Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

На правах рукописи

Франус Дмитрий Валерьевич

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЕ МОДЕЛИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА В ЗАДАЧАХ ОФТАЛЬМОЛОГИИ

Специальность 01.02.08 — «Биомеханика»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Бауэр Светлана Михайловна

Cаратов - 2017

Оглавление

Bı	Введение						
T	Строение глаза, и задачи биомеханики глаза						
	1.1	Строение глаза. Общее описание					
		1.1.1 Роговица 20					
		1.1.2 Склера 23					
		1.1.3 Стекловидное тело					
	1.2	Аномалии рефракции					
		1.2.1 Близорукость (миопия)					
		1.2.2 Дальнозоркость (гиперметропия)					
	1.3	Рефракционные операции					
		1.3.1 Фоторефрактивная кератэктомия (ФРК)					
		1.3.2 Лазерный кератомилёз (ЛАЗИК)					
	1.4	Внутриглазное давление					
		1.4.1 Тонометр Маклакова					
		1.4.2 Тонометр Гольдмана					
	1.5	Интравитреальные инъекции					
2	Haı	ряжённо-деформированное состояние роговицы при ап-					
	пла	национной тонометрии 42					
	2.1	Конечно-элементная модель					
	2.2	Результаты расчётов					
	2.3	Влияние толщины многослойной роговой оболочки на показатели					
		внутриглазного давления					
3	Изменение внутриглазного давления после интравитреаль-						
	ных инъекций						

	3.1	Простейшие математические модели				
	3.2	Конечно-элементная модель				
	3.3 Результаты расчетов					
	3.4	Сравнение с клиническими данными				
4 Модели рефракционных операций						
	4.1	Оценка изменения показателей внутриглазного давления после				
		рефракционной коррекции дальнозоркости				
	4.2	Анализ напряжённо-деформированного состояния роговой обо-				
		лочки после рефракционной коррекции дальнозоркости 97				
	4.3	Верификация модели				
За	клю	иение				
Л	итера	тура				
Cı	писон	иллюстративного материала				
	Перечень иллюстраций					
	Пере	чень таблиц				
Πj	рило	кение А. Табличные данные расчётов				
	A.1	Напряжённо-деформированное состояние многослойной рогович-				
		ной оболочки после приложения плоского штампа				
		А.1.1 Максимальные значения деформаций вне зоны контакта . 138				
		А.1.2 Диаметр зоны контакта между штампом и эпителием ро-				
		говичной оболочки, рассчитанный по формуле (2.6) 138				
		А.1.3 Толщина стромы роговицы при нагружении плоским				
		штампом				
		А.1.4 Толщина эпителия роговичной оболочки при нагружении				
		плоским штампом				
		А.1.5 Диаметр зоны контакта и максимальные деформации в				
		центре роговичной оболочки при нагружении плоским				
		штампом весом 10 г и ВГД 15 мм рт.ст				
	A.2	Расчётные данные изменения объёма при введении инъекции 139				

	A.2.1	Изменение объёмов элементов конечно-элементной моде-
		ли при различной длине передне-задней оси при введении
		дополнительного объёма жидкости 0,05 мл
A.3	Расчё	гные данные радиуса кривизны внутренней поверхности в
	центр	е роговичной оболочки
	A.3.1	В случае эмметропии 139
	A.3.2	В случае миопии
	A.3.3	В случае гиперметропия 1
	A.3.4	В случае гиперметропия 2
	A.3.5	В случае гиперметропия 3
	A.3.6	В случае гиперметропия 4

ВВЕДЕНИЕ

Биомеханика – это относительно молодая наука, находящаяся на стыке механики, биологии и медицины. Центральная идея биомеханики состоит в описании живой биологической системы и последующем её моделировании с помощью фундаментальных принципов классической механики. Быстрое развитие офтальмологической науки и потребности клинической практики привели к пониманию того, что в решении целого ряда назревших проблем целесообразно использовать фундаментальные дисциплины, в частности – механику [30].

Первый научный вклад в офтальмологию в г. Санкт-Петербурге был внесён учёными Санкт-Петербургской академии наук, основанной Петром I в 1724 г. Автором первой подлинно научной работы в России, имеющей непосредственное отношение к офтальмологии, стал Даниил Бернулли (1700–1782). Он получил медицинское образование, но он одним из первых использовал математику для решения задач физиологии. Он углублял свои медицинские знания у Джованни Баттиста Морганьи (1682–1771), который впервые обнаружил и описал молочную катаракту, «характеризующуюся превращением помутневших корковых слоёв вещества хрусталика в жидкость молочно-белого цвета, в которой ядро хрусталика перемещается при изменении положения глазного яблока». В настоящее время эту катаракту называют также Морганиева катаракта (cataracta Morgagniana; G. B. Morgagni). Д. Бернулли получил премию по медицине Парижской академии наук за работу «Experimentum circa nervum opticum» («Эксперимент со зрительным нервом»), он первым описал все математические параметры слепого пятна (форму, размеры, проекцию на глазное дно, отношение диаметра проекции к диаметру глазного яблока). Наличие слепого пятна было ранее (в 1660 году) отмечено Эдмом Мариоттом (1620–1684). Результаты работы Д. Бернулли были опубликованы в работе «Комментарии Императорской Петербургской Академии наук» (1728 г., Т.1, с. 314–317), которая «отличалась краткостью при большом научном содержании», как отмечено в [13].

Также среди известных учёных, занимавшихся вопросами офтальмологии разных эпох, можно выделить:

- Ломоносов Михаил Васильевич (1711–1765) первый русский учёныйестествоиспытатель мирового значения, энциклопедист, химик и физик. По мысли Ломоносова, цвета вызываются действием трёх родов эфира и трёх видов цветоощущающей материи, составляющей дно глаза. С трёхкомпонентной теорией цвета и цветового зрения Ломоносов выступил в 1756 г. Она выдержала проверку историей научного познания. В 1807 г. английский физик Т. Юнг включил этот труд Ломоносова в библиографию по физической оптике.
- Томас Юнг (1773–1829) выдающийся английский физик, астроном и востоковед, который всё это совмещал ещё и с профессией практикующего врача. Особый интерес проявлял к офтальмологии и физиологии зрения. На эту тему он написал в Геттингенском медицинском институте несколько статей. В 1793 году в работе «Наблюдения над процессом зрения» Юнг указал, что аккомодация глаза обусловлена изменением кривизны хрусталика. Т. Юнг является разработчиком теории цветного зрения, основанной на предположении о существовании в сетчатой оболочке глаза трёх родов чувствительных волокон;
- Герман Людвиг Фердинд фон Гельмгольц (1821–1894) немецкий физик, врач, физиолог. Совместно с Т. Юнгом создал трёхкомпонентную теорию цветоощущения, предполагающую существование в глазу особых элементов для восприятия красного, зелёного и синего цветов. Восприятие же других цветов, по их мнению, было связано с взаимодействием этих элементов. Эта теория была экспериментально доказана только в 1959 году. Предложил гипотезу, описывающую механизм аккомодации глаза, которая до настоящего времени является основополагающей и принятой большинством современных офтальмологов. Также ввёл в клиническую практику офтальмоскоп;

- Альбрехт фон Грефе (1828–1870) приват-доцент Берлинского университета, немецкий хирург, офтальмолог. Считается общепризнанным основоположником теоретической офтальмологии. Первым заговорил о том, что глаукому вызывает повышенное внутриглазное давление. Разработал операцию по иссечению части радужной оболочки для лечения глаукомы, разработал методику удаления катаракты. Грефе первым предложил создать специальный инструмент для измерения внутриглазного давления – тонометр [27];
- Маклаков Алексей Николаевич (1837–1895) профессор Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, потомственный дворянин, офтальмолог, известный практикующий врач. Изобрёл первый аппланационный тонометр, который до сих пор используется в клинической практике.

В начале 70-х годов XX века заместитель директора по научной работе МНИИ глазных болезней им. Гельмгольца профессор Аветисов Эдуард Сергеевич и его сотрудники, активно изучавшие проблемы развития прогрессирующей близорукости, встали перед проблемой, для решения которой, потребовались знания в области механики мягких тканей. Аветисов Э.С. выдвинул трёх факторную теорию развития близорукости, согласно которой основным при возникновении этой глазной аномалии рефракции является нарушение механических свойств корнеосклеральной оболочки глаза [2, 6]. Эта теория послужила отправной точкой в вопросе постановки задачи о необходимости сравнительной оценки биомеханических свойств склеры глаза с нормальным зрением и глаза в случае близорукости. В целях решения поставленной задачи в 1973 г. было организовано сотрудничество с Институтом механики полимеров АН Латвийской ССР, и уже в 1974 г. были опубликованы первые результаты биомеханических исследований склеральной ткани [5,7]. Можно считать, что именно эти исследования положили начало развитию в России (тогда в СССР) нового отдельного междисциплинарного научного направления – исследованиям в области биомеханики глаза. На международном уровне результаты биомеханических исследований глаза были впервые представлены в 1998 г. в Париже на конференции международного общества исследователей глаза (ISER). Секция

биомеханики была создана по предложению одного из ведущих офтальмологов России В.В. Волкова, который активно поддерживает это научное направление. Интересно отметить тенденцию последнего времени: если ранее механики и врачи работали отдельно друг от друга, то отличительной чертой новых исследований является тот факт, что всё больше и больше задач по биомеханике стали решаться совместно механиками и офтальмологами [30].

С точки зрения механики глазное яблоко можно рассматривать как напряжённо-упругую замкнутую композитную оболочку (корнеосклеральную оболочку глаза), заполненную несжимаемой жидкостью – камерной влагой и стекловидным телом. На эту оболочку оказывают воздействие внутриглазное давление (ВГД) и наружные мышцы глаза. В нормальных физиологических условиях глаз поддерживает сложившееся динамическое равновесие сил и механических напряжений. В последние десятилетия биомеханические принципы функционирования глаза как единой физиологической системы, а также биомеханические свойства отдельных глазных структур изучаются всё более активно как в МНИИ глазных болезней им. Гельмгольца, так и в других научноклинических центрах России и за рубежом [21,33,38]. Также все большее внимание уделяется и математическому моделированию различных биомеханических процессов. Такие модели позволяют лучше понять причины и механизмы развития различных явлений в биологических структурах глаза человека и, как следствие, помогают в разработке новых более эффективных и безопасных методов лечения [30].

Одним из основных современных методов лечения аномалий рефракции является коррекция зрения с использованием излучения эксимерных лазеров, которые развиваются и активно применяются в клинической практике на протяжении последних 25 лет. Сегодня они практически вытеснили ранее широко применявшиеся методы радиальных и тангенциальных разрезов роговицы (кератотомия), а также термокератопластику (используется только для лечения дальнозоркости при помощи теплового воздействия на волокна коллагена на периферии роговой оболочки) [121]. Использование процесса фоторефракционной абляции поверхности роговицы излучением эксимерного лазера позволяет изменять её кривизну с высокой точностью, минимально нарушая её внутренною структуру. Однако, несмотря на то, что методы эксимерлазерной коррекции зрения дают прогнозируемую остроту зрения в пределах ±0.3 диоптрии, совокупность ряда характерных для них неконтролируемых факторов может негативно влиять на качество послеоперационного зрения. К ним, в том числе, относятся увеличение коэффициента преломления аблированной поверхности роговицы, светорассеяние на шероховатостях зоны абляции и биомеханические упругие характеристики тканей роговицы, во многом определяющие конечную форму её передней поверхности. Всё это может приводить к разбросу в результатах операций, к недостаточной или избыточной коррекции, снижению контрастной чувствительности зрения, ухудшению сумеречного зрения по сравнению с очковой коррекцией после операций. Поэтому изучение этих факторов, а также разработка методов оценки и учёта их влияния в конкретных алгоритмах операций являются одними из важнейших задач современной рефракционной хирургии - новой области офтальмологии. В 2001 году начали преподавать биомеханику глаза в качестве отдельного курса в ряде медицинских ВУЗов [50].

Вместе с тем, те или иные задачи, связанные с биомеханикой глаза, ставились и решались и существенно раньше. Можно считать, что первый основополагающий вклад в биомеханику глаза внесла работа Германа фон Гельмгольца о механизме аккомодации, опубликованная в 1855 г. в первом номере старейшего немецкого офтальмологического журнала A.v.Graefe's Arch. Klin. Ophthalmol [100]. В последующем вплоть до 30-х-50-х годов XX века появились первые работы А.Н. Маклакова [41], J. Friedenwald [95], W. Grant [98], H. Goldmann [96] об измерении ВГД и механизмах его регуляции. С тех пор появилось множество исследований, в которых механика и математическое моделирование использовались для решения задач офтальмологии, занимающейся оперативным лечением нарушений рефракции глаза человека.

По данным Всемирной Организации Здравоохранения (ВОЗ) на август 2014 года во всем мире около 285 миллионов человек страдают от нарушения зрения, из них 39 миллионов поражены слепотой и 246 миллионов имеют пониженное зрение. В рамках всей планеты основными причинами нарушения зрения являются:

- не скорректированные аномалии рефракции;

- не прооперированная катаракта;

9

– глаукома.

Аномалии рефракции - это самые широко распространённые нарушения зрения, которые заключаются в отсутствии возможности чётко фокусировать изображение на сетчатке глаза.

Самыми распространенными аномалиями рефракции являются:

- близорукость (миопия) изображение формируется перед сетчаткой глаза, а не на ней;
- дальнозоркость (гиперметропия) изображение формируется за сетчаткой;
- астигматизм искривление изображения из-за неравномерной кривизны роговицы, хрусталика, или глаза. Чаще всего внешняя поверхность роговицы имеет тороидальую форму. Однако может быть связано и с тем, что одна или более поверхностей смещены в поперечном направлении или наклонены [77].

К сожалению, аномалии рефракции невозможно предотвратить, однако с помощью проверки зрения их можно диагностировать и в последующем исправить с помощью очков, контактных линз или рефракционной хирургии. Коррекция зрения осуществляется в различных формах, в зависимости от аномалии рефракции с учётом возраста и вида деятельности конкретного человека.

В настоящее время рефракционная хирургия по коррекции зрения имеет широкое практическое распространение. Целью таких операций является изменение радиуса кривизны роговой оболочки глаза путём удаления части материала верхних или внутренних слоёв, в зависимости от типа проводимой операции. В результате операции существенно меняются геометрические параметры роговицы. Ряд вопросов, связанных с вышеуказанной проблемой, активно обсуждался с врачом-хирургом офтальмологом высшей квалификационной категории Федотовой Ларисой Александровной - сотрудником Чебоксарского филиала ФГБУ «МНТК «Микрохирургия глаза» им. Академика С.Н. Федорова». В этом филиале существенно большее, чем в других филиалах ФГБУ «МНТК «Микрохирургия глаза», количество операций проводится по коррекции гиперметропии глаза. История рефракционной хирургии начинается в первой половине 70-х годов XX столетия, когда стали широко применять переднюю радиальную кератотомию (ПРК). Впервые фоторефракционную кератэктомию (ФРК) провёл в 1987 доктор Тео Зайлер в медицинском центре в Свободном университете Берлина. Позднее в 1988 году была впервые в мире проведена операция типа ЛАЗИК (LASIK) при помощи эксимерного лазера в Новосибирске группой врачей под руководством Рыжёва А.М. и Чеботарёва В.П., внёсших большой вклад в исследование лазерных технологий в медицине.

Несмотря на более чем двадцатилетний опыт, основная масса операций приходится на коррекцию зрения при близорукости; примерно в 10 раз больше, чем при дальнозоркости. Соответственно и процент удачных операций при близорукости существенно выше, чем при дальнозоркости. Среди причин, которые лежат в основе такой разницы, можно отметить, что дальнозоркость как правило проявляется с возрастом и, как правило, является прогрессирующей, более того на сложность операции влияет большее количество параметров (индивидуальных в каждом конкретном случае).

Число исследовательских работ, как офтальмологов, так и биомехаников, посвящённых моделированию биомеханических изменений в роговой оболочке глаза при близорукости также больше примерно в 15 раз, чем работ по биомеханике при исследовании дальнозоркости.

Одним из современных способов лечения некоторых глазных заболеваний являются интравитреальные инъекции небольшой (до 0,2 мл) дозы лечебного препарата в стекловидное тело глаза [79]. Согласно данным Market Scope (www.market-scope.com), это один из ведущих независимых и объективных источников аналитических данных офтальмологического рынка, в 2015 году было проведено 22,2 миллиона инъекций (больше чем в два раза, по сравнению с 2010 годом). Одним из известных побочных эффектов интравитреальных инъекций является резкое кратковременное увеличение внутриглазного давления (ВГД), в результате которого существуют риски нарушения кровообращения в сетчатке глаза [90, 120, 127]. Резкий скачок ВГД связан с увеличением внутреннего объёма, однако точный механизм этого процесса остаётся неисследованным [99, 119]. Даже кратковременное увеличение значения ВГД может иметь серьёзные последствия для глаза, который и так уже имеет заболевание (из-за которого и вводится инъекция). Риск существенного резкого увеличения внутриглазного давления должен быть учтён лечащим врачом при индивидуальных противопоказаниях, например, для пациента с прооперированной роговой оболочкой. Одним из возможных вариантов решения этой проблемы может быть уменьшение объёма (дозы) лекарственного препарата.

Для оценки влияния формы глазного яблока на значение внутриглазного давления при интравитреальной инъекции проведены исследования (см. главу 3). Результаты сравниваются с медицинскими исследованиями [71], а также с клиническими данными, полученными врачом-офтальмологом Н. Планге - сотрудником кафедры офтальмологии Рейнско-Вестфальского технического университета Ахена (ФРГ) и К. Е. Котляром – доктором биологических наук, профессором кафедры математических методов и медицинской инженерии Ахенского Университета прикладных наук (ФРГ).

Измерение внутриглазного давления является обязательным при проведении любого обследования глаза. Одним из методов измерения ВГД является аппланационная тонометрия. Принцип работы всех аппланационных тонометров идентичен: прикладывают силу, необходимую для уплощения поверхности роговицы, и по зоне контакта в случае фиксированного веса (тонометр Маклакова) или по приложенной силе в случае фиксированной зоны нагружения (тонометр Гольдмана) определяют ВГД.

Таблицы, имеющиеся для определения ВГД тонометрами Маклакова разного веса, и данные, заложенные в тонометр Гольдмана, были основаны в основном на экспериментальных клинических данных, что соответствовало средним параметрам глаза. Например, толщина роговицы, как показывают клинические данные до операции, меняется от 0.48 мм до 0.62 мм [69]. Однако после операции толщина роговицы может меняться существенно больше. Меняется также и кривизна роговицы.

В настоящее время с развитием рефракционной хирургии установлено, что геометрические характеристики – толщина и кривизна роговой оболочки оказывают существенное влияние на показатели внутриглазного давления. Еще в 1975 г. при измерении внутриглазного давления во время экстракции катаракты было показано, что при толстой роговице показатели ВГД выше, а при тонкой могут быть ниже истинного ВГД. Тот факт, что показатели внутриглазного давления после лазерной коррекции зрения ниже, чем перед операцией, теперь не без оснований связывают с истончением роговицы, вызванной лазерной абляцией [67].

Так, в работах [23, 97] отмечается, что в глазах с внутриглазным давлением выше нормы и уменьшенной (по отношению к средней) центральной толщиной роговой оболочки глаукома развивается существенно быстрее, чем в глазах с нормальной толщиной роговицы.

Для более точной оценки риска развития глаукомы или её прогрессирования необходимо учитывать при проведении измерения внутриглазного давления толщину и кривизну роговой оболочки.

Целью данной работы является исследование влияния различных параметров корнеосклеральной оболочки глаза на её напряжённо-деформированное состояние при измерении ВГД, после рефракционной операции, а также после интравитреальной инъекции. Более конкретно задачи можно сформулировать следующим образом:

- Анализ влияния параметров роговицы на показания внутриглазного давления при его измерении с помощью нагружения штампом с плоским основанием.
- 2. Оценка влияния формы корнеосклеральной оболочки на значение внутриглазного давления при интравитреальных инъекциях.
- 3. Оценка, сравнение и анализ напряженно-деформированного состояния многослойной роговой оболочки до и после рефракционных операций.
- Анализ влияния расположения удаляемого материала стромы при рефракционной операции по коррекции дальнозоркости на упругие свойства роговой оболочки глаза.

Для решения поставленных задач:

1. Построена биомеханическая модель многослойной роговой оболочки (с учётом возможных рефракционных операций) на основе математического программного пакета конечно-элементного анализа ANSYS.

- 2. Построена конечно-элементная математическая модель многослойной роговой оболочки, нагружаемой штампом с плоским основанием с различными значениями веса штампа, ВГД, толщиной роговой оболочки в её центре.
- Исследовано влияние введения интравитреальной инъекции на напряжённо-деформированное состояние роговицы с помощью построения конечно-элементной математической модели эллипсоидальной корнеосклеральной оболочки переменной толщины с различной длиной передне-задней оси.
- Определяется зависимость изменения внутриглазного давления для различных эллипсоидальных форм корнеосклеральной оболочки от внутреннего объёма, а также зависимость изменения внутриглазного давления от длины передне-задней оси глаза.
- 5. Разработанная модель используется для изучения влияния расположения удаляемого материла стромы на упругие свойства роговицы.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Разработана компьютерная математическая трёхмерная конечноэлементная модель многослойной корнеосклеральной оболочки, включающая в себя склеру, внутреннее ядро, и роговую оболочку, состоящую из четырёх слоёв: эпителия, боуменовой мембраны, стромы и десцеметовой оболочки. Построенная модель является новой и содержит дополнительные параметры, которые ранее не исследовались. Компьютерная модель позволяет изменять различные геометрические характеристики, в том числе общие и локальные толщины различных слоёв оболочек, и варьировать упругие характеристики каждого слоя, используемого в модели.
- Определено соотношение для расчёта поправочных коэффициентов при определении значения внутриглазного давления в случае переменного значения толщины роговой оболочки в её центре (без учёта кератоконуса – заболевание при котором роговица имеет коническую форму).

14

- Построены зависимости объём-давление при введении интравитреальных инъекций для корнеосклеральных оболочек эллипсоидальной формы с удлинённой и укороченной передне-задней осью (ПЗО) глаза.
- 4. Исследованы различные варианты операций типа LASIK и IntraLASIK. Показаны преимущества вариантов, когда удаляется кольцевой слой меньшего диаметра, находящийся дальше от центра, и срезается более толстый роговый лоскут. В результате данной коррекции наблюдаются большие деформации и смещения в области утончения роговицы, происходит большее снижении изгибной жёсткости роговицы.

Научная новизна:

- 1. Построена компьютерная конечно-элементная модель нагружения роговой оболочки штампом с плоским основанием для различных значений толщины роговой оболочки в её центре (без учёта кератоконуса).
- 2. Получены соотношения тангенциальных и радиального модулей упругости склеры, при которых могло бы выполняться строгое условие несжимаемости ткани склеры.
- 3. Получены значения поправочных коэффициентов для определения внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре (без учёта кератоконуса).
- 4. Создана биомеханическая модель эллипсоидальной корнеосклеральной оболочки переменной толщины для разных значений длины передне-задней оси глаза, заполненной жидкостью (моделирующей внутреннее ядро глаза), позволяющая проводить расчёт изменения внутриглазного давления от дополнительно вводимой жидкости для индивидуальной формы глаза.
- 5. Разработана биомеханическая модель многослойной роговой оболочки глаза после коррекции зрения при дальнозоркости.
- 6. Выполнен численный анализ различных вариантов расположения удаляемого слоя, при операции типа LASIK и IntraLASIK. Определены области

предпочтительные для проведения операции по коррекции зрения (наибольшее сокращение внешнего радиуса кривизны, сохранение внутреннего радиуса кривизны, и равномерность деформаций после нагружения).

Научная и практическая значимость

Разработанная конечно-элементная модель эллипсоидальной корнеосклеральной оболочки с параметрами, позволяющими изменять геометрические и механические характеристики, которая может быть использована для дальнейших научных исследований в области офтальмологии, в том числе, как инструмент врача офтальмолога для определения наиболее эффективной области удаления слоя и проведения операции по коррекции зрения с учётом особенностей конкретного пациента. Аналитические соотношения и функциональные зависимости, полученные при решении задачи о влиянии введения дополнительного объёма жидкости на внутриглазное давление в зависимости от длины передне-задней оси глаза, позволяют определить допустимый объём вводимой интравитреальной инъекции для конкретных случаев. Рассчитанные значения поправочных коэффициентов позволят точнее определять значение внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре.

Результаты диссертационной работы обсуждались с практикующими врачами-офтальмологами из Чебоксарского и Санкт-Петербургского филиалов ФГБУ «МНТК «Микрохирургия глаза» им. Академика С.Н. Федорова».

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью постановки математической задачи, а также сравнением численных и клинических результатов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

- объединенном семинаре СПбГУ и ПГУПС «Компьютерные методы в механике сплошной среды» 27 ноября 2012 г.,
- международной научной конференции по механике «Седьмые Поляховские чтения», посвящённой 110-летию со дня рождения профессора К.И.Страховича, 2–6 февраля 2015 г.,
- XLVI международной научной конференции аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» 6–9 апреля 2015 г.,

- международной конференции «Устойчивость и процессы управления», посвященной 85-летию со дня рождения проф., чл.-корр. РАН В.И.Зубова, 5–9 октября 2015 г.,
- международном европейском конгрессе «European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering» (ECCOMAS)
 5-10 июня 2016 г.,
- всероссийской конференции молодых ученых с международным участием «Практическая биомеханика 2016» 19–22 октября 2016 г.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в восьми печатных изданиях [20,62–66,92,93], две из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [20,62].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и приложения. Полный объем диссертации составляют 150 страниц с 62 рисунками и 26 таблицами. Список литературы содержит 128 наименований.

Глава 1. Строение глаза, и задачи биомеханики глаза

Прежде, чем начать описание математической модели, рассмотрим кратко строение глаза, аномалии рефракции, рефракционные операции, и интравитреальные инъекции.

1.1 Строение глаза. Общее описание

В настоящее время анатомическое строение глазного яблока человека достаточно подробно изучено.

Глаз представляет собой практически шарообразное тело (средняя длина анатомической оси глаза взрослого человека составляет 24,27 мм [60]), закрепленное в глазнице при помощи трёх пар мышц.

На рисунке 1.1 отмечены основные составляющие элементы строения глазного яблока, состоящего из оболочек, которые окружают внутреннее прозрачное содержимое: стекловидное тело, хрусталик, водянистая влага в передней и задней камерах.



Рисунок 1.1 - Строение глазного яблока

Ядро глазного яблока окружают три оболочки.

- Наружная, плотная, фиброзная оболочка, к которой прикрепляются наружные мышцы. Эта оболочка выполняет защитную функцию и обусловливает форму глаза. Она состоит из передней прозрачной части – роговицы и задней непрозрачной части белого цвета – склеры. И роговица, и склера при нормальном зрении представляют собой сопряжённые сферические сегменты, которые в среднем для нормального глазного яблока соответствуют радиусам 7,8 и 12 мм соответственно [22].
- Средняя оболочка отвечает за обменные процессы, обеспечивает питание глаза и выведение продуктов обмена. Она богата кровеносными сосудами и пигментом; состоит из радужки, ресничного тела и сосудистой оболочки. В центре радужки имеется круглое отверстие – зрачок, через которое лучи света проникают внутрь глазного яблока и достигают сетчатки. Радужка содержит различное количество пигмента, от которого зависит её окраска – «цвет глаз».
- Внутренняя самая тонкая оболочка (толщиной от 142 до 271 мкм [52]; 250 мкм [72]) – это сетчатка, в ней происходит непосредственное восприятие изображения.

Функции глаза условно можно разделить на три части [60].

- Рефракционная. Глаз рассматриваются с точки зрения системы линз, преломляющих изображение и формирующих на сетчатке глаза уменьшенное и перевёрнутое изображение. К этой части можно отнести роговицу, камерную влагу передней и задней камер глаза, хрусталик и стекловидное тело [77].
- 2. Аккомодационная функция это способность глаза приспосабливаться (то есть фокусировать) изображение на различном расстоянии и при различной освещенности. Фокусировка производится путем изменения кривизны хрусталика, которая регулируется цилиарной мышцей. В темноте радиальные мышцы радужки сокращаются, а кольцевые расслабляются, при этом зрачок расширяется, и соответственно, количество далее проникающего света увеличивается. В яркий солнечный день, наоборот, в итоге зрачок сужает-

ся, защищая сетчатку глаза от ожогов. Эта часть оболочки включает в себя радужную оболочку, зрачок, цилиарное тело и цилиарную связку.

3. Рецепторная функция отвечает за восприятие света и цвета и передачу полученной информации в мозг.

1.1.1 Роговица

Основными элементами исполнения рефракционной функции являются роговица и хрусталик. Именно эти части глазного яблока за счёт своей прозрачности и кривизны обеспечивают качество изображения на сетчатке. В данном разделе описывается структура нормальной роговицы; необходимо помнить, что значительное количество людей имеют существенные отклонения от этих норм по различным причинам (травмы, заболевания, возрастные отклонения, аномалии в развитии и прочее).

Основной преломляющей оболочкой является роговица, она обеспечивает около двух третей всей преломляющей силы глаза в состоянии покоя. Эта доля уменьшается при использовании механизма аккомодации. Роговица человека занимает, примерно, 1/6 часть площади наружной оболочки и имеет вид выпукло-вогнутой линзы.

Зона роговой оболочки диаметром около 4 мм расположенная в центре называется оптической зоной. В этой зоне в норме роговица имеет почти сферическую форму с радиусом кривизны внешней поверхности 7,8 мм и около 7,1–7,2 мм внутренней [22]. Рефракционная сила в оптической зоне составляет 43 дптр [22]. К периферии роговая оболочка несколько уплощается, приобретая тем самым форму гиперболоида. Радиус кривизны роговой оболочки изменяется с возрастом и при наличии различных заболеваний органов зрения.

Согласно работам [114, 122] зависимость "напряжение-деформация" для роговицы при кратковременном воздействии нагрузки может описываться уравнением экспоненциального вида:

$$\sigma = A \left[e^{B\varepsilon} - 1 \right] \approx AB\varepsilon, \tag{1.1}$$

где A и B – физические константы, связанные с модулем упругости (A) и с коэффициентом Пуассона (B). Понятно, что значение модуля упругости роговицы является индивидуальным параметром и может отличаться в разы в зависимости от уровня нагрузок, возраста, внутриглазного давления и других характеристик. Так, например, по данным [73, 89] тангенциальный модуль упругости роговицы меняется от центральной части к периферии от 8,6 МПа до 13,0 МПа.



Рисунок 1.2 - Схематичная структура роговой оболочки. Модифицировано с Hybrid Cornea: [сайт]. URL: http://www.hybridcornea.org/aboutcornea.htm (дата обращения: 27.07.2015)

Схематичная структура роговицы изображена на рисунке 1.2. Роговица состоит из нескольких слоёв [60].

- Эпителий состоит из двух подслоёв: переднего эпителия и базальной мембраны эпителия. Осуществляет защитную функцию от пыли, воды, больших молекул и токсичных веществ. Состоит из примерно шести слоёв клеток, из которых только самые внутренние способны к делению. После формирования новой клетки старые клетки двигаются в сторону наружной поверхности.
- 2. Боуменова мембрана представляет собой плотный слой, отделяющий строму от эпителия, толщиной 8-14 мкм [22] и состоит из случайно ориентированных коллагеновых волокон. Защищает глазное яблоко от более глубоких травм за счёт более высоких значений упругих коэффициентов. При этом после травмы остаётся шрам, который ухудшает прозрачность всей оболочки.
- 3. Строма роговицы составляет основную часть роговой оболочки, имеющей толщину в центре около 0,5 мм 90% всей толщины. Она образована мно-

жеством ламелл, параллельно расположенных пластинок, сплетенных из волокон коллагена (см. рис. 1.3). Строма состоит из воды на 78%, коллагена – 15%, не коллагеновых протеинов, протеогликанов, и соли – 7% [111]. Волокна коллагена располагаются слоями под определённым углом к слоям, находящимся сверху и снизу. Общее число слоёв оценивается в 200-250. Упорядоченное волокно коллагена в диаметре меньше длины волны видимого света, поэтому свет проходит через роговицу без рассеивания, и роговица, в отличие от склеры, является прозрачной.



Рисунок 1.3 - Схематичная структура расположения коллагеновых ламелл в строме роговицы. Видоизменено из [36]

- Десцеметова оболочка промежуточный слой между стромой и эндотелием, играющий роль базальной мембраны. Эта оболочка очень прочна и способна к растяжению, так как содержит эластиновые волокна. С возрастом толщина этого слоя постепенно увеличивается с 3 мкм при рождении до 10 мкм [113].
- 5. Эндотелий роговицы моно слой специализированных шестигранных плоских клеток (соединяются между собой подобно пчелиным сотам – см. рис. 1.4), осуществляющий синтез коллагеновых молекул. Это самый тонкий слой толщиной 5 мкм [102], который регулирует баланс жидкости в роговице.



Рисунок 1.4 - Структура эндотелия роговицы [56]

1.1.2 Склера

Склера – это наружная плотная непрозрачная оболочка беловатого цвета. Склера, так же как и роговица, состоит в основном из коллагеновых волокон, но при этом является непрозрачной, так как коллагеновые волокна, её формирующие, расположены хаотично.

Склера

- защищает внутренние оболочки от внешних повреждений и неблагоприятных воздействий [22];
- обеспечивает крепления внутренних и внешних тканей глазного яблока, в частности, глазодвигательных мышц, связок глазного яблока, сосудов и нервов [22];
- обеспечивает качественное зрение за счёт того, что световые лучи не могут проникнуть через неё [22], защищая тем самым от излишнего внешнего освещения и боковых «засветов», что в противном случае вызывало бы ослепление.

Также склера играет важную роль в поддержании внутриглазного давления.

Склера имеет различную толщину в различных областях, наименьшую в местах крепления наружных мышц глаза, наибольшую – в месте выхода зрительного нерва [22], эта величина колеблется от 0,3 мм до 1,2 мм.

Склера состоит из трёх слоёв (см. рис. 1.5).

