

ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского”

На правах рукописи

Сельский Антон Олегович

ФОРМИРОВАНИЕ И ЭВОЛЮЦИЯ
ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР В
МОДЕЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ АКТИВНОЙ
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ
НОСИТЕЛИ ЗАРЯДА

01.04.03 – Радиофизика

01.04.04 – Физическая электроника

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научные руководители:

д.ф.-м.н., профессор

А.А. Короновский

д.ф.-м.н., профессор

А.Е. Храмов

Саратов — 2014

Содержание

Содержание	2
Введение	4
1 Нелинейные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля	21
1.1 Динамика отдельного электрона	22
1.2 Численное моделирование динамики отдельного электрона .	28
1.3 Зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами	31
1.4 Выводы по первой главе	39
2 Влияние нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на динамику электронных структур	41
2.1 Моделирование динамики электронных структур	42
2.2 Влияние нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на пространственно-временную динамику электронных структур	45
2.2.1 Исследование влияния нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на характеристики тока	46
2.2.2 Динамика пространственно-временных структур для случая нелинейной характеристики зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами	51
2.3 Динамика пространственно-временных структур при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля	56

2.3.1	Характеристики тока при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля	57
2.3.2	Динамика пространственно-временных структур при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля	64
2.4	Выводы по второй главе	72
3	Динамика электронных структур для модифицированных зависимостей скорости носителей заряда от напряженности электрического поля	73
3.1	Модифицированные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля	74
3.2	Расчет характеристик тока с модифицированными скоростями носителей заряда	79
3.3	Исследование пространственно-временной динамики электронных структур для модифицированных скоростей носителей заряда	90
3.4	Выводы по третьей главе	95
	Заключение	100
	Благодарности	103
	Список литературы	104

Введение

Актуальность исследуемой проблемы

В настоящей работе изучена динамика электронных структур в пространственно-распределенной нелинейной активной среде, для которой характерна нелинейная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с одним или несколькими максимумами. Для исследования динамики электронных структур применялись уравнения непрерывности и Пуассона, широко использующиеся для описания различных явлений в радиофизике, физической электронике, физике плазмы, физике твердого тела, где пространственно-временная динамика электрического поля самосогласована с динамикой заряда [1–6]. Такие системы способны демонстрировать различные динамические режимы, включая образование структур и динамический хаос [5, 7–9]. Формирование упомянутых выше электронных структур и управление ими является актуальной задачей для радиофизики и физической электроники в связи с многочисленными практическими приложениями, включая задачи СВЧ-электроники. В ряде работ [10–12] было показано, что сложные режимы динамики электронных структур возможно использовать в целом ряде приборов и устройств микроволновой электроники для генерации и управления высокочастотными колебаниями в терагерцевом диапазоне.

В настоящее время терагерцевый диапазон является одним из наименее освоенных [13], и, в то же самое время, он обладает большим потенциалом возможного применения. Так, в спектроскопии большая часть информации о химических веществах ассоциируется именно с терагерцевым диапазоном, недоступным для измерения традиционными способами [14]. В медицине терагерцевое излучение можно использовать для разработки новых методов томографии, которые будут значительно более безопасными и функциональными по сравнению с традиционными [15]. Не вызывает сомнений, что возможность работы в терагерцевом диапазоне частот может способствовать существенному улучшению информационно-измерительной и телекоммуникационной техники, такой как беспроводные системы подобные WiFi и Bluetooth, поскольку это позволило бы повысить скорость передачи данных и увеличило бы их полосу пропускания [13]. В связи с вышеперечисленным, изучение динамики электронных структур в нелинейных активных средах, в которых возможно генерировать, усиливать и модулировать микроволновое излучение в терагерцевом диапазоне является важной и актуальной для современной науки задачей.

Несмотря на большое число вакуумных приборов, рабочая частота которых достигает необходимых значений [16–27], большое внимание исследователей уделяется возможности использовать для работы в терагерцевом диапазоне полупроводниковые приборы [28–37]. Перспективным среди полупроводниковых структур направлением является работа с полупроводниковыми гетероструктурами [5, 11, 38–51], одной из которых является полупроводниковая сверхрешетка.

