, 300]$ ч при $T = 675^\circ\text{C}$ остаточные напряжения в цилиндрическом образце из сплава ЖС6УВИ ещё сохраняют достаточно высокий уровень. Этот факт имеет важное значение, по величине остаточных напряжений в процессе ползучести можно судить об эффективности методов ППД (в рассматриваемом случае — пневмодробеструйной обработки поверхности) в условиях высокотемпературного нагружения. Разработанная методика и позволяет по имеющимся кривым ползучести оценивать температурную и временную границы целесообразной области применения упрочняющей обработки микрошариками.

3.5.2. Влияние растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в сплошном упрочнённом цилиндре из сплава ЖС6КП в условиях ползучести

Рассмотрим применение методики решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести по схеме (3.40) для сплошных цилиндрических образцов из сплава ЖС6КП.

В работе [95] для сплошных образцов из сплава ЖС6КП радиусом $R_2 = 3.76$ мм приведены экспериментальные данные для осевой компоненты тензора остаточных напряжений после пневмодробеструйной обработки при температуре $T_0 = 26^\circ\text{C}$, а также после ползучести в течение 50 часов при температуре $T_1 = 800^\circ\text{C}$ в условиях растяжения для двух уровней постоянной растягивающей нагрузки $\sigma_z^0 = \{150; 250\}$ МПа и последующей температурно-силовой разгрузки.

Остаточные напряжения в упрочнённом слое после пневмодробеструйной обработки при комнатной температуре 26°C определялись в работе [95]

методом колец и полосок [32, 33]. Модуль Юнга при $T_0 = 26^\circ\text{C}$ равен $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона полагался равным $\mu = 0.3$. На рис. 3.4 значками представлены экспериментальные значения осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ в поверхностном слое.

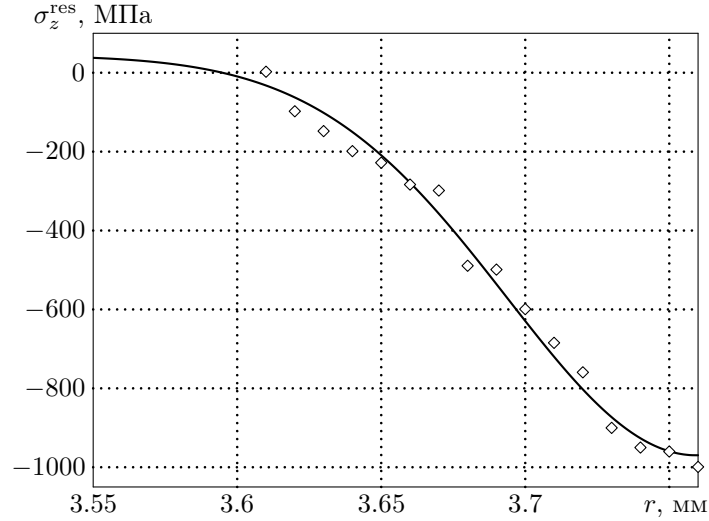


Рис. 3.4. Экспериментальное (значки) и расчётное (сплошная линия) распределения осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ по радиусу цилиндрического образца из сплава ЖС6КП после его упрочнения

Как отмечено выше, для численной реализации методики восстановления напряжённо-деформированного состояния в сплошном поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце в соответствии со схемой (3.6) необходимо знать экспериментальную зависимость $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ в упрочнённом слое и параметр анизотропии упрочнения α . Поскольку упрочнение образца выполнено пневмодробеструйной обработкой, то полагаем значение коэффициента анизотропии упрочнения $\alpha = 1$. Для аппроксимации окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ тензора остаточных напряжений в настоящей работе, как и в оригинальной статье [95], используется зависимость (3.7):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right).$$

Необходимо отметить, что в работе [95], по-видимому, допущена опечатка: глубина упрочнённого слоя на рисунках, представленных в [95], составляет ве-

личину $h = 0.08$ мм, но в действительности она равна $h = 0.16$ мм. Это подтверждается данными расчёта окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}$ по аппроксимирующей зависимости (3.7) с используемыми в [95] значениями параметров $\sigma_0 = 19.3$ МПа, $\sigma_1 = 1019.3$ МПа, $h^* = 0$, $b = 0.08$ мм, которые получены при предположении, что эпюры для осевой σ_z^{res} и окружной $\sigma_\theta^{\text{res}}$ компонент тензора остаточных напряжений достаточно близки в случае изотропного упрочнения поверхности.

Поскольку экспериментальная зависимость в работе [95] приведена не для компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}$, а для величины σ_z^{res} , для определения значений параметров σ_0 , σ_1 , h^* , b аппроксимации (3.7) использовалась методика минимизации функционала (3.42), изложенная в п. 3.5.1. В качестве начального приближения принимались значения параметров аппроксимации (3.7), используемые в работе [95] и приведённые выше. В результате применения процедуры минимизации функционала (3.42) получены следующие значения: $\sigma_0 = 22.554$ МПа, $\sigma_1 = 1027.454$ МПа, $h^* = 0$, $b = 0.093$ мм, при этом отклонение расчётных данных от экспериментальных в норме (3.42) составило величину $\Delta_z = 5.9\%$. Расчётная зависимость для осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$, полученная по схеме (3.6), приведена на рис. 3.4 сплошной линией.

Для моделирования процесса ползучести рассматриваемого сплава ЖС6КП при температуре 800°C в работе [95] использовался вариант теории установившейся ползучести

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (3.44)$$

полученный из реологической модели (1.22)–(1.30) при предположении, что деформацией ползучести, накопленной на первой стадии можно пренебречь в силу ее незначительной величины ($u_{ij} = 0$, $v_{ij} = 0$), и с учётом того, что третья стадия ползучести за рассматриваемый период времени $t = 50$ ч не успеет развиться ($\omega = 0$). Значения параметров модели (3.44) приведены в [95]: $c = 5.454 \cdot 10^{-29}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 9.815$. Модуль Юнга при $T_1 = 800^\circ\text{C}$ составляет величину $E_1 = 1.492 \cdot 10^5$ МПа.

Результаты расчётов кинетики осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ вследствие ползучести по методике настоящей работы в соответствии со схемой (3.6) для образцов из сплава ЖС6КП при растяжении осевыми распределёнными нагрузками $\sigma_z^0 = \{150; 250\}$ МПа представлены на рис. 3.5.

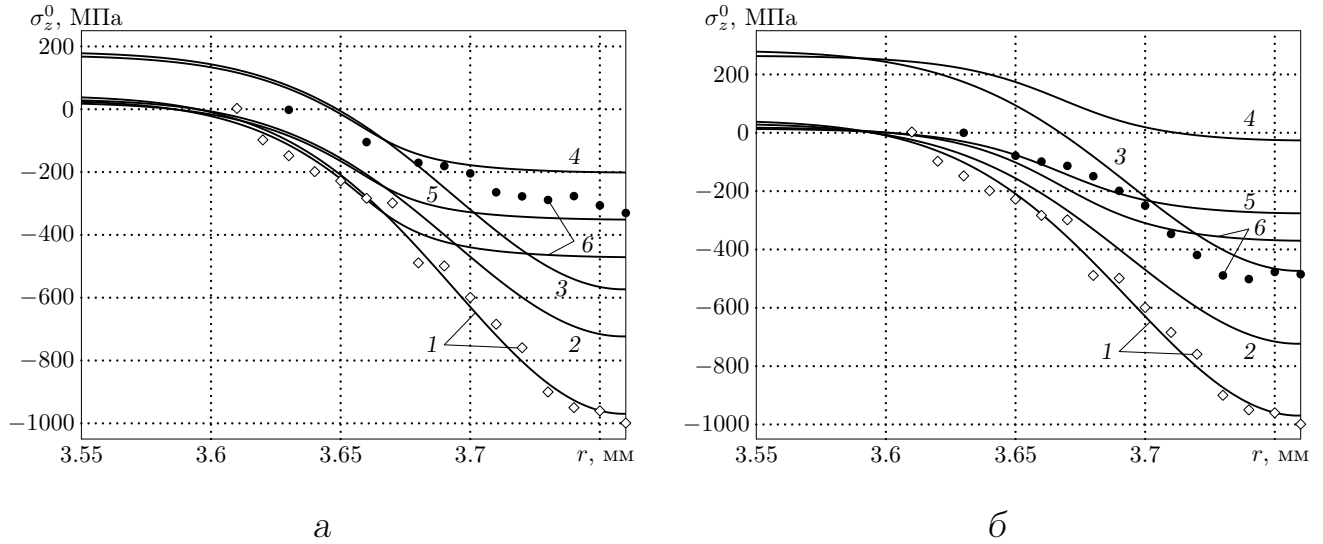


Рис. 3.5. Распределения остаточных напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца из сплава ЖС6КП в различные моменты времени: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 800^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ растягивающей нагрузки (а — $\sigma_z^0 = 150$ МПа, б — $\sigma_z^0 = 250$ МПа); 4 — после окончания процесса ползучести при $T = 800^\circ\text{C}$ в условиях растяжения в течение $t = 50 - 0$ ч; 5 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 50 + 0$ ч; 6 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 800^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 50 + 0$ ч; линии — расчётные кривые; \diamond — экспериментальные значения после упрочнения; \bullet — финишные значения после температурной разгрузки

Согласно расчётным данным, представленным на рис. 3.5, при воздействии растягивающей нагрузки $\sigma_z^0 = 150$ МПа максимальные (по модулю) значения напряжения σ_z в процессе релаксации снизились на 51%, а при $\sigma_z^0 = 250$ МПа — на 62%, откуда следует естественный вывод, что при увеличении растягивающей нагрузки процесс релаксации напряжений в поверхностном слое протекает более интенсивно. Однако для экспериментальных данных эти значения

составили соответственно 67% и 52%, что, по-видимому, можно объяснить погрешностью метода экспериментального определения напряжений после температурно-силовой разгрузки.

Следует отметить, что в работе [95] также приведены результаты расчёта кинетики осевых остаточных напряжений в поверхностном слое после упрочнения, после термоэкспозиции и действия растягивающей нагрузки в течение 50 часов, полученные по методике работы [106]. Принципиальное отличие между методикой настоящей работы и расчётной методикой, используемой в [95], заключается в методе определения напряжений после температурного нагружения. В настоящей работе полагается, что нагрев образца с $T = T_0$ до $T = T_1$ произошёл «мгновенно», поэтому эпюры остаточных напряжений после упрочнения необходимо умножить на коэффициент, равный отношению модулей Юнга E_1/E_0 . В работе [95] предпринята попытка решить эту задачу для непрерывного нагрева образца, при этом предполагалось, что модуль Юнга непрерывно изменяется по закону

$$E(t) = E_0 + (1 - e^{-t})(E_1 - E_0),$$

после чего задача сводится к задаче о фиктивной ползучести. Отметим, что наблюдается некоторое расхождение между расчётными зависимостями осевых остаточных напряжений в поверхностном слое, полученными по методу настоящей работы и по методу, предложенному в [95]. По всей видимости, это связано с тем, что в работе [95] использовалось разложение в ряд Тейлора и последующее отсечение всех членов ряда выше первого порядка.

В целом, с учётом вышеотмеченных замечаний, наблюдается удовлетворительное соответствие между расчётными и экспериментальными данными для остаточных напряжений после ползучести в течение времени $t = 50$ ч. Анализ полученных результатов позволяет судить об адекватности разработанной методики решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести в частном случае при осевом растяжении образца.

3.6. Выводы по главе 3

1. Разработан метод решения краевой задачи для оценки релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых полом и сплошном цилиндрических образцах в условиях ползучести при различных видах температурно-силового нагружения: термоэкспозиция, осевое растяжение, крутящий момент, внутреннее давление.
2. Выполнена проверка адекватности разработанного метода экспериментальным данным по релаксации остаточных напряжений в сплошных цилиндрических образцах из сплавов ЖС6УВИ ($T = 675^\circ\text{C}$) и ЖС6КП ($T = 800^\circ\text{C}$) для частных видов температурно-силового нагружения: термоэкспозиции и осевого растяжения. Наблюдается хорошая коррелированность расчётных и экспериментальных данных.

Глава 4

**Исследование влияния вида
температурно-силового нагружения на
релаксацию остаточных напряжений в полых
и сплошных поверхностно упрочнённых
цилиндрических образцах**

Материалы данной главы излагаются в соответствии с опубликованными работами автора диссертации [111, 136, 137].

**4.1. Исследование влияния осевого растяжения
и крутящего момента на релаксацию остаточных
напряжений в сплошном цилиндре из сплава
ЖС6КП**

В главе 3 приведена методика решения краевых задач релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах для различных видов напряжённого состояния и выполнена экспериментальная проверка методики в двух частных случаях: чисто температурной выдержки (термоэкспозиции) и осевого растяжения. К сожалению, экспериментальных данных для других видов напряжённого состояния в научной литературе не имеется. Однако предложенная методика позволяет теоретически исследовать влияние вида напряжённого состояния на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом изделии на модельных примерах. Эта задача и является целью дальнейших исследований. Здесь следует отметить, что и теоретических исследований релаксации остаточных напряжений при кручении в комбинации

с растяжением и при внутреннем давлении (в том числе при комбинации с растяжением и кручением) для полых упрочнённых образцов в научной литературе не имеется.

Рассмотрим применение разработанной в главе 3 методики решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести на примере модельной задачи для сплошного цилиндрического образца радиусом $R_2 = 3.76$ мм с толщиной области сжатия упрочнённого слоя $h = 0.16$ мм из сплава ЖС6КП при температуре 900°C . Исследование выполнено для пневмодробеструйной обработки поверхности, поэтому в соотношениях (3.3) величина $\alpha = 1$ [102, 105].

Исходной информацией для расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце после процедуры упрочнения по схеме (3.6) является окружная компонента $\sigma_\theta^{\text{res}}$, для которой согласно [102, 105] может быть использована аппроксимация (3.7):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right).$$

На рис. 4.1, в значками представлены экспериментальные данные [95] для осевой компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ в упрочнённом слое при $T_0 = 26^\circ\text{C}$, на основании которых в п. 3.5.2 настоящей работы получены следующие значения параметров аппроксимации (3.7): $\sigma_0 = 22.554$ МПа, $\sigma_1 = 1027.454$ МПа, $h^* = 0$, $b = 0.093$ мм. Расчётные значения $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после процедуры упрочнения, т. е. в момент времени $t = 0 - 0$, полученные по аппроксимации (3.7), приведены на рис. 4.1, а сплошной линией.

Далее с использованием аппроксимации (3.7) по схеме (3.6) были рассчитаны поля остаточных напряжений σ_r^{res} и σ_z^{res} и поля пластических деформаций q_θ , q_r , q_z . В расчётах реконструкции напряжённо-деформированного состояния после упрочнения использовалось значение модуля Юнга $E_0 = 2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона $\mu = 0.3$. На рис. 4.1, б и рис. 4.1, в представлены расчётные значения компонент $\sigma_r^{\text{res}} = \sigma_r^{\text{res}}(r)$ и $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ соот-

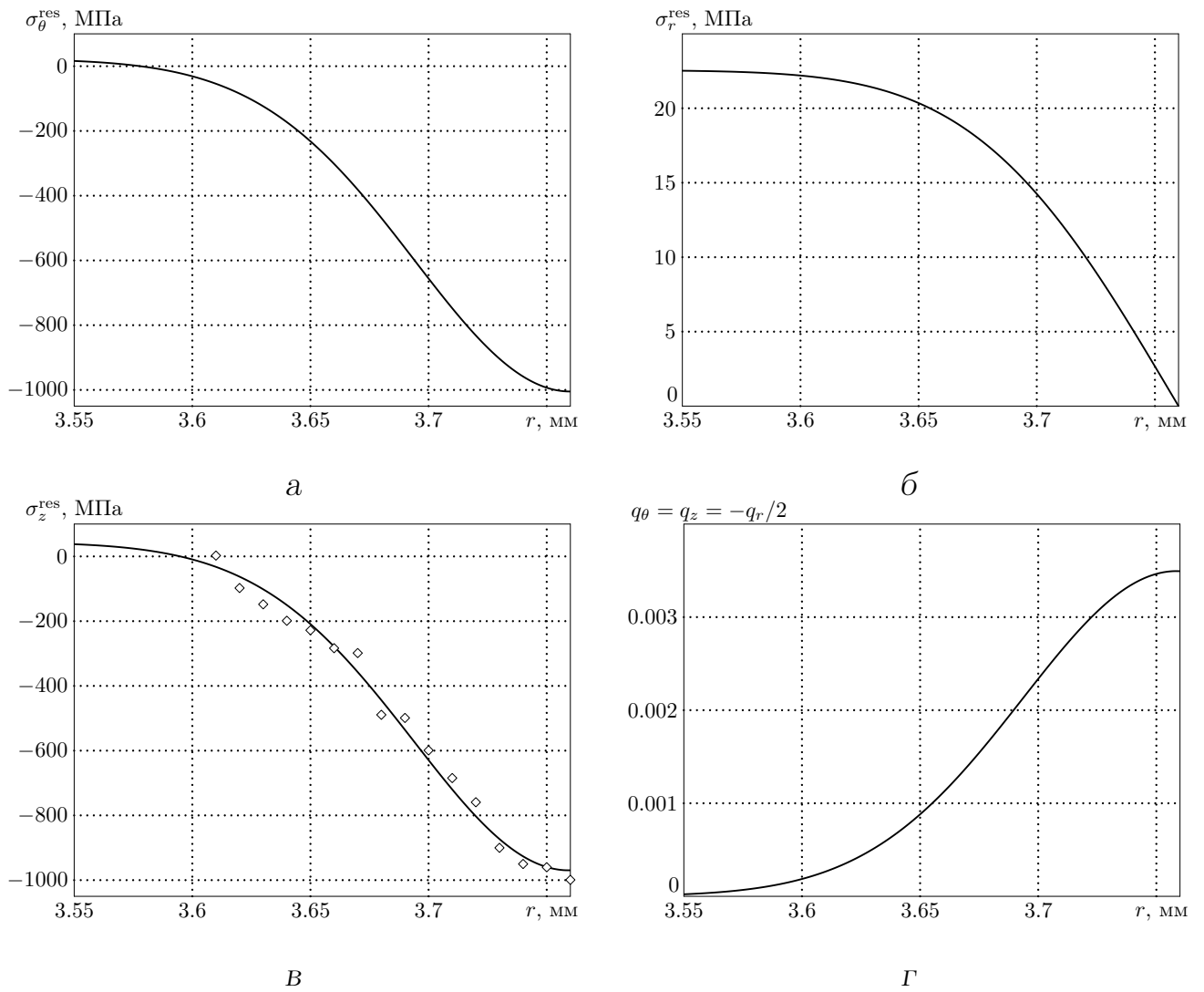


Рис. 4.1. Распределения остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$, σ_r^{res} , σ_z^{res} и остаточных пластических деформаций q_θ , q_r , q_z в поверхностно упрочнённом слое цилиндрического образца из сплава ЖС6КП: а — $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$; б — $\sigma_r^{\text{res}} = \sigma_r^{\text{res}}(r)$; в — $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$, значки — эксперимент [95], сплошная линия — расчёт; г — $q_\theta = q_\theta(r)$, $q_r = q_r(r)$, $q_z = q_z(r)$

ответственно, на рис. 4.1, г — распределения пластических деформаций $q_\theta = q_\theta(r)$, $q_r = q_r(r)$, $q_z = q_z(r)$, полученные по методике [105].