- Внешний слой эписклеральный пронизан массой кровеносных сосудов, которые обеспечивают его качественное кровоснабжение, а также связан с наружной, достаточно плотной, теноновой капсулой глаза. В связи с тем, что основная часть кровеносных сосудов проходит через мышцы к переднему отделу глаза, верхняя часть эписклерального слоя отличается более интенсивным кровоснабжением, чем внутренние отделы.
- Основной слой это сама склера, которая непосредственно состоит из волокон коллагена и фиброцитов, которые участвуют в выработке коллагена и разделяют его волокна.

3. Бурая пластинка – внутренний слой, который состоит из истончённых волокон склеры с примесью эластической ткани и хроматофоров (определяют цвет и название слоя) и покрыта эндотелием.



Рисунок 1.5 - Послойная структура склеры. Видоизменено из [59]

Исследования нормальной склеральной ткани показали, что склера близка к трансверсально-изотропной оболочке и характеризуется существенно более низким модулем упругости в направлении толщины, чем тангенциальном направлении (вдоль параллели и меридианов) [32]. Проведённые исследования Иомдиной Е.Н. [31] показали, что модуль упругости, рассчитанный по данным измерения скорости распространения ультразвука в склере, составляет в радиальном направлении в среднем 0,5 МПа, тогда как в продольном и поперечном направлениях этот показатель меняется в пределах от 3 до 40 МПа в зависимости не только от исследуемого участка, но и от возраста исследуемого пациента. Эти результаты подтверждаются в работах Arciniegas A. и Amaya L.E., а также Иванова Д.Ф. и Кагана Е.Э. [29, 76].

Связь между напряжением σ и деформацией ε склеры может быть представлена в таком же виде, как и для роговой оболочки (1.1). При длительной статической нагрузке, соответствующей максимальному уровню напряжения в живом глазу до 40 мм рт.ст., склера может проявлять вязкоупругие свойства. При этом необратимая деформация – ползучесть – нормальной ткани составляет около 1%, причём преобладающая её часть, порядка 0.9%, приходится на первую минуту нагружения [9].

1.1.3 Стекловидное тело

Стекловидное тело - нежный, прозрачный гель, состоящий из высокогидратированных сетей сдвоенных белковых фибрилл, и заполненный полисахаридными соединениями. Гель сформирован коллагеновой фибриллярной стромой и связанным с ней вязким раствором гиалуроновой кислоты [25]. Схематичное представление сетевой структуры стекловидного тела показано на рис. 1.6.



Рисунок 1.6 - Схематическое представление сетевой структуры стекловидного тела. Видоизменено из [115]

Стекловидное тело обеспечивает глаз метаболически растворенными и питательными веществами, а также выступает в качестве амортизатора между различными внутренними тканями (например, хрусталик и сетчатка), поддерживая форму глаза.

Стекловидное тело имеет вязкоупругие свойства. Это означает, что оно обладает поведением, характерным как для твердых, так и для жидких тел [107]. Стекловидное тело по весу состоит на 99% из воды и на 0,9% из солей. Оставшиеся 0,1% составляют белки и полисахаридные соединения. Большая часть белка находится между или связана с 10–20 нм волокнами коллагена, завернутыми в толстый слой коллагена типа II (75% волокна по массе) [81]. На данный момент достигнут существенный прогресс в определении компонентов и биохимии стекловидного тела, и в то же время недостаточное количество экспериментальных методов препятствует попыткам определить механические свойства и нано-архитектуру стекловидного тела. Усложняет задачу клеящая способность составляющих его молекул и хрупкая сетевая структура. Несколько креативных методов были разработаны для измерения характеристик геля стекловидного тела, в том числе, объёмных измерений [80, 117, 123], магнитной микрореологии [107–109], экспериментальных визуальных наблюдений за пациентами [128] и более современных акустических методов [126]. Эти методики позволяют осуществлять сравнительный анализ, но не могут дать понимания молекулярных механизмов, ответственных за наблюдаемое объёмное поведение. Некоторые из этих авторов приводят оценки модулей упругости стекловидного тела, а нынешние результаты позволяют предположить, что эти значения являются заниженными в некоторых случаях на порядки [115].

1.2 Аномалии рефракции

Рефракция глаза – процесс преломления световых лучей в оптической системе органа зрения, в которую входят роговица, камерная влага, хрусталик и стекловидное тело. Преломляющая сила оптической системы, которая определяется длиной фокусного расстояния, измеряется в диоптриях.

В идеальном случае, когда глаз останавливается на интересующем его предмете, изображение чётко фокусируется на сетчатке. Однако, предмет может быть виден чётко, только если находится в пределах аккомодационных способностей глаза. То есть, если, например, предмет находится слишком близко, то изображение на сетчатке будет нечётким.

В зависимости от положения главного фокуса (точка, в которой сходятся после преломления параллельные оптической оси лучи, идущие в глаз) по отношению к сетчатке различают два вида рефракции: эмметропию, когда лучи фокусируются на сетчатке (нормальное зрение), и аметропию, несоразмерную рефракцию, которая может быть трех видов: миопия (близорукость), гиперметропия (дальнозоркость) и астигматизм (см. рис. 1.7).

Если оптическая система глаза не сферичная, то в одном глазу также могут сочетаться различные рефракции, например, глаз по горизонтали может



Рисунок 1.7 - Клиническая рефракция глаза. Е – эмметропический, М – миопический, Н – гиперметропический

обладать дальнозоркой рефракцией, а по вертикали – близорукой. Это связано с различающейся кривизной роговицы в двух разных меридианах [77]. Такой глаз называется астигматическим.

1.2.1 Близорукость (миопия)

Близорукость или миопия – это аномалия рефракции, при которой изображение формируется не на сетчатке глаза, а перед ней. В большинстве случаев (около 90%) это может зависеть от двух факторов (см. рис. 1.8):

- преломляющая сила велика из-за неправильной геометрии рефракционных элементов глаза; например, чрезмерно выпуклая роговая оболочка;
- продольная ось глазного яблока слишком длинная по сравнению с преломляющей силой; этот фактор является наиболее часто встречающимся на практике, порядка 80% случаев.

Также есть и ряд других факторов возникновения близорукости, которые вместе не превышают по статистике 10% от общего числа выявляемых случаев близорукости [106].

Общепринятой причиной близорукости считается работа органов зрения на близком расстоянии. Так например, известно, что дети в основном рождаются дальнозоркими и близорукость начинает развиваться только в школьном возрасте. Причём в младших классах близорукость встречается реже, чем



Рисунок 1.8 - Близорукость. а – искривление склеры, b – искривление роговицы [106]

в старших. Также близорукость свойственна работникам производств с длительной работой на близком расстоянии от глаз, например, часовщикам или ювелирам. На основании этих фактов формируется основная теория развития близорукости, которая заключается в длительной кропотливой работе на близком расстоянии от глаз. Принято считать, что организм таким образом за счёт удлинения передне-задней оси глазного яблока, особенно в период роста, пытается адаптироваться и обеспечить возможность работы на близком расстоянии без использования механизма аккомодации.

В России, так же как и во всём мире, наблюдается рост близорукости у детей: к 17 годам она выявляется, по крайней мере у 34% школьников. По данным 2010 г., в структуре инвалидности по зрению в Российской Федерации близорукость занимала 3 место (18%), а в детской инвалидности – 2 [40]. По итогам всероссийской диспансеризации, заболеваемость детей и подростков близорукостью за 1990-2000 гг. выросла в 1,5 раза. В 2000 г. среди выпускников школ частота близорукости достигала 26%, гимназий и лицеев – 50%, при этом на долю близорукости высокой степени приходилось 10-12% [45]. В настоящее время в России страдают близорукостью свыше 28 млн человек, не менее 50% из них – прогрессирующей и осложненной.

Для того, чтобы близорукий глаз мог ясно видеть отдаленные предметы, от которых идут параллельные лучи, надо эти лучи сделать расходящимися. Это может быть достигнуто использованием подходящих рассеивающих очков или контактных линз либо откорректировано при помощи рефракционной хирургии.

1.2.2 Дальнозоркость (гиперметропия)

Дальнозоркость или гиперметропия – это аномалия рефракции, при которой главный фокус оптической системы глаза находится позади сетчатки (см. рис. 1.9). Причиной возникновения дальнозоркости могут быть:

- уплощение роговой оболочки;

- укороченная передне-задняя ось глаза.



Рисунок 1.9 - Дальнозоркость. а – искривление склеры, b – искривление роговицы [106]

К моменту окончательного формирования организма около половины людей остаются дальнозоркими [43]. При дальнозоркости человек должен плохо видеть как близко, так и далеко расположенные предметы. Однако, большинство дальнозорких людей хорошо видят вдаль и часто вполне удовлетворительно вблизи, этот эффект достигается за счёт функции аккомодации, что в итоге позволяет получать четкие изображения на сетчатке. При этом постоянная работа аккомодационного механизма скрывает истинную дальнозоркость. А уже к 40-50 годам в связи с возрастным ослаблением аккомодации дальнозоркие люди начинают хуже видеть, в частности, близко расположенные предметы.

В настоящее время для лечения дальнозоркости, помимо использования очков и контактных линз, широко используется кераторефракционная хирургия, одной из задач которой является поиск эффективного и безопасного метода коррекции зрения со стабильным эффектом [58, 61]. В ряде работ отмечается, что лечение дальнозоркости, при всем многообразии существующих способов ее коррекции, отстает от лечения близорукости по эффективности, безопасности, прогнозируемости и стабильности получаемых результатов [14, 51, 58, 61]. Число работ по биомеханике, посвящённых математическому моделированию оболочек глаза, имеющих отношение к дальнозоркости, по статистике в 10 раз меньше, чем работ, изучающих близорукость [39].

1.3 Рефракционные операции

Первые рефракционные операции начали проводить только в 70-е годы прошлого столетия. Под руководством Святослава Николаевича Федорова были разработаны новые операции, получившие название передней радиальной кератотомии (ПРК). Данный метод коррекции аномалий рефракции применяли при близорукости и миопическом астигматизме. Техника операции состояла в нанесении глубоких (до 90% толщины) радиальных надрезов роговицы на периферии с помощью специального алмазного ножа (результат такой операции на рис. 1.10). Ослабленная надрезами периферическая часть роговицы выбухает под действием внутриглазного давления, а центральный отдел уплощается. В свою очередь, рефракционный эффект зависит от глубины и количества надрезов.



Рисунок 1.10 - Рубцы на роговице после радиальной кератотомии. Видоизменено из [35]

Использование этого метода часто приводило к операционным травмам и опасным осложнениям, таким как:

- гипокоррекция (неполное исправление) и гиперкоррекция (излишняя коррекция);
- индуцирование обратного астигматизма;
- прогрессирующая дальнозоркость;
- фиброплазия рубцов (образование соединительной ткани при заживлении);
- микро и макроперфорации роговицы;
- травматический разрыв кератотомического рубца;
- бактериальный кератит и язва роговицы;
- различные инфекционные заболевания.

В связи с чем со временем на смену этому методу пришла лазерная коррекция зрения. Первый в мире эксимерный лазер был создан академиком Басовым Н.Г. в СССР ещё в 1971, а на западе первый эксимерный лазер был создан компанией IBM в США в 1976 году. Первая лазерная операция по коррекции зрения была проведена уже в 1985 году в Берлине. Поначалу лазерная коррекция была не достаточно эффективным методом, но после введения некоторых доработок удалось повысить её надежность по сравнению с ПРК. По статистике на данный момент лишь в 5% случаев пациенты нуждаются в повторной операции. При этом риск развития осложнений после операции лазерной коррекции оценивается от 10 до 18%, но около 2/3 осложнений возможно исправить повторной операцией. Точных цифр по поводу риска возникновения послеоперационных осложнений нет в связи с тем, что технология операции постоянно совершенствуется, а некоторые осложнения проявляются спустя много лет после операции.

1.3.1 Фоторефрактивная кератэктомия (ФРК)

ФРК – фоторефрактивная кератэктомия – первая в истории лазерная технология по коррекции зрения. Суть операции заключается в удалении наружной части роговицы при помощи эксимерного лазера, управляемого компьютером в соответствии с индивидуальным профилем. Целью операции является изменение радиуса кривизны наружной поверхности роговицы. В случае близорукости удаляется слой в середине роговицы, делая её тем самым более плоской и фокусируя изображения на сетчатке (см. рис. 1.11). При дальнозоркости удаляется кольцевой слой, делая роговицу более крутой.



Рисунок 1.11 - Схема коррекции зрения при близорукости операцией ФРК

В целом сама операция происходит в два этапа:

- 1. удаление эпителия и боуменовой мембраны; обычно используется простое механическое удаление, но существуют химические и лазерный методы;
- 2. собственно лазерная коррекция, в результате которой формируется новый профиль роговой оболочки.

Как правило, такая операция, несмотря на то, что она уступает операции типа ЛАЗИК из-за длительного периода восстановления, до одного месяца, проводится и чаще всего на глазах с тонкой роговицей при близорукости. Среди плюсов этой операции есть тот факт, что упругие свойства роговой оболочки практически не изменяются, так как между прооперированной стромой и восстановленным слоем эпителия образуется фиброцеллюлярная мембрана, которая превосходит по прочности удалённую боуменову мембрану.

1.3.2 Лазерный кератомилёз (ЛАЗИК)

На сегодняшний день одним из наиболее эффективных методов коррекции различных аномалий рефракции считается лазерный кератомилёз – Laser-Assisted in Situ Keratomileusis – LASIK.

Операция проводится под местной анестезией (при помощи соответствующих капель). Сама же операция проводится в два этапа, и схематично изображена на рис. 1.12:

- 1. Сначала формируется роговый лоскут (flap), включающий в себя эпителий роговицы и боуменову мембрану, механическим микрокератомом. Лоскут делается диаметром около 8 мм и при этом остаётся прикрепленным с одной стороны. На точность выкраивания рогового лоскута влияют не только характеристики кератома, лезвия и уровень вакуума во время операции, но и исходные параметры роговицы [51]. Использование механического микрокератома приводит к неравномерности выкраиваемых лоскутов, толщина которых в центре получается меньше, чем на периферии [61]. На смену механическому микрокератому, который использовался для доступа к строме роговой оболочки, пришел фемтосекундный лазер. При этом лазером создаётся более тонкий, равномерный и аккуратный роговый лоскут, путём образования микроскопических пузырьков на необходимой глубине.
- 2. Собственно лазерная коррекция, в результате которой формируется новый профиль роговой оболочки. Так же, как и при ФРК, лазер управляется компьютером.



Рисунок 1.12 - Схема проведения операции ЛАЗИК

После операции роговый лоскут возвращается на место, где он быстро (в течение нескольких минут) самофиксируется. Достоинством такой операции, в отличие от ФРК при котором зона абляции находится на поверхности роговицы, является сохранение защитного слоя (рогового лоскута) и соответственно защитной функции, а также существенно более короткий период реабилитации по сравнению с ФРК. Противопоказанием для коррекции зрения операцией ЛА-ЗИК может является недостаточная толщина роговой оболочки.

Однако, при коррекции дальнозоркости, лазерная абляция идёт не в центре, как при коррекции близорукости, а ближе к периферии роговицы – в форме кольца, то есть появляются дополнительные геометрические параметры: внутренний и внешние радиусы и толщина удаляемого слоя. Что усложняет операцию и приводит к определенным трудностям при выкраивании лоскута достаточного диаметра для проведения оптимальной по параметрам операции [51].

В последнее десятилетие начали использовать новый вид операций IntraLASIK (introstromal laser in situ keratomileusis), которые проводятся по методу LASIK, но для формирования рогового лоскута используется безлезвенный фемтосекундный кератом. В отличие от других типов лазеров, фемтосекундный лазер воздействует не на внешнюю поверхность роговицы, а на средние слои (строму), минуя верхние слои (эпителий и боуменову мембрану). Фемтосекундный лазер создает в роговице идеальную круговую полость, состоящую из крошечных кавитационных пузырьков, формируя тем самым лоскут абсолютно любой формы с высочайшей точностью по глубине воздействия и по диаметру [51]. После чего он сдвигается лёгким физическим воздействием. Таким образом, использование фемтосекундного лазера позволяет проводить операцию ближе к периферии, что в значительной степени улучшает рефракционные и функциональные результаты у пациентов с дальнозоркостью [61].

1.4 Внутриглазное давление

Давление внутри глаза называется внутриглазным давлением (ВГД) или офтальмотонусом. Этот параметр является одним из самых важных при практически любой диагностике. ВГД оказывает существенное влияние на следующие характеристики [48]:

- форму глазного яблока;

- положение сетчатки;

– защиту глаз от деформаций во время движения;

- обменные процессы между влагой и внутренними структурами;

- регуляцию кровотока по сосудам;

– проницаемость внутриглазных сосудов.

Оценка изменения показателей ВГД также важна после операций роговых, двояковыпуклых (замена хрусталика) и витреоретинальных (отслоение

34

сетчатки) заболеваний. Эти заболевания могут существенно изменить структурную целостность глазного яблока, которая, в свою очередь, может привести не только к изменениям формы корнеосклеральной оболочки, но и биомеханических свойств различных элементов.

Для определения ВГД используются специальные инструменты – тонометры. Тонометрия определяет ВГД путём определения сопротивления роговицы прикладываемому давлению. То есть по реакции оболочек и структур глаза на приложение тонометра судят о внутриглазном давлении. Давление, полученное таким образом, называется тонометрическим давлением. Понятно, что тонометры дают только приближенное значение истинного давления.

Полученные эмпирическим способом ВГД ранее усреднялись и компоновались в табличные данные (например, [49]), на основе которых и судили о значении ВГД.

Причём в ряде работ показано, что более толстые роговицы показывают завышенное давление и, наоборот, в более тонких роговицах с диагнозом глаукома – более низкое ВГД [87,104]. Таким образом, важность измерения и оценки истинного внутриглазного давления является признанной на сегодняшний день проблемой.

Поскольку тонометрическое ВГД, как отмечалось, представляет реакцию роговицы на воздействие тонометра, то понятно, что проведённые операции по коррекции зрения в последующем также оказывают влияние на тонометрическое ВГД. Так, например, некоторые авторы [112] рассматривают повышенное значение ВГД как один из факторов возникновения глаукомы (см. рис. 1.13).

Даже при наличии программно-аппаратного обеспечения с высокоточными алгоритмами лечения расхождение между запланированным и фактическим результатом не редкость [118]. В связи с этим для правильного диагностирования возникает вопрос об определении истинного ВГД после рефракционных операций.

В ряде работ [83, 88] подчёркивается, что после лазерной коррекции зрения при близорукости аппланационное тонометрическое давление уменьшается, а в работе [34] сделан вывод что рефракционные операции при миопии не оказывают значимого влияния на уровень истинного ВГД.



Рисунок 1.13 - Повышенное внутриглазное давление как причина возникновения глаукомы. Модифицировано с Optica Sentina: [сайт]. URL: http://www.optika-sentina.si/oko-in-bolezni/zelena-mrena/ (дата обращения: 29.07.2015)

1.4.1 Тонометр Маклакова

О необходимости измерять ВГД заговорили в середине XIX в. Первый импрессионный тонометр был создан Альбрехтом фон Грефе (1828–1870) в 1862 г. Импрессионный тонометр оценивал ВГД по степени вдавливания роговицы под воздействием плунжера прибора. Однако, его показатели оказались ошибочными [23]. Но первый надежный и простой аппланационный тонометр был создан Алексеем Николаевичем Маклаковым (27.11.1837–04.05.1895) в 1884 г. [41](см. рис. 1.14а).

Простота конструкции и хорошая повторяемость получаемых результатов сделали его популярным в нашей стране, а методика, предложенная А.Н. Маклаковым, легла в основу почти всех ныне используемых в клинической практике тонометров. Он предложил измерять ВГД путём установки на роговицу глаза груза с плоским основанием. Под действием веса роговица деформировалась, и, исходя из изменений формы роговицы, основываясь на эмпирических данных и приближённых расчётах, определялся уровень внутриглазного давления.


Рисунок 1.14 - Тонометр Маклакова: а) в упаковке, б) схема приложения к роговице

При создании тонометра А.Н. Макалаков строил модель глазного яблока в качестве тонкостенной упругой оболочки, заполненной жидкостью, предполагая при этом следующее:

- вес тонометра уравновешивается исключительно внутриглазным давлением (Маклаков пренебрегал упругими силами, влияющих на зону контакта деформированной роговой оболочки);
- при кратковременном нагружении роговой оболочки тонометром показатели ВГД не изменяется.

На основании вышеуказанных предположений А.Н. Маклаков использовал следующее соотношение:

$$P_t = \frac{4P}{\pi d^2} \tag{1.2}$$

Здесь P_t – внутриглазное давление после нагружения роговой оболочки тонометром, P – вес груза, d – диаметр площадки контакта.

Поскольку форма роговой оболочки близка к сферической, то соответственно и площадка контакта с тонометром также близка к кругу. В 1895 году С.С. Головин составил таблицу для перевода размеров отпечатков из мм в мм рт.ст. Позднее Поляк Б.Л. перенёс табличные данные на прозрачную линейку, построенную по принципу пропорционального циркуля, позволяющую измерить диаметр отпечатка с точностью до 0,1 мм в миллиметрах ртутного столба. Далее, исходя из диаметра площадки контакта *d*, по специальным эмпирическим таблицам (например [49]) оценивается уровень тонометрического ВГД, то есть чем меньше значение *d*, тем больше внутриглазное давление. Таким образом, по методу Маклакова, для измерения тонометрического ВГД по формуле (1.2) достаточно измерить только диаметр площадки контакта, соответствующей определённому весу тонометра. Также нужно отметить, что процессы непосредственно тонометрии и расчёт полученных результатов были разнесены во времени, позволяя тем самым повысить точность исследования.

Тонометр Маклакова позволил учёным объективно документировать результаты исследований в виде тонограмм-отпечатков, собрать и описать огромное количество физиологических норм, возможных патологических отклонений внутриглазного давления, а также описать влияние различных лекарственных препаратов на ВГД.

Тонометр подобного типа в несколько измененном виде с 1962 г. используют и в США.

1.4.2 Тонометр Гольдмана

В целях создания более точного тонометра с уменьшенным диаметром площадки контакта более полувека (с 1957 г.) назад был создан аппланационный тонометр Гольдмана (см. рис. 1.15а), который долгое время считался международным стандартом в офтальмологии, и назван в честь своего изобретателя Ганса Гольдмана (1899–1991).

Аппланационная тонометрия по Гольдману измеряет силу, которая требуется, чтобы сделать плоской определенную часть роговицы, при этом роговица предполагалась полностью эластичной и очень тонкой сферой [67]. Диаметр аппланации – d – всегда постоянен и равен 3,06 мм. Именно такое значение d обеспечивает соответствие внешнего давления на роговую оболочку в 1,0 г внутриглазному давлению величиной 10 мм рт. ст. Основная идея для выбора диаметра аппланации заключается в том, что упругое сопротивление роговых структур их деформации компенсируется дополнительным давлением от прикладываемого груза [68].

Для того, чтобы обеспечить постоянное значение диаметра аппланации, Гольдман разработал следующую методику.

Офтальмолог наблюдает за глазом через маленький пластмассовый цилиндр тонометра, который сглаживает роговицу. Когда цилиндр тонометра уплощает роговицу, предварительно закапанный желтый краситель (раствор флюоресцеина натрия) в конъюнктивальный мешок выдавливается по его краю, и на общем синеватом фоне появляются чётко видимые, окрашенные в жёлто-зелёный цвет мениски слезной жидкости (эффект флюоресценции).

В этот пластмассовый цилиндр была вставлена двойная призма, которая вызывает горизонтальный сдвиг верхней половины относительно нижней. Сдвиг изображения точно соответствует диаметру уплощения роговицы при нормальном внутриглазном давлении. Указатель давления тонометра выставляется так, чтобы внутренний край нижней и верхней полусфер совпали (рис. 1.156). Это означает, что диаметр сплющивания равен диаметру аппланации, и на градуированном указателе читается значение истинного ВГД, путём умножения значения на указателе на 10.



Рисунок 1.15 - Тонометр Гольдмана: a) современный цифровой вариант, б) получаемое изображение. Professional OCT messages: [сайт]. URL: http://blog.getoct.ch/?p=243 (дата обращения: 01.08.2015)

39

Так как пластмассовый цилиндр касается глаза, поверхность роговицы предварительно анестезируется. Сразу после измерения давления зрение пациента может быть слегка размыто, но через несколько минут это проходит.

Пневмотонометрия – популярный в настоящее время бесконтактный метод измерения внутриглазного давления, путём направления потока воздуха на поверхность роговой оболочки, и далее по степени деформации судят о значении ВГД. Среди преимуществ можно выделить бесконтактность.

1.5 Интравитреальные инъекции

Интравитреальные инъекции вводятся пациентам уже более 100 лет, но в последние годы наблюдается учащение их использования (см. рис. 1.16) при лечении некоторых глазных заболеваний, что делает введение интравитреальных инъекций небольшой (до 0,2 мл) дозы лечебного препарата (например, триамцинолона или авастина) одним из современных способов лечения.



Рисунок 1.16 - Статистика применения интравитреальных инъекций. Модифицировано с Market Scope: [сайт]. URL: http://market-scope.com (дата обращения: 13.10.2016)

На рисунке 1.17 приведена схема введения интравитреальной инъекции, при введении которой за счет кратковременного увеличения внутреннего объе-

ма глазного яблока сначала происходит резкое увеличение внутриглазного давления (ВГД), а потом его нормализация [30, 82, 105]. Причём введение одинакового объёма инъекции в различные по форме глаза вызывает различное увеличение ВГД вплоть до 80 мм рт.ст. То есть, например как частный случай, при введении инъекции в глаз с укороченной передне-задней осью (при дальнозоркости) увеличение ВГД выше, а при удлиненной - ниже [105].



Рисунок 1.17 - Введение интравитреальной инъекции [79]

Несмотря на то, что интравитреальные инъекции являются безопасной процедурой, иногда используются различные методы для предотвращения резкого скачка ВГД, такие как парцентез (прокол) и понижающие давление лекарства. Хотя некоторые исследования [94] показывают, что профилактическое использование препаратов является малоэффективным в предотвращении скачков ВГД после инъекции, и соответственно отсутствует целесообразность их применения.

Среди причин, влияющих на резкий скачок ВГД, выделяют также анатомические и хирургические особенности, включающие в себя, помимо самой инъекции, размер инъекционной иглы, способ и условия инъекции. Среди анатомических особенностей можно выделить упругость склеральной оболочки, размер глаза, разжижение стекловидного тела и скорость оттока жидкости.

Обзор работ, обсуждающих клинические данные, связанные с интравитреальными инъекциями, представлен в работе [116]. Простейшие аналитические математические модели, описывающие изменение ВГД при введении инъекций, представлены в [17, 18].

Глава 2. Напряжённо-деформированное состояние роговицы при аппланационной тонометрии

Математический программный пакет ANSYS, использованный для разработки моделей, относится к числу лидеров в области CAE-продуктов конечноэлементного анализа и имеет более чем сорокалетний опыт в решении прикладных задач численными методами. В настоящее время ANSYS используется для моделирования широкого спектра инженерного анализа: от механики деформируемого твердого тела и теплового анализа до гидрогазодинамики и анализа процессов горения, взрыва, тепломассообмена и фазовых переходов, электродинамики. ANSYS предлагает широкий перечень расчетных средств, которые могут учесть разнообразные нелинейности. Сюда входит общий случай контактной задачи для поверхностей; наличие больших (конечных) деформаций и перемещений. ANSYS является инструментом, с помощью которого создается компьютерная модель, прикладываются действующие усилия или другие воздействия различной физической природы, исследуются отклики системы [75].

В работе использован статический структурный анализ, при котором вычисляются эффекты от воздействия установившихся условий нагружения, при этом игнорируются эффекты инерции и демпфирования, вызванные изменяющимися во времени нагрузками. Однако, статический анализ может включать установившиеся инерционные нагрузки, например силу тяжести и скорости вращения, а также переменные нагрузки, которые могут быть аппроксимированы статически эквивалентными нагрузками. Статический структурный анализ используется для определения перемещений, напряжений, деформаций, и усилий в тканях корнеосклеральной оболочки, вызванных нагрузками. Виды нагружения, которые могут быть приложены в статическом структурном анализе, включают:

- внешне приложенные силы и давления;

– стационарные силы инерции (сила тяжести);

– приложенные перемещения (не нулевые);

- начальные деформации.

Статический структурный анализ может быть как линейным, так и нелинейным. Допускаются большие деформации, пластичность, ползучесть, упрочнение, элементы контакта, гиперупругие элементы, и т.д.

Первой стадией анализа в ANSYS является создание модели. На этом этапе задаются исходные данные, необходимые для решения поставленной задачи. Выбираются координатные системы и типы конечных элементов, задаются упругие коэффициенты и механические свойства моделируемых элементов корнеосклеральной оболочки, создается твёрдотельная модель и сетка конечных элементов, задаются уравнения связи и ограничения.

Вторая стадия заключается в приложении нагрузки и получении решения. Под нагрузкой в ANSYS понимаются внешние и внутренние нагрузки. ANSYS позволяет задать любую комбинацию нагрузок (задание перемещений, силы и моменты, давление, объёмные нагрузки, и инерционные нагрузки).

После того, как все соответствующие параметры заданы, может быть выполнено и само решение. Пользователь поручает программе решить определяющие уравнения и получить результаты для выбранного вида анализа.

Последней стадией анализа в ANSYS является пост процессорная обработка, с помощью которой можно обратиться к результатам решения и интерпретировать их. Результаты решения включают в себя значения перемещений узлов ($u_x, u_y, u_z, ROTX, ROTY, ROTZ$), напряжения в узлах и элементах, деформации в узлах и элементах, силы действующие в элементах, реакционные силы в узлах, и другие данные. Итогом работы программного пакета на пост процессорной стадии является графическое и табличное представление результатов.

При решении биомеханических задач нелинейного статического структурного анализа расчётная методика основывается на использовании метода конечных элементов, исходя из которого формируется разрешающее матричное уравнение, записываемое в виде:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\},\tag{2.1}$$

где [K] – матрица жёсткостей, $\{u\}$ – вектор перемещений, и $\{F\}$ – вектор сил.

Компонент вектора сил $\{F\}$, как уже отмечалось, могут представлять собой сосредоточенные силы, тепловые нагрузки, давление и силы инерции. С учётом того, что граничные условия определены в перемещениях и усилиях, уравнение (2.1) может быть записано в виде:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} f_1 \\ f_2 \end{array} \right\}, \tag{2.2}$$

где $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$ – компоненты матрицы жёсткости, u_1 – вектор неизвестных перемещений, f_1 – вектор заданных усилий, u_2 – вектор заданных перемещений, f_2 – вектор усилий реакции.

После решения системы уравнений относительно вектора перемещений, деформации и напряжения в каждом элементе могут быть найдены из следующих равенств:

$$\varepsilon_{el} = \beta \cdot u_{el}, \tag{2.3}$$

$$\sigma_{el} = L \cdot u_{el}, \tag{2.4}$$

где β и L – дифференциальные операторы, устанавливающие связь между деформациями и перемещениями и напряжениями и перемещениями, u_{el} – вектор перемещений.

Статический нелинейный структурный анализ осуществляется посредством замены всей нагрузки серией её небольших приращений и выполнением на каждом таком шаге последовательности линейных приближений до получения состояния равновесия. При нелинейном анализе матрица жёсткости системы и вектор нагрузок могут зависеть от результатов решения, то есть неизвестны. Линеаризация уравнения (2.1) на шаге нагружения – итерационная процедура, основанная на методе Ньютона-Рафсона, которая состоит в том, что выполняется серия линейных приближений, обеспечивающих сходимость процесса к истинному решению. В программном пакете ANSYS можно использовать как собственно метод Ньютона-Рафсона, так и модифицированный алгоритм метода Ньютона - Рафсона и метод Ньютона-Рафсона с корректировкой деформаций. Модифицированный алгоритм метода Ньютона-Рафсона и метод Ньютона-Рафсона с корректировкой деформаций требуют меньших затрат по времени счета.

Определение внутриглазного давления имеет большое значение при диагностике различных заболеваний глаза и при наблюдении в послеоперационный период. Измерение внутриглазного давления производится путём регистрации деформации роговицы в ответ на механическое воздействие. Для оценки измерения показателей внутриглазного давления исследуется деформация роговицы под действием груза с плоским основанием, т.е. рассматривается модель наиболее часто применяемых методов измерения внутриглазного давления на основе аппланационных тонометров Маклакова и Гольдмана, которые описаны в первой главе в разделах 1.4.1 и 1.4.2.

При измерении внутриглазного давления тонометрами происходит нагружение наружной части роговой оболочки глаза и, как следствие, дополнительное повышение самого внутриглазного давления. Такое давление, измеряемое аппланационным тонометром, получило название «тонометрического». Реальное же внутриглазное давление, которое было до нагружения роговой оболочки плоским штампом, называется истинным внутриглазным давлением.

В работе [15] рассматривается математическая модель измерения внутриглазного давления при использовании тонометра Маклакова, в которой корнеосклеральная оболочка моделируется двумя сопряжёнными сферическими сегментами. При этом роговая оболочка рассматривается как мягкая оболочка, которая не имеет сопротивления изгибным деформациям, и предполагается, что отсутствует её «сморщивание» под действием тонометра. С учётом этих предположений:

$$P_t = W/S, \tag{2.5}$$

где P_t – тонометрическое внутриглазное давление, W – вес тонометра, а S – площадь контакта роговой оболочки и тонометра (плоского штампа). Последнее соотношение применимо только для бесконечно тонких и мягких оболочек.

Площадь зоны контакта между тонометром и роговой оболочкой рассчитывается по формуле $S = \frac{\pi d^2}{4}$. Выражая диаметр d зоны контакта, получим формулу:

$$d = 2\sqrt{\frac{W}{\pi P_t}},\tag{2.6}$$

Полученные по (2.6) результаты, модифицированные на основе клинических данных были систематизированы и занесены в калибровочные таблицы [49].

Эти таблицы используются на практике для оценки внутриглазного давления по методу Маклакова на основе полученного диаметра зоны контакта между тонометром и роговой оболочкой. Соотношение $\ln p_1 - \ln p_0 = A\Delta V$ [95] лежит в основе стандартных таблиц для определения внутриглазного давления [47, 49]. Однако многолетний опыт использования таблиц показал, что для получения лучшего соответствия опытным данным, необходимо ввести некоторые коррективы в указанное соотношение. Например, при вычислении объёма ΔV считается [47], что диаметр роговицы отличается от диаметра глаза, что диаметр площадки контакта груза и роговицы, измеренный в опыте, включает в себя узкий слой, оставляемый на тонометре слоем слезы и т.д.