Как отмечалось ранее, в случае изотропного упрочнения эпюры для окружной $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и осевой σ_z^{res} компонент тензора остаточных напряжений в первом приближении действительно можно считать близкими, хотя из анализа данных, приведённых на рис. 4.1, а и рис. 4.1, в, следует, что график функции $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ лежит несколько выше по сравнению с графиком $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$.

Для моделирования процесса ползучести упрочнённого образца использо-

валась реологическая модель (1.22)–(1.30). Кривые ползучести сплава ЖС6КП при $T_1 = 900^\circ\text{C}$ [92] имеют незначительную величину деформации ползучести, накопленную на первой стадии, поэтому в данной работе она не учитывалась, также как и третья стадия ползучести, которая за расчётное время от 0 до 100 часов не успевает развиться. Исходя из вышеизложенного, в модели (1.22)–(1.30) полагалось $u_{ij} = 0$, $v_{ij} = 0$, $\omega = 0$ ($\alpha = 0$), а численные значения параметров приведены в [92]: $c = 1.5 \cdot 10^{-20} (\text{МПа})^{-m}$, $m = 6.62$. Модуль Юнга материала при $T_1 = 900^\circ\text{C}$ равен $E_1 = 1.364 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ [92].

Особенности численной реализации методики решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений по схеме (3.40) и соответствующее программное обеспечение будут рассмотрены в главе 5.

Теоретический анализ влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений в процессе ползучести выполнен при различных сочетаниях растягивающей нагрузки F и крутящего момента M . В качестве примера на рис. 4.2 приведены расчётные значения напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$ и $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$ в процессе ползучести при $F = 0$ и $M = 12524.9 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ (а) и при $F = 4441.5 \text{ Н}$ и $M = 12524.9 \text{ Н}\cdot\text{мм}$ (б) в приповерхностном слое ($r \in [3.55, 3.76] \text{ мм}$) в различные моменты времени, а на рис. 4.3 — аналогичная информация для напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в приповерхностном слое ($r \in [3.55, 3.76] \text{ мм}$) и $\tau_0 = \tau_0(r, t)$ во всём объёме образца ($r \in [0, 3.76] \text{ мм}$).

Анализ данных, представленных на рисунках 4.2 и 4.3, свидетельствует, что при одном и том же значении крутящего момента приложение растягивающей нагрузки интенсифицирует процесс релаксации напряжений, при этом к моменту времени $t = 100 \text{ ч}$ остаточные напряжения практически полностью релаксировали. Достаточно сложная картина наблюдается для компоненты τ , поскольку здесь происходит перераспределение касательных напряжений и вследствие ползучести образца, и в силу релаксации в самом упрочнённом слое.

В качестве замечания отметим, что из анализа графиков для компонент

σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 следует, что на стадии установившейся ползучести (в данном случае при $t = 100 - 0$ ч) при растягивающей нагрузке $F = 0$ все три компоненты напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 практически равны нулю, а при $F = 4441.5$ Н компоненты σ_θ^0 и σ_r^0 близки к нулю, в то время как распределение компоненты $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ близко к стационарному (асимптотическому) состоянию при $t \rightarrow +\infty$, определя-

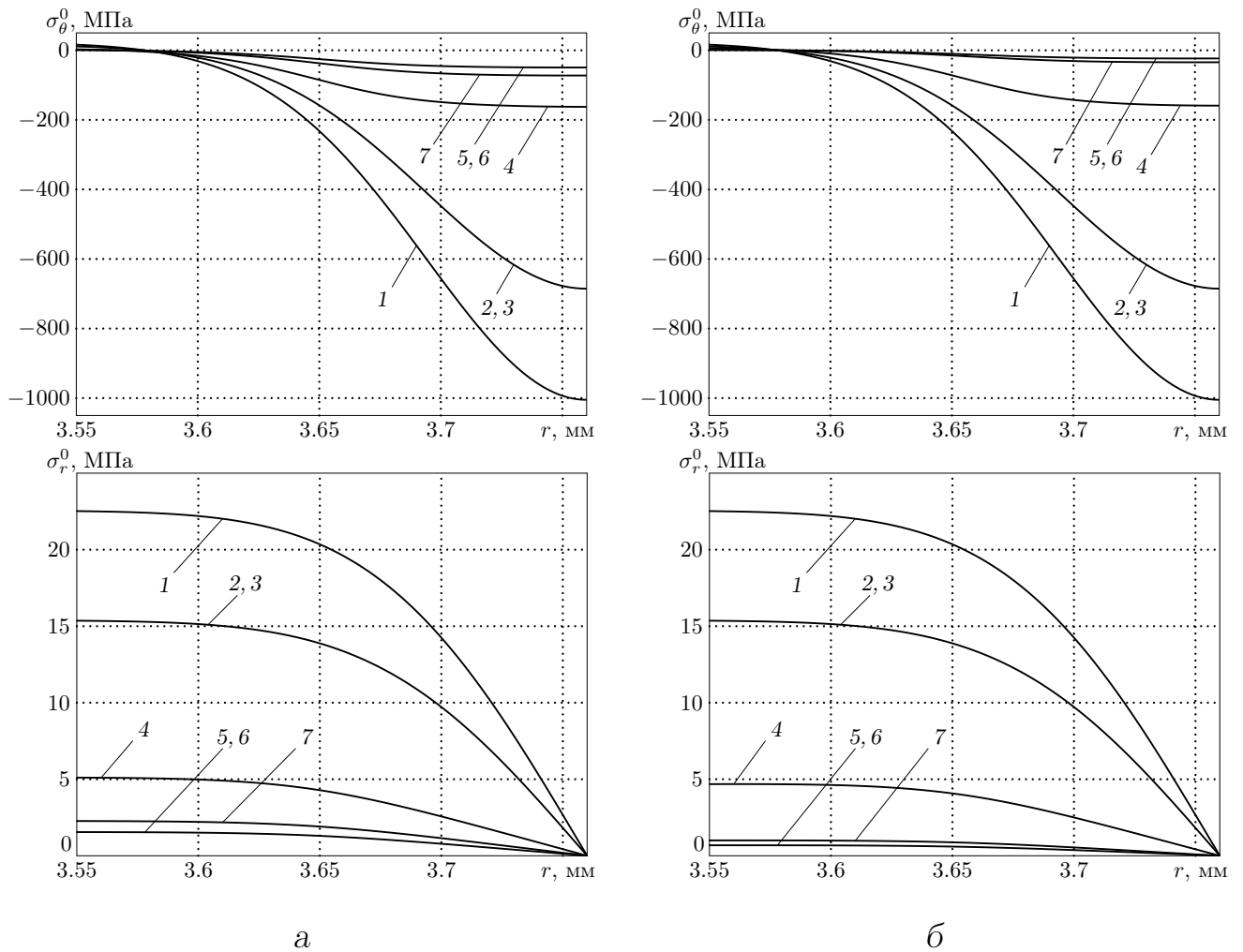


Рис. 4.2. Расчётные эпюры релаксации напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$ и $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$ в сплошном цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП в различные моменты времени: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 900^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ осевой силы F и крутящего момента $M = 12524.9$ Н·мм (а — $F = 0$, б — $F = 4441.5$ Н); 4 — в процессе ползучести в момент времени $t = 20$ ч; 5 — после окончания процесса ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в течение $t = 100 - 0$ ч; 6 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 100 + 0$ ч; 7 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 900^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 100 + 0$ ч

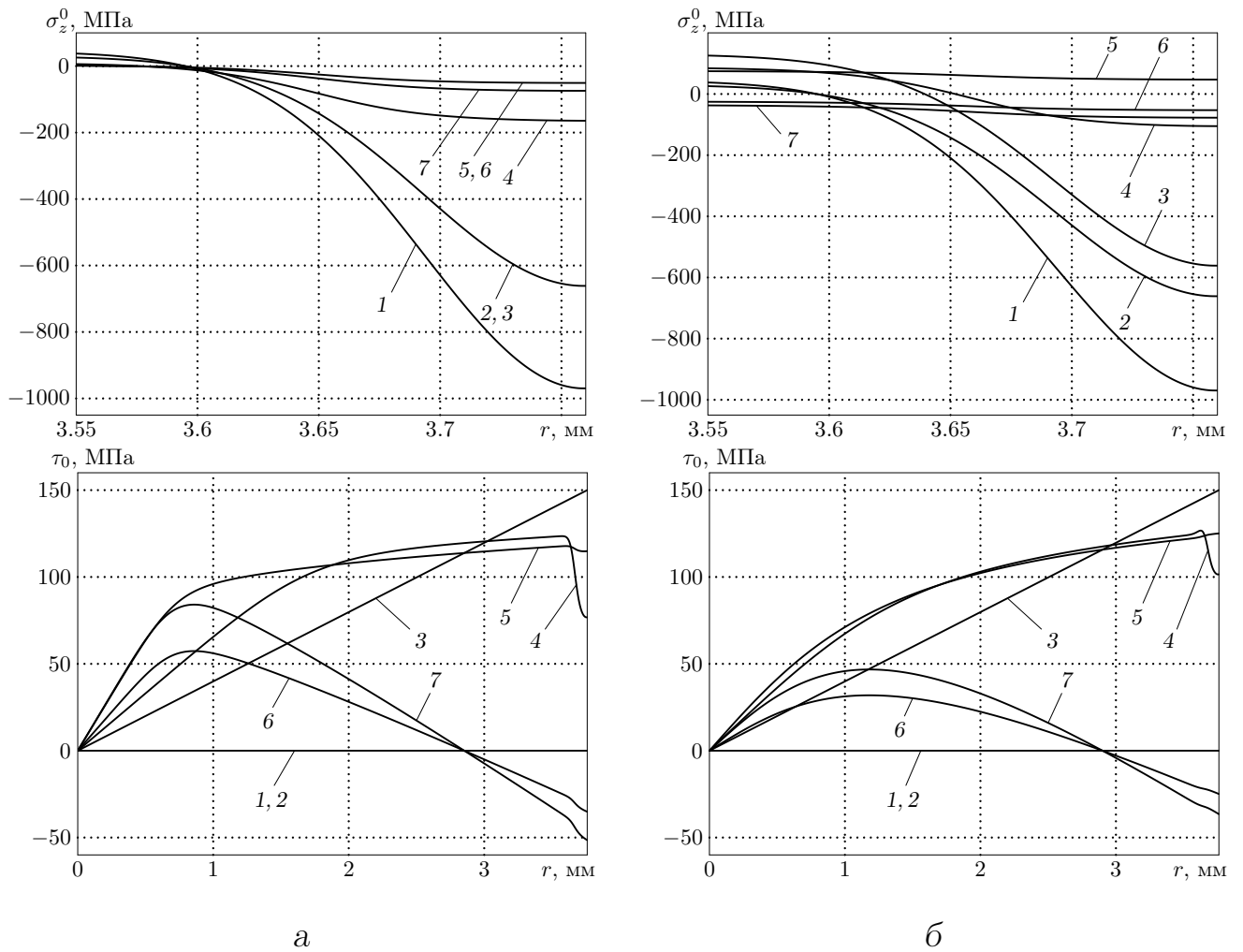


Рис. 4.3. Расчётные эпюры релаксации напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ и $\tau_0 = \tau_0(r, t)$ в сплошном цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП в различные моменты времени: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 900^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ осевой силы F и крутящего момента $M = 12524.9 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ (а — $F = 0$, б — $F = 4441.5 \text{ Н}$); 4 — в процессе ползучести в момент времени $t = 20 \text{ ч}$; 5 — после окончания процесса ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в течение $t = 100 - 0 \text{ ч}$; 6 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 100 + 0 \text{ ч}$; 7 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 900^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 100 + 0 \text{ ч}$

емому соотношению $\sigma_z^0 = F/(\pi R_2^2) = 100 \text{ МПа}$. Эти замечания свидетельствуют об адекватности метода решения поставленной краевой задачи, поскольку не противоречат физическому протеканию процесса на стадии установившейся ползучести.

4.2. Исследование влияния осевого растяжения, крутящего момента и внутреннего давления на релаксацию остаточных напряжений в полом упрочнённом цилиндре из сплава ЖС6КП

4.2.1. Случай наличия второй стадии ползучести

Перейдём к исследованию процесса релаксации остаточных напряжений в упрочнённых полых цилиндрических образцах. В качестве модельного примера возьмём толстостенный цилиндр из сплава ЖС6КП с радиусами $R_1 = 2$ мм и $R_2 = 3.76$ мм, подвергаемый воздействию внешних силовых факторов при температуре 900°C .

Рассмотрим сначала перераспределение напряжений вследствие ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ для неупрочнённого образца в условиях действия внутреннего давления $q = 150$ МПа в течение времени $t = 100$ ч. Для этого в общей методике решения краевой задачи для упрочнённых образцов необходимо задать нулевые значения компонент тензора остаточных напряжений и как следствие этого — пластических деформаций:

$$\forall r \in [R_1, R_2] \quad \sigma_\theta^{\text{res}}(r) = 0; \quad \sigma_r^{\text{res}}(r) = 0; \quad \sigma_z^{\text{res}}(r) = 0;$$

$$q_\theta(r) = 0; \quad q_r(r) = 0; \quad q_z(r) = 0.$$

Далее осуществляется расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния в соответствии со схемой (3.40).

В качестве реологической модели использовалась теория установившейся ползучести при сложном напряжённом состоянии (3.44). Значения параметров модели ползучести для сплава ЖС6КП при $T = 900^\circ\text{C}$ следующие [92]: $c = 1.5 \cdot 10^{-20} (\text{МПа})^{-m}$, $m = 6.62$.

На рис. 4.4 приведены расчётные значения компонент тензора напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$, $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$, $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в различные временные сечения. Из информации, представленной на рис. 4.4, следует, что в неупрочнённом цилиндре

во всем объёме $r \in [2, 3.76]$ мм реализуется неоднородное сложное напряжённое состояние и наблюдается перераспределение напряжений вследствие ползучести.

Интересен факт, следующий из рис. 4.4, в. Несмотря на то, что приложено только внутреннее давление, в процессе ползучести появляются осевые напряжения $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$, что является следствием принятой гипотезы плоских сечений. При этом уже к моменту времени $t = 100$ ч их величина на внутреннем радиусе (при $r = 2$ мм) составляет около 30% от величины $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$ на внутреннем радиусе.

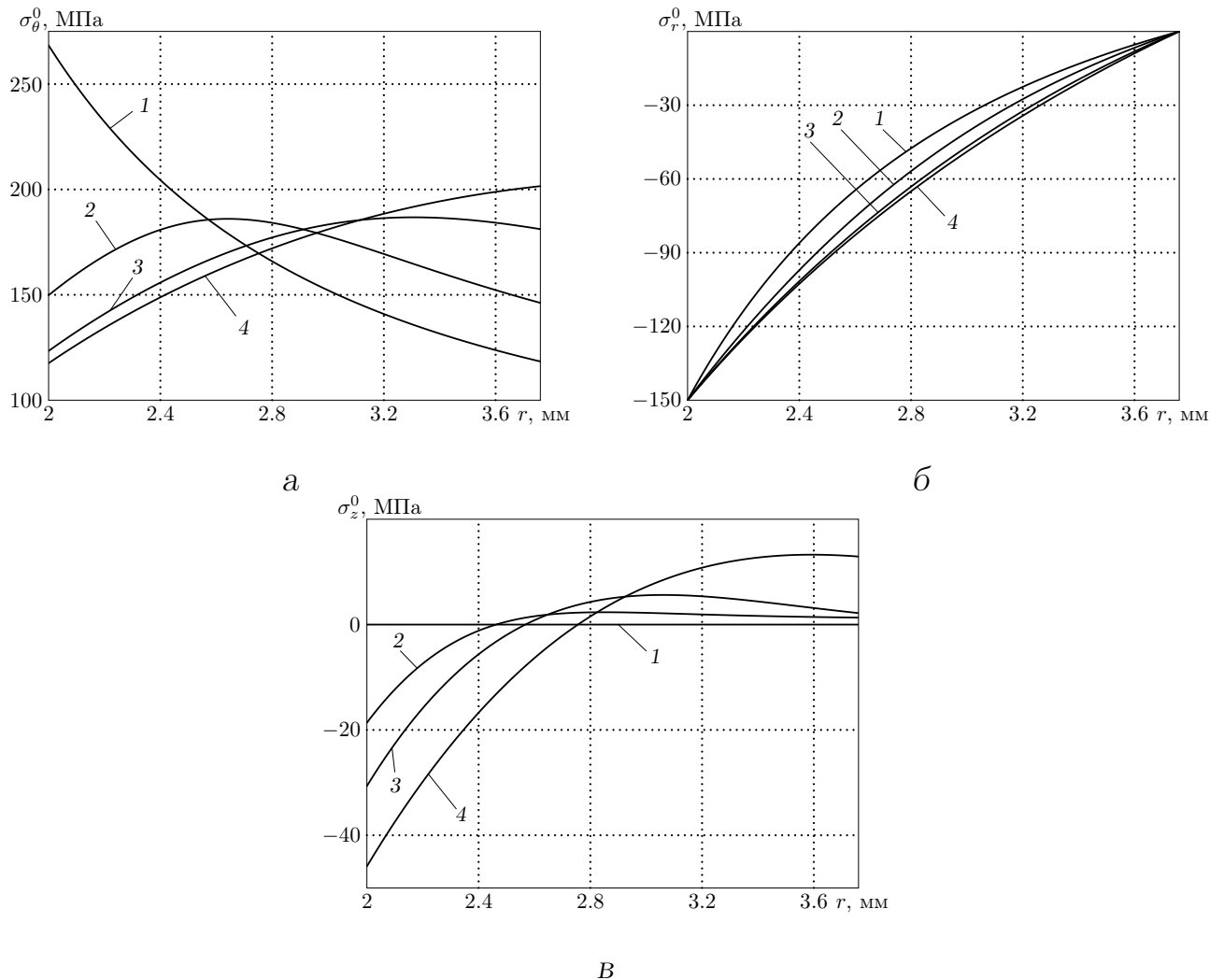


Рис. 4.4. Расчётные эпюры напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 в полном неупрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП в условиях действия внутреннего давления $q = 150$ МПа: а — $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$; б — $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$; в — $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$. Метки: 1 — $t = 0$; 2 — $t = 5$ ч; 3 — $t = 20$ ч; 4 — $t = 100$ ч

Теперь перейдём к рассмотрению кинетики напряжённо-деформированного состояния упрочнённых цилиндрических образцов. Считая процесс упрочнения изотропным (параметр $\alpha = 1$ в соотношениях (3.3)), выполним реконструкцию остаточных напряжений в полом цилиндрическом образце по схеме (3.6). При этом для окружной компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ используется аппроксимация (3.8):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r)^2}{b^2}\right) \right] \frac{r - R_1}{l},$$

где $l = 1$ мм — параметр, позволяющий правой и левой части равенства (3.8) иметь одну и ту же размерность.

В качестве экспериментальной информации об остаточных напряжениях в поверхностном слое для определения параметров аппроксимации (3.8) будем использовать экспериментальную зависимость в области сжатия материала для осевой компоненты остаточных напряжений $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ для сплошных образцов из п. 3.5.2 (см. рис. 3.4). Поскольку минимум экспериментальной кривой достигается на внешней поверхности цилиндра, считаем $h^* = 0$. Далее при помощи варьирования величин σ_0 , σ_1 , b и последующего применения методики [107] до достижения минимума функционала (3.42) получены следующие значения параметров аппроксимации (3.8): $\sigma_0 = 61.903$ МПа, $\sigma_1 = 621.494$ МПа, $b = 0.102$ мм. Расчётные эпюры остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, $\sigma_r^{\text{res}} = \sigma_r^{\text{res}}(r)$, $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ и пластических деформаций $q_\theta = q_\theta(r)$, $q_r = q_r(r)$, $q_z = q_z(r)$ во всем объёме образца приведены на рис. 4.5. Отклонение расчётных данных от экспериментальных значений осевой компоненты $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$ в норме (3.42) составило величину $\Delta_z = 6.3\%$.

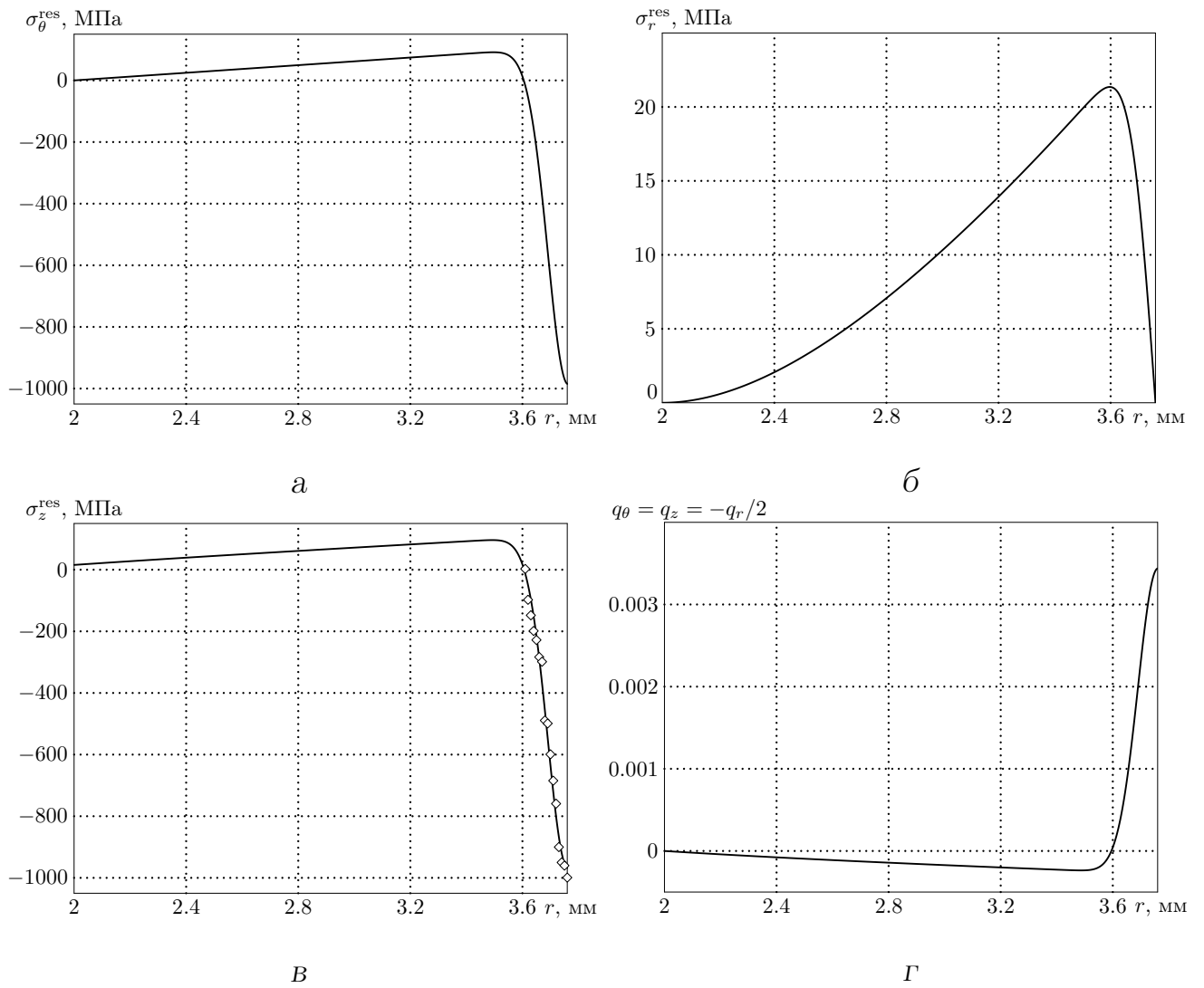


Рис. 4.5. Распределения остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}$, σ_r^{res} , σ_z^{res} и остаточных пластических деформаций q_θ , q_r , q_z в полем цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП после процедуры упрочнения: а — $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$; б — $\sigma_r^{\text{res}} = \sigma_r^{\text{res}}(r)$; в — $\sigma_z^{\text{res}} = \sigma_z^{\text{res}}(r)$, значки — эксперимент [95], сплошная линия — расчёт; г — $q_\theta = q_\theta(r)$, $q_r = q_r(r)$, $q_z = q_z(r)$

Далее на основе методики решения краевой задачи по схеме (3.40) проведём моделирование процесса релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в условиях действия внутреннего давления $q = 150$ МПа в течение времени $t = 300$ ч. Результаты расчёта релаксации остаточных напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$, $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$, $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в процессе ползучести при $q = 150$ МПа в различные моменты времени приведены на рис. 4.6.

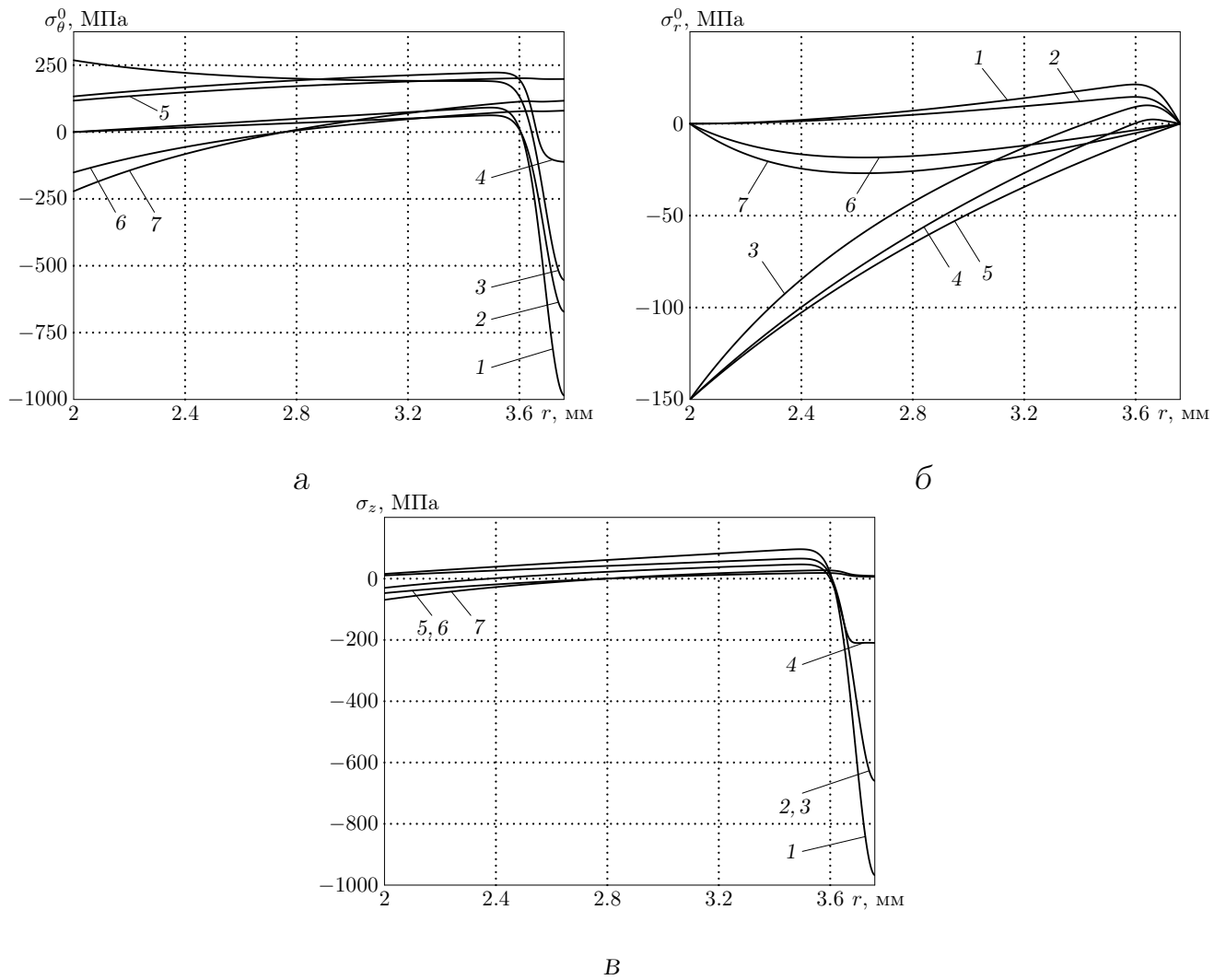


Рис. 4.6. Расчётные эпюры релаксации напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 в полой поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП: а — $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$; б — $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$; в — $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$. Метки: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 900^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ внутреннего давления $q = 150$ МПа; 4 — в процессе ползучести в момент времени $t = 20$ ч; 5 — после окончания процесса ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в течение $t = 300 - 0$ ч; 6 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 300 + 0$ ч; 7 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 900^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 300 + 0$ ч

Из анализа графиков для компонент σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 следует, что в процессе ползучести полого упрочнённого цилиндра при нагружении внутренним давлением $q = 150$ МПа происходит релаксация напряжений как в тонком упрочнённом слое, так и в объёме образца. С течением времени скорость релаксации замедляется, поскольку в соответствии с формулой (3.44) при уменьшении уровня

напряжений $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, t)$ в поверхностном слое уменьшается и скорость деформирования $\dot{p}_{ij} = \dot{p}_{ij}(r, t)$. Этот факт убедительно свидетельствует о том, что ползучесть и релаксация напряжений есть два сопутствующих и взаимосвязанных процесса.

Следует отметить, что на стадии установившейся ползучести в асимптотическом случае при $t \rightarrow +\infty$ (на практике при численной реализации данного примера достаточно 300 ч) все компоненты тензора напряжений $\sigma_{\theta}^0, \sigma_r^0, \sigma_z^0$ практически неотличимы от соответствующих напряжений, возникающих в процессе ползучести неупрочнённых образцов (см. рис. 4.4). Это позволяет судить об адекватности метода расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния упрочнённых цилиндров на стадии установившейся ползучести.

Определенный научный интерес представляет исследование релаксации остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических изделиях вследствие ползучести в условиях комбинированного нагружения. В настоящее время в научной литературе эта информация отсутствует, однако при помощи разработанной методики решения краевой задачи в соответствии с расчётной схемой (3.40) становится возможным произвести теоретический анализ влияния вида напряжённого состояния на кинетику остаточных напряжений. На рис. 4.7 приведены теоретические распределения напряжений $\sigma_{\theta}^0, \sigma_r^0, \sigma_z^0$ вследствие ползучести в условиях совместного действия осевой силы $F = 3184.8$ Н и внутреннего давления $q = 150$ МПа, на рис. 4.8 — аналогичная информация для компонент $\sigma_{\theta}^0, \sigma_r^0, \sigma_z^0, \tau_0$ при комбинированном воздействии крутящего момента $M = 3840.8$ Н·мм и внутреннего давления $q = 150$ МПа.

Из информации, представленной на рис. 4.7 и рис. 4.8, следует, что приложение добавочных нагрузок (осевой силы и крутящего момента соответственно) к образцу, нагруженному внутренним давлением, интенсифицирует процесс ползучести и как следствие — релаксацию всех компонент тензора напряжений в упрочнённом слое. При указанных значениях внешних силовых факторов к моменту времени $t = 300$ ч остаточные напряжения в поверхност-

ном слое практически полностью релаксировали, и эпюры соответствуют стационарным распределениям напряжений на стадии установившейся ползучести (при $t \rightarrow +\infty$), что также свидетельствует об адекватности методики расчёта и при этих видах напряжённого состояния.

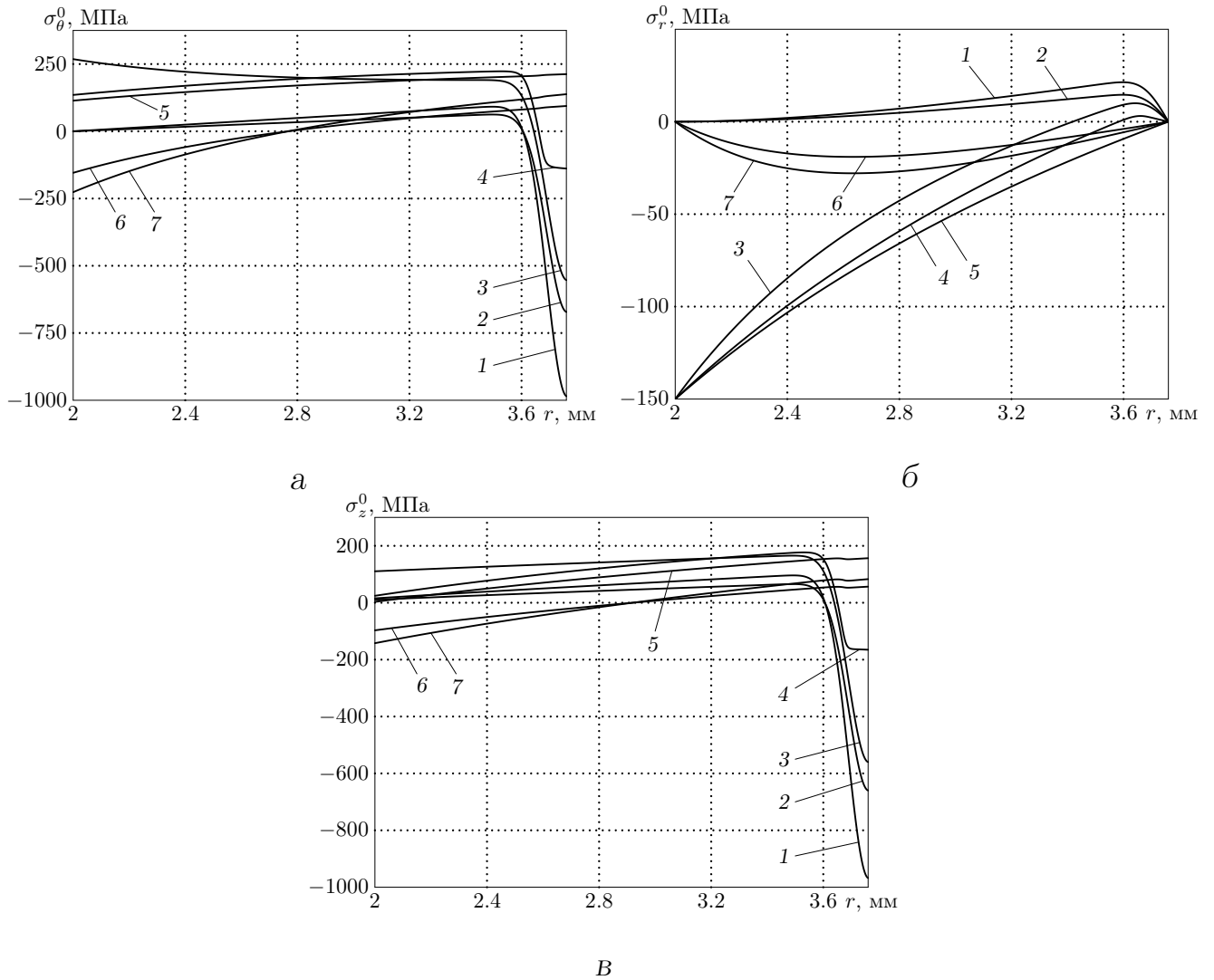


Рис. 4.7. Расчётные эпюры релаксации напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z в полом поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП: а — $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$; б — $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$; в — $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$. Метки: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 900^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ внутреннего давления $q = 150$ МПа и осевой силы $F = 3184.8$ Н; 4 — в процессе ползучести в момент времени $t = 20$ ч; 5 — после окончания процесса ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в течение $t = 300 - 0$ ч; 6 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 300 + 0$ ч; 7 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 900^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 300 + 0$ ч