Результаты расчётов истинного ВГД, представленные в работе [15], при использовании различных параметров роговой и склеральной оболочек, мало зависят от применяемых в исследовании механических характеристик. В работе [19] проводится двухмерное конечно-элементное моделирование упругой корнеосклеральной оболочки при помощи двух сопряжённых трансверсальноизотропных сферических оболочек с различными диаметрами и упругими свойствами. При этом модуль упругости в направлении толщины корнеосклеральной оболочки принимался существенно меньшим, чем модуль упругости в тангенциальном направлении. Расчеты, проведенные в работах [16, 19], показали существенное влияние толщины роговицы на изгибные деформации оболочки. Показано, что большая доля усилий, идущих на изгибные деформации, соответствует меньшей зоне контакта штампа и роговой оболочки, в том числе, как за счёт величины массы штампа, так и за счёт высокого внутриглазного давления. В данной работе представлено трёхмерное конечно-элементное моделирование контактной задачи нагружения корнеосклеральной оболочки штампом с плоским основанием в программном математическом пакете ANSYS. Исследуется изменение напряжённо-деформированного состояния роговой оболочки при нагружении штампами различного веса, в частности, проверяется наличие возможного «отрыва» поверхности плоского штампа от роговицы внутри зоны контакта. А также изучается вопрос взаимосвязи толщины роговой оболочки и её слоёв при приложении плоского штампа с изменением внутриглазного давления.

2.1 Конечно-элементная модель

Роговая оболочка моделируется сферическим сегментом внешним радиусом R_0 с переменной толщиной, который разбивается на четыре слоя: эпителий, боуменова мембрана, строма роговицы и десцеметова оболочка (см. рис. 2.1). Пятый слой эндотелий роговицы не выделяется в виду своей не существенной толщины и в данной работе отнесён к десцеметовой оболочке. При этом только строма имеет переменную толщину, изменяющуюся от 0,5 мм в центре до 1,1 мм на краю, остальные слои задаются с постоянными толщинами. Все слои моделируются в качестве однородных.



Рисунок 2.1 - Элемент вращения используемый для построения модели

Дополнительно для повышения точности расчёта строится склеральная оболочка, которая моделируется сферическим сегментом средним внешним радиусом 12 мм [22], имеющим переменную толщину, изменяющуюся от 1 мм у основания роговой оболочки до 0,8 мм [28] и далее до 0,6 мм в экваториальной зоне склеральной оболочки, как указано на рисунке 2.1. В работе в модели склеры не выделяется решётчатая пластина диска зрительного нерва. В настоящее время известно [55], что деформация решётчатой пластинки при увеличении внутриглазного давления может изучаться отдельно от деформации склеры и при увеличении ВГД не увеличивается диаметр опорного кольца решётчатой пластинки диска зрительного нерва, то есть деформация решётчатой пластинки практически не влияет на деформацию склеры.

При этом все элементы геометрически строятся в полуплоскости YZ и при последующем вращении («Revolve») плоского контура вокруг заданной оси с наполнением полученного трёхмерного контура материалом формируются все тела вращения соответствующих слоёв (на рис. 2.2 приведено сечение КЭ модели).



Рисунок 2.2 - Сечение конечно-элементной модели плоскостью YZ с нанесённой сеткой

При генерации конечно-элементной сетки элементы всех оболочек и штампа создаются методом «Tetrahedrons», то есть тетраэдрической формы. При этом размеры элементов штампа и оболочки эпителия на соприкасающихся поверхностях ограничиваются 0,3 мм. В дополнении для повышения точности расчёта в разделе управления конечно-элементной сеткой (Mesh Control) задается параметр «Inflation» к прикладываемому штампу на вступающую в контакт поверхность с максимальным количеством слоёв равному 8. Такая операция позволяет создать в штампе с контактирующей стороны равномерную восьмислойную сетку, которая при проведении расчёта системой ANSYS позволит уменьшить количество проводимых операций и повысить точность «предсказания» момента соприкосновения и последующего недопущения проникновения узлов конечно-элементных сеток оболочки эпителия и прикладываемого штампа. Общее количество узлов в конечно-элементной модели 125 667 штук, а самих элементов – 56 526 штук. Количество конечных элементов выбирается таким образом, что при увеличении их числа точность проводимого расчёта не имеет существенного улучшения (менее 0,1%), при этом сокращение количества конечных элементов приводит к заметному понижению точности проводимых вычислений вплоть до пересечения сеток конечных элементов различных тел и/или оболочек.

Все виды тканей в модели построены при помощи двух типов элементов:

- 1. SOLID186 трёхмерный квадратичный элемент задач механики деформируемого твёрдого тела с двадцатью узлами;
- 2. SOLID187 трёхмерный квадратичный элемент задач механики деформируемого твёрдого тела с десятью узлами в форме тетраэдра.

Оба типа элемента имеют: три степени свободы в каждом узле (перемещения в направлении осей X, Y и Z узловой системы координат); свойства пластичности, гиперупругости, ползучести, изменения жёсткости при приложении нагрузок, больших перемещений и больших деформаций; смешанную формулировку для расчёта почти несжимаемых упругопластических материалов и полностью несжимаемых гиперупругих материалов. При этом элементы типа SOLID186 могут иметь произвольную ориентацию в пространстве.

По данным работ [31, 33] роговицу можно рассматривать как трансверсально-изотропную оболочку, для которой поверхность изотропии $\alpha_3 = const$, и имеют место соотношения [53]:

$$e_{11} = \frac{1}{E_i} (\sigma_{11} - \nu_i \sigma_{22}) - \frac{\nu'_i}{E'_i} \sigma_{33}, \ e_{13} = \frac{1}{G'_i} \sigma_{13}$$

$$e_{22} = \frac{1}{E_i} (\sigma_{22} - \nu_i \sigma_{11}) - \frac{\nu'_i}{E'_i} \sigma_{33}, \ e_{23} = \frac{1}{G'_i} \sigma_{23}$$

$$e_{33} = -\frac{\nu'_i}{E'_i} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{E'_i} \sigma_{33}, \ e_{12} = \frac{1}{G_i} \sigma_{12}$$
(2.7)

где e_{11}, e_{22}, e_{33} – относительные удлинения элементов по направлениям ортов, e_{12}, e_{13} – относительные сдвиги, E_i и E'_i – модули упругости при растяжениисжатии на поверхности изотропии и в направлении, перпендикулярном к ней; ν_i и ν'_i – коэффициенты Пуассона. Модуль сдвига для поверхности изотропии определяется соотношением:

$$G_i = \frac{E_i}{2\left(1 + \nu_i\right)} \tag{2.8}$$

Так как упругий потенциал представляет собой положительноопределённую квадратичную форму, то коэффициенты упругости должны удовлетворять системе неравенств [53]:

$$|\nu_{i}'| < \left(\frac{E_{i}'}{E_{i}}\right)^{1/2}, -1 < \nu_{i} < 1 - 2\left(\nu_{i}'\right)^{2}\frac{E_{i}'}{E_{i}}, \left(E_{i} > 0, E_{i}' > 0\right), i = 1, ..., 4,$$

$$(2.9)$$

Усреднённые значения модулей упругости для всей роговицы в тангенциальном направлении *E* и в направлении толщины *E'* определяются из соотношений [26]:

$$E = \frac{\left(1 - \nu^2\right)}{\sum_{i=1}^n h_i} \left[\sum_{i=1}^n \frac{E_i h_i}{1 - \nu_i^2}\right], \ E' = \frac{\left(1 - \nu'^2\right)}{\sum_{i=1}^n h_i} \left[\sum_{i=1}^n \frac{E'_i h_i}{1 - \nu_i'^2}\right], \ i = 1, \dots, 4 \quad (2.10)$$

В формулах 2.10 ν_i и ν'_i - усреднённые коэффициенты Пуассона, которые определяются по следующим соотношениям:

$$\nu = \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i h_i \nu_i}{1 - \nu_i^2} \bigg/ \sum_{i=1}^{n} \frac{E_i h_i}{1 - \nu_i^2}, \ \nu' = \sum_{i=1}^{n} \frac{E'_i h_i \nu'_i}{1 - \nu'_i^2} \bigg/ \sum_{i=1}^{n} \frac{E'_i h_i}{1 - \nu'_i^2}$$
(2.11)

Соотношения (2.10) и (2.11) позволяют оценить влияние многослойного строения роговицы на обобщенные параметры всей роговицы: толщину, модуль упругости и коэффициент Пуассона. Для роговой ткани характерны все типичные черты мягкого биологического материала:

- гетерогенность в центральном и периферийном, внешнем, внутреннем, и вращательном направлениях [86];
- состояние близкое к несжимаемости. Тангенциальный коэффициент Пуассона чаще всего принимают равным 0.48 или 0.49 [125];

Закон Гука для ортотропного тела при совмещении координатных плоскостей с плоскостями упругой симметрии имеет вид [10]:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_2} & -\frac{\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_1} & -\frac{\nu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix}$$
 (2.12)

В матрице податливости в уравнении (2.12) E_1, E_2, E_3 – модули упругости в направлениях $x, y, z; G_{12}, G_{13}, G_{23}$ – модули сдвига в плоскостях XOY, XOZ, YOZ соответственно; $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}, \nu_{32}$ – коэффициенты Пуассона. Число независимых коэффициентов в (2.12) сохраняется равным девяти, поскольку вследствие симметрии матрицы коэффициентов податливости выполняются равенства $\frac{\nu_{12}}{E_2} = \frac{\nu_{21}}{E_1}, \frac{\nu_{13}}{E_3} = \frac{\nu_{31}}{E_1},$ и $\frac{\nu_{23}}{E_3} = \frac{\nu_{32}}{E_2}$.

Введём обозначения:

$$A_{i} = \frac{1}{E_{i}}, i = 1, 2, 3; A_{4} = \frac{1}{2G_{12}}, A_{5} = \frac{1}{2G_{23}}, A_{6} = \frac{1}{2G_{13}}$$
(2.13)

$$\mu_{12} = -\nu_{12}\sqrt{\frac{E_{1}}{E_{2}}} = -\nu_{21}\sqrt{\frac{E_{2}}{E_{1}}}, \mu_{13} = -\nu_{13}\sqrt{\frac{E_{1}}{E_{3}}} = -\nu_{31}\sqrt{\frac{E_{3}}{E_{1}}},$$

$$\mu_{23} = -\nu_{23}\sqrt{\frac{E_{2}}{E_{3}}} = -\nu_{32}\sqrt{\frac{E_{3}}{E_{2}}}.$$
(2.14)

Тогда (2.12) запишется в виде:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & \mu_{12}\sqrt{A_1A_2} & \mu_{13}\sqrt{A_1A_3} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{12}\sqrt{A_1A_2} & A_2 & \mu_{23}\sqrt{A_2A_3} & 0 & 0 & 0 \\ \mu_{13}\sqrt{A_1A_3} & \mu_{23}\sqrt{A_2A_3} & A_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix}$$
 (2.15)

Упругий потенциал:

$$2\Phi = \sum_{i,j=1}^{3} \varepsilon_{ij}\sigma_{ij} = A_{1}\sigma_{1}^{2} + A_{2}\sigma_{2}^{2} + A_{3}\sigma_{3}^{2} + 2(\mu_{12}\sqrt{A_{1}A_{2}}\sigma_{1}\sigma_{2} + \mu_{13}\sqrt{A_{1}A_{3}}\sigma_{1}\sigma_{3} + \mu_{23}\sqrt{A_{2}A_{3}}\sigma_{2}\sigma_{3} + A_{4}\sigma_{12}^{2} + A_{5}\sigma_{23}^{2} + A_{6}\sigma_{13}^{2})$$

$$(2.16)$$

Условия положительной определённости упругого потенциала:

$$A_{1} > 0, A_{2} > 0, \dots, A_{6} > 0,$$

$$|\mu_{12}| < 1, |\mu_{23}| < 1, \left| \frac{\mu_{13} - \mu_{12}\mu_{23}}{\sqrt{1 - \mu_{12}^{2}}\sqrt{1 - \mu_{23}^{2}}} \right| < 1$$
(2.17)

Условие несжимаемости материала $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ должно выполняться при произвольных напряжениях, то есть на коэффициенты накладываются условия:

$$2\mu_{12}\sqrt{A_1A_2} = A_3 - A_1 - A_2,$$

$$2\mu_{23}\sqrt{A_2A_3} = A_1 - A_2 - A_3,$$

$$2\mu_{13}\sqrt{A_1A_3} = A_2 - A_3 - A_1.$$
(2.18)

Упругий потенциал можно представить в виде:

$$2\Phi = A_{1}(\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + A_{2}(\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (A_{3} - A_{1} - A_{2})(\sigma_{1} - \sigma_{3})(\sigma_{2} - \sigma_{3}) + + 2(A_{4}\sigma_{12}^{2} + A_{5}\sigma_{23}^{2} + A_{6}\sigma_{13}^{2}) = A_{1}(\sigma_{1} - \sigma_{3})^{2} + A_{2}(\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + + 2\mu_{12}\sqrt{A_{1}A_{2}}(\sigma_{1} - \sigma_{3})(\sigma_{2} - \sigma_{3}) + 2(A_{4}\sigma_{12}^{2} + A_{5}\sigma_{23}^{2} + A_{6}\sigma_{13}^{2}).$$
(2.19)

Условия положительной определённости упругого потенциала для несжимаемого материала:

$$A_1 > 0, A_2 > 0, A_4 > 0, A_5 > 0, A_6 > 0, 1 - \mu_{12}^2 > 0$$
 (2.20)

или с учётом соотношений (2.18)

$$A_1 A_2 - \frac{1}{4} \left(A_3 - A_1 - A_2 \right)^2 > 0 \tag{2.21}$$

Преобразовывая соотношение (2.21), и делая обратную замену $E_i = \frac{1}{A_i}$ можно получить:

$$\left(E_{1}E_{2} - E_{3}\left(\sqrt{E_{1}} - \sqrt{E_{2}}\right)^{2}\right)\left(E_{1}E_{2} - E_{3}\left(\sqrt{E_{1}} + \sqrt{E_{2}}\right)^{2}\right) < 0 \qquad (2.22)$$

Пусть $E_2 = aE_1, E_3 = bE_1$, тогда проводя преобразования из условия (2.22) можно получить:

$$\left(b - \frac{a}{\left(1 - \sqrt{a}\right)^2}\right) \left(b - \frac{a}{\left(1 + \sqrt{a}\right)^2}\right) < 0$$
(2.23)

На рисунке 2.3 соотношение (2.23) показывает ограничение на возможные соотношения модулей упругостей в различных направлениях в случае несжимаемости материала, что согласуется с исследованиями проведёнными в работе [103].

Для трансверсально-изотропного несжимаемого тела плоскость изотропии $\alpha_3 = const, E_1 = E_2$. Тогда:

$$E_1^2 - 4E_3E_1 < 0, \ \frac{E_3}{E_1} > \frac{1}{4}$$
 (2.24)



Рисунок 2.3 - График возможных соотношений модулей упругостей в различных направлениях при несжимаемости

При этом

$$\nu_{12} = 1 - \frac{E_1}{2E_3}, \ \nu_{23} = \frac{1}{2}, \ \nu_{13} = \frac{1}{2}.$$
 (2.25)

Известно, что роговица (также как и склера) близка к мягкой оболочке, и модуль упругости в направлении толщины роговицы на порядок или два меньше, чем тангенциальные модули упругости. Таким образом, роговицу можно рассматривать именно только как состоящую из близкого к несжимаемому материала (а не несжимаемую).

В таблице 2.1 указаны толщины слоёв роговой оболочки и значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона в тангенциальном направлении и в направлении толщины, использованные при решении задачи. Предполагается, что ткани роговой и склеральной оболочек близки к несжимаемым, поэтому в расчётах коэффициент Пуассона ν_i принят равным 0,48, а $\nu'_i = 0,02$. Для построения конечно-элементной модели прилагаемого плоского штампа, используется изотропный материал со значением модуля Юнга равным $2 * 10^{11}$ Па и коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ (сталь).

Взаимодействие между всеми слоями роговой оболочки и склерой моделировалось при помощи контактных элементов TARGE170 и CONTA174, которые позволяют моделировать контактное взаимодействие с отсутствием проникновения между контактирующими поверхностями.

параметр	ед.	Эпителий	Боуменова	Строма	Десцеметова	Склера
	изм.		мембрана		оболочка	
h_i	MМ	0,043	0,012	0,5-1,1	0,01	0,6-1,2
E_i	МΠа	0,06	0,6	0,3	0,9	5
E_i'	МΠа	0,003	0,03	0,015	0,045	0,5
G_i	МΠа	0,03	0,3	$0,\!15$	0,45	$2,\!48$
G'_i	МΠа	0,001	0,01	0,005	0,015	$0,\!17$

Таблица 2.1 - Значения толщин и упругих коэффициентов

Достаточно сложным при моделировании является контакт между оболочкой эпителия и штампом, в виду того, что этот контакт изменяется в процессе нагружения. Этот контакт определяется типом «Rough». Это модель контакта, при которой исключено относительное скольжение, то есть коэффициент трения принимает бесконечно большое значение. При этом контактной поверхностью выступает поверхность эпителия, а целевой – поверхность прикладываемого штампа. В виду того, что упругие свойства материалов различаются на порядки, используется ассиметричный контакт. Для избежания проблем с численной сходимостью проводимого расчёта используется метод штрафов (Pure Penalty). Суть данного метода заключается в том, что система применяет «штраф» к узлам конечно-элементной сетки, которые проникают через контактную поверхность. В качестве штрафа к конкретному узлу прикрепляется пружина с коэффициентом жёсткости K_{penalty}. Следующим подшагом эта пружина растягивается на величину проникновения узла δ , таким образом, выталкивая узел обратно и не допуская проникновения конечно-элементных сеток эпителия и штампа, как схематично показано на рисунке 2.4.

При этом для исключения проникновения сеток коэффициент жёсткости $K_{penalty}$ обновляется на каждом подшаге проводимого расчёта. Чтобы величину проникновения узла δ сделать малой по отношению к нулю, при контакте поверхностей используется метод «укрупнения поверхностных точек» (Gauss points), смысл которого заключается в добавлении дополнительных точек между узлами для определения наступления контакта. Схематично указан на рисунке 2.5. Радиус области поиска контакта (Pinball Radius) принимается равным 4 мм.



Рисунок 2.4 - Схема моделирования контактного взаимодействия методом штрафов



Рисунок 2.5 - Схема метода укрупнения поверхностных точек в контакте (Gauss points)

Также для повышения сходимости решения контактной задачи и выполнения корректировки каждого подшага нагружения задается параметр «Automatic Bisection», который в конце каждого подшага при чрезмерном проникновении или резком изменении контактного статуса элемента выполняет деление подшага пополам, и соответствующее новому подшагу нагружение прикладывается заново. В качестве одной из используемых геометрических модификаций модели использу-

ется параметр «Adjust to Touch». Этот параметр обеспечивает касание поверхностей штампа и эпителия, сводя зазор между поверхностями в точке контакта двух узлов разных поверхностей до нуля.

При построении модели сила приложения штампа к поверхности роговой оболочки направлена по вектору нормали к поверхности штампа, как указано синим цветом на рисунке 2.6.

Внутреннее давление задается в направлении, перпендикулярном к внутренней поверхности, как показано на рисунке 2.6 красным цветом.



Рисунок 2.6 - Нагружение конечно-элементной модели в сечении плоскостью *YZ*; синим цветом обозначена сила *F*, красным – ВГД

Для построения компьютерной конечно-элементной модели существенным является корректная постановка граничных условий. Предлагаются такие граничные условия, которые отвечают осесимметричному нагружению оболочки, позволяя её равномерное раздувание, но препятствующие сдвигам, кручению и смещению оболочки как жёсткого целого. Применяется жёсткая фиксация сечения внешней поверхности склеры в экваториальной зоне глазного яблока в перпендикулярном направлении, а также жёсткая фиксация сечения внешней поверхности плоскости XY в направлении оси Z, плоскости YZ – в направлении оси X. Такой выбор граничных условий связан с предположением, что корнеосклеральная оболочка является осесимметричным телом вращения, и при её нагружении плоскости проходящие через ось вращения (симметрии) не могут смещаться в перпендикулярном направлении. На рисунке 2.7 красными линиями отмечена жёсткая заделка.

2.2 Результаты расчётов

В работе проводится серия расчётов, соответствующая приложению плоских штампов различной массы – 5, 7.5, 10 и 15 граммов, имитирующих процесс измерения внутриглазного давления аппланационным тонометром Маклакова с использованием стандартных грузов. А также расчёт величины прикладываемой нагрузки, соответствующей диаметру зоны контакта поверхности штампа



Рисунок 2.7 - Жёсткая заделка (обозначена красными линиями)

и роговой оболочки в размере d = 3,06 мм, что соответствует тонометру Гольдмана.

На рисунке 2.9 представлены распределения перемещений в сечении YZ при нагружении плоским штампом различной массы, а на рисунке 2.10 вид сверху. Следует отметить, что при нагружении плоским штампом весом 5 граммов в зоне контакта на самом краю имеется ярко выраженное «кольцо», соответствующее минимальным перемещениям, близким по значению к нулю. Причём,



Рисунок 2.8 - Изменение толщины роговой оболочки при нагружении плоским штампом при нормальном ВГД – 15 мм рт.ст.

эти минимальные перемещения переходят в максимальные перемещения (порядка 0,4 мм) роговой оболочки вне зоны контакта также в форме кольца. При увеличении массы плосстрома строма строма кого штампа до 7.5 граммов диаметр зоны контакта увеличивается и появляется другая область деформаций, соответствующая максимальным перемещениям – в центре роговой оболочки. Последующее увеличение массы штампа до 10 граммов приводит к усилению деформаций в центре и увеличению диаметра зоны контакта. Этот эффект усиливается при нагружении плоским штампом массой 15 граммов, в итоге перемещения в центре роговой оболочки на внешней поверхности достигают 1,06 мм, превышая тем самым почти в два раза величину максимальных перемещений вне зоны контакта. Максимальные значения перемещений в центре зоны контакта указаны в таблице 2.2, а вне зоны контакта в приложении А.1.1. По сути, на рисунке 2.10 за счёт кольца минимальных перемещений на внешней поверхности роговой оболочки, обозначенного синим цветом, который находится на «краю» зоны контакта с прилагаемым плоским штампом, отчётливо виден увеличивающий диаметр зоны контакта при увеличении массы штампа.



Рисунок 2.9 - Перемещения роговой оболочки в сечении плоскостью YZ при нагружении плоским штампом весом: a) 5 г., б) 7.5 г., в) 10 г., г) 15 г.

В таблице 2.3 приведены данные расчётов, показывающие диаметр площадки контакта между прилагаемым плоским штампом и поверхностью роговой оболочки. Данные расчёта диаметра зоны контакта, рассчитанные по формуле (2.6), приведены в Приложении А.1.2.

На основе проведённого конечно-элементного моделирования построен график (см. рис. 2.11) зависимости изменения диаметра зоны контакта при изменении внутриглазного давления и при нагружении плоским штампом различных весов. На графике также пунктирными параболическими линиями обо-

	вес штампа, грамм			
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15
10	0,468	0,748	0,957	-
15	0,350	0,540	0,750	1,065
20	0,222	0,367	0,566	0,858
25	$0,\!128$	0,280	0,409	0,667
30	$0,\!110$	0,232	0,312	0,501

Таблица 2.2 - Максимальные значения перемещений в центре зоны контакта,

ΜМ

Таблица 2.3 - Диаметры зоны контакта между штампом и эпителием роговицы, мм

	ве	с штамі	па, гра	MМ
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15
15	5,552	6,915	7,757	9,292
20	4,880	5,902	7,096	8,439
25	4,634	5,320	$6,\!463$	7,527
30	4,243	4,849	5,823	6,909

значены расчётные данные, соответствующие формуле (2.6), для каждого веса штампа. Из полученного графика видно хорошее совпадение результатов конечно-элементного моделирования при значениях внутриглазного давления выше нормального, то есть более 15 мм рт.ст., при этом для области пониженного давления (менее 15 мм рт.ст.), как видно из графика 2.11, необходимо дополнительное исследование.

Выводы, сделанные на основании полученного графика (рис. 2.11), справедливы только для тех параметров корнеосклеральной оболочки, при которых он построен. Так, например, при глаукоме жёсткости склеры и роговицы могут увеличиваться [2]. Расчёты показывают, что при измерении внутриглазного давления с помощью тонометра весом 5 грамм биомеханические свойства склеральной оболочки не окажут влияния на показатели ВГД [70], а при увеличении веса до 7.5 грамм и более может появиться излом (см. рис. 2.12), характеризующий эластотонометрию – последовательное измерение внутриглазного давления набором тонометров Маклакова весом 5, 7.5, 10 и 15 г. Так, напри-



Рисунок 2.10 - Перемещения роговой оболочки (вид сверху) при нагружении плоским штампом весом: a) 5 г., б) 7.5 г., в) 10 г., г) 15 г.

мер, излом на графике 2.12 получен при увеличении модуля упругости склеры до $E_i = 10$ МПа. Полученные результаты согласуются с клиническими данными [70].

Эластотонометрия традиционно применяется для выявления ранней патологии гидродинамики глаза и оценивает биомеханические особенности фиброзной оболочки, что представляет большой практический интерес [3, 4]. Построенная конечно-элементная модель позволяет провести больше расчётов, касающихся эластотонометрии, и полученные данные могут помочь в оценке биомеханических свойств роговицы и склеры.

Аппроксимируя данные графика 2.11 в Microsoft Office Excel с помощью метода наименьших квадратов, можно получить следующие уравнения изменения диаметра зоны контакта *d* между эпителием роговой оболочки и прикладываемым плоским штампом в зависимости от внутриглазного давления *P*:

$$d_5 = -0,0002P^3 + 0,013P^2 - 0,41P + 9,34$$
(2.26)

$$d_{7.5} = 0,0007P^3 - 0,04P^2 + 0,63P + 4,1$$
(2.27)

$$d_{10} = 0,0005P^3 - 0,036P^2 + 0,66P + 4,26$$
(2.28)

61



Рисунок 2.11 - График зависимости диаметра зоны контакта от ВГД при приложении различных по весу штампов

$$d_{15} = 0,002P^3 - 0,115P^2 + 2,54P - 9,21, (2.29)$$

где уравнения (2.26) – (2.29) соответствуют нагружению плоским штампом 5, 7.5, 10 и 15 граммов соответственно. В этих уравнениях единица измерения диаметра контакта *d* – мм, а значение ВГД *P* – мм рт.ст. С практической точки зрения для расчёта значения внутриглазного давления в зависимости от полученного диаметра отпечатка интереснее представить обратную зависимость:

$$P_5 = 4,59d^2 - 56,68d + 188,15 \tag{2.30}$$

$$P_{7.5} = 2,18d^2 - 32,94d + 138,45 \tag{2.31}$$

$$P_{10} = 0,087d^2 - 9,09d + 79,64 \tag{2.32}$$

$$P_{15} = -0.004d^2 - 8.13d + 86.39 \tag{2.33}$$

здесь уравнения (2.30) – (2.33) соответствуют нагружению плоским штампом 5, 7.5, 10 и 15 граммов соответственно. Единицы измерения в соотношениях (2.30) – (2.33) *d* в мм, а *P* в мм рт.ст. При этом значение внутриглазного давления *P* изменяется в диапазоне от 15 до 30 мм рт.ст.



Рисунок 2.12 - Эластотонометрические кривые: нормальная $(E_{i-stroma} = 0.3 \text{ МПа}, E_{i-sklera} = 5 \text{ МПа})$ и патологическая $(E_{i-stroma} = 0.5 \text{ МПа}, E_{i-sklera} = 10 \text{ МПа})$

Дополнительно на основе проведённого конечно-элементного моделирования можно построить график зависимости диаметра зоны контакта от веса прикладываемого плоского штампа при постоянном значении внутриглазного давления. Построенный график приведён на рисунке 2.13, на котором также пунктирными линиями построены соответствующие кривые, полученные с использованием формулы (2.6). Аппроксимируя данные графика методом наименьших квадратов, можно получить аналитические соотношения между диаметром зоны контакта d и массой прикладываемого груза m:

$$d_{15} = -0.032m^2 + 0.92m + 1.77 \tag{2.34}$$

$$d_{20} = -0.015m^2 + 0.65m + 1.93 \tag{2.35}$$

$$d_{25} = -0.011m^2 + 0.51m + 2.28 \tag{2.36}$$

$$d_{30} = -0,006m^2 + 0,4m + 2,35, (2.37)$$

где уравнения (2.34) – (2.37) соответствуют нагружению при постоянном значении истинного внутриглазного давления 15, 20, 25 и 30 мм рт.ст. соответственно. Единицы измерения в соотношениях (2.34) – (2.37) *d* – мм, а *m* в граммах. При этом значение веса прикладываемого плоского штампа изменяется в диапазоне от 5 до 15 грамм.



Рисунок 2.13 - Изменение диаметра зоны контакта в зависимости от веса штампа при постоянном значении ВГД

Также интересно провести анализ в части изменения толщины роговой оболочки в центре при её нагружении плоским штампом. Как видно из графика 2.8, общая толщина роговой оболочки уменьшается на 18,4% при нормальном давлении 2000 Па (15 мм рт.ст.) при использовании самого тяжелого штампа (15 грамм). В виду своей малой толщины при проведении анализа боуменова мембрана была включена в толщину слоя эпителия. Но несмотря на это, их совместная толщина при нагружении штампом весом в 5 граммов сократилась с 0,055 мм до 0,023 мм, то есть более чем в два раза, а при нагружении штампом в 15 граммов до 0,011 мм – сокращение толщины эпителия почти в пять раз. Таким образом, около трети сокращения толщины роговой оболочки приходится на тонкий слой эпителия. Расчётные данные по толщинам слоёв эпителия и стромы роговой оболочки после нагружения, полученные в результате конечноэлементного моделирования, приведены в Приложении А.1.3 и А.1.4.

2.3 Влияние толщины многослойной роговой оболочки на показатели внутриглазного давления

Для точной оценки риска возникновения различных глазных заболеваний, в том числе, развития и прогрессирования глаукомы, важно понимать влияние параметров роговицы, в частности толщины на показатели ВГД. Несмотря на то, что до сих пор не найдена взаимосвязь между истинным внутриглазным давлением, толщиной роговой оболочки в центре и тонометрическим внутриглазным давлением, полученным при помощи измерения соответствующим тонометром, ряд авторов [67] считают, что давление необходимо корректировать на 1 мм рт.ст. при каждом изменении толщины роговой оболочки на 20 мкм отличающегося от среднего значения (540 мкм).

Для оценки предлагаемой корректировки строится конечно-элементная модель нагружения многослойной роговой оболочки в математическом программном пакете ANSYS, которая подробно описана в подразделе 2.1 с тем отличием, что толщина основного слоя роговой оболочки – стромы изменяется с шагом в 20 мкм таким образом, что общая толщина роговой оболочки меняется в диапазоне от 405 мкм до 705 мкм. При этом для всех случаев моделирования используется одинаковое нормальное внутриглазное давление – 2000 Па (15 мм рт.ст.). Расчёты, проведённые для тонометров разного веса, показывают, что чем меньше вес тонометра, тем больше зависимость получаемых при измерении показателей ВГД от толщины роговицы. Однако в клинической практике для получения более точного ВГД чаще всего используют тонометр весом 10 грамм. В связи с этим приведём результаты исследования именно для тонометра весом 10 грамм.

В результате моделирования получены значения диаметра зон контакта между эпителием роговой оболочки и прикладываемым штампом. Полученные данные проведённой серии расчётов при различных значениях толщины стромы роговой оболочки приведены в Приложении А.1.5.

Используя формулу (2.32) получим значения внутриглазного давления, которые требуют корректировочных коэффициентов, так как не соответствуют значению нормального внутриглазного давления, применявшегося при построении конечно-элементной модели.

$$P_{i \ corr} = P_0 - P_{10i}, \tag{2.38}$$

где P_0 – нормальное внутриглазное давление (2000 Па), а P_{10i} – внутриглазное давление, полученное по формуле (2.32) для соответствующей толщины роговой

оболочки. Таким образом, получаются поправочные коэффициенты, приведённые в таблице 2.4.

h, мкм	P_{i_corr} , мм рт.ст.
405	+3,339
425	$+2,\!499$
445	$+2,\!118$
465	$+1,\!697$
485	$+1,\!298$
505	$+1,\!006$
525	+0,756
545	$+0,\!457$
565	$+0,\!352$
585	$+0,\!115$
605	-0,059
625	-0,353
645	-0,550
665	-0,614
685	-0,721
705	-0,981

Таблица 2.4 - Поправочные коэффициенты ВГД при различной толщине роговой оболочки в центре

На основании полученных значений можно построить график зависимости P_{i_corr} от h (см. рис. 2.14), который в последующем аппроксимировать полиномом 2-ей степени и получить следующее уравнение:

$$P_{i \ corr} = 33,26h^2 - 49,85h + 17,79, \tag{2.39}$$

где h – это толщина роговой оболочки в её центре (в диапазоне от 405 до 705 мкм), выраженная в мм. Получаемое значение корректировочного коэффициента $P_{i \ corr}$ измеряется в мм рт.ст.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что существенное влияние на показатели ВГД оказывают и толщина роговой оболочки в её центре, и длина передне-задней оси глаза.

Таким образом, из полученных в процессе конечно-элементного моделирования результатов можно сформулировать следующие выводы:



Рисунок 2.14 - Величина корректировочного коэффициента ВГД в зависимости от толщины роговицы

- при нагружении штампом с плоским основанием роговой оболочки глаза в диапазоне расчётных параметров (см. рис. 2.11) не происходит отрыва поверхности в зоне контакта поверхностей штампа и эпителия роговой оболочки, хотя при этом область минимальных деформаций, близких к нулю (кольцо, обозначенное синим цветом на рисунке 2.10), находится внутри зоны контакта;
- получены формулы (2.30) (2.33), которые в рамках моделируемых упругих характеристик можно использовать для расчёта истинного значения внутриглазного давления в зависимости от полученных результатов тонометрического давления;
- получены значения поправочных коэффициентов (см. табл. 2.4) для определения внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре, определено соотношение (2.39) для расчёта поправочного коэффициента в зависимости от толщины оболочки в центре;
- в результате моделирования нагружения выявлено пятикратное сокращение толщины эпителия, что составляет порядка трети всего сокращения толщины при нагружении.

Построенная конечно-элементная модель нагружения роговой оболочки плоским штампом позволяет проводить расчёт внутриглазного давления в зависимости от веса прикладываемого штампа, внутреннего и внешнего радиусов кривизны, и толщины роговой оболочки глаза в её центре. При этом модель отличается от использованных представленных ранее тем, что является трёхмерной. В модели более точно учитывается геометрия роговицы, учитывается её переменная толщина и многослойность.

Глава 3. Изменение внутриглазного давления после интравитреальных инъекций

3.1 Простейшие математические модели

Рассмотрим задачу об изменении внутриглазного давления в корнеосклеральной оболочке при интравитреальной инъекции. Предполагается, что внутриглазная жидкость оболочки и введённый дополнительный объём от инъекции являются несжимаемой жидкостью.

При действии внутреннего равномерного давления в случае идеальной сферы начальные усилия растяжения во всех нормальных сечениях оболочки и напряжения растяжения *σ* рассчитываются следующим образом [24]:

$$N_1 = N_2 = \frac{PR_0}{2}, \ \sigma = \frac{PR_0}{2h}$$
(3.1)

где *P* – внутреннее давление, а *R*₀ – радиус склеральной оболочки при нормальном давлении, *h* – толщина склеры.

Деформация любого нормального сечения равна $\varepsilon = W/R_0$, где W – нормальный прогиб; при этом $\varepsilon = \sigma(1-\nu)/E = PR_0(1-\nu)/2Eh$, откуда прогиб:

$$W = \frac{PR_0^2}{2Eh} (1 - \nu)$$
 (3.2)

Радиус склеры после введения дополнительного объёма жидкости равен:

$$R = R_0 + W \tag{3.3}$$

Изменение объёма оболочки после инъекции можно определить по формуле:

$$\Delta V = \frac{4\pi R^3}{3} \left(\left(1 + \frac{W}{R} \right)^3 - 1 \right) \tag{3.4}$$

ИЛИ

$$\Delta V = \frac{2\pi P R^4}{Eh} \left(1 - \nu\right) \left[1 + \frac{PR}{2Eh} \left(1 - \nu\right) + \frac{1}{3} \frac{P^2 R^2}{4E^2 h^2} \left(1 - \nu\right)^2\right]$$
(3.5)

На основании соотношения (3.5) можно построить обратный график зависимости внутриглазного давления от объёма дополнительно введённой жидкости. На рисунке (3.1) синим цветом такой график построен при следующих параметрах: E = 5 МПа, R = 12 мм, h = 1.2 мм, $\nu = 0.48$.

Рассмотрим модель с учётом физической и геометрической нелинейности. В работе [124] для мягких тканей принят закон упругости в виде:

$$\sigma = \frac{2G}{n} \left(\lambda^{(n-3)} - \lambda^{(-2n-3)} \right), \qquad (3.6)$$

который соответствует упругому потенциалу

$$F = \frac{2G}{n^2} \left[\lambda_1^n + \lambda_2^n + \lambda_3^n - 3\right], \qquad (3.7)$$

где n – степень нелинейности, λ_1 и λ_2 – кратности удлинений вдоль основных координат в тангенциальной поверхности, λ_3 – кратность удлинений в направлении толщины оболочки. Для несжимаемого материала оболочки:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{R_1}{R}, \ \lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \tag{3.8}$$

Таким образом, учитывая уравнение (3.1) в работе [124] получено соотношение:

$$P = \frac{4Gh}{nR} \left(\lambda^{(n-3)} - \lambda^{(-2n-3)} \right)$$
(3.9)

при n = 3 получим

$$P = \frac{4Gh}{3R} \left(1 - \lambda^{-9} \right) \tag{3.10}$$

Так как

$$R_1^3 = R^3 + \frac{3\Delta V}{4\pi},\tag{3.11}$$

TO

$$R_1^9 = \left(R^3 + \frac{3\Delta V}{4\pi}\right)^3 \tag{3.12}$$

Принимая во внимание соотношения (3.8) и (3.12), имеем

$$P = \frac{4Gh}{3R} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{3\Delta V}{4\pi R^3}\right)^3} \right),$$
(3.13)

откуда, выражая ΔV , получим следующее уравнение:

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(\sqrt[3]{\frac{4Gh}{4Gh - 3PR}} - 1 \right)$$
(3.14)

Далее, подставляя уравнение (2.8) в (3.14), получим следующее соотношение:

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(\sqrt[3]{\frac{2Eh}{2Eh - 3PR(1+\nu)}} - 1 \right)$$
(3.15)

На основании уравнения (3.15) так же построим график зависимости внутриглазного давления от объёма дополнительно введённой жидкости. На рисунке (3.1) красным цветом такой график построен при тех же параметрах.

Рассмотрим другую модель так же с учётом нелинейности. Как отмечалось в разделе 1.1.1, авторы работ [114, 122] описывают зависимость «напряжение-деформация» для роговой ткани уравнением (1.1): $\sigma = A \left[e^{B\varepsilon} - 1 \right]$, где A и B – физические константы.

Согласно [30], если рассматривать небольшие деформации, например, в рамках физиологических нагружений, то уравнение (1.1) можно переписать в виде:

$$\sigma \approx A \left[1 + B\varepsilon - 1 \right] = AB\varepsilon \tag{3.16}$$

а ΔV представим следующим образом:

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi \left(R_1^3 - R^3\right) = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(\frac{R_1^3}{R^3} - 1\right) = \\ \approx \frac{4}{3}\pi R^3 \frac{(R_1 - R) \, 3R^2}{R^3} \approx 4\pi R^3 \varepsilon \Longrightarrow \varepsilon \approx \frac{\Delta V}{4\pi R^3}$$
(3.17)

Подставляя (3.17) и (3.1) в уравнение (1.1), получим:

$$\frac{PR}{2h} = A \left[e^{B \frac{\Delta V}{4\pi R^3}} - 1 \right] \tag{3.18}$$

Откуда

$$e^{B\frac{\Delta V}{4\pi R^3}} = \frac{PR}{2Ah} + 1 \tag{3.19}$$

Логарифмируя и выражая ΔV , получим уравнение для расчёта изменения объёма:

$$\Delta V = \frac{4\pi R^3}{B} \ln\left(\frac{PR}{2Ah} + 1\right) \tag{3.20}$$

На основании уравнения (3.20) так же построен обратный график зависимости внутриглазного давления от объёма дополнительно введённой жидкости. На рисунке (3.1) зелёным цветом такой график построен при тех же параметрахпри этом физические константы на основании метода постоянного приближения принимаются как A = E, а B = 2.



Рисунок 3.1 - Изменение внутриглазного давления в зависимости от объёма введённой инъекции по формулам (3.5),(3.15), (3.20)

По полученным графикам видно, что все три вышеуказанные модели дают практически одинаковый результат, поэтому в последующем для сопоставле-
ния результатов конечно-элементного моделирования будем использовать третью модель с учётом нелинейности, для которой справедливо соотношение (3.20).



Также стоит отдельно кратко описать теоретическую модель трёхмерной теории упругости о деформации трансверсально-изотропного сферического слоя, находящегося под действием внутреннего давления, которая представлена в работах [18, 105].

Рассматривается трансверсально-изотропная тонкая эластичная сферическая оболочка постоянной толщины с внутренним и внешним радиусами R_1 и

 R_2 , принимая $R_1 < \rho < R_2$, нагруженного внутренним давлением P. Вводится сферическая система координат (ρ, φ, θ) , для которой верны равенства: $\sigma_{\theta\theta}(\rho) = \sigma_{\varphi\varphi}(\rho), \sigma_{\rho\rho} = \sigma_{\rho\rho}(\rho), \sigma_{\rho\theta} = \sigma_{\rho\varphi} = \sigma_{\theta\varphi} = 0$

В этом случае, так как модель является симметричной, уравнения равновесия приводятся к одному уравнению:

$$\frac{\partial \sigma_{\rho\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} (2\sigma_{\rho\rho} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\theta\theta}) = 0$$
(3.21)

С граничными условиями:

$$\sigma_{\rho\rho}(R_1) = -P, \sigma_{\rho\rho}(R_2) = 0 \tag{3.22}$$

При подстановке компонентов тензора напряжений, полученных в работе [18], в уравнение равновесия (3.21) получается следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 u_{\rho}}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{d u_{\rho}}{d\rho} + \frac{2E(\nu'-1)}{E'(1-\nu)} \frac{u_{\rho}}{\rho^2} = 0$$
(3.23)

Решение уравнения (3.23) имеет вид:

$$u_{\rho}(\rho, P) = \frac{C_1(P)}{\rho^{m+1}} + C_2(P)\rho^m, \qquad (3.24)$$

где

$$m = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{1+4\beta}}{2}, \beta = \frac{2E(1-\nu')}{E'(1-\nu)}$$
(3.25)

Из граничных условий (3.22) можно получить:

$$C_{1} = \frac{P}{E'} \frac{\left[(1-\nu)E' - 2\nu'^{2}E\right]}{\left[(m+1)(1-\nu)E' - 2\nu'E\right]} \frac{R_{1}^{m+2}R_{2}^{2m+1}}{\left(R_{2}^{2m+1} - R_{1}^{2m+1}\right)}$$
(3.26)

$$C_2 = \frac{P}{E'} \frac{\left[(1-\nu)E' - 2\nu'^2 E\right]}{\left[(m(1-\nu)E' + 2\nu' E\right]} \frac{R_1^{m+2}}{(R_2^{2m+1} - R_1^{2m+1})}$$
(3.27)

Таким образом изменение объёма исходной сферы постоянной толщины, находящейся под действием внутреннего давления можно определить по следующему соотношению:

$$\Delta V = \frac{4}{3}\pi (R_1 + u_\rho(R_1, P))^3 - \frac{4}{3}\pi (R_1)^3, \qquad (3.28)$$

а из уравнения (3.28) можно вывести, в том числе и обратную зависимость $P = f(\Delta V)$, описывающую изменение внутреннего давления в зависимости от дополнительно введённого объёма жидкости.

Однако описанная выше математическая модель не учитывает большое количество существенных параметров, среди которых можно выделить следующие: отсутствие роговой оболочки и её свойства, переменную толщину роговицы и склеры, длину передне-задней оси, форму склеральной оболочки, и различные упругие характеристики по слоям/оболочкам. Хотя известно, что при близорукости и дальнозоркости изменение формы глаза происходит в основном за счёт растяжения/сжатия (дегенерации) вдоль передне-задней оси после экваториальной зоны. Все эти допущения можно учесть при построении численных конечно-элементных моделей эллипсоидальной формы.

Биомеханическая модель глаза человека построена с использованием методов механики твёрдого деформированного тела, с использованием трёхмерного компьютерного моделирования и верифицирована с помощью клинических данных.

3.2 Конечно-элементная модель

Решается трёхмерная контактная задача в статической постановке, в которой роговица моделируется сферической трансверсально-изотропной оболочкой.

Известно, что роговица представляет собой сложную биомеханическую структуру и состоит из пяти основных слоев, различных по толщине и упругим свойствам.

Роговая оболочка моделируется сферическим сегментом внешним радиусом r_0 с переменной толщиной, который разбивается на четыре слоя, как и раньше: эпителий, боуменова мембрана, строма роговицы и десцеметова оболочка. В созданной конечно-элементной модели переменную толщину имеет только строма, которая изменяется в пределах от 0,5 мм в центре до 1,1 мм на краю, остальные слои моделируются с постоянными толщинами. Все слои моделируются в качестве однородных.

В связи с тем, что люди с нормальным зрением гораздо реже делают инъекции, чем люди с аномальной рефракцией, в этой задаче, кроме случая эмметропии, также рассматриваются случаи с удлиненной и укороченной переднезадней оси глазного яблока, соответствующие близорукости и дальнозоркости.

Склеральная оболочка моделируется одним сферическим сегментом, который сопряжён с роговой оболочкой, внешний радиус взят равным 12 мм [22] и вторым эллипсоидальным сегментом [121]. Сферический сегмент склеральной оболочки имеет переменную толщину, которая изменяется в среднем от 1 мм у края роговицы до 0,8 мм [28] и далее до 0,6 мм в экваториальной зоне места крепления наружных мышц. Так как коллагеновые волокна сухожилий наружных мышц переплетаются с коллагеновыми волокнами склеры, то её толщина считается в этой области около 0,6 мм [22]. Эллипсоидальный сегмент склеральной оболочки равномерно увеличивает толщину до 1,2 мм к основанию [28]. Под толщиной основания склеральной оболочки подразумевается толщина склеры в месте пересечения оси вращения. При этом все элементы строятся в полуплоскости YZ и с помощью вращения плоского контура вокруг заданной оси с последующим наполнением полученного трёхмерного контура материалом, и соответственно формируются тела вращения всех слоёв. Глаза различных людей различаются друг от друга по размеру и форме [121]. Глаза в случае близорукости часто больше по объёму, чем в случае эмметропии, а нормальные, в свою очередь, часто больше, чем в случае дальнозоркости. Сферическая передняя часть (роговая оболочка и сопряжённая с ней сферическая часть склеральной оболочки) принимается одинаковой для различных моделей (близорукости, дальнозоркости, и эмметропии), что подтверждается клиническими наблюдениями [121]. Согласно этому же источнику, удлинение (в случае близорукости) или укорачивание (при дальнозоркости) передне-задней оси происходит не за счёт растяжения/сжатия, а за счёт первичной дегенерации оболочек глаза в части склеры после экваториальной зоны (то есть оболочка после экваториальной зоны принимает эллипсоидальную форму), как показано на рисунке 3.2.



Рисунок 3.2 - Дегенерация корнеосклеральной оболочки. Модифицировано из [121]

В работе проводится серия расчётов для различных корнеосклеральных оболочек с длинами передне-задней оси в диапазоне от 19 до 28 мм. В случае близорукости эллипсоидальный сегмент задается таким образом, чтобы длина передне-задней оси была в диапазоне 24-28 мм, а в случае дальнозоркости – от 19 до 22 мм. Максимальная и минимальная длины передне-задней оси взяты согласно данным работы Котляра К.Е. [105].

Дополнительно для повышения точности расчетов корнеосклеральная оболочка наполняется жидкостью, которая моделирует внутреннее ядро (см. рис. 3.3 б)). Нагружение корнеосклеральной оболочки производится равномерно на всю внутреннюю поверхность внутреннего ядра в направлении нормали.



Рисунок 3.3 - Конечно-элементная сетка в случае: а) близорукости – изометрический вид, б) дальнозоркости – сечение

Конечно-элементная модель в случае нормальной оболочки состоит из 82 тысяч узлов и около 37 тысяч элементов, в случае близорукости – порядка 76 тысяч узлов и около 35 тысяч элементов, дальнозоркости – порядка 72 тысяч узлов и около 32 тысяч элементов. Число конечных элементов варьируется в зависимости от общего объёма модели. Количество конечных элементов выбирается таким образом, что при увеличении их числа точность проводимого расчёта увеличивается менее, чем на 0,1%. При этом сокращение количества конечных элементов приводит к заметному понижению точности проводимых вычислений. На рис. 3.3 представлены изометрический вид конечно-элементной модели с удлинённой передне-задней осью при близорукости и сечение модели плоскостью YZ с нанесенной сеткой конечных элементов, на котором видно распределение части узлов и элементов во внутреннем ядре.

Все ткани корнеосклеральной оболочки в модели построены при помощи элементов SOLID186 и SOLID187. Взаимодействие между всеми слоями оболочек и внутренним ядром моделировалось при помощи контактных элементов TARGE170 и CONTA174, которые позволяют моделировать контактное взаимодействие с отсутствием проникновения между контактирующими поверхностями. Тип контакта между всеми поверхностями задан «Bounded», в этой модели контакта целевая и контактная часть пары жёстко связаны между собой, в результате чего контактная область не изменяется под действием приложенной нагрузки; при этом скольжение между гранями или рёбрами, а также их разделение не допускается.

Так же, как и в разделе 2.1, соотношения (2.10) и (2.11) позволяют оценить влияние многослойного строения роговой оболочки на обобщенные параметры: толщину, модуль упругости и коэффициент Пуассона.

В таблице 2.1 указаны толщины слоёв корнеосклеральной оболочки и значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона в тангенциальном направлении и в направлении толщины, использованных при решении задачи. Предполагается, что ткани роговой и склеральной оболочек близки к несжимаемым, поэтому в расчётах коэффициент Пуассона ν_i в тангенциальном направлении принят равным 0,48.

Взаимодействие между отдельными слоями оболочек моделировалось при помощи контактных элементов TARGE170 и CONTA174, которые исключают проникновение узлов конечно-элементной сетки между контактирующими поверхностями.

В качестве граничных условий используется жёсткая фиксация внешней поверхности сечения плоскости XY в направлении оси Z, плоскости YZ – по оси X, и плоскости параллельной XZ в экваториальной зоне – по оси Y. На рис. 3.4 отмечены жёлтым цветом граничные условия в случае близорукости. Такие граничные условия связаны с предположением о том, что моделируемый объект очень близок к телу вращения, поэтому плоскости XY и YZ, проходящие через ось вращения, не могут смещаться в перпендикулярном направлении.

3.3 Результаты расчетов

В программе ANSYS решается обратная задача, то есть, задаётся значение давления на внутреннюю поверхность оболочки и проводится расчёт деформаций и изменения объёма (на практике в случае введения интравитреальных инъекций происходит увеличение внутреннего объёма глазного яблока, и после



Рисунок 3.4 - Жёсткая заделка (выделено жёлтым)

этого производится измерение уровня внутриглазного давления). Таким образом, задача решается методом последовательных приближений.

На рис. 3.5 представлены распределения деформаций в сечении при длинах передне-задней оси оболочки 19, 23, и 28 мм, а на рис. 3.6 изометрический вид корнеосклеральных оболочек с этими же длинами. Следует отметить, что во всех случаях деформации в районе роговой оболочки имеют близкие величины. Однако, склеральная оболочка при дальнозоркости в нижней части деформируется существенно больше, по сравнению с нормальной оболочкой и оболочкой при близорукости, в которых деформации в этой области близки к минимальным значениям. Интересно отметить, что при дальнозоркости в процентном выражении происходит большая деформация стромы роговицы, что показывает большее «уплощение» роговой оболочки.

Результаты расчетов изменения давления при увеличении объема внутреннего ядра оболочки на объём «стандартной инъекции», приведены в таблице 3.1.

Таким образом, при растяжении построенной конечно-элементной модели на одинаковую величину объема 0,05 мл для различных типов оболочек получаются следующие значения изменения давления:

 при нормальной геометрии (длина ПЗО – 23 мм) давление повышается на 4741 Па, что соответствует 35,6 мм рт.ст.;



Рисунок 3.5 - Сечение деформированной корнеосклеральной оболочки случаях: a) эмметропии, б) близорукости – 28 мм, в) дальнозоркости – 19 мм

– в случае близорукости (длина ПЗО – 28 мм)– на 3811 Па – 28,6 мм рт.ст.; – в случае дальнозоркости (длина ПЗО – 19 мм)– на 5942 Па – 44,6 мм рт.ст.

Для сопоставления полученных результатов с теоретическим расчетом, проводимым согласно формуле (3.20) для случая нормальной оболочки, увеличение её объема на 0,05 мл соответствует увеличению давления на 4741 Па – 35,6 мм рт.ст. (а при постоянной толщине склеры равной 1,2 мм – на 4615,8 Па – 34,6 мм рт.ст.), что с учетом проводимых аппроксимаций в формуле (3.17) говорит о равенстве полученных результатов в обоих случаях. И соответственно позволяет судить о достоверности модели.

	изменение давления, мм рт.ст.						
ПЗО, мм	dV=20 мм3	dV=50 мм3	dV=100 мм3				
28	11,5	28,6	57,1				
27	11,8	29,5	59,1				
26	$12,\!3$	$_{30,8}$	61,7				
25	12,9	32,2	64,5				
24	$13,\!5$	33,9	67,8				
23	14,2	$35,\! 6$	71,2				
22	15,1	37,7	75,2				
21	16,1	39,9	$79,\! 6$				
20	17,4	42,8	85,0				
19	17,9	44,6	89,0				

Таблица 3.1 - Изменение давления корнеосклеральной оболочки при интравитреальных инъекциях

После проведения серии расчётов (данные в таблице 3.1 и Приложении A.2.1) для всех трёх случаев рефракции (близорукости, дальнозоркости, и эмметропии) зависимости изменения внутреннего объёма корнеосклеральной оболочки от увеличения давления на внутреннюю поверхность внутреннего ядра в диапазоне от 0 до 10000 Па, что соответствует 75,01 мм рт.ст., построен график зависимости, приведённый на рис. 3.7.а). Из построенного графика видно, что изменение объёма происходит по зависимости, близкой к линейной. Понятно, что изменение внутриглазного давления на одинаковую величину требует различного изменения внутреннего объёма, причём, чем больше длина переднезадней оси оболочки, тем больше необходимо увеличить внутренний объём. И соответственно наоборот: при изменении объёма оболочки на одинаковую величину давление будет выше в более короткой оболочке. Данный факт соответствует клиническим наблюдениям [105].

Интересно отметить, что согласно полученным результатам изменение объёма склеральной оболочки при повышении внутреннего давления для оболочек с длиной передне-задней оси от 21 мм до 28 мм почти совпадают (как видно на рис. 3.7.в) они располагаются очень близко друг к другу). При этом при длине передне-задней оси менее 21 мм, в случае повышения внутриглазного давления на одинаковую величину происходит меньшее увеличение внутрен-



Рисунок 3.6 - Изометрический вид деформированной корнеосклеральной оболочки случаях: а) эмметропии, б) близорукости, в) дальнозоркости

него объёма склеральной оболочки. А также практически совпадают графики изменения объёма для стромы роговицы, при дальнозоркости соответствующие длине передне-задней оси от 19 до 21 мм включительно (см. рис. 3.7.г). Последующее увеличение длины передне-задней оси показывает что, при повышении внутриглазного давления на одинаковую величину большие по объёму корнеосклеральные оболочки испытывают меньшее увеличение объёма стромальной оболочки роговицы.

Также интересно подчеркнуть, что из графика 3.7.6) хорошо видно наблюдаемый в клинической практике эффект, что при введение интравитреальной инъекции в глазное яблоко с более короткой длиной передне-задней оси наблю-



Рисунок 3.7 - График зависимости изменения внутреннего объёма от увеличения давления: а) корнеосклеральной оболочки, б) внутреннего ядра, в) склеры, г) стромы роговицы

дается существенное повышение внутриглазного давления по сравнению с более длиной передне-задней осью. Причём как видно из графика – эта зависимость линейная.

Аппроксимируя полученные по итогам моделирования корнеосклеральной оболочки данные, можно получить следующие уравнения зависимости изменения объёма внутреннего ядра (то есть введение инъекции) от изменения внутриглазного давления:

83

$$\Delta V_{28} = 1,75\Delta P - 0,12, \Delta V_{27} = 1,69\Delta P + 0,09, \Delta V_{26} = 1,62\Delta P + 0,12,$$

$$\Delta V_{25} = 1,55\Delta P + 0,1, \Delta V_{24} = 1,47\Delta P + 0,04, \Delta V_{23} = 1,41\Delta P + 0,05,$$

$$\Delta V_{22} = 1,33\Delta P - 0,11, \Delta V_{21} = 1,26\Delta P - 0,23, \Delta V_{20} = 1,18\Delta P - 0,62,$$

$$\Delta V_{19} = 1,13\Delta P - 0,16.$$

(3.29)

где ΔP – величина изменения внутриглазного давления (от 0 до 75 мм рт.ст.), а ΔV – величина изменения внутреннего объема (в мм³). Нижний индекс обозначает соответствующую длину передне-задней оси глазного яблока.

Проводя анализ полученных соотношений (3.29), которые имеют вид $\Delta V_i = a\Delta P + b$ (где *a* и *b* – константы), можно прийти к выводу о том, что константа *b* скорее всего является погрешностью численного моделирования, так как не вносит существенного вклада в получаемое значение ΔV_i (которое при введении инъекции составляет 50 или 100 мм³). Коэффициент *a* изменяется линейно при изменении длины передне-задней оси глаза, проводя аппроксимацию полученных данных по коэффициенту *a* и пренебрегая константой *b* можно получить следующее общее для различных длин ПЗО соотношение изменения объёма в зависимости от изменения внутреннего давления:

$$\Delta V = (0.0714l - 0.23)\Delta P, \tag{3.30}$$

где *l* – длина передне-задней оси измеряемая в мм и находящаяся в диапазоне от 19 до 28 мм.

Также интересно оценить коэффициент B в формуле (3.20), определяющей зависимость изменения давления от изменения объема для случаев близорукости и дальнозоркости, при этом сохраняя коэффициент A = E; толщина оболочки h принимается равной среднему значению 0,8 мм. Для случая близорукости (28 мм) получается B = 2,26, а для дальнозоркости (19 мм) – B = 3,38. Важно отметить, что при изменении длины передне-задней оси в корнеосклеральной оболочке этот коэффициент будет также меняться. Проводя серию расчётов для различных оболочек с разными значениями длины ПЗО, меняющемся в диапазоне от 19 мм до 28 мм, можно получить уравнение, аппроксимирующее изменение коэффициента *B*:

$$B = 0,007l^2 - 0,447l + 9,428, (3.31)$$

где *l* – длина передне-задней оси в мм, изменяющаяся в диапазоне от 19 до 28 мм.

Для практического применения интересно определить изменение внутриглазного давления при введении дополнительного объёма жидкости в зависимости от длины передне-задней оси глаза для различных «стандартных» по объёму инъекций – это 0.02 мл, 0.05 мл, и 0.1 мл. Полученные результаты приведены на графике 3.8, из которого видна параболическая зависимость.



Рисунок 3.8 - Изменение внутриглазного давления в зависимости от длины передне-задней оси глаза

Аппроксимируя данные графика 3.8, можно получить следующие уравнения изменения внутриглазного давления при введении дополнительного объёма жидкости:

$$\Delta P_{0,02} = 0.044l^2 - 2.801l + 55.636 \tag{3.32}$$

$$\Delta P_{0,05} = 0,096l^2 - 6,337l + 130,58 \tag{3.33}$$

$$\Delta P_{0,1} = 0,184l^2 - 12,231l + 255,49, \tag{3.34}$$

где *l* изменяется в диапазоне от 19 до 28 мм.

Анализируя соотношения (3.32)–(3.34) совместно с (3.30) можно сделать вывод, что следующую зависимость можно использовать при любых значениях ΔV в диапазоне от 20 до 100 мм³ и любых *l* в диапазоне от 19 до 28 мм:

$$\Delta P = \frac{\Delta V}{0.071l - 0.23},$$
(3.35)

Проводя анализ полученных результатов по объёму, указанных в таблице 3.1, по основным элементам корнеосклеральных оболочек, необходимо заметить следующее:

- изменение объёма склеры при близорукости происходит в меньшей степени по отношению к нормальной оболочке по сравнению с дальнозоркостью при длине передне-задней оси менее 21 мм, что видно на рис. 3.7.в); более того, при изменении давления на величину меньшую 20 мм рт.ст. изменение объёма склеры при эмметропии соответствующей нормальной корнеосклеральной оболочке является максимальным и превышает значения как для оболочек при дальнозоркости, так и для оболочек при близорукости;
- изменение объёма основного вещества роговой оболочки стромы в случае дальнозоркости выше, чем при эмметропии и близорукости, что говорит о большем «уплощении» роговицы при увеличении внутриглазного давления на одинаковую величину; также исходя из полученных данных можно сделать вывод о практически одинаковом максимальном «уплощении» роговой оболочки для случая дальнозоркости с длиной передне-задней оси менее 21 мм.

Аппроксимация графиков изменения объема основных элементов корнеосклеральной оболочки от изменения ВГД линейными функциями даёт следующий результат:

- для склеры:
$$\Delta V_{Sk19} = 0,109P - 0,078; \ \Delta V_{Sk20} = 0,117P + 0,006; \ \Delta V_{Sk21} = 0,123P + 0,06; \ \Delta V_{Sk22} = 0,124P + 0,055; \ \Delta V_{Sk23} = 0,126P + +0,122; \ \Delta V_{Sk24} = 0,127P + 0,034; \ \Delta V_{Sk25} = 0,127P + 0,032; \ \Delta V_{Sk26} = = 0,127P - 0,013; \ \Delta V_{Sk27} = 0,128P - 0,048; \ \Delta V_{Sk28} = 0,13P - 0,004;$$

- для стромы роговицы: $\Delta V_{St19} = 0,045P - 0,003; \ \Delta V_{St20} = 0,045P - -0,005;$ $\Delta V_{St21} = 0,045P - 0,002; \ \Delta V_{St22} = 0,043P - 0,003; \ \Delta V_{St23} =$ $= 0,041P - 0,002; \ \Delta V_{St24} = 0,04P - 0,003; \ \Delta V_{St25} = 0,039P; \ \Delta V_{St26} =$ $0,038P - 0,004; \ \Delta V_{St27} = 0,037P - 0,001; \ \Delta V_{St28} = 0,035P + 0,002.$

Следует принять во внимание то, что упругие свойства корнеосклеральной оболочки изменяются с возрастом (который не учитывается в данной работе и требует дополнительного исследования). Это означает, что введение одинакового объёма жидкости во внутреннее ядро корнеосклеральной оболочки более взрослого человека может привести к более высоким значениям внутриглазного давления, чем у более молодых людей, которые имеют менее жесткие по характеристикам оболочки глаза. Соответственно для оболочек более старшего возраста нужно использовать более высокое значение модуля Юнга.

Таким образом, из полученных в процессе моделирования результатов можно сформулировать следующие выводы:

- при введении дополнительного объема жидкости во внутреннее ядро корнеосклеральной оболочки в случае близорукости внутреннее давление увеличится на меньшую величину, чем в случае нормальной оболочки, и наоборот, в случае дальнозоркости – увеличится на большую величину, чем при эмметропии; данный результат логичен и ожидаем в виду различного начального объема внутреннего ядра различных оболочек, но представляет дополнительный интерес в части распределения деформаций по различным элементам оболочек;
- при повышении внутриглазного давления доли изменения объёма слоёв роговой оболочки после деформации существенно (в два раза для стромы) отличаются друг от друга в зависимости от формы корнеосклеральной оболочки в целом, а в случае дальнозоркости с длиной передне-задней оси менее 21 мм происходит большее «уплощение» роговой оболочки, чем при эмметропии и близорукости;
- формулу (3.20) можно использовать для расчёта изменения внутриглазного давления для случаев близорукости и дальнозоркости, при этом коэффициент В определяется каждый раз для различных длин передне-задней оси корнеосклеральной оболочки.

3.4 Сравнение с клиническими данными

Полученные в процессе конечно-элементного моделирования результаты хорошо согласуются с медицинскими исследованиями проведёнными в ФГБНУ «НИИ Глазных болезней» [71], а также с клиническими данными полученными в офтальмологической клинике Котляром К.Е. и Планге Н. и приведёнными в таблице 3.2.

	l	h	P_0	Р	ΔP
	MM	MKM	мм рт.ст.	мм рт.ст.	мм рт.ст.
1	22,42	573	20,8	62,1	41,3
2	$22,\!43$	611	$17,\! 6$	46,5	28,9
3	$22,\!68$	567	19,2	$55,\!4$	36,2
4	22,84	533	33,4	56,2	$22,\!8$
5	22,93	529	27,9	62,7	$34,\!8$
6	22,95	544	18,8	48,9	$_{30,1}$
7	23,02	574	16,8	55,1	38,3
8	23,04	541	15,8	54,7	38,9
9	$23,\!12$	583	26	65	39
10	$23,\!16$	498	21,7	48,2	26,5
11	$23,\!18$	575	16,8	41,7	24,9
12	$23,\!18$	544	13	44,3	31,3
13	23,57	597	23,9	$51,\!5$	$27,\! 6$
14	$23,\!58$	544	12,5	42,3	29,8
15	23,6	507	13,9	$43,\!5$	$29,\! 6$
16	$23,\!66$	549	15,9	39,3	$23,\!4$
17	$24,\!15$	541	20,1	50	29,9
18	24,23	532	23	45,3	22,3
19	28,05	589	18,2	$41,\! 6$	$23,\!4$
20	24,3	520	15,6	41,5	25,9

Таблица 3.2 - Клинические данные при введении инъекции объёмом 0,05 мл

Проведём расчёт значения изменения внутриглазного давления ΔP в зависимости от длины передне-задней оси l по соотношению (3.33), соответствующей введению интравитреальной инъекции объёмом 0,05 мл. Далее для учёта толщины роговой оболочки в центре проведём расчёт поправочного коэффициента P_{i_corr} (по соотношению (2.39)), вычитая который из полученного ранее значения изменения ВГД ΔP должно получится значение изменения ВГД близкое к полученному в клинической практике. Проводя дальнейший анализ полученных соотношений на основе построенных численных конечно-элементных моделей, проведём вычисление величины изменения объёма внутреннего ядра на основе экспериментальных данных. Подставляя суммы $\Delta P + P_{i_corr}$, полученные из соотношений (3.33) и (2.39), в одно из соотношений (3.29) с соответствующей длиной передне-задней оси должен получается объём вводимой инъекции в размере 50 мм³.

Проводя вычисление по клиническим данным, приведённым в таблице 3.2, по описанному в предыдущем абзаце методу получается разброс данных в пределах 30%, что говорит о существенном влиянии ряда параметров, которые не изменялись при проведении расчётов (например, модулей Юнга стромы роговицы и склеры), а также о необходимости проведения дальнейших исследований.

Построена трёхмерная конечно-элементная модель, описывающая изменения внутриглазного давления и изменение напряжённо-деформированного состояния корнеосклеральной оболочки глаза в зависимости от параметров склеры и объёма вводимой инъекции.

Глава 4. Модели рефракционных операций

В связи с тем, что во всём мире отмечается устойчивый рост числа операций по коррекции зрения [14], появляется всё большее число работ, которые посвящены оценке изменения напряженно-деформированного состояния роговицы после таких операций. Большая часть этих работ касается операций по коррекции близорукости [11, 12, 37, 46, 91]. Одной из ведущих и самых сложных патологий среди аномалий рефракции является дальнозоркость. Её общий объём по данным различных авторов меняется от 27до 40% [8, 14, 61].