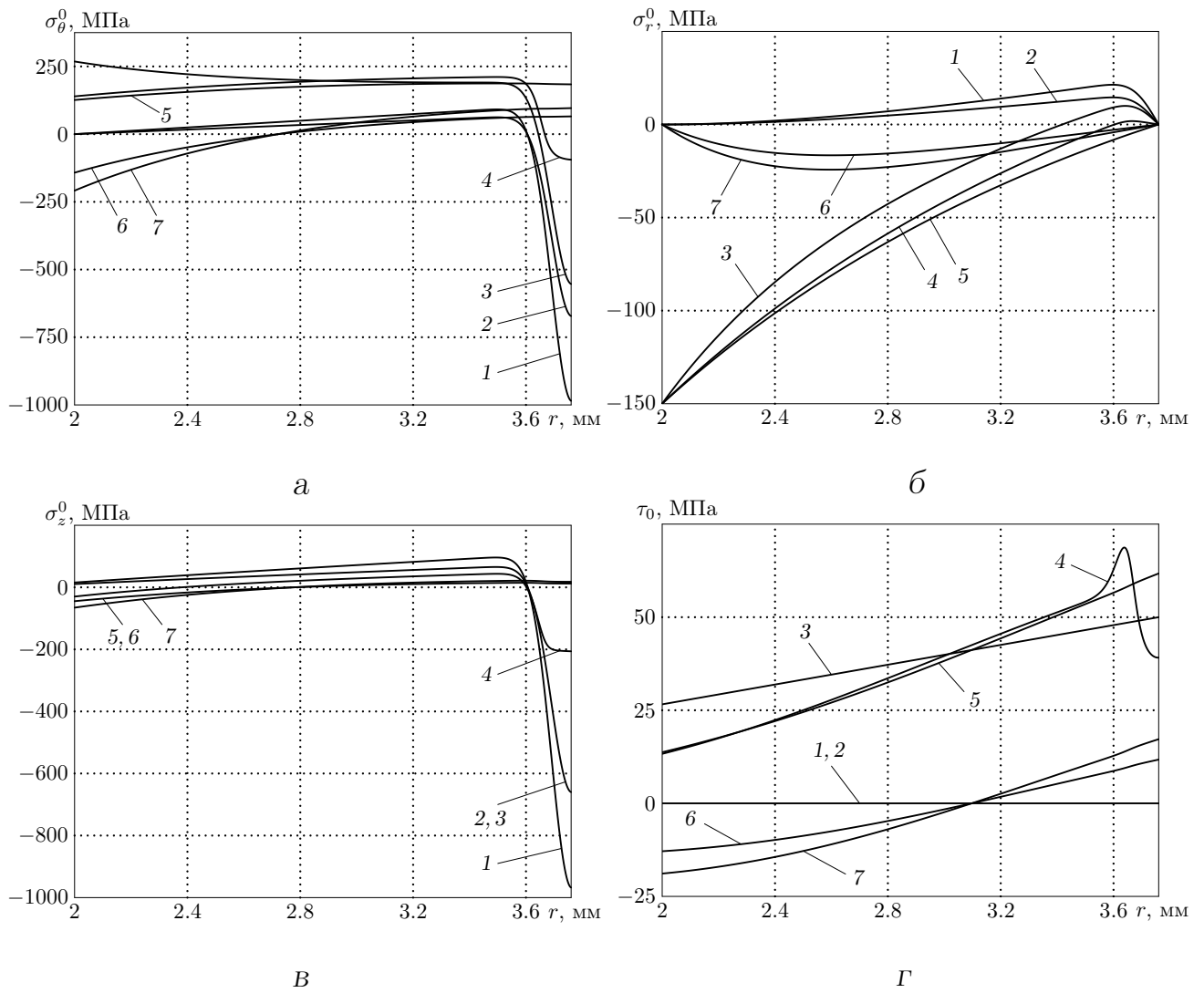


Рис. 4.8. Расчётные эпюры релаксации напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 , τ_0 в полем поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце из сплава ЖС6КП: а — $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$; б — $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$; в — $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$; г — $\tau_0 = \tau_0(r, t)$. Метки: 1 — после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 — после температурного нагружения от значения $T = 26^\circ\text{C}$ до значения $T = 900^\circ\text{C}$ при $t = 0 + 0$; 3 — после приложения в момент времени $t = 0 + 0$ внутреннего давления $q = 150$ МПа и крутящего момента $M = 3840.8$ Н·мм; 4 — в процессе ползучести в момент времени $t = 20$ ч; 5 — после окончания процесса ползучести при $T = 900^\circ\text{C}$ в течение $t = 300 - 0$ ч; 6 — после силовой разгрузки в момент времени $t = 300 + 0$ ч; 7 — финишные значения после температурной разгрузки от значения $T = 900^\circ\text{C}$ до значения $T = 26^\circ\text{C}$ в момент времени $t = 300 + 0$ ч

Следует отметить, что в случае комбинированного воздействия внутреннего давления и крутящего момента помимо релаксации нормальных компонент тензора напряжений σ_θ^0 , σ_r^0 , σ_z^0 происходит перераспределение также и касатель-

ной компоненты τ_0 (см. рис. 4.8, г). При этом в соответствии с формулой (3.18) после приложения к образцу крутящего момента при $t = 0 + 0$ ч распределение касательного напряжения $\tau = \tau(r, t)$ по радиусу образца задается функцией, прямо пропорциональной значению аргумента r . Однако в процессе ползучести, в частности, при $t = 20$ ч, график этой зависимости уже не является монотонной функцией по пространственной координате r , что, по всей видимости, объясняется достаточно большими значениями интенсивности напряжений в тонком упрочнённом слое $r \in [3.6, 3.76]$ мм (аналогичные результаты для сплошных образцов получены в п. 4.1 настоящей работы). Тем не менее, к моменту окончания ползучести $t = 300 - 0$ ч касательные напряжения в поверхностном слое релаксировали практически до установившегося (асимптотического) состояния, что ещё раз свидетельствует об адекватности метода расчёта кинетики остаточных напряжений и для данного вида напряжённого состояния.

4.2.2. Исследование влияния третьей стадии ползучести на процесс релаксации остаточных напряжений

Представленные в п. 4.2.1 результаты расчётов выполнены с использованием теории установившейся ползучести при сложном напряжённом состоянии (3.44):

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \quad (i, j, k = 1, 2, 3). \quad (4.1)$$

Данная реологическая модель является частным случаем общей модели энергетического варианта теории ползучести (1.22)–(1.30) при $u_{ij} = 0$, $v_{ij} = 0$ и $\alpha_1 = 0$ (а, следовательно, и $\alpha = 0$, $\omega = 0$, и компоненты тензоров истинных и номинальных напряжений совпадают $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0$).

При учёте третьей стадии ползучести в расчётной методике к соотношениям (4.1) добавляются кинетические уравнения для параметра повреждённости (1.26)–(1.28)

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 (1 + \omega); \quad (4.2)$$

$$\dot{\omega} = \alpha \sigma_{ij} \dot{p}_{ij}, \quad (4.3)$$

где

$$\alpha = \alpha_1 (S_0)^{m_\alpha}, \quad (4.4)$$

и вводится в рассмотрение критерий повреждённости (1.29), (1.30)

$$\Omega(t^*) = \int_0^{t^*} \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_*} = 1; \quad (4.5)$$

$$A_* = A_1 (S_0)^{m_A}, \quad (4.6)$$

где t^* — время разрушения.

Целью дальнейшего исследования является анализ влияния третьей стадии ползучести на модельном примере образцов из уже рассматривавшегося ранее материала ЖС6КП на кинетику напряжений при температурно-силовом нагружении. Величиной деформации ползучести, накопленной на первой стадии, также пренебрегаем ($u_{ij} = 0, v_{ij} = 0$). Значения параметров реологической модели (1.22)–(1.30) для сплава ЖС6КП при температуре 900 °С приведены в монографии [92]: $c = 1.5 \cdot 10^{-20} (\text{МПа})^{-m}$, $m = 6.62$, $\alpha_1 = 7.78 \cdot 10^6 (\text{МПа})^{-m_\alpha - 1}$, $m_\alpha = -3.62$, $A_1 = 10 (\text{МПа})^{1 - m_A}$, $m_A = 0$.

Численная реализация в модельном примере не претерпевает существенных изменений. Отличие состоит лишь в уравнениях состояния, и деформация ползучести рассматривается на основании уравнений (4.1)–(4.6) с учётом третьей стадии.

На рис. 4.9 представлены распределения номинальных напряжений $\sigma_\theta^0, \sigma_r^0, \sigma_z^0$ по радиусу полого цилиндра в различные временные сечения при нагружении внутренним давлением $q = 150$ МПа без учёта третьей стадии ползучести (а) и с учётом третьей стадии ползучести (б). Аналогичная информация в случае

кручения полого образца крутящим моментом $M = 11522.3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ приведена на рис. 4.10 для номинальных напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$ и $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$ и на рис. 4.11 — для напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ и $\tau_0 = \tau_0(r, t)$.

Расчёт выполнялся по схеме (3.40) в соответствии с разработанной методикой решения краевой задачи. Из соображений удобства на рис. 4.9–4.11 не представлены распределения напряжений после упрочнения, а также в моменты температурно-силового нагружения и разгрузки, а приведены лишь эпюры напряжений в процессе ползучести, когда третья стадия начинает проявляться. Поскольку согласно соотношениям модели (1.22)–(1.30) накопление повреждённости $\omega = \omega(r, t)$ происходит непрерывно и связано непосредственно с величиной работы истинных напряжений на деформации ползучести, определённые различия наблюдаются уже к моменту времени $t = 100 \text{ ч}$. Как отмечалось в п. 4.2.1 настоящей работы, при использовании теории установившейся ползучести (3.44) процесс релаксации напряжений вначале протекает с высокой скоростью, затем замедляется. При использовании же реологической модели (1.22)–(1.30) релаксация напряжений активно протекает и на более позднем этапе за счёт увеличения параметра повреждённости на третьей стадии ползучести.

Тем не менее, из информации, представленной на рис. 4.9–4.11, следует, что качественно картина релаксации напряжений при введении в расчёт третьей стадии ползучести не меняется, никаких принципиально новых эффектов не наблюдается, если не считать увеличение скорости релаксации остаточных напряжений при учёте третьей стадии ползучести, что вполне естественно.

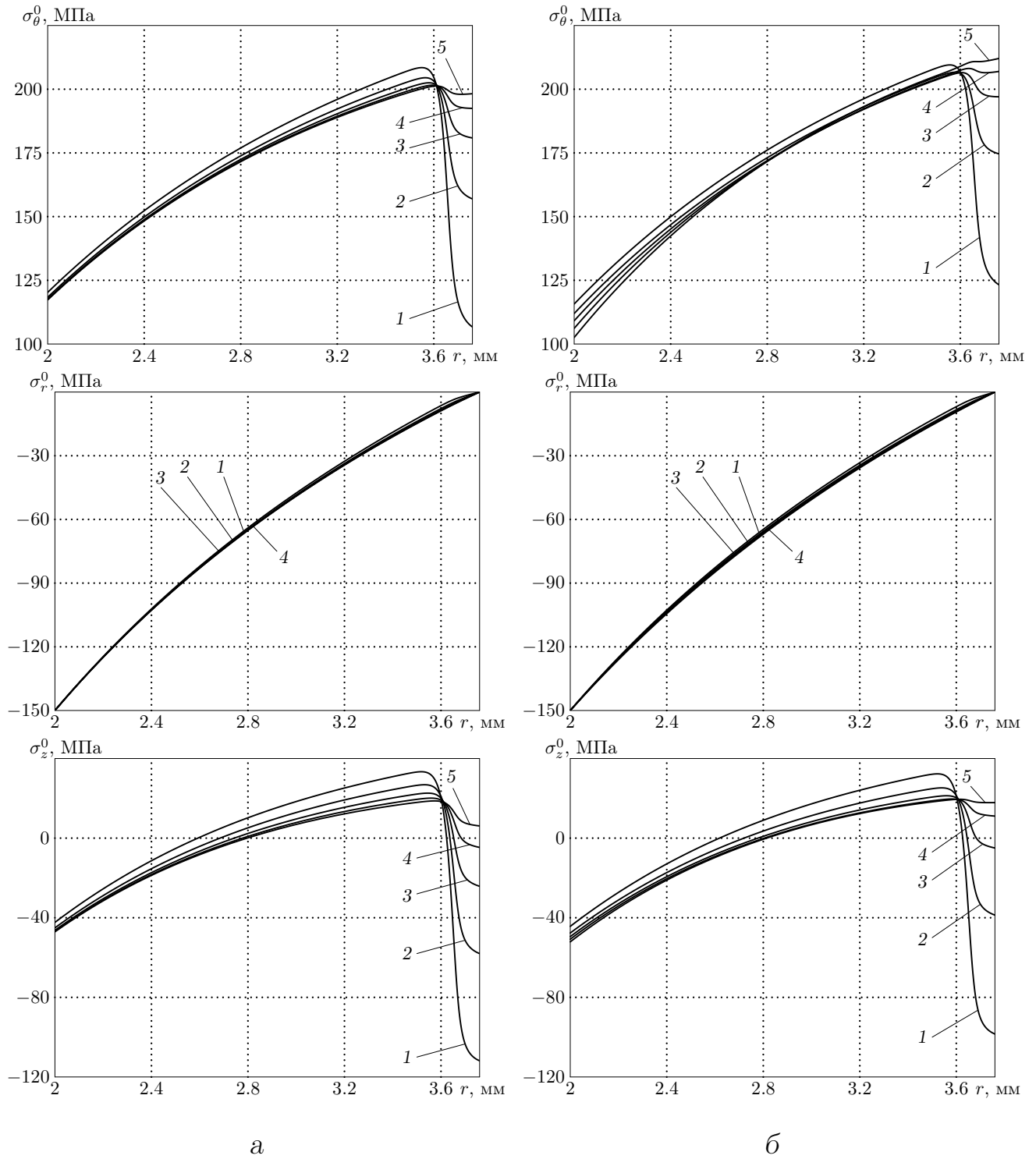


Рис. 4.9. Расчётные эпюры релаксации номинальных напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$, $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$, $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ в процессе ползучести полого поверхностно упрочнённого цилиндрического образца из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) в условиях действия внутреннего давления $q = 150$ МПа в различные моменты времени: а — без учёта третьей стадии ползучести; б — с учётом третьей стадии ползучести. Метки 1 — $t = 100$ ч; 2 — $t = 150$ ч; 3 — $t = 200$ ч; 4 — $t = 250$ ч; 5 — $t = 300 - 0$ ч