Дальнозоркость реже, чем близорукость, приводит к инвалидности [54]. Вся история лечения дальнозоркости путём рефракционных операций была связана с поисками эффективного и безопасного метода коррекции со стабильным и прогнозируемым результатом. При большом количестве различных способов и методов до сих пор лечение дальнозоркости отстает по эффективности и стабильности получаемых результатов от коррекции близорукости [1, 14, 57, 61]. В работах [44, 61] говорится о том, что в последнее время методы лазерной коррекции дальнозоркости получили более широкое распространение. Причиной этого является то, что использование очков и контактная коррекция не всегда обеспечивают полноценный функциональный результат и профессиональную пригодность. Ведущим способом лечения дальнозоркости, который занимает лидирующее положение в современной рефракционной хирургии, является лазерный кератомилез (ЛАЗИК; описание приведено в разделе 1.3.2). При проведении таких операций по коррекции зрения, сущность которой заключается в удалении части определённого слоя роговицы для достижения конкретных оптических свойств, изменяются упругие характеристики роговой оболочки глаза. То есть основной задачей является уменьшение внешнего радиуса кривизны за счёт удаления части материала, но при этом максимально сохранить внутренний радиус [110]. Достоинство данной технологии заключается в достаточно высокой точности прогнозирования результата и быстрой реабилитации.

Однако, несмотря на растущее распространение этого типа операций, большие разногласия вносит вопрос о том, в каком месте лучше удалять материал стромы. Связано это с тем, что при дальнозоркости удаляемый кольцевой слой может располагаться как ближе, так и дальше от центра; при этом изменяется и толщина удаляемого слоя, а соответственно и его объём. Некоторые офтальмологи [61] придерживаются мнения, что лучше удалять материал таким образом, чтобы минимизировать уменьшение объема и сохранить как можно большую толщину роговицы, другие считают необходимым «сдвигать» кольцевой слой ближе/дальше от центра. И в том, и в другом случае для более чёткого понимания вопроса необходимы дополнительные исследования, что и является целью данной главы.

4.1 Оценка изменения показателей внутриглазного давления после рефракционной коррекции дальнозоркости

Для оценки напряжённо-деформированного состояния роговицы, предложена конечно-элементная модель, в которой в зоне абляции моделируется дополнительный слой, симулирующий удалённый материал. Роговица и склера представляются сопряжёнными сферическими сегментами с разными радиусами R_c и R_s и разными упругими свойствами (см. рис. 4.1). Предполагается, что составная оболочка заполнена несжимаемой жидкостью с давлением p. При моделировании учитывается различие толщин и упругих свойств основных слоев роговицы: эпителия (L_1) , боуменовой оболочки (L_2) , стромы (L_3) и десцементовой оболочки (L_4) . Склера моделируется однородным сегментом большего радиуса (L_5) .



Рисунок 4.1 - Модель сопряжённых трансверсально-изотропных оболочек

Согласно клиническим данным [61], полагается, что при LASIK лазерным лучом удаляется кольцевой слой ($L_{ablation}$) роговой ткани с внутренним диаметром d от 6,0 до 6,2 мм и внешним диаметром D от 8,5 до 8,75 мм; при IntraLASIK удаляется кольцевой слой той же ширины l_{abl} , но с большими внутренним от 6,4 до 6,6 мм и внешним от 9,2 до 9,4 мм диаметрами, то есть дальше от центра. Толщина срезаемого при операциях рогового лоскута h_{flap} , глубина удаляемого кольцевого слоя – h_{abl} (см. рис. 4.2). Срез рогового лоскута также моделируется слоем $L_{ablation}$.



Рисунок 4.2 - Параметры удаляемого при операциях LASIK и IntraLASIK слоя роговой ткани

Также как и в разделе 3.2 по данным [31, 33] склера и роговица близки к трансверсально-изотропным оболочкам, поэтому, при моделировании, на упругие коэффициенты роговицы и склеры, накладываются ограничения (2.9), где E_i и E'_i – модули упругости при растяжении-сжатии на поверхности изотропии и в направлении, перпендикулярном к ней; ν_i и ν'_i – коэффициенты Пуассона. Модуль сдвига для поверхности изотропии определяется соотношением (2.8).

Для оценки изменения показателей ВГД (необходимость правильной интерпретации которых, в связи с существенным уменьшением толщины роговицы, отмечается в работе [47]) после операций по коррекции гиперметропии исследуется деформация роговицы под действием груза с плоским основанием, то есть рассматривается модель аппланационных тонометров Маклакова и Гольдмана (см. рис. 4.3).

При измерении внутриглазного давления тонометром Маклакова на роговицу глаза помещается груз с плоским основанием весом 10 г. Под действием груза роговица деформируется, при этом регистрируется диаметр площади контакта груза с роговицей. Тонометр Гольдмана измеряет силу, которую необхо-



Рисунок 4.3 - Модель аппланационного тонометра

димо приложить для сплющивания фиксированной центральной области роговицы. Уплощенная область должна быть диаметром 3,06 мм, так как при такой зоне контакта нагрузка тонометром весом в 0,1 г соответствует внутриглазному давлению, равному 1 мм рт. ст.

Измерение ВГД тонометрами Маклакова и Гольдмана моделируется контактными задачами в программном пакете ANSYS. С точки зрения математики решается прямая и обратная задача при одной механической модели. В первом случае к штампу прикладывается сила F, равная 0,1 H (соответствующая приложенному тонометру весом 10 г), и фиксируется площадка контакта. Во втором случае, величина силы давления груза варьируется таким образом, чтобы зона контакта составляла 3,06 мм. На каждом шаге нагружения роговицы проверяется условие постоянства внутреннего объема.

При построении конечно-элементной модели рассматривается осесимметричная задача. В силу симметрии выполняется двумерное моделирование (2D) с использованием в качестве конечного элемента PLANE182. При моделировании используются контактные элементы «поверхность-поверхность» для создания жёстко-податливого контакта между поверхностями тонометра и роговицы. Жёсткая целевая поверхность тонометра связывается с так называемым «ведущим узлом», к которому прикладывается сила от приложения груза *F* (см. рис. 4.3).

Расчёты проводились для различных параметров срезаемого рогового лоскута и удаляемого в результате рефракционных операций кольцевого слоя роговой ткани. Зависимость показателей внутриглазного давления от упругих свойств и геометрических параметров роговицы и склеры была показана ранее в работах [16,17,30].

Толщины h и модули упругости основных слоев роговицы и склеры приведены в таблице 2.1, а для слоя абляции h=0.04 мм, E=0.001-0.0001 МПа, E'=0.01-0.001 МПа. Модули упругости каждого слоя роговицы в направлении толщины оболочки E' принимались в 20 раз меньше тангенциальных модулей E [30,33], а средний модуль упругости роговицы принимался на порядок меньше модуля упругости склеры. Коэффициенты Пуассона роговицы, склеры и слоя абляции на поверхности изотропии принимались равными $\nu=0.48$, а в направлении толщины – $\nu'=0.02$; модуль упругости при сдвиге G=0.1 МПа, G'=0.9МПа.

На рисунке 4.4 представлены контуры деформированной роговицы после операций LASIK и IntraLASIK. Внутренний диаметр удаляемого кольца (зоны абляции) при LASIK составляет 6,0 мм, при IntraLASIK – 6,5 мм. Ширина зоны абляции l_{abl} равна 1,375 мм, глубина h_{abl} составляет 172 мкм [61]. Толщина рогового лоскута h_{flap} принимается 160 мкм при операции LASIK и 110 мкм – при IntraLASIK. Истинное внутриглазное давление на представленном рисунке 4.4 – 15 мм рт. ст.



Рисунок 4.4 - Деформированная роговица после операций LASIK и IntraLASIK

На рисунке 4.5 показаны значения деформаций в узлах конечных элементов внутренней поверхности роговицы до и после операций LASIK и IntraLASIK при величине внутриглазного давления 15 и 25 мм рт. ст.

Расчёты, проведённые для различных параметров срезаемого рогового лоскута и удаляемого в результате рефракционных операций слоя роговой ткани, показали, что после операций IntraLASIK, роговица деформируется более равномерно, чем после LASIK. После операции LASIK наблюдаются большие



Рисунок 4.5 - Значения деформаций в узлах внутренней поверхности роговицы до и после операций

деформации и смещения в области утончения роговицы, что объясняет более низкие рефракционные показатели, получаемые в клинической практике [61].



Рисунок 4.6 - Распределение контактных напряжений при измерении внутриглазного давления тонометром Маклакова (груз 10 г): а – до коррекции гиперметропии; б – после коррекции методом LASIK (h_{flap} =160 мкм); в – после коррекции методом IntraLASIK (h_{flap} =110 мкм)

На рисунке 4.6, 4.7 приводятся распределения контактных напряжений, получаемые тонометрами Гольдмана и Маклакова (10 г) при измерении ВГД после операций LASIK и IntraLASIK. Глубина зоны абляции h_{abl} на представленных рисунках составляет 172 мкм, истинное внутриглазное давление (до нагружения) – 15 мм рт. ст.

Известно, что аппланационная тонометрия по Маклакову измеряет не истинное внутриглазное давление, а тонометрическое, которое определяется соотношением $p_t = W/S$, где W – вес прилагаемого груза (или прикладываемая сила), S – площадь зоны контакта [47]. Таким образом, тонометрическое давление получаемое тонометром Маклакова до операций составляет 22,75 мм рт. ст.,



Рисунок 4.7 - Распределение контактных напряжений при измерении внутриглазного давления тонометром Гольдмана: а – до коррекции гиперметропии; б – после коррекции методом LASIK (h_{flap} =160 мкм); в – после коррекции методом IntraLASIK (h_{flap} =110 мкм)

после LASIK – 22,679 мм рт. ст., после IntraLASIK – 22,672 мм рт. ст. Данные результаты соответствуют истинному ВГД 15,3 мм рт. ст.

В аппланационной тонометрии по Гольдману нагрузка в 0,1 г соответствует ВГД, равному 1 мм рт. ст., поэтому истинное ВГД определяется, как отношение F/g. Результаты расчетов, представленные на рисунке 4.7 соответствуют 15,3 мм рт. ст. до лазерной коррекции, 13,6 мм рт. ст. после LASIK и 14,0 мм рт. ст. после IntraLASIK.

В результате моделирования получено, что изменение толщины роговицы за счет удаления кольцевого слоя при операциях по коррекции гиперметропии, как и в случае коррекции миопии, приводят к уменьшению изгибной жёсткости роговицы, а, следовательно, к уменьшению показателей ВГД, получаемых аппланационными тонометрами Гольдмана и Маклакова. По данным расчетов, изменение показателей ВГД зависит и от внутреннего и от внешнего радиуса удаляемого кольцевого слоя, глубины зоны абляции, а также толщины формируемого рогового лоскута. При этом изменения показателей ВГД, полученные с помощью тонометра Маклакова существенно меньше изменений получаемых тонометром Гольдмана. Показания тонометра Гольдмана оказываются более чувствительными к любым изменениям в геометрических параметрах роговицы, что соответствует результатам клинического исследования [42]. Данный факт необходимо учитывать при интерпретации тонометрических показателей у пациентов, перенесших рефракционную коррекцию.

96

4.2 Анализ напряжённо-деформированного состояния роговой оболочки после рефракционной коррекции дальнозоркости

Роговица моделируется сферическим сегментом внешним радиусом R_0 с переменной толщиной, который разбивается на четыре слоя: внешний слой – эпителий (L_1) , боуменова мембрана (L_2) , основной слой – строма роговицы (L_3) и внутренний слой – десцеметова оболочка (L_4) . При этом переменную толщину имеет только строма, изменяющаяся от 0,5 мм в центре до 1,1 мм на краю, остальные слои задаются с постоянными толщинами. Пятый слой эндотелий роговицы не выделяется в виду своей не существенной толщины и в данной работе отнесён к десцеметовой оболочке. Все слои моделируются в качестве однородных (см. рис. 4.8).

Построенная конечно-элементная модель является параметрической и позволяет проводить моделирование на основании индивидуальных геометрических характеристик. При этом приведённые и используемые при построении модели размеры соответствуют средним значениям нормальной роговой оболочки до проведения рефракционной операции, после которой изменяются и толщина стромы, и внешний радиус кривизны R_0 .



Рисунок 4.8 - Разделение материала роговицы на четыре слоя

С целью уменьшения влияния граничных условий на проводимые расчёты в конечно-элементной модели дополнительно строится склеральная оболочка (L₅), и так как склера строится исключительно для сокращения воздействия граничных условий на роговую оболочку, то её геометрические характеристики, берутся в рамках средних значений, хотя построенная модель позволяет эти параметры варьировать. Таким образом, например, в данной главе используются средние значения толщины склеры переменной толщины изменяющейся от 0,6 до 1,2 мм и её внешнего радиуса 12 мм [22]. При этом в модели не учитываются другие элементы глаза.

Все слои корнеосклеральной оболочки конечно-элементной модели строятся в полуплоскости YZ и с помощью функции «Revolve», суть которой заключается во вращении плоского контура вокруг заданной оси с последующим наполнением полученного трёхмерного контура материалом. Таким образом формируются тела вращения соответствующих слоёв.

Суть операции ЛАЗИК по коррекции зрения при дальнозоркости, как отмечалось, заключается в том, что необходимо уменьшить радиус кривизны роговицы. Достигается это удалением материала стромы в форме кольцевого слоя, при этом геометрические характеристики этого слоя определяются индивидуально в каждом случае. Связано это с тем, что роговица имеет индивидуальную форму и не бывает идеально круглой. До проведения операции по коррекции зрения проводят сканирование поверхности роговой оболочки при помощи специального прибора (топографа) и программного обеспечения. Топограф показывает все неровности, крутизну или пологость поверхности в каждом конкретном случае. Более того современные топографы определяют не только неровности внешней, но и внутренней поверхности роговой оболочки, что позволяет хирургу добиться результатов близких к желаемым.

После удаления части материала стромы верхний лоскут возвращают на прежнее место, и соответственно изменяется внешняя форма роговицы. При создании конечно-элементной модели в качестве основных геометрических параметров, определяющих характеристики удаляемого слоя, использовались толщина, кольцевые радиусы удаляемого материала, а также внутренний и внешний радиусы кривизны роговой оболочки в её центре. Радиусы кривизны имеют важное значение именно в центре оболочки, поскольку именно в центре роговой оболочки находится оптическая зона, имеющая почти сферическую форму, и обладающая наибольшей преломляющей силой во всей зрительной системе.

Трёхмерная твердотельная модель создана на основании анатомических данных [22, 60]. По форме и размерам модель повторяет строение роговой оболочки с усреднёнными значениями геометрических параметров. Достоинством модели является то, что она создана в виде виртуальной параметрической среды, которую можно модифицировать и использовать при других геометрических параметрах для большего количества различных вариантов роговых оболочек.

Из множества проведённых расчётов конечно-элементной модели, соответствующих различным возможным геометрическим вариантам удаления кольцевого слоя стромы, и решения конкретных поставленных задач, для последующего анализа использовалось четыре варианта моделей после операции по коррекции зрения при дальнозоркости: два варианта с удаляемым слоем, расположенным ближе к центру, и два – дальше от центра. Под центром подразумевается точка находящаяся на оси вращения на внешней поверхности. При этом во всех вариантах рассматриваются одинаковые до операционные роговицы, а толщины удаляемых слоёв, указанные в таблице 4.1, заданы таким образом, чтобы объём удаляемого материала стромы был одинаковым. Геометрические характеристики приведённые в таблице для случая дальнозоркость 1 соответствуют максимальному приближению удаляемого слоя к центру, а случай дальнозоркость 2 – максимальной отдалённости от центра удаляемого слоя. А геометрические характеристики случаев дальнозоркость 3 и дальнозоркость 4 в таблице 4.1 выбраны согласно клиническим данным [61]; при этом также один ближе к центру, а второй дальше. Все оболочки моделируются элементами вращения, на рис. 4.9 представлены элементы вращения, соответствующие двум случаям с максимально разнесёнными удалёнными слоями для дальнозоркости 1 (а) слева и дальнозоркости 2 (б) справа.

параметр	ед.	дально-	дально-	дально-	дально-
	ИЗМ.	зоркость 1	зоркость 2	зоркость 3	зоркость 4
внутренний	MM	2,4	3,6	3	3,35
радиус коль-					
ца					
внешний ра-	MM	$3,\!6$	4,8	4,375	4,725
диус кольца					
толщина	MМ	0,1875	0,135	0,227	0,2032

Таблица 4.1 - Геометрические характеристики зоны абляции

Во всех случаях под удаляемым слоем подразумевается локальное уменьшение толщины слоя стромы роговицы, толщины же остальных слоёв остаются

99



Рисунок 4.9 - Элементы вращения в случае: а) дальнозоркость 1, б) дальнозоркость 2

неизменными. Также необходимо подчеркнуть, что в клинической практике на оптическом срезе роговицы после операции ЛАЗИК при коррекции дальнозоркости хорошо видно, что переход из зоны абляции к не про оперированной части роговицы является более плавным, чем в представленной конечно-элементной модели.

В целом конечно-элементные модели включают в себя до 108,1 тысячи узлов и 55 тысяч конечных элементов. На рис. 4.10 показан общий вид, а на рис. 4.11 сечение роговой оболочки с нанесённой сеткой конечных элементов. Количество конечных элементов выбирается таким образом, что при увеличении числа конечных элементов в два раза точность расчёта повышается всего на 0,1%; при этом сокращение числа конечных элементов на 10% приводит к понижению точности проводимых расчётов примерно на 5%.

Все ткани многослойной роговой оболочки в модели построены при помощи элементов SOLID186 и SOLID187.

Так же, как и в разделе 2.1, соотношения (2.10) и (2.11) позволяют оценить влияние многослойного строения оболочки на обобщенные параметры всей корнеосклеральной оболочки – толщину, модуль упругости и коэффициент Пуассона.

В таблице 2.1 указаны толщины слоёв роговой оболочки, а также значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона в тангенциальном направлении и в направлении толщины, использованных при решении задачи. Предполагается, что роговая и склеральная ткани близки к несжимаемым, поэтому в рас-

100



Рисунок 4.10 - Общий вид конечно-элементной модели после удаления кольцевого слоя



Рисунок 4.11 - Сечение конечно-элементной модели после удаления кольцевого слоя

чётах коэффициент Пуассона ν_i в тангенциальном направлении принят равным 0,48.

Экспериментальные же исследования [101] показывают, что при нагрузке, соответствующей нижней границе нормального внутриглазного давления (10 мм рт.ст.), модуль упругости роговицы в тангенциальном направлении составляет 0,34–0,54 МПа.

Взаимодействие между отдельными слоями оболочек моделировалось при помощи контактных элементов TARGE170 и CONTA174 (см. рис. 4.12), позволяющих моделировать контактное взаимодействие с отсутствием проникновения между контактирующими поверхностями.



Рисунок 4.12 - Схема статусов пар контактных элементов в сечении роговицы после коррекции дальнозоркости

Жёсткая фиксация внешней поверхности сечений плоскости XY в направлении оси Z, плоскости YZ – по оси X и плоскости параллельной XZ в экваториальной зоне – по оси Y используется в качестве граничных условий (см. рис. 4.13). Такие граничные условия связаны с предположением о том, что моделируемый объект является телом вращения, поэтому наружные грани моделируемого объекта в плоскостях XY, XZ и YZ, проходящих через ось вращения, не смещаются в перпендикулярном направлении.



Рисунок 4.13 - Жёсткая заделка – красным цветом

Внутреннее давление определяется как разность между давлением внутри глаза и атмосферным давлением. У большинства людей внутриглазное давле-

ние колеблется от 11 до 21 мм рт.ст. Такой уровень давления необходим для поддержания формы и оптических свойств всего глаза [85]. Во всех случаях оболочка роговицы нагружается внутренним давлением в направлении нормали по всей внутренней поверхности оболочки (см. рис. 4.14) 2000 Па, что соответствует среднему нормальному внутриглазному давлению 15 мм рт.ст.



Рисунок 4.14 - Схема нагружения внутренним давлением в разрезе

При операции типа ЛАЗИК в роговице удаляется определённый слой. Чтобы оценить его влияние на упругие характеристики глаза, роговица моделируется на основании вышеуказанной биомеханической модели, при этом во всех моделируемых случаях дальнозоркости предполагается, что объём удаляемого материала одинаковый.

На рис. 4.15 представлены изометрический вид, а на рис. 4.16 сечение деформированных роговых оболочек в различных случаях.

По итогам моделирования видно, что независимо от удаляемого слоя максимальные деформации располагаются в форме кольца и имеют минимальные значения в центре и на краю роговой оболочки. При этом стоит отметить, что максимальные деформации в этом кольце наблюдаются ближе к внешней поверхности, то есть в слоях эпителия и боуменовой оболочки. Десцеметова оболочка менее всех подвержена деформации и лучше сохраняет свою форму. Величина деформаций в центре роговой оболочки примерно на 40% меньше чем в месте удаления кольцевого слоя (см. табл. 4.2). Из чего следует, что при по-



Рисунок 4.15 - Деформированная роговица при дальнозоркости в случаях: а) 1, б) 2, в) 3, г) 4

вышении давления роговая оболочка образует уплощённую поверхность. Более того, сама роговая оболочка незначительно (порядка 0,03 мм) утончается в центре. В таблице 4.2 указаны значения величин деформаций и изменение толщины роговой оболочки в центре на внешней поверхности. В таблице 4.3 приведены данные расчётов по минимальным и максимальным перемещениям по всем четырём слоям моделируемых роговых оболочек.

Таблица 4.2 - Деформации и изменение толщины в центре на внешней поверхности роговой оболочки, мм

параметр	толщина	деформации
дальнозоркость 1	-0,022	0,249
дальнозоркость 2	-0,023	$0,\!185$
дальнозоркость 3	-0,029	$0,\!257$
дальнозоркость 4	-0,028	0,255

Поскольку одной из наиболее важных функций роговой оболочки в целом является её оптическая преломляющая сила, то для выявления наиболее бла-



Рисунок 4.16 - Сечение деформированной роговицы при дальнозоркости в случаях: а) 1, б) 2, в) 3, г) 4

гоприятного расположения удаляемого слоя дополнительно проводился расчёт радиуса кривизны внутренней поверхности в центре оболочки.

Для этого производилось построение элемента пути (path) строительной геометрии (Construction Geometry) по ребру предварительно рассечённого пополам плоскостью YZ внутреннего слоя – десцеметовой оболочки. Полученные данные приведены в таблицах в приложении А.3, где S – длина пути, Y_p и Z_p – Y и Z координаты пути до деформации, σ_Y и σ_Z – перемещения по соответствующим осям, Y и Z - координаты точек деформированного профиля внутренней поверхности, которые рассчитывались по формуле:

$$Y = Y_p + \sigma_Y, \ Z = Z_p + \sigma_Z \tag{4.1}$$

На основе полученных координат в программе электронных таблиц Microsoft Office Excel произведено поточечное построение кривой деформаций внутренней стороны десцеметовой оболочки, показанной на рисунке 4.17, что также подтверждает уплощение всей оболочки в целом. А также поточечно построены кривые параболического вида деформированных профилей внутрен-

105

слой	Эпит	селий	Боуменова		Строма		Десцеметова	
оболочка	МИН	макс	МИН	макс	МИН	макс	МИН	макс
дальнозоркость 1	0,174	0,406	0,174	0,407	0,174	0,406	0,177	0,369
дальнозоркость 2	0,156	0,402	0,159	0,398	0,159	0,396	0,162	0,318
дальнозоркость 3	0,172	0,416	0,173	0,409	$0,\!173$	0,409	$0,\!174$	0,358
дальнозоркость 4	$0,\!173$	0,43	0,174	$0,\!425$	$0,\!174$	$0,\!423$	$0,\!177$	0,36

Таблица 4.3 - Минимальные и максимальные перемещения по слоям различных типов оболочек, мм.

ней поверхности в различных случаях, которые в последующем в этом же программном пакете аппроксимировались полиномами 6-й степени.



Рисунок 4.17 - Перемещения профиля внутренней поверхности десцеметовой оболочки

Сопоставляя данные полученного графика 4.17, в части двух случаев дальнозоркость 1 и дальнозоркость 2 соответствующим максимально приближенному и максимально отдалённому удаляемому слою, можно утверждать, что случай дальнозоркость 2 является более предпочтительным. Так как, не смотря на одинаковый объём удалённого материала, профиль роговицы при последующем нагружении испытывает меньшие деформации и перемещения. Сопоставляя же результаты моделирования случаев дальнозоркость 3 и дальнозоркость 4, модели которых основаны на данных, по которым реально проводились хирургические операции, видно, что полученные результаты близки. Однако, необходимо подчеркнуть что кривые пересекаются в зоне абляции, и если ближе к центру меньшие деформации после нагружения испытывает роговица в случае дальнозоркость 4, то после зоны абляции она испытывает большие деформации. Что говорит о том, что уплощение роговой оболочки при дополнительном нагружении более ярко выражено. Таким образом, с точки зрения максимального подобия напряжённо-деформированного состояния по сравнению с не оперированной роговой оболочкой, удаление материала стромы дальше от центра при проведении операции по коррекции зрения при дальнозоркости является более предпочтительным.

Радиус кривизны определяется по формуле r = 1/k, где k кривизна кривой, которая вычисляется по формуле:

$$k(x) = \frac{|y''|}{\left(\sqrt{1+y'^2}\right)^3}$$
(4.2)

Рассчитывая по аппроксимирующим уравнениям, полученным на основании графика перемещений профиля внутренней поверхности роговой оболочки 4.17, рассчитываются первые и вторые производные и, подставляя в формулу (4.2), получаются значения радиуса кривизны внутренней поверхности в центре роговой оболочки после нагружения, которые указаны ниже в таблице 4.4.

Таблица 4.4 - Значения радиуса кривизны внутренней поверхности после нагружения в центре роговой оболочки

вид оболочки	<i>k</i> , мм
дальнозоркость 1	9,088
дальнозоркость 2	8,075
дальнозоркость 3	8,313
дальнозоркость 4	8,074

Рассмотрим влияние изменения внутриглазного давления после интравитреальной инъекции на роговую оболочку после коррекции дальнозоркости. Согласно [39] среднее ВГД до инъекции 19,5 мм рт.ст., через 30 секунд - 65,2 мм рт.ст., через 3 минуты - 33,4 мм рт.ст., а через 5 минут 27,6 мм рт.ст. Проведём согласно этим данным нагружение конечно-элементной модели роговой оболочки внутренним давлением. В результате проведения серии расчётов получаются профили внутренней поверхности (см. рис. 4.18).



Рисунок 4.18 - Профили внутренней поверхности десцеметовой оболочки после инъекции

Таблица 4.5 - Радиусы кривизн внутренней поверхности роговицы после инъекции 0,05 мл, в мм

вид оболочки	30 сек	3 мин	5 мин
нормальная	19,39	7,44	6,52
дальнозоркость 1	49,24	9,16	7,24
дальнозоркость 2	29,26	7,99	6,75
дальнозоркость 3	40,91	8,1	6,81
дальнозоркость 4	26,64	7,91	6,73

В таблице 4.5 приведены результаты вычисления радиусов кривизн внутренней поверхности роговой оболочки после интравитреальной инъекции объёмом 0,05 мл.

Таким образом, из полученных результатов по максимальным деформациям и радиусу кривизны внутренней поверхности можно сделать следующие выводы:

 после операций по коррекции зрения при дальнозоркости при одинаковом объеме удаленного материала после нагружения оболочки лучше сохраняет
внутренний радиус кривизны та оболочка, у которой кольцевой слой удалён дальше от центра (случай дальнозоркость 2); при этом она испытывает похожие деформации в центре и соответственное изменение толщины в центре;

– в случае увеличения толщины удаляемого слоя, который находится дальше от центра (случай дальнозоркость 4), оболочка также сохраняет внутренний радиус кривизны, но увеличивается величина максимальных деформаций в целом по всей оболочке, и усиливается её утончение в центре, то есть при дополнительном нагружении происходит ещё большее уплощение роговой оболочки.

По данным расчётов, изменение изгибной жёсткости роговой оболочки зависит от внутреннего и от внешнего кольцевых радиусов удаляемого кольцевого слоя, толщины удаляемого слоя, радиуса кривизны и толщины роговой оболочки, а также от толщины формируемого рогового лоскута.

4.3 Верификация модели

Верификация построенной в предыдущем разделе 4.2 расчётной модели выполнена с помощью построения дополнительных двух конечно-элементных моделей, одна из которых характеризует роговую оболочку в случае эмметропии (нормальная рефракция), а вторая при коррекции аномалии рефракции – близорукости.

В виду необходимости верификации полученных данных, геометрические параметры, в части толщин и размеров, и механические параметры (значения упругих коэффициентов) роговой оболочки задаются такими же, как и в предыдущем разделе при моделировании про оперированной оболочки в случае дальнозоркости.

Принципиальное отличие оболочек после коррекции зрения операцией ЛАЗИК при дальнозоркости и близорукости заключается в том, что по разному удаляется материал стромы – при дальнозоркости в форме кольцевого слоя, а при близорукости в виде выпуклой линзы. Среди геометрических параметров, характеризующих удаляемый слой, можно выделить два – это его толщина в центре и площадь зоны абляции. Так же, как и в случае дальнозоркости, целью операции является изменение радиуса кривизны, но при близорукости радиус кривизны должен увеличиться. То есть необходимо сделать роговую оболочку менее выпуклой, более плоской.

Для проведения расчёта было построено две модели:

- средняя нормальная оболочка без проведённой рефракционной операции (эмметропия); для которой существует огромное количество клинических данных, что в свою очередь существенно упрощает проверку построенной конечно-элементной модели,
- в случае коррекции зрения операцией типа ЛАЗИК близорукости.

Во второй модели значение радиуса удаляемого слоя принимается равным в среднем 3 мм, а толщина этого слоя изменяется в этом случае от 0,0625 мм в центре до 0 [14]. Обе оболочки моделируются элементами вращения, которые представлены на рис. 4.19.



Рисунок 4.19 - Элементы вращения в случае: а) эмметропии, б) близорукости

Конечно-элементная модель при эмметропии состоит из 35 522 узлов и 15 958 элементов, а после операции при коррекции близорукости – 32 893 узлов и 14 764 элементов. Количество конечных элементов подобрано эмпирическим путём таким образом, что последующее уменьшение размеров конечных элементов сетки не приводит к существенному увеличению точности расчёта. Все слои построены при помощи элементов SOLID186 и SOLID187, которые позволяют исключить взаимное проникновение элементов в различные слои.

Так же, как и в случае моделирования роговой оболочки после операции по коррекции зрении при дальнозоркости, оболочка считается трансверсально-

изотропной и для неё выполняются соотношения (2.9)-(2.11). Значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона в направлении толщины и в тангенциальном направлении принимаются согласно таблице ??. роговая оболочка в обоих случаях нагружается внутренним давлением в диапазоне от 15 до 30 мм рт.ст. в направлении нормали к внутренней поверхности. В качестве граничных условий, так же, как и в предыдущем разделе, используется жёсткая фиксация внешней поверхности сечений плоскости XY по оси Z, плоскости YZ – по оси X и плоскости параллельной XZ в экваториальной зоне – по оси Y.

В результате расчёта получается, что максимальные перемещения располагаются в форме кольца ближе к внешней поверхности в слоях эпителия, боуменовой оболочки, и стромы, и имеют минимальные значения в центре и на периферии роговой оболочки.

В таблице 4.6 изменение толщины роговой оболочки при близорукости указано без учёта удалённого в результате операции ЛАЗИК материала стромы. Результаты расчётов по минимальным и максимальным перемещениям по всем четырём слоям моделируемых роговых оболочек указаны в таблице 4.7.

Таблица 4.6 - Деформации и изменение толщины в центре на внешней поверхности роговой оболочки, мм

параметр	толщина	деформации
эмметропия	-0,023	0,186
близорукость	-0,03	$0,\!183$

Таблица 4.7 - Минимальные и максимальные перемещения по слоям различных типов оболочек, мм.

слой	Эпителий		Боуменова		Строма		Десцеметова	
оболочка	МИН	макс	МИН	макс	МИН	макс	МИН	макс
эмметропия	0,154	0,342	0,155	0,344	0,154	0,34	$0,\!156$	0,291
близорукость	0,153	0,345	0,155	0,345	0,154	0,344	$0,\!156$	0,291

Для определения радиуса кривизны внутренней поверхности в центре роговой оболочки аналогичным образом, как для случаев дальнозоркости, с



Рисунок 4.20 - Деформированная роговица при: а) эмметропии, б) близорукости



Рисунок 4.21 - Сечение деформированной роговицы при: а) эмметропии, б) близорукости

использованием элемента пути (path) строительной геометрии (Construction Geometry) и формулы (4.1), произведено по точечное построение кривых деформированных профилей. На рисунке 4.22 приведён график распределения перемещений на внутренней поверхности десцеметовой оболочки по мере удаления от центра роговой оболочки для оболочек в случаях эмметропии и после рефракционной операции по коррекции близорукости.

Результаты расчёта значения радиуса кривизны внутренней поверхности после нагружения в центре роговой оболочки (точка через которую проходит ось вращения), вычисленные на основе уравнений, полученных в результате аппроксимации графика 4.22 полиномами 6-й степени, согласно формуле (4.2), указаны ниже в таблице 4.8.

В целом по результатам построенной модели можно сделать следующие выводы:

 После операции ЛАЗИК при близорукости и последующего нагружения роговица по сравнению с эмметропией имеет почти такой же (на 0,7% меньше)

Таблица 4.8 - Значения радиуса кривизны внутренней поверхности после нагружения в центре роговой оболочки

вид оболочки	<i>k</i> , мм
эмметропия	8,066
близорукость	8,008



Рисунок 4.22 - Перемещения профиля внутренней поверхности

внутренний радиус кривизны и схожие по величине деформации. Однако в процессе нагружения в случае близорукости (-3 дптр) уменьшается толщина оболочки в центре на 22% по сравнению с эмметропией.

Характер полученных данных в результате построения математических моделей роговой оболочки для случаев эмметропии и после коррекции близорукости хорошо коррелирует с клиническими исследованиями [74, 78, 84], в которых приводится анализ в общей сложности 749 глаз после операции по коррекции близорукости. Так в работе [84], проводится анализ данных по пациентам, которым была выполнена коррекция близорукости (от -1.25 до -11.25 дптр), через 4 дня, 2 недели, и 3, 6, и 12 месяцев после операции. Автор разделяет пациентов на две группы по степени близорукости 165 глаз (74,3%) со средней степенью близорукости -3.76 дптр и 57 глаз (25,7%) - -8.18 дптр, и проводит подробное описание операции. В результате че-

рез 6 месяцев после коррекции в 98.7% случаях наблюдалась рефракция ±0.5 дптр, а на графике 4.23 приведены результаты операции по коррекции зрения через 12 месяцев. Что позволяет сделать вывод о корректности применения аналогичных конечно-элементных моделей для случаев дальнозоркости. В целом верификация конечно-элементной модели с помощью клинических данных показала её близкое геометрическое и механическое подобие роговой оболочке.



Рисунок 4.23 - Результаты коррекции близорукости через 12 месяцев. Модифицировано из [84]

Таким образом, численные расчёты, проведённые для обоих вариантов (разделы 4.2 и 4.1) конечно-элементного моделирования зоны абляции, показали преимущество рефракционных операций по коррекции гиперметропии выполняемых методом IntraLASIK по сравнению с методом LASIK. Так как при операциях LASIK удаляется кольцевой слой меньшего диаметра, дальше от центра и срезается более толстая роговая «крышка», в результате данной коррекции наблюдаются большие деформации и смещения в области утончения роговицы, а также большее снижение изгибной жёсткости роговицы. Данный результат согласуется с клиническими данными [61], где показано, что результаты лечения гиперметропии в группе пациентов IntraLASIK показывают явное преимущество по сравнению с группой LASIK. А при измерении внутриглазного давления тонометром Гольдмана, показатели ВГД после LASIK за счет меньшей изгибной жесткости роговицы будут меньше, чем после операции IntraLASIK. При измерении ВГД тонометром Маклакова, за счет больших площадок контакта, возможно частичное перекрытие тонометром области утончения роговицы, в то время как при IntraLASIK изгибу подвергается вся узкая область роговицы, показатели внутриглазного давления после LASIK могут быть незначительно выше показателей ВГД получаемых тонометром после IntraLASIK.

Заключение

Для исследования сложных биомеханических объектов в последние годы часто используют компьютерные конечно-элементные модели, поскольку в целом ряде случаев адекватная виртуальная модель позволяет исключить необходимость проведения сложных дорогостоящих экспериментальных и клинических исследований.

В офтальмологии также создаются различные математические модели как отдельных структур глаза человека, так и в целом, но эти работы как правило не учитывают индивидуальных особенностей (в том числе различные формы корнеосклеральной оболочки, переменная толщина роговой оболочки в центре) либо существенно их упрощают.

Построенная биомеханическая конечно-элементная модель включает в себя переменную толщину и многослойность роговой оболочки, а также склеральную оболочку переменной толщины и эллипсоидальной формы соответствующей различным значениям длины передне-задней оси. Применяются граничные условия, которые отвечают осессимметричному нагружению оболочки, позволяя её равномерное раздувание, но препятствующие сдвигам, кручению и смещению оболочки как жёсткого целого. Применяется жёсткая фиксация сечения внешней поверхности склеры в экваториальной зоне глазного яблока в перпендикулярном направлении, а также жёсткая фиксация сечения внешней поверхности плоскости XY в направлении оси Z, плоскости YZ – в направлении оси X. Такой выбор граничных условий связан с предположением, что корнеосклеральная оболочка является осесимметричным телом вращения, и при её нагружении плоскости проходящие через ось вращения (симметрии) не могут смещаться в перпендикулярном направлении.

Разработанная в данной работе биомеханическая модель построена с использованием методов механики твёрдого деформированного тела, метода конечных элементов и трехмерного компьютерного моделирования и верифицирована с помощью клинических данных.

Построенная модель выполнена в виде виртуальной параметрической среды, которую можно изменять и дополнять для дальнейших исследований. Для создания модели использован пакет математических программ «ANSYS», расчётная методика которого основана на применении метода конечных элементов.

Впервые разработана модель трёхмерных эллипсоидальных оболочек, характеризующая достаточно точное для практического применения геометрическое подобие эллипсоидальных форм глаза человека, которая применена для анализа зависимости объём-давление при интравитреальных инъекциях различного объёма.

Сопоставление полученных в процессе моделирования результатов с клиническими данными показывают адекватность построенной конечноэлементной модели, как при моделировании интравитреальных инъекций, так и при моделировании измерения внутриглазного давления аппланационным тонометром.

Биомеханическое конечно-элементное моделирование позволило определить наиболее подходящую зоны абляции при коррекции зрения в случае дальнозоркости (с точки зрения сохранения упругих свойств оболочки при условии удаления одинакового объёма материала), получены аналитические соотношения объём-давления для эллипсоидальных форм оболочек (с учётом сжимаемости), а также получены значения поправочных коэффициентов при измерении внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре.

Результаты работы могут быть использованы при проведении операций по коррекции дальнозоркости типа LASIK и IntraLASIK, при разработке новых методов профилактики и лечения глазных заболеваний при помощи интравитреальных инъекций, а также при разработке усовершенствованных методик измерения внутриглазного давления с учётом толщины роговой оболочки в её центре.

– Для выполнения поставленных задач была создана параметрическая конечно-элементная модель корнеосклеральной оболочки глаза, позволя-

117

ющая проводить расчёты при любых индивидуальных параметрах осесимметричной модели.

- Получены соотношения тангенциальных и радиального модулей упругости склеры, при которых могло бы выполняться строгое условие несжимаемости ткани склеры.
- Конечно-элементное моделирование нагружения роговой оболочки штампом с плоским основанием, проведённое в главе 2, показало отсутствие отрыва поверхности в зоне контакта штампа и слоя эпителия роговой оболочки в расчётном диапазоне параметров.
- Получены значения поправочных коэффициентов для определения внутриглазного давления в зависимости от толщины роговой оболочки в её центре.
- Численные исследования, проведённые в главе 3, позволили построить и аппроксимировать уравнениями графики зависимости изменения объёмдавление при интравитреальных инъекциях для эллипсоидальных оболочек с удлиненной и укороченной передне-задней осью.
- При повышении внутриглазного давления в корнеосклеральной оболочке с укороченной длиной передне-задней оси наблюдается большее, чем в других случаях, уплощение роговой оболочки.
- В главе 4 выполнен анализ конечно-элементного моделирования различных вариантов расположения удаляемого слоя, при операции типа LASIK и IntraLASIK. Определены области предпочтительные для проведения операции по коррекции зрения (наибольшее сокращение внешнего радиуса кривизны, сохранение внутреннего радиуса кривизны, и равномерность деформаций после нагружения).

Полученные результаты согласуются с клиническими данными.

118

Список литературы

- Агафонова, В.В. Коррекция аметропий интраокулярными факичными линзами: автореф. дис. ...д-ра мед. наук: 14.00.08 / Агафонова Виктория Вениаминовна. Межотраслевой научно-технический комплекс «Микрохирургия глаза» им. С.Н. Федорова. – М., 2006. – 47 с.
- 2. Аветисов, Э. С. Близорукость / Э. С. Аветисов. М. : Медицина, 1999. 285 с.
- Аветисов, Э. С. Диагностические возможности эластотонометрии / Э. С. Аветисов. // Глаукома: Реальность перспективы: Сб. научн. ст. – М., 2008. – С. 81-85
- 4. Аветисов, Э. С. Исследование биомеханических свойств роговицы in vivo / Э. С. Аветисов, И.А. Бубнова // Биомеханика глаза 2007: Сб. труд. конф. М., 2007. С. 76-80.
- Аветисов, Э. С. Исследование ряда механических характеристик склеры /
 Э. С. Аветисов. и др. // В кн.: Миопия. 1974. М. С. 63–72.
- Аветисов, Э. С. О физических и гистохимических свойствах склеры при эмметропии и миопии / Э. С. Аветисов, И. П. Маслова, Э. Х. Булач. // Вестн. офтальмол. – 1971. – №1. – С. 9-13.
- 7. Аветисов, Э. С. Реологические свойства склеры при высокой близорукости / Э. С. Аветисов, И. Л. Ферфильфайн, И. И. Круш. // Вестн. офтальмол. 1974. №6. С. 43-47.
- Аветисов, Э. С. Современные подходы к коррекции рефракционных нарушений / Э. С. Аветисов. // Вестн. офтальмол. – 2006. – №1. – С. 3-8.

- Акпатров, А. И. Коэффициент ригидности глаза: (Клиникоэкспериментальное исследование) [Текст]: автореф. дис. ...канд. мед. наук: 14.00.08 / Александр Иванович Акпатров. Моск. науч.-исслед. ин-т глаз. болезней им. Гельмгольца. – М., 1984. – 17 с.
- Амбарцумян, С. А. Теория анизотропных оболочек / С. А. Амбарцумян. М.: Физматлит, 1961. – 384 с.
- Балашевич, Л. И. Влияние толщины роговицы на пневмотонометрические показатели внутриглазного давления / Л. И. Балашевич. и др. // Офтальмохирургия. – 2005. – №1. – С. 27-29.
- Балашевич, Л. И. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления / Л. И. Балашевич. и др. // Биомеханика глаза 2005. – М. – 2005. – С. 119-120.
- 13. Балашевич, Л. И. Очерки по истории офтальмологии в Санкт-Петербурге / Л. И. Балашевич, В. Г. Ширяев. – СПб. : Санкт-Петербургская медицинская академия последипломного образования, 2000. – 333 с.
- 14. Балашевич, Л. И. Рефракционная хирургия / Л. И. Балашевич. СПб. : СПбМАПО, 2002. 285 с.
- Бауэр, С. М. Математическое моделирование метода Маклакова измерения внутриглазного давления / С. М. Бауэр, Г. А. Любимов, П. Е. Товстик. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2005. – №1. – С. 24-39.
- 16. Бауэр, С. М. Механические модели измерения внутриглазного давления тонометрами Маклакова и Гольдмана после операций по коррекции зрения / С. М. Бауэр, А. М. Карамшина, А. Б. Качанов. // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т.16 №3 (57). – С. 25-31.
- Бауэр, С. М. Модели теории оболочек и пластин в задачах офтальмологии / С. М. Бауэр, Е. Б. Воронкова. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика. Механика. Астрономия. – 2014. – Т.1 (59) Вып.3. – С. 438-458.

- Бауэр, С. М. Модель трансверсально-изотропного сферического слоя для расчета изменения внутриглазного давления при интрасклеральных инъекциях / С. М. Бауэр, Л. А. Замураев, К. Е. Котляр. // Российский журнал биомеханики. – 2006. – Т.10 №2. – С. 43-49.
- Бауэр, С. М. О влиянии толщины роговицы на показатели внутриглазного давления при измерении ВГД аппланационными методами / С. М. Бауэр. и др. // Биомеханика глаза: сб. тр. конф. – М. – 2007. – С. 119-124.
- 20. Бауэр, С. М. Оценка изменения напряженно-деформированного состояния глаза и показателей ВГД после рефракционной коррекции гиперметропии / С. М. Бауэр, Л. А. Венатовская, Д. В. Франус, Л. А. Федотова // Российский журнал биомеханики. – 2015. – Т.19 №2. – С. 136-143.
- 21. Бауэр, С. М. Простейшие модели теории оболочек и пластин в офтальмологии / С. М. Бауэр, Б. А. Зимин, П. Е. Товстик. – СПб. : СПбГУ, 2000. – 92 с.
- 22. Вит, В. В. Строение зрительной системы человека / В. В. Вит. Одесса : Астропринт, 2003. 664 с.
- 23. Волков, В. В. Глаукома открытоугольная / В. В. Волков. М. : Медицинское информационное агентство, 2008. – 352 с.
- 24. Вольмир, А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.
- 25. Горбань, А. И. Микрохирургия глаза, ошибки и осложнения / А. И. Горбань, О. А. Джалиашвили. СПб. : Гиппократ, 1993. 250 с.
- 26. Григолюк, Э. И. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек /
 Э. И. Григолюк, П. П. Чулков. М. : Машиностроение, 1973. 172 с.
- 27. Емельянова, Н. А. Альбрехт фон Грефе выдающийся немецкий учёныйофтальмолог и использование его методов в России / Н. А. Емельянова. // Немцы в России: три века науного сотрудничества. – СПб. – 2003. – С. 320-325.

- 28. Захаров, В. Д. Витреоретинальная хирургия / В. Д. Захаров. М. : Москва, 2003. 173 с.
- 29. Иванов, Д. Ф. Результаты исследования сопротивления роговой и склеральной оболочек глаза к растяжению и разрыву / Д. Ф. Иванов, Е. Э. Каган. // Тез. докл. научн. конф., посв. 100-летию со дня рожд. акад. Филатова. – Одесса. – 1975. – С. 95.
- Иомдина, Е. Н. Биомеханика глаза: теоретические аспекты и клинические приложения / Е. Н. Иомдина, С. М. Бауэр, К. Е. Котляр. – М. : Реал Тайм, 2015. – 208 с.
- 31. Иомдина, Е.Н. Биомеханика склеральной оболочки глаза при миопии: диагностика нарушений и их экспериментальная коррекция: автореф. дис. докт. ... биол. наук: 01.02.08 / Елена Наумовна Иомдина. – М., 2000. – 49 с.
- 32. Иомдина, Е.Н. Биомеханические свойства склеры и возможности ее укрепления при миопии: дис. . . . канд. биол. наук: 14.00.16 / Елена Наумовна Иомдина. –М., 1984. 169 с.
- Иомдина, Е. Н. Механические свойства тканей глаза человека / Е. Н. Иомдина. // Современные проблемы биомеханики. – 2006. – Вып. 11. – С. 183-200.
- 34. Лебедев, О.И. Влияние рефракционных операций на уровень офтльмотонуса у пациентов с миопией / О.И. Лебедев, А.Е. Яворский // Российский офтальмологический журнал. – 2008. – Т.1 №2. – С. 23-25.
- 35. Ковалевская, М. А. Физиологическая оптика (рефракция, аккомодация)
 / М. А. Ковалевская, Е. К. Туровец. // Методические рекомендации для студентов IV V курсов, интернов, клинических ординаторов. Воронеж. 2013. 27 с.
- 36. Коган, Б. М. Анатомия, физиология и патология сенсорных систем / Б. М. Коган, К. В. Машилов. М. : Аспект Пресс, 2011. 384 с.
- 37. Колотов, М. Г. К вопросу об ответе роговицы при коррекции миопии методом ЛАЗИК / М. Г. Колотов. // Офтальмохирургия. – 2009. – №3. – С. 9-11.

- 38. Котляр, К. Е. Ригидность глаза. Биомеханические и клинические аспекты / К. Е. Котляр, И. Н. Кошиц. // Биомеханика глаза. Сб. трудов конф. с международным участием. – М. – 2009. – С. 121-126.
- Куликова, И. Л. Кераторефракционная лазерная хирургия в реабилитации детей и подростков с гиперметропической рефракцией / И. Л. Куликова, Н. П. Паштаев. – М. : Офтальмология, 2012. – 323 с.
- 40. Либман, Е. С. Инвалидность вследствие нарушения зрения в России / Е. С. Либман, Д. П. Рязанов, Э. В. Калеева. // V Российский общенациональный офтальмологический форум. Сб. научных трудов научно-практ. конф. с международным участием. М. 2012. С. 797-798.
- Маклаков, А. Н. Офтальмотометрия / А. Н. Маклаков. // Медицинское обозрение. – 1884. – №24. – С. 1092-1095.
- 42. Марченко, Л. Н. Изменение показателей внутриглазного давления после эксимерлазерной коррекции аномалий рефракции / Л. Н. Марченко, Т. В. Качан. // Офтальмология. Восточная Европа. – 2011. – №4 (11). – С. 28-33.
- Меркулов, И. И. Введение в клиническую офтальмологию / И. И. Меркулов. Харьков : Харьковский Университет, 1964. 312 с.
- 44. Мушкова, И. А. ЛТК при гиперметропии: оптимальный рефракционный диапазон / И. А. Мушкова. и др. // Офтальмохирургия. 2011. №1. С. 15-21.
- 45. Нероев, В. В. Новые аспекты проблемы патологии сетчатки и зрительного нерва / В. В. Нероев. // Вестник офтальмологии. 2000. №5. С. 14-16.
- 46. Нероев, В. В. Современные возможности прогнозирования послеоперационных осложнений и точного измерения ВГД у пациентов, оперированных методом ЛАСИК / В. В. Нероев. и др. // Рефракционная хирургия и офтальмология. – 2006. – №1. – С. 5-9.
- 47. Нестеров, А. П. Внутриглазное давление. Физиология и патология /
 А. П. Нестеров, А. Я. Бунин, Л. А. Кацнельсон. М. : Наука, 1974. 381 с.

- 48. Нестеров, А. П. Глаукома / А. П. Нестеров. М. : медицинское информационное агенство, 2008. – 83 с.
- 49. Нестеров, А. П. Калибровочные таблицы для эластонометра Филатова–Кальфа / А. П. Нестеров, М. Б. Вургафт. // Вестн. офтальмол. 1972.
 №2. С. 20-25.
- 50. Обрубов, С. А. Акустическая биомеханика глаза и ее значение для клиники / С. А. Обрубов. и др. М. : Апрель, 2001. 128 с.
- 51. Патеева, Т. З. IntraLASIK и LASIK: особенности формирования роговичного лоскута у пациентов с плоской роговицей / Т. З. Патеева, Н. П. Паштаев. // Современные технологии катарактальной и рефракционной хирургии.
 2011: Сб. науч. статей ФГУ «МНТК «Микрохирургия глаза». – М. – 2011. – С. 472.
- 52. Родин, А. С. Биомикроретинометрия / А. С. Родин. М. : Памятники исторической мысли, 2006. 96 с.
- 53. Родионова, В. А. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек / В. А. Родионова, Б. Ф. Титаев, К. Ф. Черных. СПб. : СПбГУ, 1996. 278 с.
- 54. Роземблюм, Ю.З. Адаптация к аметропиям и принципы их коррекции: автореф. дис....д-ра мед.наук: 14.01.08 / Юрий Захарьевич Роземблюм. – М., 1976. – 354 с.
- 55. Романова, А. А. К построению модели деформации решетчатой пластины диска зрительного нерва / А. А. Романова. // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». – СПб. : СПбГУ, 2008. – С. 110-116.
- 56. Рууд, ван'тПадБош. Мягкие котактные линзы / ван'тПадБош Рууд, Р. М. Розенбранд, Т. Ю. Клюваева. – М. : Bausch & Lomb, 2001. – 82 с.
- 57. Семенов, А. Д. Сравнительная оценка эффективности коррекции гиперметропии методом ЛАЗИК на сканирующих установках «Микроскан» и

«MEL-70» / А. Д. Семенов, А. В. Дога, Н. А. Семенова. // Офтальмохирургия. – 2005. – №4. – С. 11-14.

- 58. Семенов, Н. А. ЛАЗИК в коррекции гиперметропии на российской эксимерлазерной сканирующей установке «Микроскан» / Н. А. Семенов, А. В. Дога, М. А. Руднева. // Офтальмохирургия. – 2005. – №4. – С. 13-15.
- 59. Сидоренко, Е. И. Офтальмология учебник / Е. И. Сидоренко. М. : ГЭОТАР-МЕД, 2002. 408 с.
- 60. Сомов, Е. Е. Клиническая анатомия органа зрения человека / Е. Е. Сомов.
 М. : МЕДпресс-информ, 2005. 135 с.
- Федотова, Л. А. Преимущество лечения гиперметропии с использованием фемтосекундного лазера / Л. А. Федотова, И. А. Куликова. // Здравоохранение Чувашии. – 2009. – №2. – С. 47-50.
- Франус, Д. В. Влияние толщины многослойной роговой оболочки на показатели внутриглазного давления / Д. В. Франус // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2017. Т.17, вып.2. С. 209-218. DOI: 10.18500/1816-9791-2017-17-2-209-218.
- 63. Франус, Д. В. Изменение напряжённо-деформированного состояния корнеосклеральной оболочки глаза после введения интрасклеральных инъекций / Д. В. Франус. // Практическая биомеханика: Материалы докладов Всероссийской конференции молодых учёных с международным участием. Под ред. проф. Л. Ю. Коссовича Саратов. 2016. С. 64-66.
- 64. Франус, Д. В. Изменение напряжённо-деформированного состояния корнеосклеральной оболочки глаза человека после введения инъекции / Д. В. Франус. // Устойчивость и процессы управления: Материалы III Международной конференции, посвящённой 85-летию со дня рождения профессора, чл. -корр. РАН В.И. Зубова СПб. : Издательский Дом Фёдоровой Г.В., 2015. С. 499-500.

- 65. Франус, Д. В. О математических моделях тонографии / Д. В. Франус. // Труды семинара «Компьютерные методы в механике сплошной среды». – СПб. : СПбГУ, 2013. – С. 42-52.
- 66. Франус, Д. В. Особенности напряженно-деформированного состояния роговицы глаза после лазерной коррекции гиперметропии / Д. В. Франус. // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т.2 №1. С. 322-327.
- 67. Чоплин, Н. Т. Глаукома. Иллюстрированное руководство / Н. Т. Чоплин, Д. С. Ланди. М. : Логосфера, 2011. 372 с.
- 68. Шамшинова, А. М. Функциональные методы исследования в офтальмологии / А. М. Шамшинова, В. В. Волков. – М. : Медицина, 1999. – 416 с.
- 69. Шевченко, М.В. Толщина роговицы у лиц без патологии гидродинамики / М.В. Шевченко. и др. // Вестник Оренбургского государственного университета. 2008. №12-2 (94). С. 147-150.
- 70. Шевченко, М.В. Оценка биомеханических особенностей фиброзной оболочки глаза при миопии и глаукоме / М.В. Шевченко, О.В. Братко // РМЖ «Клиническая офтальмология». – 2011. Т.12 №4. – С.124-125
- 71. Юлова, А.Г. Структурно-функциональные изменения глаза после интравитреальных инъекций: дис. ... канд. мед. наук: 14.01.17 / Александра Геннадьевна Юлова. –М., 2017. – 111 с.
- 72. Alamouti, B. Retinal thickness decreases with age: an OCT study / B. Alamouti, J. Funk // The British Journal of Ophthalmology. 2003. Vol.87. P. 899-901.
- 73. Anderson, K. Application of structural analysis to the mechanical behavior of the cornea / K. Anderson, A. El-Sheikh, T. Newson. // J. R. Soc. Lond. Interface. - 2004. - Vol.1. - P. 1-13.
- 74. Anderson, N. J. Epi-LASEK for the correction of myopia and myopic astigmatism / N. J. Anderson, R. F. Beran, T. L. Schneider. // J. Cataract Refract. Surg. - 2002. - Vol.28. - P. 1343-1347.

- 75. ANSYS, Inc. ANSYS Mechanical APDL Structural Analysis Guide / ANSYS, Inc. – Canonsburg : Southpointe, 2013. – 498 p.
- 76. Arciniegas, A. Mechanical behavior of the sclera / A. Arciniegas, L. E. Amaya. // Ophthalmologica. – 1986. – Vol.193 (1-2). – P. 45-55.
- 77. Atchison, D. Optics of the Human Eye / D. Atchison, G. Smith. Edinburgh : Elsevier Science Ltd, 2002. – 269 p.
- 78. Autrata, R. Laser-assisted subepithelial keratectomy for myopia: two-year follow-up / R. Autrata, J. Rehurek. // Journal Cataract Refraction Surgery. - 2003. - Vol.29. - P. 661-668.
- 79. Avery, R. L. Intravitreal injection technique and monitoring / R. L. Avery. and others. // The Journal of retinal and vitreous diseases. 2014. Vol.34 №12. P. S1-S18.
- Bettelheim, F. A. Dynamic Viscoelastic Properties of Bovine Vitreous / F. A. Bettelheim, T. J. Wang. // Experimental Eye Research. - 1976. -Vol.23(4). - P. 435-441.
- Bishop, P. N. Structural macromolecules and supramolecular organisation of the vitreous gel / P. N. Bishop. // Progress in Retinal and Eye Research. – 2000. – Vol.19(3). – P. 323-344.
- Cacciamani, A. Intravitreal injection of bevacizumab: changes in intraocular pressure related to ocular axial length / A. Cacciamani and others // Japanese Journal of Ophthalmology. - 2013. - Vol.57, Issue 1. - P. 63-67.
- Chatterjee, A. Reduction in intraocular pressure after excimer laser photorefractive keratectomy. Correlation with pretreatment myopia / A. Chatterjee and others // Ophthalmology. - 1997. - Vol.104(3). - P. 355-359.
- 84. Claringbold, T. V. Laser-assisted subepithelial keratectomy for the correction of myopia / T. V. Claringbold. // J. Cataract Refract. Surg. 2002. Vol.28. P. 18-22.

- 85. Colton, T. The distribution of intraocular pressures in the general population / T. Colton, F. Ederer. // Survey of Ophthalmology. 1980. Vol.25(3). P. 123-129.
- 86. Dupps, W. J. Biomechanics and wound healing in the cornea / W. J. Dupps, S. E. Wilson. // Experimental Eye Research. 2006. Vol. 83(4). P. 709-720.
- 87. Ehlers, N. Applanation tonometry and central corneal thickness / N. Ehlers,
 T. Bramsen, S. Sperling. // Acta Ophthalmologica (Copenh). 1975. Vol.53(1). P. 34-43.
- 88. Emara, B. Correlation of intraocular pressure and central corneal thickness in normal myopic eyes and after laser in situ keratomileusis / B. Emara and others // Journal of Cataract and Refractive Surgery. - 1998. - Vol.24(10).
 - P. 1320-1325.
- 89. Ethier, C. R. Ocular biomechanics and biotransport / C. R. Ethier, M. K. Johnson, J. Ruberti. // Annual Reviews. Biomed. Eng. – 2004. – Vol.6. – P. 249-273.
- 90. Falkenstein, I. A. Changes of Intraocular Pressure after Intravitreal Injection of Bevacizumab (Avastin) / I. A. Falkenstein, L. Cheng, W. R. Freeman. // Retina. - 2007. - Vol.27. - P. 1044-1047.
- 91. Faucher, A. Accuracy of Goldmann tonometry after refractive surgery / A. Faucher, J. Gregoire, P. Blondeau. // J. Cataract. Refract. Surg. - 1997. - Vol.23. - P. 832-838.
- 92. Franus, D. V. Change in the stress-strain state of the cornea after refractive surgery / D. V. Franus. // International Conference on Mechanics - Seventh Polyakhov's Reading. - 2015. - P. 73-76.
- 93. Franus, D. V. Finite-element model of intraocular pressure measurement by Maklakov applanation tonometer / D. V. Franus. // Proceedings of the VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS Congress 2016). – 2016. – Vol.4. – P. 6631-6636.

- 94. Frenkel, M. P. Effect of prophylactic intraocular pressure-lowering medication on intraocular pressure spikes after intravitreal injections / M. P. Frenkel, S. A. Haji, R. E. Frenkel. // Arch Ophthalmol. – 2010. – Vol.128(12). – P. 1523-1527.
- 95. Friedenwald, J. S. Contribution to the theory and practice of tonometry / J. S. Friedenwald. // Am. J. Ophthalmol. - 1937. - Vol.20. - P. 985-1024.
- 96. Goldmann, H. Applanation tonometry / H. Goldmann. // Glaucoma Transactions of the Second Conference ed. Newell F.W. - 1957. - P. 167-220.
- 97. Gordon, M. O. The Ocular Hypertension Treatment Study: baseline factors that predict the onset of primary open-angle glaucoma / M. O. Gordon and others. // Arch Ophthalmol. - 2002. - Vol.120(6). - P. 714-720.
- 98. Grant, W. M. A tonographic method for measuring the facility and rate of aqueous flow in human eyes / W. M. Grant. // Arch Ophthalmol. – 1950. – Vol.44. – P. 204-208.
- 99. Hariprasad, S. M. Short-Term Intraocular Pressure Trends Following Intravitreal Pegaptanib (Macugen) Injection / S. M. Hariprasad, G. K. Shah, K. J. Blinder. // American Journal of Ophthalmology. – 2006. – Vol.141. – P. 200-201.
- 100. Helmholtz, H. Uber die Akkomodation des Auges / H. Helmholtz. // Albrecht von Graefe's Arch.Ophthalmol. – 1855. – Vol.1 №2. – P. 1-74.
- 101. Hoeltzel, D. A. Strip extensiometry for comparison of the mechanical response of bovine, rabbit, and human corneas / D. A. Hoeltzel and others. // J. Biomech. Eng. 1992. Vol.114. P. 202-215.
- 102. Hogan, M. J. Histology of the Human Eye / M. J. Hogan, J. A. Alvarado, J. E. Weddell. – Philadelphia : WB Saunders, 1971. – 113 p.
- 103. Itskov, M. Elastic constants and their admissible values for incompressible and slightly compressible anisotropic materials / M. Itskov, N. Aksel // Acta Mechanica. - 2002. - Vol.157 - P. 81-96.

- 104. Johnson, M. Increased corneal thickness simulating elevated intraocular pressure / M. Johnson and others. // Archives of Ophthalmology. – 1978. – Vol.96(4). – P. 664-665.
- 105. Kotliar, K. E. Effect of intravitreal injections and volume changes on intraocular pressure: clinical results and biomechanical model / K. E. Kotliar and others. // Acta Ophthalmologica Scandinavica. - 2007. - Vol.85(7). - P. 777-781.
- 106. Lang, G. K. Opthalmology: a short textbook / G. K. Lang. Stuttgart : Georg Thieme Verlag, 2000. – 586 p.
- 107. Lee, B. Rheology of the vitreous body. Part I: viscoelasticity of human vitreous / B. Lee, M. Litt, G. Buchsbaum. // Biorheology. – 1992. – Vol.29. – P. 521-533.
- 108. Lee, B. Rheology of the vitreous body: Part 2. Viscoelasticity of bovine and porcine vitreous / B. Lee, M. Litt, G. Buchsbaum. // Biorheology. 1994. Vol.31(4). P. 327-338.
- 109. Lee, B. Rheology of the vitreous body: part 3. Concentration of electrolytes, collagen and hyaluronic acid / B. Lee, M. Litt, G. Buchsbaum. // Biorheology. 1994. Vol.31(4). P. 339-351.
- 110. Ljubimova, D. Biomechanics of the Human Eye and Intraocular Pressure Measurements: PhD / Daria Ljubimova. Royal Institute of Technology. – Stockholm., 2009. – 200 p.
- 111. Maurice, D. M. The Eye. 3rd Edition / D. M. Maurice. Orlando, FL : Academic Press, 1984. – 158 p.
- 112. Mayama, C. Myopia and advanced-stage open-angle glaucoma / C. Mayama and others. // Ophthalmology. - 2002. - Vol.109(11). - P. 2072-2077.
- 113. Murphy, C. Prenatal and postnatal growth of the human Descemet's membrane
 / C. Murphy, J. Alvarado, R. Juster. // Investigative Ophthalmology and
 Visual Science. 1984. Vol.25(12). P. 1402-1415.

- 114. Nash, S. R. Comparison of mechanical properties of keratoconus and normal corneas / S. R. Nash, P. R. Green, C. S. Foster. // Exp. Eye Res. 1982. Vol.35. P. 413-423.
- 115. Nickerson, C.S. Engineering the mechanical properties of ocular tissues: PhD Thesis / Charles Sellers Nickerson. California Institute of Technology. Pasadena., 2005. – 185 p.
- 116. Pallikaris, I. G. Ocular rigidity / I. G. Pallikaris and others. // Expert Review of Ophthalmology. - 2010. - Vol.5(3). - P. 343-351.
- 117. Pfeiffer, H. H. Zur analyse der fliess-elastizitaet durch spinnversuche am corpus vitreus / H. H. Pfeiffer. // Biorheology. – 1963. – Vol.1. – P. 111-117.
- 118. Roberts, C. The cornea is not a piece of plastic / C. Roberts. // Journal of Refractive Surgery. - 2000. - Vol.16(4). - P. 407-413.
- 119. Rosenfeld, P. J. Ranibizumab for Neovascular Age-Related Macular Degeneration / P. J. Rosenfeld and others. // The New England Journal of Medicine. - 2006. - Vol.355. - P. 1419-1431.
- 120. Sharei, V. Course of Intraocular Pressure after Intravitreal Injection of 0.05 mL Ranibizumab (Lucentis) / V. Sharei and others. // European Journal of Ophthalmology. - 2010. - Vol.20. - P. 174-179.
- 121. Sihota, R. Parsons' diseases of the eye. 22nd edition / R. Sihota, R. Tandon.
 India : Elsevier, 2015. 621 p.
- 122. Sporl, E. Increased rigidity of the cornea caused by intrastromal cross-linking / E. Sporl and others. // Ophthalmology. - 1997. - Vol.94(12). - P. 902-906.
- 123. Tokita, M. Dynamic viscoelasticity of bovine vitreous body / M. Tokita, Y. Fujiya, K. Hikichi. // Biorheology. – 1984. – Vol.21(6). – P. 751-756.
- 124. Tovstik, P. E. Edge Effect under Large Axisymmetric Deformations of Shells of Revolution / P. E. Tovstik. // Asimptotic Methods in Mechanics. CRM Proceeding and Lecture Notes. Amer. Math. Soc., Providence. – 1993. – P. 255-269.

- 125. Uchio, E. Simulation model of an eyeball based on finite element analysis on a supercomputer / E. Uchio and others. // The British Journal of Ophthalmology. 1999. Vol. 83(10). P. 1106-1111.
- 126. Walton, K. A. Age-related changes in vitreous mobility as measured by video B scan ultrasound / K. A. Walton and others. // Experimental Eye Research. - 2002. - Vol.74(2). - P. 173-180.
- 127. Wu, L. Immediate Changes in Intraocular Pressure after an Intravitreal Injection of 2.5 mg of Bevacizumab / L. Wu, T. Evans. // Archivos de la Sociedad Espanola de Oftalmologia. - 2010. - Vol.85. - P. 364-369.
- 128. Zimmerman, R. L. In Vivo Measurements of the Viscoelasticity of the Human Vitreous-Humor / R. L. Zimmerman. // Biophysical Journal. – 1980. – Vol.29(3). – P. 539-544.