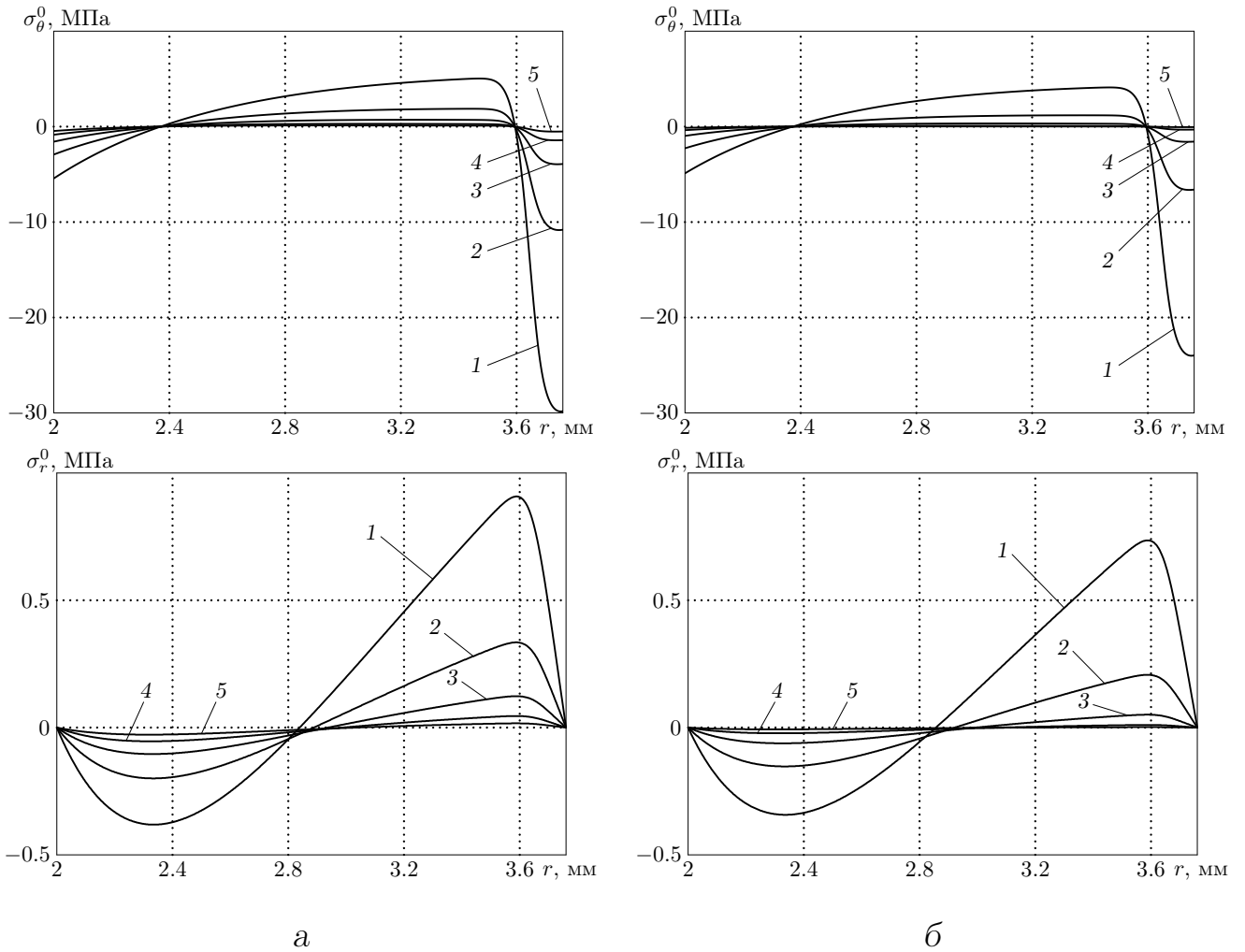


Рис. 4.10. Расчётные эпюры релаксации номинальных напряжений $\sigma_\theta^0 = \sigma_\theta^0(r, t)$ и $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(r, t)$ в процессе ползучести полого поверхностно упрочнённого цилиндрического образца из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) при кручении крутящим моментом $M = 11522.3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ в различные моменты времени: а — без учёта третьей стадии ползучести; б — с учётом третьей стадии ползучести. Метки 1 — $t = 100$ ч; 2 — $t = 150$ ч; 3 — $t = 200$ ч; 4 — $t = 250$ ч; 5 — $t = 300 - 0$ ч

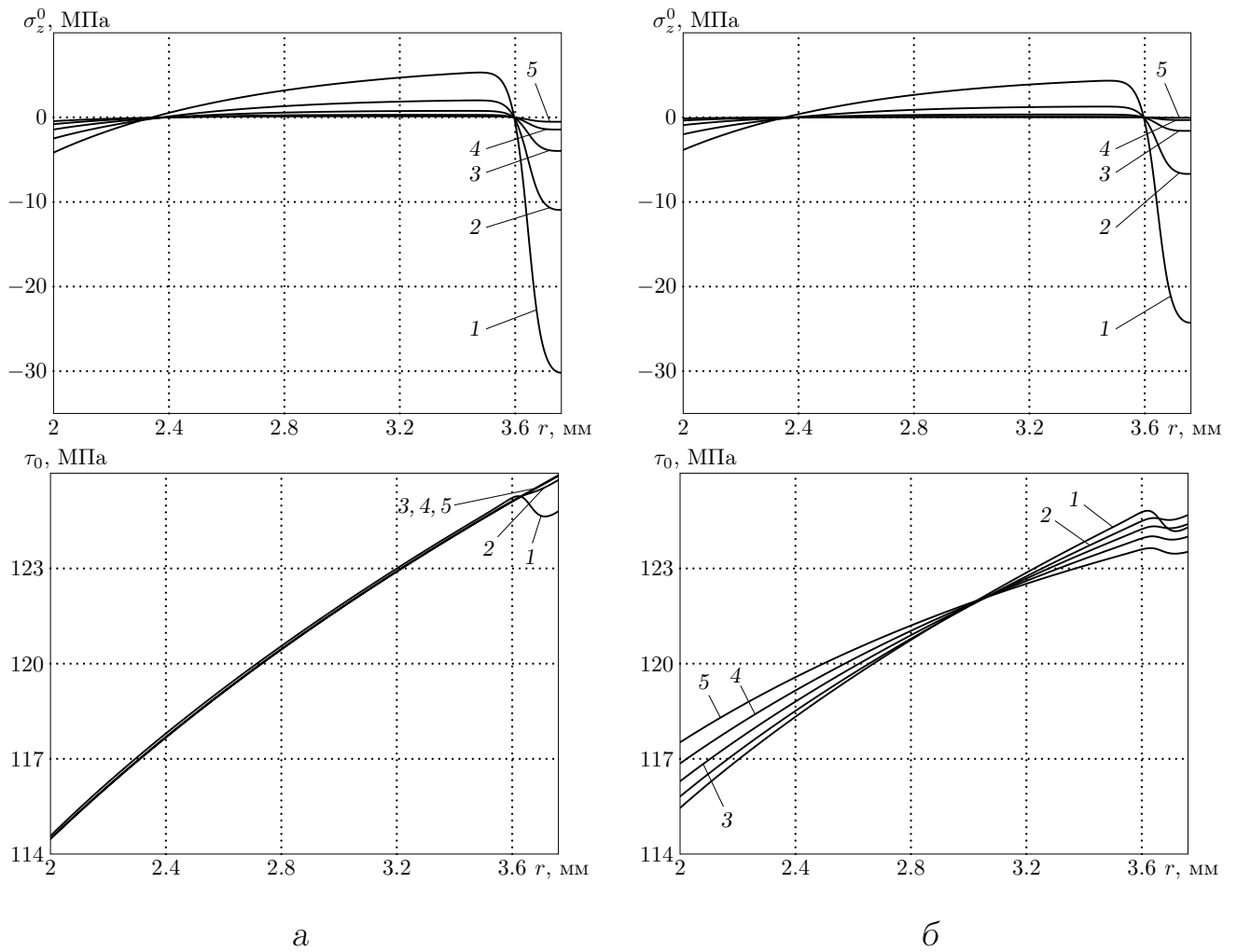


Рис. 4.11. Расчётные эпюры релаксации номинальных напряжений $\sigma_z^0 = \sigma_z^0(r, t)$ и $\tau_0 = \tau_0(r, t)$ в процессе ползучести полого поверхностно упрочнённого цилиндрического образца из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) при кручении крутящим моментом $M = 11522.3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ в различные моменты времени: а — без учёта третьей стадии ползучести; б — с учётом третьей стадии ползучести. Метки 1 — $t = 100$ ч; 2 — $t = 150$ ч; 3 — $t = 200$ ч; 4 — $t = 250$ ч; 5 — $t = 300 - 0$ ч

Следует отметить, что проведение анализа влияния третьей стадии ползучести на кинетику остаточных напряжений при комбинированном нагружении (растяжение + кручение, внутреннее давление + кручение и т. д.) осложнено тем, что к моменту проявления третьей стадии ползучести (когда величина ω существенно отличается от нуля) остаточные напряжения практически полностью релаксируют до состояния неупрочнённых образцов.

Несмотря на то, что выполненный анализ носит частный характер, полученные результаты позволяют косвенно (по крайней мере — для жаропрочного

сплава ЖС6КП) судить о том, что введение в расчёт третьей стадии ползучести слабо влияет на увеличение скорости релаксации остаточных напряжений, поскольку к началу стадии ускоренной ползучести практически происходит полная релаксация остаточных напряжений.

4.3. Выводы по главе 4

1. Проведено теоретическое исследование влияния вида напряжённого состояния на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом изделии. Для сплошного и полого цилиндрических образцов из сплава ЖС6КП получены расчётные эпюры остаточных напряжений и пластических деформаций после процедуры поверхностного пластического деформирования. Выполнен ряд модельных расчётов кинетики напряжённо-деформированного состояния в условиях ползучести при различных видах температурно-силового нагружения. Для сплошного цилиндра получены распределения всех компонент тензора напряжений при чистом кручении и кручении совместно с растяжением. Для полого цилиндра получены эпюры напряжений в условиях действия чисто внутреннего давления, а также комбинированного воздействия внутреннего давления и растягивающей нагрузки либо крутящего момента.
2. Выполнен теоретический анализ влияния третьей стадии ползучести на кинетику остаточных напряжений в условиях действия внутреннего давления и чистого кручения полых цилиндрических образцов. Произведено сравнение результатов расчётов характеристик напряжённого состояния с использованием модели установившейся ползучести и модели, учитывающей третью стадию ползучести. Показано, что в модельном примере для образцов из сплава ЖС6КП учёт третьей стадии ползучести в реологической модели способствует незначительному ускорению релаксации напряжений по сравнению с теорией установившейся ползучести.

Численные методы, алгоритмы и программное обеспечение для реализации методик ползучести упрочнённых цилиндрических образцов

Результаты данной главы излагаются в соответствии с работами диссертанта [109–111, 114, 135, 142, 161].

В главе 2 настоящего исследования предложена методика численного решения краевой задачи ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических изделий в условиях сложного напряжённого состояния (осевое растяжение, кручение, действие внутреннего давления, а также их различные комбинации). В главе 3 для данных видов напряжённого состояния разработана методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцов, на основании которой в главе 4 проведено исследование влияния вида температурно-силового нагружения на кинетику остаточных напряжений. В настоящей главе описаны алгоритмы численного решения указанных краевых задач, а также соответствующее программное обеспечение.

Методика решения краевой задачи ползучести и длительной прочности неупрочнённых цилиндрических образцов и методика решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести поверхностно упрочнённых образцов основаны на общем методологическом подходе. Поэтому далее рассмотрим численную реализацию алгоритма расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния цилиндрических элементов конструкций в условиях температурно-силового нагружения.

Исходные данные. Исходными данными для расчёта являются:

— параметры, определяющие геометрию цилиндрического образца: внут-

ренний радиус R_1 , внешний радиус R_2 ;

— параметры, определяющие упругие свойства материала: модуль Юнга материала E_0 при температуре упрочнения T_0 , модуль Юнга материала E_1 при температуре в условиях ползучести T_1 , коэффициент Пуассона μ ;

— параметры, определяющие реологические свойства материала: константы $s, \lambda_k, a_k, b_k, c, n, m, \alpha_1, m_\alpha, A_1, m_A$ модели ползучести изотропного материала (1.22)–(1.30), а также, при необходимости, дополнительные константы $c^*, \alpha_1^*, m_\alpha^*, A_1^*, m_A^*$ для описания ползучести анизотропного материала в соответствии с определяющими соотношениями модели (2.57)–(2.60);

— параметры $\sigma_0, \sigma_1, h^*, b$ аппроксимации (3.7) либо (3.8) для окружной компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ и параметр анизотропии упрочнения α (в случае неупрочнённых образцов достаточно положить $\sigma_0 = 0, \sigma_1 = 0, h^* = 0, b = 1, \alpha = 1$);

— значения внешних нагрузок: осевая сила F , крутящий момент M , внутреннее давление q ;

— непосредственно параметры расчёта: шаг интегрирования по времени Δt , шаг интегрирования по радиусу Δr , время останова расчёта t_{max} ;

— параметры вывода результатов в файл (моменты времени t_1, t_2, \dots, t_m вывода для значений компонент тензоров напряжений).

Алгоритм расчёта. Расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния осуществляется по следующему алгоритму.

1. Производится дискретизация по временной и пространственной координатам:

$$t_i = i \Delta t \quad (i = 1, 2, 3, \dots); \quad (5.1)$$

$$r_j = R_1 + j \Delta r, \quad \Delta r = \frac{R_2 - R_1}{N} \quad (j = \overline{0, N}). \quad (5.2)$$

При этом следует учитывать, что ввиду больших градиентов остаточных напряжений в тонком упрочнённом слое необходимо увеличивать количество узлов дискретизации как по пространственной, так и по временной координатам.

Выбор шага интегрирования можно осуществить в соответствии с правилом Рунге. Так, для определения шага интегрирования по времени Δt необходимо выполнить расчёты с шагом Δt и с шагом $\Delta t/2$ и произвести сравнение полученных зависимостей для исследуемых характеристик напряжённо-деформированного состояния (компоненты тензора напряжений, осевая деформация, угол закручивания) в одних и тех же узлах (r_j, t_i) . Если максимальное значение модуля разности соответствующих функций меньше допустимой погрешности для всех расчётных зависимостей в совокупности, то в качестве шага интегрирования принимается величина $\Delta t/2$, в противном случае шаг интегрирования уменьшается в 2 раза и процедура повторяется.

2. Выполняется расчёт окружной компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ в узлах сетки r_j после процедуры упрочнения в соответствии с аппроксимирующей зависимостью (3.7) либо (3.8):

— случай упрочнения поверхности сплошного цилиндра ($R_1 = 0$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r_j) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r_j)^2}{b^2}\right); \quad (5.3)$$

— случай упрочнения внешней поверхности полого цилиндра ($R_1 > 0$):

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r_j) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R_2 - h^* - r_j)^2}{b^2}\right) \right] \frac{r_j - R_1}{l}, \quad (5.4)$$

где $l = 1$ мм — обезмеривающий коэффициент.

3. Выполняется расчёт остальных компонент тензора остаточных напряжений и пластических деформаций после процедуры упрочнения в соответствии со схемой (3.6):

$$\sigma_r^{\text{res}}(r_j) = \frac{1}{r_j} \int_{R_1}^{r_j} \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (5.5)$$

$$q_\theta(r_j) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_0(1+\alpha\mu)^2} r_j^{-\nu} \int_{R_1}^{r_j} \xi^{\nu-1} [\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)] d\xi - \quad (5.6)$$

$$-\frac{1+\mu}{E_0(1+\alpha\mu)} [(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r_j) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r_j)], \quad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu};$$

$$q_z(r_j) = \alpha q_\theta(r_j), \quad q_r(r_j) = -(1+\alpha)q_\theta(r_j); \quad (5.7)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E_0} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr; \quad (5.8)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r_j) = E_0 [\varepsilon_z^0 - q_z(r_j)] + \mu [\sigma_r^{\text{res}}(r_j) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r_j)]. \quad (5.9)$$

Все интегралы в соотношениях (5.5)–(5.9) вычисляются при помощи методов численного интегрирования при каждом значении $j = \overline{0, N}$, о чём пойдёт речь ниже.

В случае сплошных образцов ($R_1 = 0$) в формуле (5.5) при $j = 0$ имеем неопределённость вида $\left[\frac{0}{0} \right]$. Для её устранения применим правило Лопиталья при $r \rightarrow 0$:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_r^{\text{res}}(r) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sigma_\theta^{\text{res}}(r)}{1} = \sigma_\theta^{\text{res}}(0).$$

Таким образом, для сплошных образцов получаем $\sigma_r^{\text{res}}(0) = \sigma_\theta^{\text{res}}(0)$.

Аналогичная неопределённость для сплошных образцов при $j = 0$ возникает и в соотношении (5.6). В данном случае при предположении, что в процессе упрочнения пластические деформации наводятся лишь в тонком поверхностном слое, считаем $q_\theta(0) = 0$.

4. Определяются значения компонент тензора напряжений в момент тем-

пературной нагрузки $t = 0 + 0$:

$$\sigma_z^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r_j); \quad (5.10)$$

$$\sigma_\theta^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r_j); \quad (5.11)$$

$$\sigma_r^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r_j). \quad (5.12)$$

5. Определяются значения компонент тензора напряжений при нагружении образца осевой силой F , крутящим моментом M и внутренним давлением q (для сплошных образцов считаем $q = 0$) в момент времени $t = 0 + 0$:

$$\sigma_z^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_z^{\text{res}}(r_j) + \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \quad (5.13)$$

$$\sigma_\theta^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta^{\text{res}}(r_j) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r_j^2} \right]; \quad (5.14)$$

$$\sigma_r^0(r_j, 0 + 0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_r^{\text{res}}(r_j) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r_j^2} \right]; \quad (5.15)$$

$$\tau_0(r_j, 0 + 0) = \frac{M}{J} r_j, \quad J = \frac{\pi(R_2^4 - R_1^4)}{2}, \quad (5.16)$$

а также определяются начальные значения для осевого напряжения и угла закручивания:

$$\varepsilon_z(0 + 0) = \frac{1}{E_1} \left[\sigma_z^0(r_j, 0 + 0) - \mu(\sigma_r^0(r_j, 0 + 0) + \sigma_\theta^0(r_j, 0 + 0)) \right] + q_z(r_j) \quad (5.17)$$

$$\theta(0 + 0) = \frac{M}{G_1 J}. \quad (5.18)$$

В силу принятой гипотезы плоских сечений расчёт значения $\varepsilon_z(0 + 0)$ по формуле (5.17) можно выполнять для одного значения r_j , например, для $r_0 = R_1$.

6. Задаются нулевые значения реологических компонент во всех точках r_j в начальный момент времени $t = 0$:

$$p_z(r_j, 0) = 0; \quad p_\theta(r_j, 0) = 0; \quad p_r(r_j, 0) = 0; \quad \gamma^p(r_j, 0) = 0 \quad (j = \overline{0, N}). \quad (5.19)$$

Расчёт напряжённо-деформированного состояния осуществляется по известному в теории ползучести методу — «шагами» по времени. Для этого организуется цикл по временной координате t от $t_1 = \Delta t$ до t_{\max} , и для каждого значения $t = t_i$ производится расчёт компонент тензора деформации ползучести:

$$p_z(r_j, t_i) = p_z(r_j, t_{i-1}) + \dot{p}_z(r_j, t_i)\Delta t; \quad (5.20)$$

$$p_\theta(r_j, t_i) = p_\theta(r_j, t_{i-1}) + \dot{p}_\theta(r_j, t_i)\Delta t; \quad (5.21)$$

$$p_r(r_j, t_i) = p_r(r_j, t_{i-1}) + \dot{p}_r(r_j, t_i)\Delta t; \quad (5.22)$$

$$\gamma^p(r_j, t_i) = \gamma^p(r_j, t_{i-1}) + \dot{\gamma}^p(r_j, t_i)\Delta t, \quad (5.23)$$

где компоненты скоростей деформирования $\dot{p}_z(r_j, t_i)$, $\dot{p}_\theta(r_j, t_i)$, $\dot{p}_r(r_j, t_i)$, $\dot{\gamma}^p(r_j, t_i)$ в момент времени t_i рассчитываются с использованием определяющих соотношений (1.22)–(1.30) (для модели изотропного материала) либо (2.57)–(2.60) (для модели анизотропного материала) при известных в момент времени t_{i-1} значениях компонент тензора истинных напряжений $\sigma_z(r_j, t_{i-1})$, $\sigma_\theta(r_j, t_{i-1})$, $\sigma_r(r_j, t_{i-1})$, $\tau(r_j, t_{i-1})$.