Список иллюстративного материала

Перечень иллюстраций

1.1	Строение глазного яблока	18
1.2	Схематичная структура роговой оболочки. Мо-	
	дифицировано с Hybrid Cornea: [сайт]. URL:	
	http://www.hybridcornea.org/aboutcornea.htm (дата обраще-	
	ния: 27.07.2015)	21
1.3	Схематичная структура расположения коллагеновых ламелл в	
	строме роговицы. Видоизменено из [36]	22
1.4	Структура эндотелия роговицы [56]	22
1.5	Послойная структура склеры. Видоизменено из [59]	24
1.6	Схематическое представление сетевой структуры стекловидного	
	тела. Видоизменено из [115]	25
1.7	Клиническая рефракция глаза. Е – эмметропический, М – мио-	
	пический, Н – гиперметропический	27
1.8	Близорукость. а – искривление склеры, b – искривление роговицы	
	[106]	28
1.9	Дальнозоркость. а – искривление склеры, b – искривление рого-	
	вицы [106]	29
1.10	Рубцы на роговице после радиальной кератотомии. Видоизмене-	
	но из [35]	30
1.11	Схема коррекции зрения при близорукости операцией ФРК	32
1.12	Схема проведения операции ЛАЗИК	33
1.13	Повышенное внутриглазное давление как причина возникнове-	
	ния глаукомы. Модифицировано с Optica Sentina: [сайт]. URL:	
	http://www.optika-sentina.si/oko-in-bolezni/zelena-mrena/ (дата)	
	обращения: 29.07.2015)	36
1.14	Тонометр Маклакова: а) в упаковке, б) схема приложения к рого-	
	вице	37

1.15	Тонометр Гольдмана: a) современный цифровой вариант, б) по- лучаемое изображение. Professional OCT messages: [сайт]. URL: http://blog.getoet.ch/2p=243 (цала обращения: 01.08.2015)	20
1.16	Статистика применения интравитреальных инъекций. Модифи- цировано с Market Scope: [сайт]. URL: http://market-scope.com	09
	(дата обращения: 13.10.2016)	40
1.17	Введение интравитреальной инъекции [79]	41
2.1	Элемент вращения используемый для построения модели	47
2.2	Сечение конечно-элементной модели плоскостью YZ с нанесённой	
	сеткой	48
2.3	График возможных соотношений модулей упругостей в различ-	
	ных направлениях при несжимаемости	54
2.4	Схема моделирования контактного взаимодействия методом	
	штрафов	56
2.5	Схема метода укрупнения поверхностных точек в контакте (Gauss	
	points)	56
2.6	Нагружение конечно-элементной модели в сечении плоскостью	
	YZ ; синим цветом обозначена сила F , красным – ВГД \ldots .	57
2.7	Жёсткая заделка (обозначена красными линиями)	58
2.8	Изменение толщины роговой оболочки при нагружении плоским	
	штампом при нормальном ВГД – 15 мм рт.ст	58
2.9	Перемещения роговой оболочки в сечении плоскостью YZ при	
	нагружении плоским штампом весом: а) 5 г., о) (.5 г., в) 10 г., г)	50
0.10	15 Г	59
2.10	Перемещения роговои оболочки (вид сверху) при нагружении	01
0.11	плоским штампом весом: a) 5 г., b) 7.5 г., b) 10 г., г) 15 г	61
2.11	График зависимости диаметра зоны контакта от ВГД при прило-	0.0
0.10	жении различных по весу штампов	62
2.12	Эластотонометрические кривые: нормальная ($E_{i-stroma}$ =	
	0.3 МПа, $E_{i-sklera} = 5$ МПа) и патологическая ($E_{i-stroma} = 0.5$	0.0
0.10	MIIa, $E_{i-sklera} = 10$ MIIa)	63
2.13	Изменение диаметра зоны контакта в зависимости от веса штампа	-
	при постоянном значении ВГД	64

2.14	Величина корректировочного коэффициента ВГД в зависимости	
	от толщины роговицы	67
3.1	Изменение внутриглазного давления в зависимости от объёма вве-	
	дённой инъекции по формулам (3.5),(3.15), (3.20)	72
3.2	Дегенерация корнеосклеральной оболочки. Модифицирова-	
	но из [121]	76
3.3	Конечно-элементная сетка в случае: а) близорукости – изометри-	
	ческий вид, б) дальнозоркости – сечение	77
3.4	Жёсткая заделка (выделено жёлтым)	79
3.5	Сечение деформированной корнеосклеральной оболочки случаях:	
	а) эмметропии, б) близорукости – 28 мм, в) дальнозоркости – 19 мм	80
3.6	Изометрический вид деформированной корнеосклеральной обо-	
	лочки случаях: а) эмметропии, б) близорукости, в) дальнозоркости	82
3.7	График зависимости изменения внутреннего объёма от увеличе-	
	ния давления: а) корнеосклеральной оболочки, б) внутреннего яд-	
	ра, в) склеры, г) стромы роговицы	83
3.8	Изменение внутриглазного давления в зависимости от длины	
	передне-задней оси глаза	85
4.1	Модель сопряжённых трансверсально-изотропных оболочек	91
4.2	Параметры удаляемого при операциях LASIK и IntraLASIK слоя	
	роговой ткани	92
4.3	Модель аппланационного тонометра	93
4.4	Деформированная роговица после операций LASIK и IntraLASIK	94
4.5	Значения деформаций в узлах внутренней поверхности роговицы	
	до и после операций	95
4.6	Распределение контактных напряжений при измерении внут-	
	риглазного давления тонометром Маклакова (груз 10 г): а –	
	до коррекции гиперметропии; б – после коррекции методом	
	LASIK (h_{flap} =160 мкм); в – после коррекции методом IntraLASIK	
	$(h_{flap} = 110 \text{ MKM})$	95

4.7	Распределение контактных напряжений при измерении внутриг-	
	лазного давления тонометром Гольдмана: а – до коррекции гипер-	
	метропии; б – после коррекции методом LASIK (<i>h_{flap}</i> =160 мкм);	
	в – после коррекции методом IntraLASIK $(h_{flap}=110 \text{ мкм})$	96
4.8	Разделение материала роговицы на четыре слоя	97
4.9	Элементы вращения в случае: а) дальнозоркость 1, б) дальнозор-	
	кость 2	100
4.10	Общий вид конечно-элементной модели после удаления кольцево-	
	ГО СЛОЯ	101
4.11	Сечение конечно-элементной модели после удаления кольцевого	
	слоя	101
4.12	Схема статусов пар контактных элементов в сечении роговицы	
	после коррекции дальнозоркости	102
4.13	Жёсткая заделка – красным цветом	102
4.14	Схема нагружения внутренним давлением в разрезе	103
4.15	Деформированная роговица при дальнозоркости в случаях: а) 1,	
	б) 2, в) 3, г) 4	104
4.16	Сечение деформированной роговицы при дальнозоркости в слу-	
	чаях: а) 1, б) 2, в) 3, г) 4	105
4.17	Перемещения профиля внутренней поверхности десцеметовой	
	оболочки	106
4.18	Профили внутренней поверхности десцеметовой оболочки после	
	инъекции	108
4.19	Элементы вращения в случае: а) эмметропии, б) близорукости	110
4.20	Деформированная роговица при: а) эмметропии, б) близорукости	112
4.21	Сечение деформированной роговицы при: а) эмметропии, б) бли-	
	зорукости	112
4.22	Перемещения профиля внутренней поверхности	113
4.23	Результаты коррекции близорукости через 12 месяцев. Модифи-	
	цировано из [84]	114

Перечень таблиц

2.1	Значения толщин и упругих коэффициентов	55
2.2	Максимальные значения перемещений в центре зоны контакта, мм	60
2.3	Диаметры зоны контакта между штампом и эпителием роговицы,	
	MM	60
2.4	Поправочные коэффициенты ВГД при различной толщине рого-	
	вой оболочки в центре	66
3.1	Изменение давления корнеосклеральной оболочки при интравит-	
	реальных инъекциях	81
3.2	Клинические данные при введении инъекции объёмом 0,05 мл	88
4.1	Геометрические характеристики зоны абляции	99
4.2	Деформации и изменение толщины в центре на внешней поверх-	
	ности роговой оболочки, мм	104
4.3	Минимальные и максимальные перемещения по слоям различных	
	типов оболочек, мм	106
4.4	Значения радиуса кривизны внутренней поверхности после нагру-	
	жения в центре роговой оболочки	107
4.5	Радиусы кривизн внутренней поверхности роговицы после инъек-	
	ции 0,05 мл, в мм	108
4.6	Деформации и изменение толщины в центре на внешней поверх-	
	ности роговой оболочки, мм	111
4.7	Минимальные и максимальные перемещения по слоям различных	
	типов оболочек, мм	111
4.8	Значения радиуса кривизны внутренней поверхности после нагру-	
	жения в центре роговой оболочки	113

Приложение А. Табличные данные расчётов

А.1 Напряжённо-деформированное состояние многослойной роговичной оболочки после приложения плоского штампа

	Η	вес штампа, грамм			
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15	
10	0,3975	0,3501	0,3086	-	
15	0,4050	0,4791	0,4748	$0,\!3945$	
20	0,4583	0,4331	$0,\!6841$	$0,\!5411$	
25	0,6719	0,4477	0,5103	0,5685	
30	0,4270	0,4151	$0,\!6191$	$0,\!5560$	

Таблица А.1.1. Максимальные значения деформаций вне зоны контакта

Таблица А.1.2. Диаметр зоны контакта между штампом и эпителием роговичной оболочки, рассчитанный по формуле (2.6)

	вес штампа, грамм				
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15	
10	6,8408	8,3782	9,6743	11,8486	
15	$5,\!5852$	6,8404	7,8987	9,6738	
20	$4,\!8372$	5,9243	6,8408	8,3782	
25	$4,\!3265$	5,2988	6,1186	7,4937	
30	$3,\!9495$	4,8372	5,5855	6,8408	

Таблица А.1.3. Толщина стромы роговицы при нагружении плоским штампом

	вес штампа, грамм				
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15	
10	0,5048	0,4977	0,4882	-	
15	0,5076	0,4975	$0,\!4858$	0,4685	
20	0,5020	0,5068	0,4747	0,4589	
25	0,5037	0,5053	0,5042	0,4730	
30	0,5015	0,5041	0,4989	0,4901	

Таблица А.1.4. Толщина эпителия роговичной оболочки при нагружении плоским штампом

	вес штампа, грамм				
ВГД, мм рт.ст.	5	7,5	10	15	
10	0,0195	0,0149	0,0081	-	
15	0,0234	0,0192	0,0126	0,0112	
20	0,0260	0,0235	0,0191	0,0107	
25	0,0342	0,0254	0,0237	0,0185	
30	0,0252	0,0245	0,0289	0,0227	

<i>h</i> , мкм	<i>d</i> , мм	максимальные деформации в центре, мм
405	8,1083	0,792
425	7,9990	0,795
445	7,9497	0,798
465	7,8951	0,801
485	7,8433	0,804
505	7,8057	0,807
525	7,7733	0,809
545	7,7347	0,812
565	7,7211	0,816
585	7,6906	0,818
605	7,6682	0,820
625	7,6303	0,823
645	7,6049	0,825
665	7,5966	0,828
685	7,5828	0,829
705	7,5495	0,832

Таблица А.1.5. Диаметр зоны контакта и максимальные деформации в центре роговичной оболочки при нагружении плоским штампом весом 10 г и ВГД 15 мм рт.ст.

А.2 Расчётные данные изменения объёма при введении инъекции

Таблица А.2.1. Изменение объёмов элементов конечно-элементной модели при различной длине передне-задней оси при введении дополнительного объёма жидкости 0,05 мл

_												
	ПЗО	оби	ций		вн.ядро		вн.ядро		склера		строма	
	l	V_0	ΔV	V_0	ΔV	ΔV	V_0	ΔV	ΔV	ΔV	ΔV	
	MM	MM ³	%	MM ³	MM ³	%	MM ³	MM ³	%	MM ³	%	
	28	7908,3	0,69%	6623,1	50,00	100,0%	1196,1	3,71	7,41%	1,00	2,00%	
	27	7636,4	0,72%	6378,7	50,00	100,0%	1168,8	3,73	7,45%	1,08	$2,\!16\%$	
	26	7357,3	0,75%	6127,6	50,00	100,0%	1140,7	3,91	7,82%	1,16	2,33%	
	25	7076,8	0,78%	5875,6	50,00	100,0%	1112,2	4,13	8,25%	1,27	2,53%	
	24	6789,7	0,82%	5617,8	50,00	100,0%	1083,0	4,33	8,66%	1,34	$2,\!69\%$	
	23	6519,7	0,86%	5374,6	50,00	100,0%	1055,7	4,60	9,19%	1,46	2,92%	
	22	$6231,\!1$	0,90%	5115,6	50,00	100,0%	1026,4	4,72	9,44%	1,62	$3{,}23\%$	
	21	5958,1	0,95%	4870,1	50,00	100,0%	999,0	4,98	9,96%	1,79	3,58%	
	20	5679,1	1,00%	4619,4	50,00	100,0%	970,8	4,99	9,99%	1,94	3,87%	
	19	$5402,\!8$	1,05%	4361,2	50,00	100,0%	952,6	4,78	9,55%	2,00	4,01%	

A.3 Расчётные данные радиуса кривизны внутренней поверхности в центре роговичной оболочки

Таблица А	A.3.1. B	случае	эмметропии
-----------	----------	--------	------------

	S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
Γ	0	$4,\!65770$	-4,69140	0,16604	-0,10113	4,82374	-4,79253
	0,4621	5,02760	-4,41450	0,18108	-0,11019	5,20868	-4,52469
	$0,\!92444$	$5,\!38340$	-4,11920	0,20532	-0,11661	5,58872	-4,23581
	1,0403	5,46810	-4,04020	0,21338	-0,11790	5,68148	-4,15810
	$1,\!1561$	$5,\!55120$	-3,95950	0,22215	-0,11914	5,77335	-4,07864

S	Y_n	Z_n	σ_{Y}	σ_Z	Y	Z
1.272	5.63260	-3.87700	0.23182	-0.12027	5.86442	-3.99727
1,3878	5,71220	-3,79290	0.24175	-0,12129	5.95395	-3,91419
1,5037	5,79010	-3,70710	0.25129	-0,12214	6.04139	-3,82924
1,6195	5,86620	-3,61970	0,25974	-0,12261	6,12594	-3,74231
1,7354	5,94040	-3,53080	0,26704	-0,12265	6,20744	-3,65345
1,8512	6,01280	-3,44040	0,27332	-0,12229	6,28612	-3,56269
1,9671	6,08330	-3,34840	0,27854	-0,12154	6,36184	-3,46994
2,0829	6,15190	-3,25500	0.28285	-0,12034	6,43475	-3,37534
2,1988	6,21850	-3,16030	0,28613	-0,11880	6,50463	-3,27910
2,3146	6,28310	-3,06410	0,28840	-0,11683	6,57150	-3,18093
2,4305	6,34580	-2,96670	0,28973	-0,11446	6,63553	-3,08116
2,5463	6,40640	-2,86790	0,29015	-0,11173	6,69655	-2,97963
2,6622	6,46490	-2,76790	0,28951	-0,10866	6,75441	-2,87656
2,778	6,52130	-2,66680	0,28780	-0,10513	6,80910	-2,77193
2,8939	6,57560	-2,56440	0,28525	-0,10103	6,86085	-2,66543
3,0097	6,62780	-2,46100	0,28223	-0,09663	6,91003	-2,55763
3,1256	6,67780	-2,35650	0,27933	-0,09204	6,95713	-2,44854
3,2414	6,72570	-2,25100	0,27633	-0,08744	7,00203	-2,33844
3,3573	6,77130	-2,14450	0,27310	-0,08284	7,04440	-2,22734
3,4731	6,81480	-2,03710	0,26939	-0,07831	7,08419	-2,11541
3,589	6,85590	-1,92880	0,26543	-0,07375	7,12133	-2,00255
3,7048	6,89490	-1,81970	0,26126	-0,06918	7,15616	-1,88888
3,8207	6,93150	-1,70980	0,25695	-0,06459	7,18845	-1,77439
3,9365	6,96590	-1,59920	0,25229	-0,06005	7,21819	-1,65925
4,0524	6,99790	-1,48790	0,24731	-0,05557	7,24521	-1,54347
4,1682	7,02770	-1,37590	0,24229	-0,05104	7,26999	-1,42694
4,2841	7,05510	-1,26330	0,23707	-0,04654	7,29217	-1,30984
4,3999	7,08010	-1,15020	0,23210	-0,04204	7,31220	-1,19224
4,5158	7,10280	-1,03660	0,22782	-0,03756	7,33062	-1,07416
4,6316	7,12320	-0,92256	$0,\!22400$	-0,03313	7,34720	-0,95569
4,7475	7,14120	-0,80811	0,22062	-0,02876	7,36182	-0,83687
4,8633	7,15670	-0,69332	0,21754	-0,02446	7,37424	-0,71778
4,9792	7,17000	-0,57822	0,21517	-0,02008	7,38517	-0,59830
5,095	7,18080	-0,46288	0,21288	-0,01582	7,39368	-0,47870
5,2109	7,18920	-0,34733	0,21151	-0,01173	7,40071	-0,35906
5,3267	7,19520	-0,23164	0,21027	-0,00756	7,40547	-0,23920
5,4426	7,19880	-0,11584	0,20966	-0,00354	7,40846	-0,11938
5,5584	7,20000	0,00000	0,20957	0,00047	7,40957	0,00047
5,6743	7,19880	0,11584	0,21013	0,00449	7,40893	0,12033
5,7901	7,19520	0,23164	0,21112	0,00859	7,40632	0,24023
5,906	7,18920	0,34733	0,21266	0,01273	7,40186	0,36006
6,0218	7,18080	0,46288	0,21458	0,01686	7,39538	0,47974
6,1377	7,17000	0,57822	0,21728	0,02113	7,38728	0,59935
6,2536	7,15670	0,69332	0,22026	0,02545	7,37696	0,71877
6,3694	7,14120	0,80811	0,22370	0,02977	7,36490	0,83788
6,4853	7,12320	0,92256	0,22750	0,03414	7,35070	0,95670
6,6011	7,10280	1,03660	0,23157	0,03858	7,33437	1,07518
6,717	7,08010	1,15020	0,23609	0,04298	7,31619	1,19318
6,8328	7,05510	1,26330	0,24101	0,04726	7,29611	
6,9487	7,02770	1,37590	0,24580		7,27350	1,42739
7,0645	6,99790	1,48790	0,25032		7,24822	1,54368
7,1804	6,96590	1,59920	0,25500	0,06014	7,22090	1,65934
7,2962	0,93150	1,70980	0,25940	0,06456	7,15090	1,77430
7,4121	0,89490	1,81970	0,26349	0,06902	7,15839	1,88872
1,5279	0,85590	1,92880	0,26766	0,07354	(,12356	2,00234

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
7,6438	6,81480	$2,\!03710$	$0,\!27161$	$0,\!07800$	7,08641	$2,\!11510$
7,7596	6,77130	$2,\!14450$	$0,\!27531$	0,08241	7,04661	$2,\!22691$
7,8755	6,72570	$2,\!25100$	$0,\!27853$	0,08690	7,00423	2,33790
7,9913	6,67780	$2,\!35650$	$0,\!28158$	0,09128	6,95938	2,44778
8,1072	6,62780	$2,\!46100$	$0,\!28441$	$0,\!09552$	6,91221	$2,\!55652$
8,223	6,57560	$2,\!56440$	$0,\!28653$	0,09942	6,86213	$2,\!66382$
8,3389	6,52130	$2,\!66680$	$0,\!28782$	$0,\!10304$	6,80912	2,76984
8,4547	6,46490	2,76790	0,28831	$0,\!10639$	6,75321	$2,\!87429$
8,5706	6,40640	$2,\!86790$	$0,\!28799$	$0,\!10941$	$6,\!69439$	2,97731
8,6864	6,34580	$2,\!96670$	0,28688	0,11218	$6,\!63268$	3,07888
8,8023	$6,\!28310$	3,06410	$0,\!28518$	$0,\!11474$	6,56828	$3,\!17884$
8,9181	6,21850	$3,\!16030$	0,28241	$0,\!11673$	6,50091	$3,\!27703$
9,034	$6,\!15190$	$3,\!25500$	$0,\!27879$	$0,\!11835$	6,43069	$3,\!37335$
9,1498	6,08330	$3,\!34840$	$0,\!27412$	$0,\!11953$	$6,\!35742$	3,46793
9,2657	6,01280	$3,\!44040$	0,26822	0,08697	$6,\!28102$	$3,\!52737$
9,3815	5,94040	$3,\!53080$	0,26232	$0,\!12081$	6,20272	$3,\!65161$
9,4974	5,86620	$3,\!61970$	$0,\!25515$	$0,\!12089$	$6,\!12135$	3,74059
9,6132	5,79010	3,70710	$0,\!24720$	$0,\!12068$	6,03730	$3,\!82778$
9,7291	5,71220	3,79290	$0,\!23859$	$0,\!12015$	$5,\!95079$	$3,\!91305$
9,8449	$5,\!63260$	$3,\!87700$	0,23023	$0,\!11929$	5,86283	$3,\!99629$
9,9608	$5,\!55120$	$3,\!95950$	0,22238	$0,\!11822$	5,77358	4,07772
10,077	5,46810	4,04020	$0,\!21493$	$0,\!11702$	$5,\!68303$	$4,\!15722$
$10,\!192$	5,38340	$4,\!11920$	0,20770	$0,\!11556$	$5,\!59110$	$4,\!23476$
$10,\!655$	5,02760	4,41450	$0,\!18329$	$0,\!10845$	$5,\!21089$	4,52295
11,117	4,65770	4,69140	0,16576	0,09895	4,82346	4,79035

Таблица А.3.2. В случае миопии

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
0	4,65040	-4,68460	0,17097	-0,10434	4,82137	-4,78894
0,46438	5,02650	-4,41220	$0,\!18589$	-0,11297	5,21239	-4,52517
0,92875	5,38530	-4,11750	0,21237	-0,12005	$5,\!59767$	-4,23755
0,96959	5,41530	-4,08980	$0,\!21532$	-0,12059	$5,\!63062$	-4,21039
1,0104	5,44520	-4,06190	0,21829	-0,12112	$5,\!66349$	-4,18302
1,116	5,52140	-3,98880	$0,\!22646$	-0,12247	5,74786	-4,11127
1,2216	$5,\!59610$	-3,91430	$0,\!23504$	-0,12372	$5,\!83114$	-4,03802
1,3271	5,66950	-3,83840	0,24432	-0,12485	5,91382	-3,96325
1,4327	5,74140	-3,76110	0,25402	-0,12599	$5,\!99542$	-3,88709
1,5383	5,81190	$-3,\!68250$	0,26222	-0,12676	6,07412	-3,80926
1,6438	5,88080	$-3,\!60250$	0,26937	-0,12696	6,15017	-3,72946
1,7494	5,94820	-3,52130	$0,\!27532$	-0,12693	$6,\!22352$	$-3,\!64823$
1,855	6,01410	-3,43880	$0,\!28077$	-0,12662	$6,\!29487$	-3,56542
1,9382	6,06490	-3,37280	$0,\!28427$	-0,12607	$6,\!34917$	-3,49887
2,0215	6,11470	-3,30620	$0,\!28736$	-0,12538	6,40206	-3,43158
2,1164	6,17030	-3,22920	$0,\!29012$	-0,12416	6,46042	-3,35336
2,2114	6,22460	-3,15130	0,29227	-0,12256	6,51687	-3,27386
2,3063	6,27760	-3,07250	$0,\!29371$	-0,12060	$6,\!57131$	-3,19310
2,4013	6,32920	-2,99280	$0,\!29472$	-0,11839	$6,\!62392$	-3,11119
2,4962	6,37950	-2,91230	$0,\!29503$	-0,11604	$6,\!67453$	-3,02834
2,5912	6,42840	-2,83090	$0,\!29483$	-0,11347	6,72323	-2,94437
2,6861	6,47580	-2,74870	$0,\!29404$	-0,11072	6,76984	-2,85942
2,7811	6,52190	-2,66560	$0,\!29270$	-0,10777	6,81460	-2,77337
2,9068	6,58080	-2,55450	$0,\!28987$	-0,10331	6,87067	-2,65781
3,0326	6,63710	-2,44210	$0,\!28642$	-0,09824	6,92352	-2,54034
3,2012	6,70860	-2,28940	0,28186	-0,09140	6,99046	-2,38080

S	Y_n	Z_n	σ_V	σ_Z	Y	Z
3.3698	6.77550	-2.13450	0.27678	-0.08451	7.05228	-2.21901
3,5385	6.83760	-1,97780	0.27105	-0,07772	7.10865	-2,05552
3,7071	6.89500	-1.81920	0.26481	-0.07096	7.15981	-1.89016
3,8754	6,94750	-1,65940	0.25816	-0.06415	7.20566	-1,72355
4,0436	6.99510	-1,49800	0.25073	-0.05741	7.24583	-1,55541
4,191	7,03280	-1,35550	0,24403	-0,05159	7,27683	-1,40709
4,3384	7.06670	-1,21200	0.23712	-0,04551	7.30382	-1,25751
4,4859	7.09690	-1,06770	0.23091	-0.03929	7,32781	-1,10699
4,6333	7,12320	-0,92263	0,22562	-0,03321	7,34882	-0,95584
4,7386	7.13960	-0,81858	0,22244	-0.02898	7.36204	-0.84756
4,844	7,15410	-0,71425	0,21955	-0,02486	7,37365	-0,73911
4,8966	7.16060	-0.66198	0.21836	-0,02283	7.37896	-0.68481
4,9493	7,16660	-0,60966	0,21722	-0,02084	7,38382	-0,63050
5,002	7,17210	-0,55728	0,21621	-0,01888	7,38831	-0,57616
5,0546	7,17710	-0,50485	0,21531	-0,01694	7,39241	-0,52179
5,0757	7,17900	-0,48387	0,21499	-0,01617	7,39399	-0,50004
5,0968	7,18080	-0,46289	0,21470	-0,01540	7,39550	-0,47829
5,1547	7,18530	-0,40513	0,21396	-0,01332	7,39926	-0,41845
5,2126	7,18920	-0,34734	0,21334	-0,01126	7,40254	-0,35860
5,2705	7,19250	-0,28951	0,21294	-0,00923	7,40544	-0,29874
5,3285	7,19520	-0,23164	0,21277	-0,00728	7,40797	-0,23892
5,4443	7,19880	-0,11585	0,21248	-0,00342	7,41128	-0,11927
5,5602	7,20000	0,00000	0,21290	0,00031	7,41290	0,00031
5,676	7,19880	0,11585	0,21246	0,00407	7,41126	0,11992
5,7919	7,19520	0,23164	0,21221	0,00804	7,40741	0,23968
5,8498	7,19250	0,28951	0,21243	0,01008	7,40493	0,29959
5,9077	7,18920	0,34734	0,21276	0,01216	7,40196	0,35950
5,9657	7,18530	0,40513	0,21347	0,01426	7,39877	0,41939
6,0236	7,18080	0,46289	0,21424	0,01636	7,39504	0,47925
6,0446	7,17900	0,48387	0,21455	0,01714	7,39355	0,50101
6,0657	7,17710	0,50485	0,21491	0,01793	7,39201	0,52278
6,1184	7,17210	0,55728	0,21587	0,01989	7,38797	0,57717
6,171	7,16660	0,60966	0,21691	0,02187	7,38351	0,63153
6,2237	7,16060	0,66198	0,21817	0,02388	7,37877	0,68586
6,2764	7,15410	0,71425	0,21942	0,02588	7,37352	0,74013
6,3817	7,13960	0,81858	0,22250	0,02999	7,36210	0,84857
6,4871	7,12320	0,92263	$0,\!22570$	0,03417	7,34890	0,95680
6,6345	7,09620	1,06760	0,23144	0,04013	7,32764	1,10773
6,7819	7,06670	1,21200	0,23750	0,04586	7,30420	1,25786
6,9293	7,03280	1,35550	0,24384	$0,\!05154$	7,27664	1,40704
7,0767	6,99510	1,49800	0,25003	$0,\!05724$	7,24513	1,55524
7,245	6,94680	$1,\!65910$	0,25754	0,06417	7,20434	1,72327
7,4132	6,89500	1,81920	0,26490	0,07096	7,15990	1,89016
7,5818	6,83740	1,97770	0,27260	0,07800	7,11000	2,05570
7,7505	6,77550	$2,\!13450$	0,27937	0,08470	7,05487	2,21920
7,9191	6,70750	2,28890	0,28472	0,09125	6,99222	2,38015
8,0877	6,63710	2,44210	0,28913	0,09725	6,92623	2,53935
8,2135	6,58040	2,55430	0,29149	0,10166	6,87189	2,65596
8,3392	6,52190	2,66560	0,29309	0,10585	6,81499	2,77145
8,4342	6,47580	2,74870	0,29375	0,10902	6,76955	2,85772
8,5291	6,42840	2,83090	0,29417	0,11203	6,72257	2,94293
8,624	6,37950	2,91230	0,29425	0,11469	6,67375	3,02699
8,719	6,32920	2,99280	0,29426	0,11722	6,62346	3,11002
8,8139	6,27760	3,07250	0,29320	0,11923	6,57080	3,19173
8,9089	6,22460	3,15130	0,29163	0,12111	6,51623	3,27241

_							
ſ	S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
ſ	9,0038	$6,\!17030$	3,22920	0,28924	0,12252	6,45954	3,35172
	9,0988	6,11470	$3,\!30620$	0,28642	$0,\!12371$	6,40112	$3,\!42991$
	$9,\!182$	6,06490	$3,\!37280$	0,28344	$0,\!12450$	6,34834	$3,\!49730$
	9,2653	6,01410	$3,\!43880$	0,28022	0,12511	6,29432	3,56391
	9,3709	5,94820	3,52130	0,27516	0,12555	6,22336	$3,\!64685$
	9,4764	5,88080	$3,\!60250$	0,26958	$0,\!12557$	6,15038	3,72807
	$9,\!582$	5,81110	$3,\!68180$	0,26305	0,12529	6,07415	$3,\!80709$
ĺ	9,6876	5,74140	3,76110	0,25609	$0,\!12462$	5,99749	$3,\!88572$
	9,7931	5,66940	$3,\!83840$	0,24831	$0,\!12357$	5,91771	3,96197
ĺ	9,8987	$5,\!59610$	$3,\!91430$	0,23958	0,12215	5,83568	4,03645
	$10,\!004$	5,52140	$3,\!98880$	0,23006	0,12042	5,75146	$4,\!10922$
ĺ	$10,\!11$	5,44520	4,06190	0,22082	$0,\!11855$	5,66602	$4,\!18045$
	$10,\!151$	5,41530	4,08980	0,21760	0,11791	$5,\!63290$	$4,\!20771$
ĺ	$10,\!192$	5,38530	$4,\!11750$	0,21452	$0,\!11722$	5,59982	4,23472
	$10,\!656$	5,02650	4,41220	0,18335	0,10836	5,20985	4,52056
	$11,\!12$	4,65040	$4,\!68460$	0,16754	0,10054	4,81794	4,78514

Таблица	A.3.3.	в	случае	гиперметропия	1
таолица	11.0.0.		cory rue	I mucpmer points	-

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
0	4,65040	-4,68460	0,18199	-0,07857	4,83239	-4,76317
0,46433	5,02560	-4,41110	0,20226	-0,08403	5,22786	-4,49513
0,92867	5.38530	-4,11750	0.24281	-0,09495	5.62811	-4,21245
0.96951	5,41530	-4,08980	0.24765	-0,09610	5.66295	-4,18590
1.0103	5.44520	-4.06190	0.25264	-0.09738	5.69784	-4.15928
1.1159	5.52140	-3.98880	0.26408	-0.10025	5.78548	-4.08905
1.2215	5.59610	-3.91430	0.27450	-0.10290	5.87060	-4.01720
1.3271	5.66950	-3.83840	0.28401	-0.10515	5.95351	-3.94355
1,4326	5.74140	-3.76110	0.29325	-0.10705	6.03465	-3.86815
1,5382	5.81160	-3,68230	0.30166	-0,10858	6,11326	-3,79088
1,6438	5,88080	-3,60250	0,30964	-0,10975	6,19044	-3,71225
1,7493	5,94820	-3,52130	0.31710	-0,11046	6.26530	-3,63176
1,8549	6,01410	-3,43880	0.32402	-0,11084	6.33812	-3,54964
1.9381	6.06490	-3.37280	0.32897	-0.11093	6.39387	-3.48373
2.0214	6.11470	-3.30620	0.33360	-0.11079	6.44830	-3.41699
2.1164	6.17030	-3.22920	0.33861	-0.11037	6.50891	-3.33957
2.2113	6.22460	-3.15130	0.34334	-0.10980	6.56794	-3.26110
2,3062	6.27760	-3.07250	0.34765	-0,10909	6.62525	-3,18159
2,4012	6,32920	-2,99280	0.35158	-0,10824	6.68078	-3,10104
2,4961	6,37950	-2,91230	0,35507	-0,10728	6,73457	-3,01958
2,5911	6,42840	-2,83090	0,35824	-0,10620	6,78664	-2,93710
2,686	6,47580	-2,74870	0,36093	-0,10506	6,83673	-2,85376
2,781	6,52190	-2,66560	0,36290	-0,10371	6,88480	-2,76931
2,9067	6,58030	-2,55430	0,36397	-0,10160	6,94427	-2,65590
3,0325	6,63710	-2,44210	0,36388	-0,09894	7,00098	-2,54104
3,2011	6,70630	-2,28830	0,36078	-0,09482	7,06708	-2,38312
3,3697	6,77550	-2,13450	0,35519	-0,08934	7,13069	-2,22384
3,5383	6,83760	-1,97780	0,34779	-0,08287	$7,\!18539$	-2,06067
3,707	6,89500	-1,81920	0,33872	-0,07590	7,23372	-1,89510
3,8752	6,94750	-1,65940	0,32905	-0,06834	7,27655	-1,72774
4,0435	6,99510	-1,49800	0,31912	-0,06068	7,31422	-1,55868
4,1909	7,03280	-1,35550	0,31080	-0,05401	7,34360	-1,40951
4,3383	7,06670	-1,21200	0,30337	-0,04744	7,37007	-1,25944
4,4857	7,09690	-1,06770	$0,\!29665$	-0,04114	7,39355	-1,10884
4,6332	7,12320	-0,92263	$0,\!29057$	-0,03506	7,41377	-0,95769
4,7385	7,13960	-0,81858	$0,\!28644$	-0,03082	7,42604	-0,84940
4,8438	7,15410	-0,71425	0,28283	-0,02664	7,43693	-0,74089
4,8965	7,16060	-0,66198	$0,\!28115$	-0,02458	7,44175	-0,68656
4,9492	7,16660	-0,60966	0,27959	-0,02252	7,44619	-0,63218
5,0018	7,17210	-0,55728	0,27808	-0,02054	7,45018	-0,57782
5,0545	7,17710	-0,50485	0,27669	-0,01853	7,45379	-0,52338
5,0756	7,17900	-0,48387	0,27618	-0,01772	7,45518	-0,50159
5,0966	7,18080	-0,46289	$0,\!27570$	-0,01692	7,45650	-0,47981
5,1546	7,18530	-0,40513	$0,\!27449$	-0,01471	$7,\!45979$	-0,41984
5,2125	7,18920	-0,34734	$0,\!27345$	-0,01250	7,46265	-0,35984
5,2704	7,19250	-0,28951	$0,\!27259$	-0,01031	7,46509	-0,29982
5,3283	7,19520	-0,23164	$0,\!27193$	-0,00814	7,46713	-0,23978
5,4442	7,19880	-0,11585	0,27108	-0,00382	7,46988	-0,11967
5,56	7,20000	0,00000	0,27083	0,00044	7,47083	0,00044
5,6759	7,19880	$0,\!11585$	0,27077	0,00468	7,46957	0,12053
5,7917	7,19520	0,23164	$0,\!27153$	0,00902	7,46673	0,24066
5,8497	7,19250	0,28951	0,27222	0,01126	7,46472	0,30077
S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------
5,9076	7,18920	0,34734	0,27305	0,01349	7,46225	0,36083
5,9655	7,18530	0,40513	0,27411	0,01575	$7,\!45941$	0,42088
6,0235	7,18080	0,46289	0,27534	0,01802	$7,\!45614$	$0,\!48091$
6,0445	7,17900	$0,\!48387$	$0,\!27582$	0,01885	$7,\!45482$	0,50272
6,0656	7,17710	0,50485	0,27632	0,01969	$7,\!45342$	0,52454
6,1182	7,17210	0,55728	$0,\!27770$	0,02178	$7,\!44980$	0,57906
6,1709	7,16660	0,60966	0,27919	0,02389	$7,\!44579$	$0,\!63355$
6,2236	7,16060	0,66198	0,28090	0,02598	$7,\!44150$	$0,\!68796$
6,2762	7,15410	0,71425	0,28263	0,02804	$7,\!43673$	0,74229
6,3816	7,13960	0,81858	$0,\!28642$	0,03217	$7,\!42602$	$0,\!85075$
6,4869	$7,\!12320$	0,92263	$0,\!29045$	0,03642	$7,\!41365$	$0,\!95905$
6,6343	7,09690	1,06770	$0,\!29703$	0,04260	7,39393	$1,\!11030$
6,7818	7,06670	$1,\!21200$	$0,\!30428$	0,04892	$7,\!37098$	$1,\!26092$
6,9292	7,03280	$1,\!35550$	0,31231	$0,\!05541$	$7,\!34511$	$1,\!41091$
7,0766	$6,\!99510$	$1,\!49800$	0,32004	0,06197	$7,\!31514$	$1,\!55997$
7,2449	6,94750	$1,\!65940$	0,33002	0,06969	$7,\!27752$	1,72909
7,4131	6,89500	$1,\!81920$	0,33962	$0,\!07723$	$7,\!23462$	$1,\!89643$
7,5817	6,83760	$1,\!97780$	0,34846	0,08420	$7,\!18606$	2,06200
7,7504	6,77550	$2,\!13450$	0,35582	$0,\!09047$	$7,\!13132$	$2,\!22497$
$7,\!919$	6,70860	$2,\!28940$	0,36174	$0,\!09575$	$7,\!07034$	$2,\!38515$
8,0877	6,63710	2,44210	0,36473	0,10018	7,00183	2,54228
8,2134	$6,\!58080$	$2,\!55450$	0,36487	$0,\!10294$	$6,\!94567$	$2,\!65744$
8,3391	6,52190	$2,\!66560$	0,36343	$0,\!10516$	6,88533	2,77076
8,4341	$6,\!47580$	2,74870	0,36117	$0,\!10657$	$6,\!83697$	$2,\!85527$
$8,\!529$	6,42840	$2,\!83090$	0,35864	$0,\!10787$	6,78704	$2,\!93877$
$8,\!624$	$6,\!37950$	$2,\!91230$	0,35563	$0,\!10901$	6,73513	$3,\!02131$
8,7189	6,32920	$2,\!99280$	$0,\!35231$	0,11007	$6,\!68151$	$3,\!10287$
8,8139	$6,\!27760$	$3,\!07250$	0,34858	$0,\!11090$	$6,\!62618$	$3,\!18340$
8,9088	$6,\!22460$	$3,\!15130$	$0,\!34440$	$0,\!11158$	6,56900	3,26288
9,0038	$6,\!17030$	$3,\!22920$	0,33990	$0,\!11208$	$6,\!51020$	$3,\!34128$
9,0987	$6,\!11470$	$3,\!30620$	0,33505	$0,\!11238$	$6,\!44975$	$3,\!41858$
$9,\!182$	6,06490	$3,\!37280$	$0,\!33045$	$0,\!11246$	$6,\!39535$	$3,\!48526$
9,2652	6,01410	$3,\!43880$	$0,\!32576$	$0,\!11246$	6,33986	$3,\!55126$
9,3708	$5,\!94820$	$3,\!52130$	0,31901	$0,\!11196$	$6,\!26721$	$3,\!63326$
9,4764	$5,\!88080$	$3,\!60250$	0,31222	$0,\!11125$	$6,\!19302$	3,71375
9,5819	$5,\!81190$	$3,\!68250$	0,30393	0,10981	$6,\!11583$	3,79231
9,6875	5,74140	3,76110	$0,\!29555$	0,10818	6,03695	3,86928
9,7931	$5,\!66950$	$3,\!83840$	$0,\!28567$	$0,\!10605$	$5,\!95517$	$3,\!94445$
9,8986	$5,\!59610$	$3,\!91430$	$0,\!27578$	$0,\!10383$	$5,\!87188$	4,01813
$10,\!004$	$5,\!52140$	$3,\!98880$	0,26442	$0,\!10113$	5,78582	4,08993
$10,\!11$	$5,\!44520$	4,06190	0,25353	0,09853	$5,\!69873$	$4,\!16043$
$10,\!151$	$5,\!41530$	4,08980	0,24969	$0,\!09755$	$5,\!66499$	$4,\!18735$
$10,\!191$	5,38530	$4,\!11750$	0,24606	0,09650	$5,\!63136$	$4,\!21400$
$10,\!656$	5,02650	4,41220	0,20166	0,08534	$5,\!22816$	$4,\!49754$
$11,\!12$	$4,\!65040$	$4,\!68460$	$0,\!18275$	0,07879	$4,\!83315$	4,76339

Таблица А.3.4. В случае гиперметропия 2

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
0	4,65040	-4,68460	0,16994	-0,10282	4,82034	-4,78742
0,46433	5,02560	-4,41110	0,19029	-0,10906	5,21589	-4,52016
0,92867	5,38530	-4,11750	0,23098	-0,12153	5,61628	-4,23903
0,96951	5,41530	-4,08980	0,23538	-0,12284	5,65068	-4,21264
1,0103	5,44520	-4,06190	0,23972	-0,12419	$5,\!68492$	-4,18609
1,1159	5,52140	-3,98880	0,24983	-0,12740	5,77123	-4,11620

C	V	7	_	_	V	7
5	Y _p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	<u></u>
1,2215	5,59610	-3,91430	0,25940	-0,13036	5,85550	-4,04466
1,3271	5,66950	-3,83840	0,26777	-0,13241	5,93727	-3,97081
1,4326	5,74140	-3,76110	0,27599	-0,13436	6,01739	-3,89546
1,5382	5,81160	-3,08230	0,28303	-0,13558	0,09403	-3,81788
1,0438 1.7402	5,88080	-3,00250	0,28967	-0,13049	0,17047	-3,73899
1,7493	5,94820	-3,52130	0,29547	-0,13097	0,24307	-3,03827
1,8549	6,01410	-3,43880	0,30043	-0,13090	0,31453	-3,57570
1,9381	0,00490 6 11470	-3,37280	0,30332	-0,13040	0,30822 6 49029	-3,20920
2,0214	0,11470	-3,30020	0,30302	-0,13304	0,42032	-3,44184
2,1104	6,17030	-3,22920	0,30744	-0,13420 0.12254	0,4///4	-3,30340
2,2115	6.27760	-3,10130	0,30871	-0,15254	0,00001	-3,20304
2,3002	6 22020	-3,07230	0,30923	0.10794	0,00000	-3,20289
2,4012	6 2 7 0 5 0	-2,99200	0,30924	0.12704	6 6 9 7 9 6	2 02725
2,4901	6 42840	2,91230	0,30630	-0,12490 0.19164	6 73525	-3,03723
2,0911	6 47580	-2,83090 2,74870	0,30083	-0,12104 0.11706	6 78073	2,95254
2,080	6 52100	2,14010	0,30493	-0,11790 0.11407	6 82468	-2,80000 2 77067
2,701	6 5 8 0 3 0	2,00000	0,30278	0.10881	6 87060	2,11301
2,9007	6.63710	-2,00400	0,29930	-0,10301	6 03242	2,00311
3,0525 3,0011	6 70630	-2,44210 2 28830	0,29002	-0,10340	6 00/83	2,04000
3 3607	6 77550	-2,20050 2 1 3 4 5 0	0,20000	0.08836	7 05710	2,00401
3,5097	6.83760	-2,13450 -1.97780	0,28109 0.27463	-0,08050	7 11993	-2,22200
3 707	6 89500	-1,51100	0,27405	-0.07304	7,11220	-1 80224
3,707	6 94750	-1,81920	0,20091	-0.06546	7,10191	-1,03224 -1,72486
4 0435	6 99510	-1 49800	0,25000	-0.05828	7,20050	-1,72400 -1,55628
4 1909	7 03280	-1,35550	0,20000	-0.05211	7 27673	-1,00020
4 3383	7.06670	-1 21200	0,21000 0.23697	-0.04600	7 30367	-1 25800
4 4857	7,00010	-1.06770	0,23081	-0.03964	7,30001	-1.10734
4 6332	7,00000 712320	-0.92263	0,20001 0.22529	-0.03350	7 34849	-0.95613
4 7385	7 1 3 9 6 0	-0.81858	0,22182	-0.02930	7 36142	-0.84788
4.8438	7.15410	-0.71425	0.21860	-0.02527	7.37270	-0.73952
4.8965	7.16060	-0.66198	0.21715	-0.02329	7.37775	-0.68527
4.9492	7.16660	-0.60966	0.21577	-0.02133	7.38237	-0.63099
5.0018	7.17210	-0.55728	0.21443	-0.01940	7.38653	-0.57668
5,0545	7,17710	-0,50485	0.21319	-0,01744	7.39029	-0.52229
5.0756	7.17900	-0.48387	0.21273	-0.01664	7.39173	-0.50051
5.0966	7.18080	-0.46289	0.21230	-0.01585	7.39310	-0.47874
5,1546	7.18530	-0,40513	0.21120	-0.01367	7.39650	-0,41880
5,2125	7.18920	-0,34734	0.21026	-0,01152	7.39946	-0,35886
5,2704	7,19250	-0,28951	0,20946	-0,00936	7,40196	-0,29887
5,3283	7,19520	-0,23164	0,20884	-0,00724	7,40404	-0,23888
5,4442	7,19880	-0,11585	0,20805	-0,00307	7,40685	-0,11892
5,56	7,20000	0,00000	0,20784	0,00108	7,40784	0,00108
5,6759	7,19880	0,11585	0,20785	0,00524	7,40665	0,12109
5,7917	7,19520	0,23164	0,20864	0,00946	7,40384	0,24110
5,8497	7,19250	0,28951	0,20929	0,01162	7,40179	0,30113
5,9076	7,18920	0,34734	0,21012	0,01379	7,39932	0,36113
5,9655	7,18530	0,40513	0,21114	0,01596	7,39644	0,42109
6,0235	7,18080	0,46289	0,21230	0,01814	7,39310	0,48103
6,0445	7,17900	0,48387	0,21275	0,01894	7,39175	0,50281
6,0656	7,17710	0,50485	0,21323	0,01975	7,39033	0,52460
6,1182	7,17210	0,55728	0,21454	0,02176	7,38664	0,57904
6,1709	7,16660	0,60966	0,21598	0,02377	7,38258	$0,\!63343$
6,2236	7,16060	0,66198	0,21753	0,02576	7,37813	0,68774
6,2762	7,15410	0,71425	0,21914	0,02776	$7,\!37324$	0,74201

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
6,3816	7,13960	0,81858	0,22261	0,03181	7,36221	0,85039
6,4869	$7,\!12320$	$0,\!92263$	$0,\!22635$	0,03595	$7,\!34955$	$0,\!95858$
6,6343	7,09690	1,06770	0,23198	0,04192	7,32888	$1,\!10962$
6,7818	7,06670	$1,\!21200$	0,23813	0,04802	$7,\!30483$	$1,\!26002$
6,9292	7,03280	$1,\!35550$	0,24472	0,05412	$7,\!27752$	1,40962
7,0766	$6,\!99510$	$1,\!49800$	$0,\!25182$	0,06029	$7,\!24692$	$1,\!55829$
7,2449	$6,\!94750$	$1,\!65940$	0,25982	0,06740	$7,\!20732$	1,72680
7,4131	6,89500	$1,\!81920$	0,26749	0,07481	7,16249	$1,\!89401$
7,5817	6,83760	$1,\!97780$	$0,\!27519$	0,08260	$7,\!11279$	2,06040
7,7504	6,77550	$2,\!13450$	$0,\!28245$	0,09036	7,05795	$2,\!22486$
$7,\!919$	6,70860	$2,\!28940$	$0,\!28940$	0,09788	$6,\!99800$	$2,\!38728$
8,0877	$6,\!63710$	$2,\!44210$	$0,\!29539$	$0,\!10555$	6,93249	$2,\!54765$
8,2134	$6,\!58080$	$2,\!55450$	$0,\!29947$	$0,\!11129$	$6,\!88027$	$2,\!66579$
8,3391	$6,\!52190$	$2,\!66560$	0,30295	$0,\!11696$	$6,\!82485$	2,78256
8,4341	$6,\!47580$	2,74870	0,30598	$0,\!12090$	6,78178	$2,\!86960$
$8,\!529$	6,42840	$2,\!83090$	0,30821	$0,\!12449$	6,73661	$2,\!95539$
8,624	$6,\!37950$	$2,\!91230$	0,30976	$0,\!12773$	$6,\!68926$	$3,\!04003$
8,7189	6,32920	$2,\!99280$	0,31053	$0,\!13067$	$6,\!63973$	$3,\!12347$
8,8139	$6,\!27760$	$3,\!07250$	0,31071	$0,\!13316$	$6,\!58831$	$3,\!20566$
8,9088	$6,\!22460$	$3,\!15130$	$0,\!31017$	$0,\!13529$	$6{,}53477$	$3,\!28659$
9,0038	$6,\!17030$	$3,\!22920$	0,30896	$0,\!13703$	$6,\!47926$	3,36623
9,0987	$6,\!11470$	$3,\!30620$	0,30711	$0,\!13834$	6,42181	$3,\!44454$
$9,\!182$	6,06490	$3,\!37280$	0,30496	$0,\!13912$	6,36986	3,51192
9,2652	6,01410	$3,\!43880$	0,30241	$0,\!13962$	6,31651	3,57842
9,3708	$5,\!94820$	$3,\!52130$	$0,\!29797$	$0,\!13967$	$6,\!24617$	$3,\!66097$
9,4764	$5,\!88080$	$3,\!60250$	$0,\!29300$	$0,\!13922$	$6,\!17380$	3,74172
9,5819	$5,\!81190$	$3,\!68250$	$0,\!28652$	$0,\!13802$	6,09842	$3,\!82052$
$9,\!6875$	5,74140	3,76110	$0,\!27978$	$0,\!13647$	6,02118	$3,\!89757$
9,7931	$5,\!66950$	$3,\!83840$	$0,\!27097$	$0,\!13406$	$5,\!94047$	$3,\!97246$
9,8986	$5,\!59610$	$3,\!91430$	0,26118	$0,\!13147$	$5,\!85728$	$4,\!04577$
$10,\!004$	$5,\!52140$	$3,\!98880$	$0,\!25081$	$0,\!12863$	5,77221	$4,\!11743$
$10,\!11$	$5,\!44520$	4,06190	0,24035	$0,\!12571$	$5,\!68555$	$4,\!18761$
$10,\!151$	$5,\!41530$	$4,\!08980$	0,23649	$0,\!12459$	$5,\!65179$	$4,\!21439$
$10,\!191$	$5,\!38530$	$4,\!11750$	0,23283	$0,\!12346$	$5,\!61813$	$4,\!24096$
$10,\!656$	$5,\!02650$	4,41220	$0,\!18963$	0,11102	$5,\!21613$	4,52322
$11,\!12$	$4,\!65040$	4,68460	0,17144	0,10342	4,82184	4,78802

Таблица А.3.5. В случае гиперметропия 3

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
0	$4,\!65770$	-4,69140	$0,\!18090$	-0,07511	4,83860	-4,76651
0,4621	5,02760	-4,41450	$0,\!20005$	-0,08113	$5,\!22765$	-4,49563
0,92444	$5,\!38340$	$-4,\!11920$	$0,\!23905$	-0,09091	$5,\!62245$	-4,21011
1,0403	5,46810	-4,04020	$0,\!25058$	-0,09381	5,71868	-4,13401
1,1561	$5,\!55120$	-3,95950	0,26209	-0,09658	$5,\!81329$	-4,05608
1,272	$5,\!63260$	-3,87700	$0,\!27312$	-0,09921	$5,\!90572$	-3,97621
1,3878	5,71220	-3,79290	$0,\!28392$	-0,10174	$5,\!99612$	-3,89464
1,5037	5,79010	-3,70710	$0,\!29438$	-0,10404	6,08448	-3,81114
1,6195	5,86620	$-3,\!61970$	0,30390	-0,10592	6,17010	-3,72562
1,7354	$5,\!94040$	-3,53080	$0,\!31244$	-0,10732	$6,\!25284$	-3,63812
1,8512	6,01280	-3,44040	$0,\!31997$	-0,10822	6,33277	-3,54862
1,9671	6,08330	-3,34840	$0,\!32658$	-0,10873	6,40988	-3,45713
2,0829	$6,\!15190$	-3,25500	$0,\!33219$	-0,10875	$6,\!48409$	-3,36375
2,1988	$6,\!21850$	-3,16030	$0,\!33663$	-0,10817	$6,\!55513$	-3,26847
2,3146	$6,\!28310$	-3,06410	$0,\!33987$	-0,10689	$6,\!62297$	-3,17099

S	Y_n	Z_n	σ_{Y}	σ_Z	Y	Z
2.4305	6.34580	-2.96670	0.34162	-0.10495	6.68742	-3.07165
2.5463	6.40640	-2.86790	0.34224	-0.10235	6.74864	-2.97025
2.6622	6.46490	-2.76790	0.34179	-0.09925	6.80669	-2.86715
2.778	6.52130	-2.66680	0.34049	-0.09564	6.86179	-2.76244
2 8939	6 5 7 5 6 0	-256440	0.33802	-0.09155	6 91362	-2 65595
3 0097	6 62780	-2.46100	0.33474	-0.08688	6 96254	-2 54788
3 1256	6 67780	-2.35650	0.33074	-0.08212	7 00854	-2 43862
3,2414	6 72570	-2.25100	0.32659	-0.07725	7 05229	-2,32825
3,3573	6 77130	-2.14450	0.32229	-0.07238	7 09359	-2 21688
3 4731	6 81480	-2.03710	0,02220 0.31757	-0.06752	7 1 3 2 3 7	-2 10462
3 589	6 85590	-1 92880	0.31257	-0.06270	7 16847	-1 99150
3 7048	6 80/00	-1 81970	0.30755	-0.05804	7 20245	-1 87774
3 8207	6 93150	-1 70980	0,30705	-0.05353	7 2 3 3 9 7	-1 76333
3 0365	6 96590	-1 50020	0.20748	-0.04018	7 26338	-1 6/838
3,3500 4.0524	6 99790	-1,00020	0.20740	-0.04310	7 20034	-1,04050 -1,53974
4 1682	7 02770	1 37500	0,23244 0.28771	0.04060	7 31541	1 /1650
4,1002	7,02770	1 26330	0.28350	0.03644	7 33860	1,41050 1 20074
4,2041	7,00010	1,20550	0,20559 0.27051	0.03245	7,35061	1 1 8 9 6 5
4,5999	7,00010	1.03660	0,27901	-0,03245 0.02857	7,35901	1,10200
4,0100	7,10280	-1,03000	0,27309	-0,02857	7 30567	-1,00517
4,0310	7,12320	-0,92230	0,27247	-0,02400	7,39307	0.99052
4,7475	7,14120	-0,00011	0,20920	-0,02142	7,41040	-0,02900 0.71150
4,0033	7,15070	0 5 7999	0,20021	-0,01010	7,42291	-0,71150
4,9792	7,12000	0.46288	0,20352	-0,01490	7,40002	0.47457
5,095	7,10000	0.24722	0,20090	-0,01109	7,44170	0.25575
5 3267	7,10920	-0,34733	0,20090	-0,00842	7,44010	-0,30070
5 4426	7,19520	0.11584	0,25742	-0,00319	7,45202	-0,23003 0.11789
5 5594	7,19000	0,00000	0,25505	-0,00138	7,40020	0.00118
5 6743	7,20000	0,00000	0,20090	0,00118	7,45395	0,00118
5 7001	7,19000	0,11004	0,20009	0,00430	7,45405	0,12020
5 006	7,19520	0,23104 0.34733	0,20034 0.25772	0,00703	7,40104	0,25927
6 0218	7,10020	0,04733	0,25772	0.01/38	7,44032	0,35052 0.47726
6,0210 6,1377	7,13030	0,40200 0.57822	0,20949	0.01438	7,44023	0,47720
6 2536	7,17000	0,01022	0,20203 0.26478	0.02101	7,40200	0,00000
6 3604	7,10070	0,03552	0,20410	0.02101	7 40024	0,71400
6 4853	7,14120	0,00011	0.20004	0.02433	7 30/83	0,05200
6 6011	7,12320	1.03660	0,27103	0.02169	7,35403	1.06810
6 71 7	7,10280	1,03000	0,27070	0.03541	7 35005	1 1 8561
6 9229	7,00010	1,10020	0,27900	0,03036	7 3 3 0 3 3 0	1 30266
6.0487	7,00010	1,20550 1,37500	0,28424	0.03330	7,33334	1,30200
7 0645	6 00700	1,37330	0,20099	0.04751	7,0180	1,41300 1.53541
7,0045	6.06500	1,40790	0,29392	0.04751	7.29102	1,55041
7,1004	6.03150	1,59920	0,29900	0,05178	7,20495	1,05098
7,2902	6 80400	1,70980	0,30448	0,00000	7,20090	1,70010
7,4121	6 85500	1,01970	0,30980	0,00007	7,20470	1,00007
7.6439	6 81 480	1,92000 2.03710	0,31478	0,00000	7 1 2 4 2 9	2 10756
7 7506	6 77120	2,03710	0,01904	0.07525	7.00520	2,10700 2,21085
7 8755	6 79570	2,14400	0,32400	0,07000	705330	2,21900 9 22120
7 001 2	6.67780	2,20100	0,32017	0,00030	7 01028	2,00100
8 1079	6 6 9 7 8 0	2,0000	0,33230		6 96/55	2,44170
8 222	6 5 7 5 6 0	2,40100	0,00070	0,09000	6 01583	2,00100
8 2220	6 5 2 1 2 0	2,00440	0.34023	0.009400	6 86201	2,00030
8 4547	6 4 6 4 9 0	2,00000	0.34380	0.102007	6 80870	2,10001
8 5706	6 40640	2,86700	0.34499	0 10510	6 75062	2,00000
8.6864	6.34580	2,96670	0.34337	0.10758	6.68917	3.07428
	, -,			-,	,	

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
8,8023	6,28310	$3,\!06410$	0,34131	0,10945	$6,\!62441$	$3,\!17355$
8,9181	6,21850	$3,\!16030$	0,33799	$0,\!11057$	$6,\!55649$	$3,\!27087$
9,034	$6,\!15190$	$3,\!25500$	0,33327	$0,\!11109$	$6,\!48517$	3,36609
9,1498	6,08330	$3,\!34840$	$0,\!32764$	0,11101	6,41094	$3,\!45941$
9,2657	6,01280	$3,\!44040$	0,32081	0,11036	6,33361	$3,\!55076$
9,3815	5,94040	$3,\!53080$	0,31283	$0,\!10922$	$6,\!25323$	$3,\!64002$
9,4974	5,86620	$3,\!61970$	0,30401	$0,\!10757$	$6,\!17021$	3,72727
9,6132	5,79010	3,70710	$0,\!29456$	$0,\!10575$	6,08466	$3,\!81285$
9,7291	5,71220	3,79290	$0,\!28454$	$0,\!10354$	$5,\!99674$	$3,\!89644$
9,8449	$5,\!63260$	$3,\!87700$	$0,\!27377$	0,10102	$5,\!90637$	3,97802
9,9608	$5,\!55120$	$3,\!95950$	0,26193	0,09821	5,81313	$4,\!05771$
10,077	5,46810	4,04020	0,24934	0,09527	5,71744	$4,\!13547$
10,192	$5,\!38340$	$4,\!11920$	$0,\!23805$	0,09249	$5,\!62145$	4,21169
10,655	5,02760	$4,\!41450$	$0,\!20045$	0,08288	$5,\!22805$	4,49738
11,117	$4,\!65770$	$4,\!69140$	$0,\!18128$	0,07668	4,83898	4,76808

Таблица А.3.6. В случае гиперметропия 4

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
0	4,65770	-4,69140	0,18302	-0,07670	4,84072	-4,76810
0,4621	5,02760	-4,41450	0,20424	-0,08260	$5,\!23184$	-4,49710
$0,\!92444$	$5,\!38340$	-4,11920	$0,\!24501$	-0,09370	$5,\!62841$	-4,21290
1,0403	5,46810	-4,04020	$0,\!25867$	-0,09730	5,72677	-4,13750
$1,\!1561$	$5,\!55120$	-3,95950	$0,\!27319$	-0,10115	5,82439	-4,06065
$1,\!272$	$5,\!63260$	-3,87700	$0,\!28514$	-0,10478	5,91774	-3,98178
1,3878	5,71220	-3,79290	$0,\!29617$	-0,10808	6,00837	-3,90098
1,5037	5,79010	-3,70710	0,30579	-0,11071	6,09589	-3,81781
$1,\!6195$	5,86620	-3,61970	$0,\!31427$	-0,11271	$6,\!18047$	-3,73241
1,7354	5,94040	-3,53080	$0,\!32170$	-0,11404	6,26210	$-3,\!64484$
1,8512	6,01280	-3,44040	0,32802	-0,11468	6,34082	-3,55508
1,9671	6,08330	-3,34840	0,33322	-0,11473	6,41652	-3,46313
2,0829	6,15190	-3,25500	$0,\!33740$	-0,11402	$6,\!48930$	-3,36902
$2,\!1988$	6,21850	-3,16030	0,34028	-0,11260	$6,\!55878$	-3,27290
2,3146	6,28310	-3,06410	0,34186	-0,11048	$6,\!62496$	-3,17458
2,4305	6,34580	-2,96670	0,34228	-0,10782	$6,\!68808$	-3,07452
2,5463	6,40640	-2,86790	0,34182	-0,10458	6,74822	-2,97248
2,6622	6,46490	-2,76790	$0,\!34027$	-0,10079	$6,\!80517$	-2,86869
2,778	6,52130	-2,66680	0,33770	-0,09660	6,85900	-2,76340
2,8939	6,57560	-2,56440	0,33435	-0,09190	6,90995	-2,65630
3,0097	6,62780	-2,46100	0,33058	-0,08700	6,95838	-2,54800
$3,\!1256$	6,67780	-2,35650	0,32644	-0,08200	7,00424	-2,43850
$3,\!2414$	6,72570	-2,25100	0,32223	-0,07710	7,04793	-2,32810
3,3573	6,77130	-2,14450	0,31787	-0,07220	7,08917	-2,21670
3,4731	6,81480	-2,03710	0,31337	-0,06750	7,12817	-2,10460
$3,\!589$	6,85590	-1,92880	0,30848	-0,06270	7,16438	-1,99150
3,7048	6,89490	-1,81970	0,30366	-0,05800	$7,\!19856$	-1,87770
3,8207	6,93150	-1,70980	$0,\!29890$	-0,05350	7,23040	-1,76330
3,9365	6,96590	-1,59920	$0,\!29408$	-0,04910	$7,\!25998$	-1,64830
4,0524	6,99790	-1,48790	$0,\!28930$	-0,04490	7,28720	-1,53280
4,1682	7,02770	-1,37590	0,28451	-0,04080	7,31221	-1,41670
4,2841	7,05510	-1,26330	$0,\!27974$	-0,03680	7,33484	-1,30010
4,3999	7,08010	-1,15020	0,27505	-0,03290	7,35515	-1,18310
4,5158	7,10280	-1,03660	0,27072	-0,02920	7,37352	-1,06580
4,6316	7,12320	-0,92256	0,26682	-0,02560	7,39002	-0,94816
4,7475	7,14120	-0,80811	0,26340	-0,02200	7,40460	-0,83011

S	Y_p	Z_p	σ_Y	σ_Z	Y	Z
4,8633	7,15670	-0,69332	0,26040	-0,01860	7,41710	-0,71192
4,9792	7,17000	-0,57822	$0,\!25753$	-0,01540	7,42753	-0,59362
5,095	7,18080	-0,46288	$0,\!25494$	-0,01220	7,43574	-0,47508
5,2109	7,18920	-0,34733	0,25285	-0,00912	7,44205	-0,35645
5,3267	$7,\!19520$	-0,23164	$0,\!25114$	-0,00601	7,44634	-0,23765
5,4426	7,19880	-0,11584	0,24985	-0,00283	7,44865	-0,11867
5,5584	7,20000	0,00000	0,24917	0,00038	7,44917	0,00038
5,6743	$7,\!19880$	0,11584	0,24912	0,00363	7,44792	0,11947
5,7901	$7,\!19520$	0,23164	0,24968	0,00690	7,44488	0,23854
5,906	7,18920	0,34733	$0,\!25110$	0,01020	7,44030	0,35753
6,0218	7,18080	0,46288	$0,\!25300$	0,01360	7,43380	0,47648
6,1377	7,17000	0,57822	$0,\!25578$	0,01690	7,42578	0,59512
6,2536	7,15670	0,69332	0,25911	0,02030	7,41581	0,71362
6,3694	7,14120	0,80811	0,26245	0,02370	7,40365	0,83181
6,4853	7,12320	0,92256	0,26611	0,02700	7,38931	0,94956
6,6011	7,10280	1,03660	0,26993	0,03060	7,37273	1,06720
6,717	7,08010	$1,\!15020$	$0,\!27410$	0,03440	7,35420	1,18460
6,8328	7,05510	1,26330	$0,\!27856$	0,03830	7,33366	1,30160
6,9487	7,02770	1,37590	0,28332	0,04230	7,31102	1,41820
7,0645	6,99790	1,48790	0,28826	0,04660	7,28616	1,53450
7,1804	6,96590	1,59920	0,29363	$0,\!05100$	7,25953	$1,\!65020$
7,2962	6,93150	1,70980	$0,\!29891$	0,05540	7,23041	1,76520
7,4121	$6,\!89490$	1,81970	$0,\!30400$	0,06010	7,19890	1,87980
7,5279	6,85590	1,92880	0,30916	0,06470	7,16506	1,99350
7,6438	6,81480	2,03710	0,31404	0,06950	7,12884	2,10660
7,7596	6,77130	2,14450	0,31916	0,07420	7,09046	2,21870
7,8755	6,72570	$2,\!25100$	0,32390	0,07900	7,04960	2,33000
7,9913	6,67780	2,35650	0,32830	0,08390	7,00610	2,44040
8,1072	$6,\!62780$	2,46100	0,33225	0,08890	6,96005	2,54990
8,223	$6,\!57560$	2,56440	0,33549	0,09370	6,91109	2,65810
8,3389	6,52130	2,66680	0,33860	0,09830	6,85990	2,76510
8,4547	6,46490	2,76790	0,34144	0,10254	6,80634	2,87044
8,5706	6,40640	2,86790	0,34313	0,10639	6,74953	2,97429
8,6864	6,34580	2,96670	0,34369	0,10972	6,68949	3,07642
8,8023	6,28310	3,06410	0,34313	0,11242	6,62623	$3,\!17652$
8,9181	$6,\!21850$	3,16030	0,34174	$0,\!11453$	6,56024	3,27483
9,034	$6,\!15190$	3,25500	0,33887	$0,\!11595$	6,49077	3,37095
9,1498	6,08330	3,34840	0,33492	$0,\!11656$	6,41822	3,46496
9,2657	6,01280	3,44040	0,32951	0,11641	6,34231	3,55681
9,3815	5,94040	3,53080	0,32298	$0,\!11549$	6,26338	3,64629
9,4974	5,86620	3,61970	0,31515	$0,\!11380$	6,18135	3,73350
9,6132	5,79010	3,70710	0,30561	0,11141	6,09571	3,81851
9,7291	5,71220	3,79290	0,29470	0,10855	6,00690	3,90145
9,8449	$5,\!63260$	3,87700	0,28270	0,10550	5,91530	3,98250
9,9608	$5,\!55120$	3,95950	0,27048	0,10238	5,82168	4,06188
10,077	5,46810	4,04020	0,25885	0,09930	5,72695	4,13950
10,192	5,38340	4,11920	0,24689	0,09610	5,63029	4,21530
10,655	5,02760	4,41450	0,20541	0,08420	5,23301	4,49870
11,117	4,65770	4,69140	0,18382	0,07710	4,84152	4,76850