Далее с использованием известных значений $p_z(r_j, t_i)$, $p_\theta(r_j, t_i)$, $p_r(r_j, t_i)$, $\gamma^p(r_j, t_i)$ ($j = \overline{0, N}$) реализуется схема численного решения краевой задачи (3.40):

$$\begin{aligned} t_i &\xrightarrow{(1.22)} p_z(r, t_i), p_\theta(r, t_i), p_r(r, t_i), \gamma^p(r, t_i) \xrightarrow{(1.27)} \omega(r, t_i) \xrightarrow{(3.33)} \\ &g(r, t_i) \xrightarrow{(3.34), (3.35)} \sigma_r^0(r, t_i) \xrightarrow{(3.36)} \sigma_\theta^0(r, t_i) \xrightarrow{(3.37)} \\ \varepsilon_z(t_i) &\xrightarrow{(3.26)} \sigma_z^0(r, t_i) \xrightarrow{(3.30)} \theta(t_i) \xrightarrow{(3.38)} \tau_0(r, t_i) \xrightarrow{(2.31)} S_0(r, t_i) \xrightarrow{(1.26)} \\ &\sigma_z(r, t_i), \sigma_\theta(r, t_i), \sigma_r(r, t_i), \tau(r, t_i), S(r, t_i) \xrightarrow{(2.33)} \Omega(r, t_i). \end{aligned}$$

Определяемые на каждом этапе алгоритма (3.40) функции последовательно рассчитываются в каждой точке дискретизации $r = r_j$ ($j = \overline{0, N}$).

Критерием останова итерационной процедуры расчёта является выполнение неравенства

$$\Omega(r_j, t_i) \geq 1 \quad (5.24)$$

хотя бы в одной точке образца r_j (и тогда образец считается разрушенным в момент времени t_i) либо достижение величиной t_i заданного максимального значения t_{\max} . Далее для определённости обозначим время окончания расчёта через $t = t^* - 0$.

7. Определяются значения компонент тензора номинальных напряжений после окончания процесса ползучести при силовой разгрузке в момент времени $t = t^* + 0$.

$$\sigma_z^0(r_j, t^* + 0) = \sigma_z^0(r_j, t^* - 0) - \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}; \quad (5.25)$$

$$\sigma_\theta^0(r_j, t^* + 0) = \sigma_\theta^0(r_j, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r_j^2} \right]; \quad (5.26)$$

$$\sigma_r^0(r_j, t^* + 0) = \sigma_r^0(r_j, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r_j^2} \right]; \quad (5.27)$$

$$\tau_0(r_j, t^* + 0) = \tau_0(r_j, t^* - 0) - \frac{M}{J}r_j. \quad (5.28)$$

8. Определяются значения компонент тензора напряжений при температурной разгрузке в момент времени $t = t^* + 0$.

$$\sigma_z^0(r_j, t^* + 0) = \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_z^0(r_j, t^* - 0) - \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \right); \quad (5.29)$$

$$\sigma_\theta^0(r_j, t^* + 0) = \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_\theta^0(r_j, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 + \frac{R_2^2}{r_j^2} \right] \right); \quad (5.30)$$

$$\sigma_r^0(r_j, t^* + 0) = \frac{E_0}{E_1} \left(\sigma_r^0(r_j, t^* - 0) - \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left[1 - \frac{R_2^2}{r_j^2} \right] \right); \quad (5.31)$$

$$\tau_0(r_j, t^* + 0) = \frac{E_0}{E_1} \left(\tau_0(r_j, t^* - 0) - \frac{M}{J}r_j \right). \quad (5.32)$$

Используемые численные методы. Из соотношений (5.1)–(5.32) следует, что предложенные в настоящей работе методики решения краевых задач требуют применения методов численного интегрирования и дифференцирования.

Для вычисления определённых интегралов в настоящей работе применяется метод Симпсона, поскольку он обладает меньшей погрешностью по срав-

нению с другими методами (метод прямоугольников, метод трапеций):

$$\int_{R_1}^{R_2} f(r) dr \approx \frac{\Delta r}{3} \left(f(r_0) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{N}{2}} f(r_{2j-1}) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{N-2}{2}} f(r_{2j}) + f(r_N) \right), \quad (5.33)$$

где $f = f(r)$ — любая из функций, входящая в подынтегральное выражение.

Необходимо отметить, что использование метода Симпсона накладывает ограничение на число точек дискретизации по пространственной координате r_j ($j = \overline{0, N}$): значение N должно быть чётным числом. Из этого следует, что использовать метод Симпсона возможно только для нахождения определённых интегралов (в пределах от R_1 до R_2). Поэтому для вычисления интегралов с переменным верхним пределом r_j от функции $f = f(r)$ используется метод трапеций:

$$\int_{R_1}^{r_j} f(r) dr \approx \frac{\Delta r}{2} \sum_{k=1}^j \left(f(r_{k-1}) + f(r_k) \right) \quad (j = \overline{1, N-1}). \quad (5.34)$$

Для нахождения производных функции f по пространственной координате r использовались следующие формулы численного дифференцирования:

$$\begin{aligned} \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=R_1} &\approx \frac{-3f(r_0) + 4f(r_1) - f(r_2)}{2\Delta r}, \\ \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=r_j} &\approx \frac{f(r_{j+1}) - f(r_{j-1}))}{2\Delta r} \quad (j = \overline{1, N-1}); \\ \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=R_2} &\approx \frac{f(r_{N-2}) - 4f(r_{N-1}) + 3f(r_N)}{2\Delta r}. \end{aligned}$$

Программное обеспечение для реализации методик. Большой объём вычислений, возникающий в процессе численной реализации методик решения краевых задач ползучести, требует наличия определённого рабочего инструмента, позволяющего автоматизировать данные расчёты. Важно отметить, что на сегодняшний день в современных вычислительных комплексах (ANSYS, ABAQUS и др.) отсутствует блок расчёта кинетики напряжённо-деформированного состояния поверхностно упрочнённых деталей (в том числе цилиндрических конструкций) вследствие ползучести. Поэтому одна из задач настоящей

работы заключается в разработке специального программного обеспечения для выполнения расчётов.

Для реализации приведённого выше алгоритма расчёта можно использовать любой современный язык императивного программирования, например, Pascal, C++, C#, Python и др. Автором настоящей работы выбран популярный в настоящее время язык программирования Java, который обладает рядом преимуществ: объектно-ориентированность, независимость от платформы (кроссплатформенность), упрощение работы с памятью (отсутствие указателей, автоматическая сборка «мусора»), обратная совместимость, многопоточность и т. д. Достоинствами данного языка программирования можно считать относительную простоту и лёгкость в освоении, а также высокую надёжность. Тем не менее, синтаксис языка Java будет понятен исследователям, знакомым с C++, поскольку основные алгоритмические конструкции этих языков программирования практически не отличаются.

Разработанная автором расчётная программа «ComplexStressRelax» [161] внесена в Реестр программ для ЭВМ. С её помощью возможно осуществлять расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния в процессе реологического деформирования сплошного и полого цилиндрических изделий при различных видах температурно-силового нагружения (осевая нагрузка, крутящий момент, внутреннее давление, а также их комбинации). Так, все результаты расчётов, представленные в главах 2–4 настоящей работы, получены с использованием данного программного комплекса.

Данная программа представляет собой консольное приложение, написанное на языке программирования Java. Её объектная модель представлена на рис. 5.1. Главным исполняемым модулем является класс Program. Объект данного класса взаимодействует с экземплярами остальных классов — Params, ResidualStress, Stress, CreepStrain, PlasticStrain, MathUtils, Graph и вызывает необходимые подпрограммы для загрузки исходных данных, выполнения расчётов характеристик напряжённо-деформированного состояния в различные мо-

менты времени согласно приведённому алгоритму, проверки выполнения критерия останова итерационной процедуры, а также записи результатов расчёта в файл.

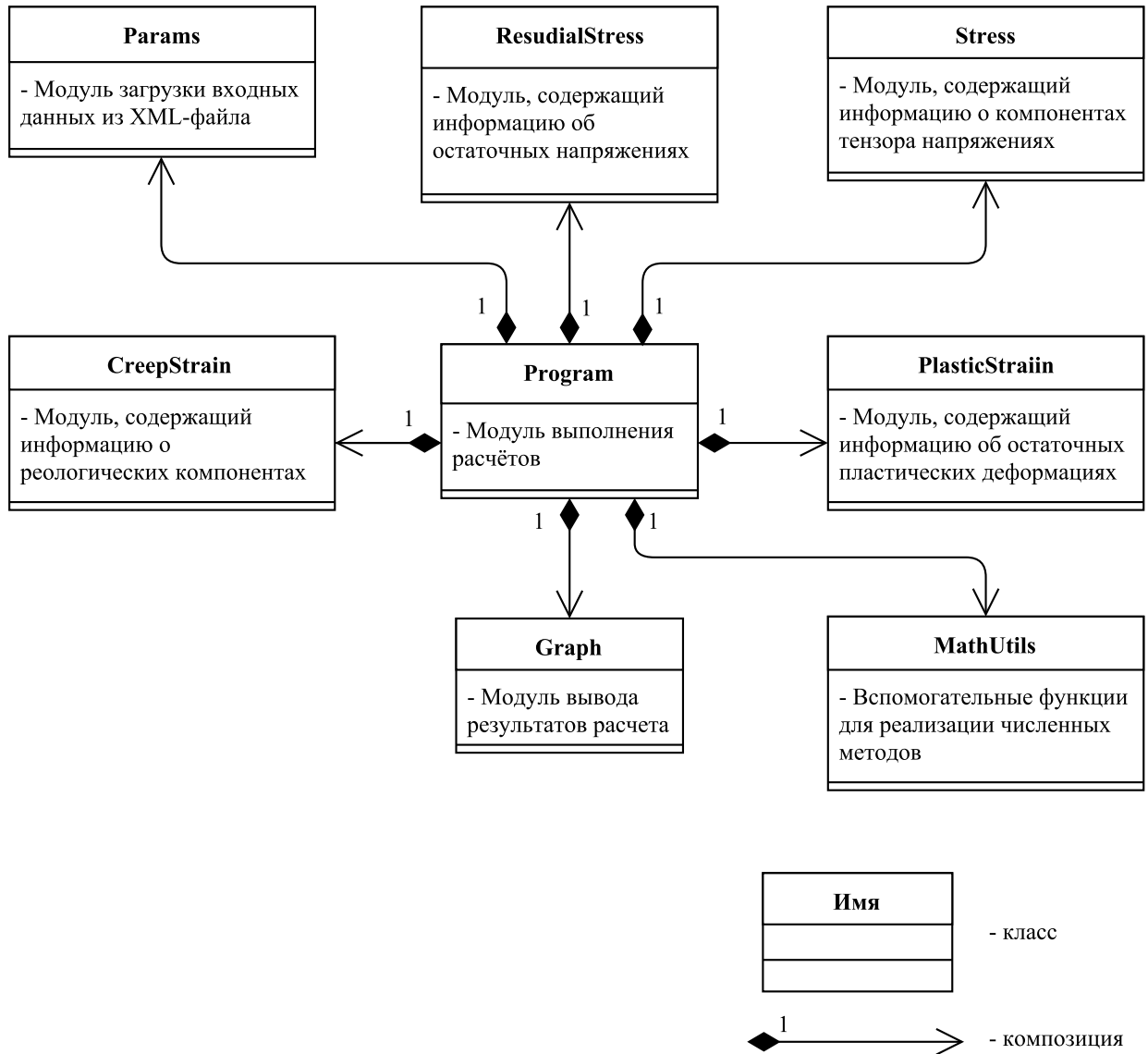


Рис. 5.1. Объектная модель расчётной программы ComplexStressRelax

В начале выполнения программы происходит чтение входных данных из файла формата xml. В качестве примера на рис. 5.2 приведён xml файл для образцов из стали 12X18H10T при температуре $T = 850^\circ\text{C}$ с необходимыми комментариями.

```

<?xml version="1.0" encoding="utf-8"?>
<params>
  <info><!-- справочная информация -->
    <material>Сталь X18H10T</material>
    <temperature>850</temperature>
  </info>
  <calculation>
    <dt value="0.001"/><!-- шаг интегрирования по времени -->
    <dr value="0.001"/><!-- шаг интегрирования по радиусу -->
    <t_max value="1000"/><!-- максимальное время расчетов -->
    <F value="0"/><!-- осевая сила, Н -->
    <M value="0"/><!-- крутящий момент, Н * мм -->
    <q value="0"/><!-- внутреннее давление, МПа -->
  </calculation>
  <geometry>
    <R1 value="5.5"/><!-- внутренний радиус цилиндра -->
    <R2 value="6"/><!-- внешний радиус цилиндра -->
  </geometry>
  <elasticity>
    <E0 value="77500"/><!-- модуль Юнга материала при упрочнении, МПа -->
    <E1 value="77500"/><!-- модуль Юнга материала при ползучести, МПа -->
    <mu value="0.3"/><!-- коэффициент Пуассона -->
  </elasticity>
  <sigma_res_theta><!-- параметры аппроксимации окружной компоненты-->
    <sigma_0 value="0"/>
    <sigma_1 value="0"/>
    <h value="0"/>
    <b value="1"/>
  </sigma_res_theta>
  <creep>
    <v><!-- вязкопластическая компонента-->
      <b value="0"/>
      <n value="1"/>
      <lambda value="1"/>
      <mu_1 value="0.42"/>
    </v>
    <w><!-- вязкая компонента-->
      <m value="3.2"/>
      <tension>
        <c value="6.64864E-09"/>
        <alpha><alpha value="42.28"/><mAlpha value="-1.5"/></alpha>
        <A><A1 value="7.52"/><mA value="0"/></A>
      </tension>
      <isotropy>true</isotropy><!-- признак изотропии свойств ползучести -->
    </w>
  </creep>
  <output><!-- параметры вывода результатов -->
    <stressTimes>
      <t value="5"/><t value="20"/><t value="50"/>
    </stressTimes>
  </output>
</params>

```

Рис. 5.2. Формат xml файла

Далее осуществляется расчёт кинетики напряжённо-деформированного состояния согласно вышеописанному алгоритму. При выполнении критерия разрушения либо заданного максимального времени расчёта итерационная процедура расчёта прекращается и запускается модуль записи результатов в файловую систему. Полученные расчётные значения зависимостей для компонент тензоров номинальных $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0(r, t)$ и истинных $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(r, t)$ напряжений, пластических деформаций $q_r = q_r(r)$, $q_\theta = q_\theta(r)$, $q_z = q_z(r)$, а также значения полной осевой деформации $\varepsilon_z = \varepsilon_z(t)$ и угла закручивания $\theta = \theta(t)$ записываются в соответствующие файлы формата csv.

Дальнейший анализ полученных результатов выполняется средствами табличных процессоров, например, Microsoft Office Excel или LibreOffice Calc. Так, оба указанных расчётных пакета имеют встроенную поддержку формата csv и отображают информацию файлов, имеющих данный формат, в виде таблиц.

Таким образом, разработанный в рамках настоящего исследования программный комплекс позволяет автоматизировать алгоритм численного решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрических образцах при различных видах напряжённого состояния.

Заключение

Сформулируем основные выводы и научные результаты, полученные в рамках настоящей диссертационной работы.

1. Разработан метод решения краевой задачи о реологическом деформировании и разрушении цилиндрических элементов конструкций в условиях совместного действия растягивающей силы, крутящего момента и внутреннего давления.
2. С использованием энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности выполнена проверка адекватности предложенного метода решения краевых задач экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из стали 45 ($T = 725^\circ\text{C}$, $T = 740^\circ\text{C}$), сплава АМГ-6М ($T = 450^\circ\text{C}$), стали 20 ($T = 500^\circ\text{C}$), стали ЭИ694 ($T = 700^\circ\text{C}$), стали 12Х18Н10Т ($T = 850^\circ\text{C}$), сплава ЭИ698ВД ($T = 750^\circ\text{C}$) при различных видах напряжённого состояния (осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации). Выполнен сравнительный анализ данных расчёта длительной прочности на основе решения краевых задач с данными расчёта при использовании концепции эквивалентных напряжённых состояний при разных видах напряжённого состояния.
3. Предложен вариант обобщения модели ползучести и длительной прочности энергетического типа на случай материалов, проявляющих анизотропию свойств ползучести при чистом растяжении и чистом сдвиге. Изложена методика идентификации параметров предложенной реологической модели и выполнена проверка её адекватности экспериментальным данным по ползучести и длительной прочности сплошных и полых цилиндрических образцов из сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) и сплава РА6 ($T = 150^\circ\text{C}$). Результаты расчётов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными и данными расчётов других авторов из независимых ис-

точников.

4. Разработан метод решения краевых задач для оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях в условиях ползучести при сложном напряжённом состоянии (термоэкспозиция, осевое растяжение, кручение, внутреннее давление и их комбинации). Выполнена экспериментальная проверка метода решения краевой задачи экспериментальным данным по релаксации остаточных напряжений для сплошных цилиндрических образцов из сплава ЖС6УВИ ($T = 675^\circ\text{C}$) в условиях термоэкспозиции и сплава ЖС6КП ($T = 800^\circ\text{C}$) в условиях действия растягивающей нагрузки. Наблюдается соответствие расчётных и экспериментальных данных.
5. Проведено теоретическое исследование влияния вида напряжённого состояния на релаксацию остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых полых и сплошных цилиндрических образцах из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) на модельных примерах. Показано, что на стадии установившейся ползучести остаточные напряжения в поверхностном слое релаксируют практически до стационарного (асимптотического) состояния при $t \rightarrow +\infty$, что свидетельствует об адекватности методики расчёта при рассматриваемых видах напряжённого состояния. На модельном примере упрочнённых цилиндрических образцов из сплава ЖС6КП ($T = 900^\circ\text{C}$) показано, что введение в расчёт третьей стадии ползучести слабо влияет на увеличение скорости релаксации остаточных напряжений, поскольку к началу стадии ускоренной ползучести происходит практически их полная релаксация.
6. Разработан программный комплекс, реализующий все разработанные методики и позволяющий автоматизировать алгоритмы численного решения рассматриваемых краевых задач.

Список литературы

1. Агахи К. А., Георгиевский Д. В. Тензорно нелинейные определяющие соотношения изотропной теории ползучести с тензорной мерой поврежденности // Изв. Тульского гос. ун-та. Естественные науки. 2013. № 2. Ч. 2. С. 10–16.
2. Антонов А. А., Бобрик А. И., Морозов В. К., Чернышев Г. Н. Определение остаточных напряжений при помощи создания отверстий и голографической интерферометрии // Изв. АН СССР. МТТ. 1980. № 2. С. 182–189.
3. Антонов А. А., Ифимовская А. А., Чернышев Г. Н. Бесконтактный электростатический метод оценки НДС твердых тел. Сб. Остаточные технологические напряжения. М., 1988. С. 32–38.
4. Архипов А. Н., Темис Ю. М. Исследование остаточных напряжений в конструкциях сложной формы методом конечных элементов // Проблемы прочности. 1980. № 7. С. 81–84.
5. Астафьев В. И. К вопросу о поврежденности и критериях разрушения при ползучести // Проблемы прочности. 1983. № 3. С. 11–13.
6. Астафьев В. И. Описание процесса разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 4. С. 164–169.
7. Аулов В. Ф., Авчинников В. Е. Влияние концентрации напряжений на оптимальную глубину упрочнения // Совершенствование ремонта авиационной техники. Киев: КИИГА. 1982. С. 10.
8. Банщикова И. А., Горев Б. В., Сухоруков И. В. Двумерные задачи формообразования стержней в условиях ползучести // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 3 (253). С. 129–139.
9. Биргер И. А. Остаточные напряжения. М.: Машиностроение, 1963. 232 с.
10. Бойл Д., Спенс Д. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. М.: Мир, 1986. 360 с.
11. Бойцов В. Б., Скрипкин Д. Э., Чернявский А. О. Расчётный анализ об-

- разования остаточных напряжений при виброупрочнении // Динамика, прочность и износостойкость машин. 1985. № 5. Челябинск: ИПМ АН СССР. С. 69–72.
12. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
 13. Бордаков С. А. Разработка методов расчёта остаточных напряжений и сопротивления усталости в неоднородном поверхностном слое элементов конструкций: Автореф. дис. . . . д-ра техн. наук / СГАУ. Самара, 2000. 37 с.
 14. Букатый А. С., Костичев В. Э., Денискина Е. А. Динамический метод исследования концентраторов напряжений коленчатого вала двигателя ЯМЗ-238 с учётом упрочняющей обработки поверхностным пластическим деформированием // Вестник СГАУ. 2013. № 3 (41). Ч. 2. С. 40–45.
 15. Вакулюк В. С. Влияние технологии изготовления на остаточные напряжения и сопротивление усталости шлицевых деталей // Вестник Сам. госуд. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2013. № 2 (38). С. 99–104.
 16. Вакулюк В. С., Букатый А. С., Афанасьева О. С. и др. Влияние характера распределения сжимающих остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя на предел выносливости образцов // Усталость и термоусталость материалов и элементов конструкций. Тезисы докладов международной научно-технической конференции. Киев, 2013. С. 48–50.
 17. Васильев Д. М., Трофимов В. В. Современное состояние рентгеновского способа измерения макронапряжений // Заводская лаборатория. 1984. Т. 50, № 7. С. 20–29.
 18. Голуб В. П., Регульский М. Н., Русинов А. А. Длительная прочность тонкостенных труб при двухосном статическом нагружении // Вестник НТУУ «КПИ». Сер.: Машиностроение. 2008. № 52. С. 61–67.
 19. Голубовский Е. Р. Длительная прочность и критерий разрушения при сложном напряжённом состоянии сплава ЭИ698ВД // Проблемы прочности. 1984. № 8. С. 11–17.

20. Голубовский Е. Р., Булыгин И. П., Юшакова Ф. В. Дисперсия и температурно-силовая зависимость характеристик жаропрочности сплава для дисков ГТД // Проблемы прочности. 1982. № 1. С. 68–73.
21. Гольденблат И. И., Бажанов В. Л., Копнов В. А. Длительная прочность в машиностроении. М.: Машиностроение, 1968. 192 с.
22. Горев Б. В. К оценке ползучести и длительной прочности элементов конструкций по методу характеристических параметров. Сообщение 1 // Проблемы прочности. 1979. № 4. С. 30–36.
23. Горев Б. В., Клопотов И. Д. Описание процесса ползучести и разрушения при изгибе балок и кручении валов уравнениями со скалярными параметрами поврежденности // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 6. С. 157–162.
24. Горев Б. В., Рубанов В. В., Соснин О. В. О построении уравнений ползучести для материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие // ПМТФ. 1979. № 4. С. 121–128.
25. Давиденков Н. Н. К вопросу о классификации и проявлении остаточных напряжений // Заводская лаборатория. 1959. № 3. С. 318–319.
26. Давиденков Н. Н. К итогам дискуссии «О классификации и проявлении остаточных напряжений» // Заводская лаборатория. 1960. № 7. С. 861–862.
27. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник / Под ред. С. А. Шестерикова. М.: Машиностроение, 1983. 101 с.
28. Зверьков Б. В. Длительная прочность труб при сложных нагрузках // Теплоэнергетика. 1958. № 3. С. 51–54.
29. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Пер. с англ. под ред. Б. Е. Победри. М.: Мир, 1975. 542 с.
30. Зотеев В. Е. Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений / Под ред. В. П. Радченко. М.: Машиностроение, 2009. 344 с.
31. Зотеев В. Е., Макаров Р. Ю. Численный метод оценки параметров деформации ползучести при степенной зависимости параметра разупрочнения //

- Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2016. № 3 (51). С. 18–25.
32. Иванов С. И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. № 53. Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 32–42.
33. Иванов С. И. Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. № 48. Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 153–168.
34. Иванов С. И., Павлов В. Ф. Влияние остаточных напряжений и наклёпа на усталостную прочность // Проблемы прочности. 1976. № 5. С. 25–27.
35. Иванов С. И., Павлов В. Ф., Минин Б. В. и др. Остаточные напряжения и сопротивление усталости высокопрочных резьбовых деталей. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2015. 170 с.
36. Иванов С. И., Шатунов М. П., Павлов В. Ф. Влияние остаточных напряжений на выносливость образцов с надрезом // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. № 1. Куйбышев: КуАИ, 1974. С. 88–95.
37. Ильялов О. Р., Няшин Ю. И. Об определении остаточных напряжений. Пермь: Перм. политехн. ин-т, 1988. 13 с. (Рукопись деп. в ВИНТИ №5709-B88. Деп. от 15.07.88 г.).
38. Каблов Е. Н., Голубовский Е. Р. Жаропрочность никелевых сплавов. М.: Машиностроение, 1998. 462 с.
39. Капранов Б. И., Коротков М. М., Короткова И. А. Акустический контроль. Томск, 2004. 119 с.
40. Кац Ш. Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. 1955. № 11. С. 37–40.
41. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. С. 26–31.
42. Качанов Л. М. Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с.
43. Качанов Л. М. К вопросу о хрупких разрушениях в условиях ползучести

- при сложном нагружении // Вестн. Ленингр. ун-та. 1972. № 1. С. 92–96.
44. Качанов Л. М. Разрушения в условиях ползучести при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. 1972. № 5. С. 11–15.
45. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
46. Кирпичёв В. А., Букатый А. С. Влияние режимов пневмодробеструйной обработки на остаточные напряжения, микротвёрдость и сопротивление усталости // Физика прочности и пластичности материалов: Тр. XVII Междунар. конф. Т. 1. Самара: СамГТУ, 2009. С. 109–111.
47. Кирпичёв В. А., Павлов В. Ф., Чирков А. В., Иванова А. В. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых цилиндрических образцов различного диаметра // Вестник СГАУ. 2012. № 5 (36). Ч. 1. С. 100–107.
48. Кирпичёв В. А., Саушкин М. Н., Сазанов В. П., Семёнова О. Ю. Остаточные напряжения и сопротивление усталости образцов с V-образными надрезами из стали ВНС40 // Вестник СГАУ. 2012. № 5 (36). Ч. 1. С. 95–99.
49. Колотникова О. В. Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // Проблемы прочности. 1983. № 2. С. 112–114.
50. Костичев В. Э. Применение динамического моделирования для оценки влияния упрочняющей обработки на сопротивление усталости // Вестник СГАУ. 2015. Т. 14, № 1. С. 147–153.
51. Костичев В. Э. Повышение сопротивления усталости коленчатых валов тепловых двигателей: Дис. ... канд. техн. наук / СГАУ. Самара, 2017. 172 с.
52. Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Костина Г. Н. Формирование остаточных напряжений при термоупрочнении деталей ГТД // Проблемы прочности. 1978. № 5. С. 12–15.
53. Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Фокин В. Г. Термопластическое упрочнение замковой части диска турбины ГТД. Определение остаточных напря-

- жений // Проблемы прочности. 1980. № 9. С. 54–57.
54. Кравченко Б. А., Гутман Г. Н., Фокин В. Г. Исследование процесса формирования остаточных напряжений в зоне концентраторов и их влияние на выносливость деталей // Высокоэффективные методы обработки резанием жаропрочных и титановых сплавов. Куйбышев: КуАИ, 1982. С. 65–70.
55. Кравченко Б. А., Круцило В. Г., Гутман Г. Н. Термопластическое упрочнение — резерв повышения прочности и надежности деталей машин. Самара: СамГТУ, 2000. 216 с.
56. Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1976. 216 с.
57. Ларичкин А. Ю., Горев Б. В. Построение сдвиговых деформаций ползучести из чистого кручения сплошных круглых валов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 3 (177). С. 212–219.
58. Лебедев А. А. Обобщенный критерий длительной прочности // Термопрочность материалов и конструкционных элементов. Киев: Наук. думка, 1965. С. 69–76.
59. Леметр Д., Плантри А. Применение понятия поврежденности для расчета разрушения в условиях одномерной усталости и ползучести // Теор. основы инж. расчетов. 1979. Т. 101, № 3. С. 124–134.
60. Лепин Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. М.: Металлургия, 1976. 344 с.
61. Лиманова Л. В. Расчет тепловых и механических полей при термопластическом упрочнении пластины с двумя цилиндрическими отверстиями с учетом зависимости свойств материала от температуры // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 1999. № 7. С. 63–69.
62. Локощенко А. М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: МГИУ, 2007. 264 с.
63. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физ-

- матлит, 2016. 504 с.
64. Локощенко А. М., Мякотин Е. А., Шестериков С. А. Ползучесть и длительная прочность стали X18H10T в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 4. С. 87–94.
 65. Локощенко А. М., Платонов Д. О. Длительная прочность никелевого сплава ЭИ437БУ-ВД при сложном напряженном состоянии // Машиностроение и инженерное образование. 2010. № 2. С. 15–24.
 66. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ. 1980. № 3. С. 155–159.
 67. Львовский Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул. М.: Высш. шк., 1988. 239 с.
 68. Мавлютов Р. Р., Мардимасова Т. Н., Куликов В. С. Остаточные напряжения и деформации при упрочнении отверстий // Прочность конструкций. Уфа: Уфим. гос. авиац. техн. ун-т, 1996. С. 90–97.
 69. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
 70. Можаровская Т. Н. Критерий длительной прочности и ползучести металлических материалов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. 1988. № 2. С. 57–60.
 71. Можаровский В. Н. Влияние истории нагружения на основные характеристики ползучести // Вестн. КПИ. Машиностроение. 1992. № 29. С. 20–23.
 72. Можаровский Н. С., Бобырь Н. И. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов в условиях плоского напряженного состояния при различных путях пропорционального нагружения // Проблемы прочности. 1980. № 10. С. 73–78.
 73. Морозов А. П. Стохастические модели релаксации остаточных напряжений и кинетика микротвердости материала в поверхностно упрочненных элементах конструкций в условиях ползучести: Дис. . . . канд. техн. наук /

- СамГТУ. Самара, 2017. 206 с.
74. Мрочек Ж. А., Макаревич С. С., Кожуро Л. М. Остаточные напряжения. Учебное пособие / Под ред. С. С. Макаревича. Мн.: УП «Технопринт», 2003. 352 с.
 75. Наместникова И. В., Шестериков С. А. Векторное представление параметра поврежденности // Деформирование и разрушение твердых тел. М.: МГУ, 1985. С. 43–52.
 76. Наместникова И. В., Шестериков С. А. Применение векторной характеристики поврежденности к расчету на прочность диска и толстостенной трубы в условиях ползучести // Деформирование и разрушение твердых тел. М.: МГУ, 1985. С. 53–67.
 77. Неразрушающий контроль. В 5-ти томах. Том 2. Акустические методы контроля: практическое пособие / Под ред. В. В. Сухорукова. М.: Высшая школа, 1991. 283 с.
 78. Никитенко А. Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. Новосибирск: НГАСУ, 1997. 278 с.
 79. Новожилов В. В., Кадашевич Ю. И. Микронапряжения в конструкционных материалах. Л.: Машиностроение, 1990. 223 с.
 80. Павлов В. Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. 1986. № 8. С. 29–32.
 81. Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2012. 125 с.
 82. Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Иванов В. Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. 64 с.
 83. Павлов В. Ф., Столяров А. К., Павлович Л. И. Исследование остаточных напряжений в резьбе болтов по первоначальным деформациям // Пробле-

- мы прочности. 1987. № 5. С. 117–119.
84. Подзей А. В., Сулима А. М., Евстигнеев М. И. Технологические остаточные напряжения. М.: Машиностроение, 1973. 216 с.
85. Поздеев А. А., Няшин Ю. И., Трусов П. В. Остаточные напряжения: теория и приложения. М.: Наука, 1982. 109 с.
86. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
87. Радченко В. П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности // ПМТФ. 1991. № 4. С. 172–179.
88. Радченко В. П. Математическая модель неупругого деформирования и разрушения металлов при ползучести энергетического типа // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 1996. № 4. С. 43–63.
89. Радченко В. П., Афанасьева О. С. Методика расчёта предела выносливости упрочнённых цилиндрических образцов с концентраторами напряжений при температурных выдержках в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2009. № 2 (19). С. 264–268.
90. Радченко В. П., Башкинова Е. В., Кубышкина С. Н. Об одном подходе к оценке длительной прочности толстостенных труб на основе интегрально-средних напряженных состояний // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2002. № 16. С. 96–104.
91. Радченко В. П., Бочкова Т. И., Цветков В. В. Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом полупространстве в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2015. Т. 19, № 3 (40). С. 504–522.
92. Радченко В. П., Еремин Ю. А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 265 с.
93. Радченко В. П., Кирпичёв В. А., Лунин В. В. Влияние пневмодробеструйной обработки и термоэкспозиции на остаточные напряжения и предел выносливости образцов с надрезами из сплавов В95 и Д16Т // Вестн. Сам.

- гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2011. № 3 (24). С. 181–184.
94. Радченко В. П., Кирпичёв В. А., Лунин В. В. Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2012. № 3 (35). С. 147–154.
95. Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // ПМТФ. 2015. Т. 56, № 2 (330). С. 169–177.
96. Радченко В. П., Лунин В. В., Морозов А. П. Исследование кинетики физико-механических параметров упрочненных образцов из сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2012. № 1 (26). С. 123–132.
97. Радченко В. П., Морозов А. П. Исследование изменения макроструктуры металла упрочненных цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т вследствие температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2010. № 7 (28). С. 107–112.
98. Радченко В. П., Морозов А. П. Экспериментальное исследование влияния пневмодробеструйной обработки, температурных выдержек и многоцикловых усталостных испытаний на физико-механическое состояние упрочненного слоя цилиндрических образцов из сплавов В95 и Д16Т // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2010. № 5 (21). С. 222–228.
99. Радченко В. П., Морозов А. П. Оценка влияния многоцикловых усталостных испытаний на металлофизические свойства плоских образцов из сплава ЭИ698ВД // XXI Уральская школа металлургов-термистов. Материалы международной конференции «Актуальные проблемы физического металлостроения стали и сплавов». Магнитогорск, 2012. С. 177–179.

100. Радченко В. П., Морозов А. П. Анализ влияния пластической деформации на изменение физико-механического состояния поверхностного слоя плоских образцов из алюминия АД-1 // Труды девятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2013. С. 184–187.
101. Радченко В. П., Морозов А. П., Букатый А. С. Влияние многоцикловых усталостных испытаний на физико-механическое состояние упрочненного слоя плоских образцов // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2009. № 3 (25). С. 158–165.
102. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 4. С. 93–100.
103. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник ПНИПУ. Механика. 2015. № 1. С. 130–147.
104. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Извест. вузов. Машиностроение. 2004. № 11. С. 3–17.
105. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с.
106. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённом изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 6 (298). С. 90–99.
107. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Феноменологический метод расчёта остаточных напряжений и пластических деформаций в полой поверхностно

- упрочнённом цилиндрическом образце // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77, № 1. С. 143–152.
108. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Бочкова Т. И. Математическое моделирование и экспериментальное исследование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник ПНИПУ. Механика. 2016. № 1. С. 93–112.
109. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Цветков В. В. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // ПМТФ. 2016. Т. 57, № 3 (337). С. 196–207.
110. Радченко В. П., Цветков В. В. Напряжённо-деформированное состояние цилиндрического образца из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения и кручения при ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2013. № 3 (32). С. 77–86.
111. Радченко В. П., Цветков В. В. Кинетика напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце при сложном напряжённом состоянии в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2014. № 1 (34). С. 93–108.
112. Радченко В. П., Цветков В. В. Расчетное и экспериментальное исследование процесса релаксации остаточных напряжений в сплошном цилиндрическом образце при высокотемпературной выдержке // XIX Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь: ИМСС УрО РАН, 2015. С. 255.
113. Радченко В. П., Цветков В. В. Ползучесть и длительная прочность толстостенной трубы в условиях растяжения, кручения и внутреннего давления // XX Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь: ИМСС УрО РАН, 2017. С. 276.
114. Радченко В. П., Шершнева М. В., Цветков В. В. Обобщённая стохастическая модель ползучести и длительной прочности балки в условиях чистого

- изгиба и её применение к оценке показателей надёжности // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2012. № 4 (29). С. 72–86.
115. Радченко В. П., Шершнева М. В., Цветков В. В. Аналитические методы оценки показателей надёжности элементов конструкций при ползучести в условиях однопараметрического нагружения // Материалы Всероссийской научной конференции «Актуальные проблемы математики и механики». Самара: Изд-во «Самарский университет», 2013. С. 123–124.
116. Регульский М. Н., Голубничий А. В., Польшин Е. А., Дукач Л. Л. Расчет долговечности стальных труб при длительном статическом нагружении внутренним давлением и кручением // Проблемы тертя та зношування. 2009. № 52. С. 120–127.
117. Сазанов В. П., Афанасьева О. С., Михалкина С. А., Анохин Д. В. Использование конечно-элементного моделирования при определении первоначальных деформаций в упрочнённом поверхностном слое деталей // Труды десятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2016. С. 195–200.
118. Сазанов В. П., Семёнова О. Ю., Шадрин В. К., Сургутанов Н. А. Математическое и конечно-элементное моделирование при выборе образцов-свидетелей в технологических процессах поверхностного упрочнения деталей // Труды десятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2016. С. 204–208.
119. Сазанов В. П., Чирков А. В., Самойлов В. А., Ларионова Ю. С. Моделирование перераспределения остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при опережающем поверхностном пластическом деформировании // Вестник СГАУ. 2011. № 3 (27). Ч. 3. С. 171–174.
120. Сазанов В. П., Чирков А. В., Семёнова О. Ю., Иванова А. В. Моделирование остаточного напряженного состояния деталей в условиях

- концентрации напряжений с использованием программного комплекса NASTRAN/PATRAN // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Техн. науки. 2012. № 1 (33). С. 106–113.
121. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев: Куйбышевский госуниверситет, 1979. 84 с.
122. Самарин Ю. П., Клебанов Я. М. Обобщенные модели в теории ползучести конструкций. Самара: Поволж. отд. академии РФ — СамГТУ, 1994. 197 с.
123. Саушкин М. Н., Радченко В. П., Павлов В. Ф. Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 2 (306). С. 173–182.
124. Саушкин М. Н., Смыслов В. А. Блок расчёта начального напряжённо-деформированного состояния конструкций в программном комплексе Strelax // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2010. № 5 (21). С. 318–321.
125. Сдобырев В. П. Длительная прочность сплава ЭИ437Б при сложном напряженном состоянии // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 4. С. 92–97.
126. Серебряков В. И. Формирование остаточных напряжений при единичном ударе // Проблемы повышения качества, надёжности и долговечности деталей машин и инструментов. Брянск: Брянск. ин-т трансп. машиностр., 1992. С. 68–72.
127. Смыслов А. М., Смылова М. К., Дубин А. И. и др. Исследование влияния остаточных напряжений на сопротивление усталости лопаток газотурбинного двигателя с учетом фрактографических признаков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. Машиностроение и машиноведение. 2016. № 1 (37). С. 121–130.
128. Смыслов В. А. Методы расчёта остаточных напряжений в упрочнённых цилиндрических образцах при температурно-силовом нагружении в условиях ползучести: Дис. ... канд. физ.-мат. наук / СамГТУ. Самара, 2014.

- 180 с.
129. Соснин О. В. Ползучесть начально анизотропных неупрочняющихся материалов // ПМТФ. 1970. № 4. С. 123–127.
 130. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1986. 95 с.
 131. Сулима А. М., Евстигнеев М. И. Качество поверхностного слоя и усталостная прочность деталей из жаропрочных и титановых сплавов. М.: Машиностроение, 1974. 256 с.
 132. Сулима А. М., Шулов В. А., Ягодкин Ю. Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
 133. Тамуж В. П. Об одной возможности построения теории длительного разрушения // Проблемы прочности. 1971. № 2. С. 59–64.
 134. Цвелодуб И. Ю. Постулат устойчивости и его приложения в теории ползучести металлических материалов. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1991. 201 с.
 135. Цветков В. В. Расчет напряженно-деформированного состояния при кручении вала на основе энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности // Труды девятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2013. С. 240–248.
 136. Цветков В. В. Исследование релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненных сплошных цилиндрических образцах в условиях растяжения и кручения при ползучести // Научные труды Международной молодежной научной конференции «XL Гагаринские чтения». Т. 5. М.: МАТИ, 2014. С. 189–191.
 137. Цветков В. В. Ползучесть поверхностно упрочненных цилиндрических образцов при различных видах напряженного состояния // Научному прогрессу — творчество молодых. Сборник материалов IX Международной мо-

- лодѐжной научной конференции по естественно-научным и техническим дисциплинам. Ч. 1. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2014. С. 116–117.
138. Цветков В. В. Построение математической модели ползучести вала при совместном кручении и растяжении // Материалы Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Воронеж: Издательско-полиграфический центр «Научная книга», 2014. С. 313–316.
139. Цветков В. В. Моделирование длительной прочности цилиндрических образцов из стали ЭИ694 на основе энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности // Труды десятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи». Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2016. С. 239–243.
140. Цветков В. В. Разработка метода расчѐта длительной прочности толсто-стенной трубы при сложном напряженном состоянии // Международная молодѐжная научная конференция «XLII Гагаринские чтения». Материалы секции №4, Механика и моделирование материалов и технологий. М.: ИПМех РАН, 2016. С. 89–90.
141. Цветков В. В. Реологическая модель для оценки длительной прочности цилиндрических образцов при различных видах напряжѐнного состояния // Научному прогрессу — творчество молодых. Сборник материалов XI Международной молодѐжной научной конференции по естественно-научным и техническим дисциплинам. Ч. 1. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2016. С. 116–118.
142. Цветков В. В. Решение краевой задачи о кручении сплошных и полых цилиндрических образцов из стали 45 и сплава АМГ-6М в условиях кратковременной установившейся ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2017. Т. 21, № 3. С. 507–523.
143. Цветков В. В. Решение краевых задач ползучести и длительной прочности

- для сплошных и полых цилиндрических образцов при различных видах напряжённого состояния // Материалы X Всероссийской конференции по механике деформируемого твердого тела. Т. 2. Самара: СамГТУ, 2017. С. 277–279.
144. Цветков В. В. Сравнительный анализ расчётов по моделям изотропной и анизотропной ползучести толстостенных труб при совместном кручении и растяжении // Научному прогрессу — творчество молодых. Сборник материалов XII Международной молодёжной научной конференции по естественно-научным и техническим дисциплинам. Ч. 1. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2017. С. 78–80.
145. Цветков В. В. Численный метод решения краевой задачи ползучести и длительной прочности толстостенной трубы при сложном напряженном состоянии // Материалы Международной научной конференции «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы». Самара: СГПУ, 2017. С. 206–208.
146. Цейтлин В. И., Колотникова О. В. Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Проблемы прочности. 1980. № 8. С. 46–48.
147. Чепя П. А. Анализ процесса формирования остаточных напряжений при упрочнении деталей поверхностным деформированием // Проблемы прочности. 1980. № 11. С. 100–103.
148. Чернышев Г. Н., Попов А. Л., Козинцев В. М., Пономарев И. И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. М.: Наука, 1996. 240 с.
149. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер.: Механ. деформ. тверд. тела. М.: ВИНТИ, 1980. Т. 13. С. 3–104.
150. Altenberger I., Nalla R. K., Sano Y. et al. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of

- Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C // *Int. J. Fatigue*. 2012. Vol. 44. Pp. 292–302.
151. ANSYS/LS-DYNA. URL: <http://www.ansys.com/products/Structures/ANSYS-LS-DYNA>. Accessed: 2018-01-20.
152. Benedetti M., Fontanari V., Scardi P. et al. Reverse bending fatigue of shot peened 7075-T651 aluminium alloy: The role of residual stress relaxation // *Int. J. Fatigue*. 2009. Vol. 31, no. 8–9. Pp. 1225–1236.
153. Bergstrom J. Relaxation of residual stresses during cyclic loading // *Adv. Surface Treat.: Technol., Appl., Eff.* 1986. Vol. 3. Pp. 97–111.
154. Besserdich G., Scholtes B., Müller H., Macherauch E. Consequences of transformation plasticity on the development of residual stresses and distortions during martensitic hardening of SAE 4140 steel cylinders // *Steel Res.* 1994. Vol. 65, no. 1. Pp. 41–46.
155. Betten J. Net-stress analysis in creep mechanics // *Ing. Arch.* 1982. Vol. 52, no. 6. Pp. 405–419.
156. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // *J. Mech. Theor. Appl.* 1983. Vol. 2, no. 1. Pp. 13–32.
157. Bodner S. R. A procedure for including damage in constitutive equations for elastic-viscoplastic work-hardening materials // *Physical Non-Linearities in Structural Analysis*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1981. Pp. 21–28.
158. Boyle J. T., Spence J. *Stress analysis for creep*. London: Butterworths, 1983. 283 pp.
159. Brockman R. A., Braisted W. R., Olson S. E. et al. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening // *Int. J. Fatigue*. 2012. Vol. 36, no. 1. Pp. 96–108.
160. Buchanan D. J., John R. Relaxation of shot-peened residual stresses under creep loading // *Scripta Materialia*. 2008. Vol. 59, no. 3. Pp. 286–289.
161. ComplexStressRelax // Свид. о регистрации программы для ЭВМ

- №2015613229 / Цветков В. В.; правообладатель Цветков В. В. — заявка №2014663033; заявл. 12.12.2014; зарегистр. 10.03.2015.
162. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // *Int. J. Fatigue*. 2008. Vol. 30, no. 8. Pp. 1398–1408.
163. Evans A., Kim S.-B., Shackleton J. et al. Relaxation of residual stress in shot peened Udimet 720Li under high temperature isothermal fatigue // *Int. J. Fatigue*. 2005. Vol. 27, no. 10–12. Pp. 1530–1534.
164. Foss B. J., Gray S., Hardy M. C. et al. Analysis of shot-peening and residual stress relaxation in the nickel-based superalloy RR1000 // *Acta Mater.* 2013. Vol. 61, no. 7. Pp. 2548–2559.
165. Gambin W. Plastic analysis of metal surface layers undergoing the roller burnishing process // *Eng. Trans.* 1996. Vol. 44, no. 3–4. Pp. 471–481.
166. Gambin W. Estimation of residual stresses in metal surface layers after the roller burnishing process // *Mech. teor. i stosow.* 1997. Vol. 35, no. 1. Pp. 43–55.
167. Golub V. P. Derivation of creep long-term fracture criteria under plane state of stress // *Int. J. Mech. Sci.* 2005. no. 47 (12). Pp. 1807–1826.
168. Greenwood G. W. Grain shape effects on interface-controlled diffusional creep under multiaxial stresses // *Acta Met. Et. Mater.* 1995. Vol. 43, no. 5. Pp. 1811–1816.
169. Hoffmann J., Scholtes B., Vöhringer O., Macherauch E. Thermal relaxation of shot peened residual stresses in the differently heat treated plain carbon steel Ck 45 // *Shot Peening: Sci., Technol., Appl.: Pap. 3 Int. Conf.* — Oberwisel et al. 1987. Pp. 239–247.
170. Huddleston R. L. An improved multiaxial creep-rupture strength criterion // *J. Pressure Vessel Technol.* 1985. Vol. 107, no. 4. Pp. 421–429.
171. James M. N., Hughes D. J., Chen Z. et al. Residual stresses and fatigue performance // *Engineering Failure Analysis*. 2007. Vol. 14, no. 2. Pp. 384–395.
172. Khadraoui M., Cao W., Castex L., Guédou J. Y. Experimental investigations and modelling of relaxation behaviour of shot peening residual stresses at high

- temperature for nickel base superalloys // *Mater. Sci. Technol.* 1997. Vol. 13, no. 4. Pp. 360–367.
173. Kim J.-C., Cheong S.-K., Noguchi H. Residual stress relaxation and low- and high-cycle fatigue behavior of shot-peened medium-carbon steel // *Int. J. Fatigue*. 2013. Vol. 56. Pp. 114–122.
174. Kowalewski Z. L. Creep analysis of M1E copper and PA6 aluminum alloy subjected to prior plastic deformation // *J. Theor. Appl. Mech.* 2005. Vol. 43, no. 2. Pp. 241–256.
175. Krajcinovic D., Rinaldi A. Statistical damage mechanics — Part 1: Theory // *Trans ASME. J. Appl. Mech.* 2005. Vol. 72, no. 1. Pp. 76–85.
176. Kraus I., Trofimov V. V. *Rentgenová tenzometrie*. Praha, Academia, 1988. 248 pp.
177. Leckie F. A. *Some Structural Theorems of Creep and Their Implications* // *Advances in Creep Design*. Applied Science Publishers, London, 1971. Pp. 49–63.
178. Lin J., Kowalewski Z. L., Cao J. *Modelling of Effects of Stress-states on Creep Damage for Copper and Aluminium Alloy, Dislocations, Plasticity and Metal Forming* (Editor A. S. Khan) // *Neat Press, Maryland, USA*. 2003. Pp. 142–144.
179. Lin J., Kowalewski Z. L., Cao J. Creep rupture of copper and aluminium alloy under combined loadings — experiments and their various descriptions // *Int. J. Mech. Sci.* 2005. Vol. 47. Pp. 1038–1058.
180. Majzooobi G. H., Azadikhah K., Nematı J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // *Mater. Sci. Eng. A*. 2009. Vol. 516, no. 1–2. Pp. 235–247.
181. McClung R. C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* 2007. Vol. 30, no. 3. Pp. 173–205.
182. Nair P. K., Vasudevan R. Residual stresses of types II and III and their estimation // *Sadhana*. 1995. Vol. 20, no. 1. Pp. 39–52.

183. Pechersky M. J. Determination of residual stresses by thermal relaxation and speckle correlation interferometry // *Strain*. 2002. Vol. 38, no. 4. Pp. 141–149.
184. Radayev Y. N., Murakami S., Hayakawa K. Mathematical Description of Anisotropic Damage State in Continuum Damage Mechanics // *Trans. Japan Soc. Mech. Eng.* 1994. Vol. 60A, no. 580. Pp. 68–76.
185. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 — effect of shot peening on fatigue resistance // *Mater. Sci. Technol.* 2013. Vol. 29, no. 6. Pp. 637–651.
186. Strelax // Свид. о регистрации программы для ЭВМ №2013619758 / Смыслов В. А., Саушкин М. Н.; правообладатель Смыслов В. А. — заявка №2013615774; заявл. 09.07.2013; зарегистр. 14.10.2013.
187. T-jump // Свид. о регистрации программы для ЭВМ №2014614005 / Смыслов В. А.; правообладатель Смыслов В. А. — заявка №2014611458; заявл. 25.02.2014; зарегистр. 14.04.2014.
188. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // *Mater. Des.* 2012. Vol. 35. Pp. 741–748.
189. Xie L., Jiang C., Ji V. Thermal relaxation of residual stresses in shot peened surface layer of (TiB + TiC)/Ti-6Al-4V composite at elevated temperatures // *Mater. Sci. Eng. A.* 2011. Vol. 528, no. 21. Pp. 6478–6483.

Приложение А

Свидетельство о государственной регистрации
программы для ЭВМ

Рис. А.1. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ ComplexStressRelax №2015613229 от 10 марта 2015 г.

Приложение В

Акт о внедрении результатов работы на предприятии

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный конструктор

ПАО «Кузнецов»

Люсов О. А.

22 марта 2018 г.

**АКТ****о внедрении результатов диссертационной работы**

Цветкова Виталия Владимировича

«Краевые задачи ползучести поверхностно упрочнённых цилиндров
при различных видах квазистатического нагружения»

Мы, представители публичного акционерного общества «Кузнецов» – первый заместитель Генерального конструктора Кочеров Е. П. и ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» (СамГТУ) – заведующего кафедрой «Прикладная математика и информатика» Радченко В. П. и начальник управления научных исследований Давыдов А. Н. составили настоящий акт о том, что:

- 1) метод численного решения краевых задач ползучести и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрических изделиях при различных видах температурно-силового нагружения;
- 2) результаты теоретических исследований по влиянию вида напряжённого состояния на кинетику остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых цилиндрических образцах из сплавов ЖС6УВИ и ЖС6КП

внедрены в расчётную практику в отделе прочности ОКБ ПАО «Кузнецов».

Первый заместитель
Генерального конструктора ПАО «Кузнецов»,
кандидат технических наук

Заведующий кафедрой «Прикладная математика
и информатика» ФГБОУ ВО СамГТУ,
д.ф.-м.н., профессор

Начальник управления
научных исследований
ФГБОУ ВО СамГТУ,
к.т.н., доцент

Кочеров Е. П.

Радченко В. П.

Давыдов А. Н.