Возвращаясь к основной задаче настоящей работы, следует отметить, что для вакуумных электронно-волновых систем характерна линейная зависимость скорости носителей заряда от величины электрического поля. В случае полупроводниковых структур было показано, что аналогичная

характеристика имеет нелинейный вид. Нелинейность в подобных структурах может быть различной, однако, как правило в данных структурах зависимость скорости электронов от приложенного поля имеет один или несколько максимумов (соответственно, на вольт-амперных характеристиках тоже может наблюдаться несколько максимумов [52]). Следом за максимумом следует падающий участок, чье появление вызывает отрицательную дифференциальную проводимость на вольт-амперной характеристике. Для полупроводниковых сверхрешеток, например, возможность нелинейной характеристики с одним максимумом была показана в работах [53, 54]. В присутствии наклонного магнитного поля данная структура демонстрирует характеристику зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами [55, 56]. Данный пример показывает, что рассматриваемая в настоящей работе задача, связанная с влиянием нелинейности на формирование и эволюцию пространственно-временных структур в нелинейных активных средах, при общем фундаментальном характере, является актуальной и для практических приложений.

Еще одним вопросом, рассмотренным в настоящей диссертационной работе, является влияние скорости носителей заряда в области высоких значений приложенного электрического поля на динамику пространственно-временных электронных структур. При рассмотрении модельной нелинейной активной распределенной среды, содержащей носители заряда, было показано, что в области больших значений напряженности электрического поля скорость электронов монотонно уменьшается. Также в настоящей диссертационной работе были рассмотрены модифицированные зависимости скоростей носителей заряда от напряженности электрического поля характеризующиеся монотонным возрастанием скорости носителей заряда в области высоких значений напряженности электрического поля. В

рассмотренном ранее примере полупроводниковых гетероструктур с нелинейной характеристикой зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля подобная модификация возможна, например, при учете возможности межминизонного туннелирования [50, 57]. Следуя данной модификации, в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда, можно получить нелинейную характеристику зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с одним или несколькими максимумами и ростом в области высоких значений напряженности электрического поля. Данный тип нелинейности приводит к появлению характерного локального минимума, влияние которого оказывает существенное влияние на динамику пространственно-временных электронных структур.

Таким образом, на основании вышеизложенного можно утверждать, что в области изучения пространственно-временной динамики электронных структур в распределенных активных средах с нелинейной зависимостью скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами круг вопросов, требующих дальнейшего изучения, достаточно широк. Детальному изучению описанных выше вопросов и посвящена настоящая диссертационная работа. Соответственно, с учетом сказанного, можно сделать вывод о том, что тема данной диссертационной работы является важной и актуальной для радиофизики, физической электроники, нелинейной динамики и современной теории нелинейных колебаний и волн.

Цель диссертационной работы

Основной целью настоящей работы является выявление закономерностей пространственно-временной динамики электронных структур в модельной

нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда, характеризующейся нелинейной зависимостью скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами.

Основными вопросами, подробно рассмотренными в диссертационной работе, являются следующие:

- рассмотрение различных типов нелинейности зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля: с одним максимумом, с несколькими максимумами, включая случай уменьшения основного максимума при изменении управляющих параметров;
- изучение пространственно-временной динамики электронных структур для систем с нелинейной характеристикой зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами для различных значений управляющих параметров;
- изучение характеристик тока для различных зависимостей скорости носителей заряда от напряженности электрического поля в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда;
- исследование влияния характерного локального минимума на пространственно-временную динамику электронных структур для систем с нелинейной характеристикой зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами;

Научная новизна

Все основные результаты диссертационной работы являются новыми.

- В рамках настоящей диссертации впервые изучены зависимости среднего значения, частоты и амплитуды тока, протекающего в модельной нелинейной активной распределенной среде, от приложенного к ней напряжения для различных нелинейных характеристик зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля [58–60].
- Впервые обнаружено и исследовано явление бифуркации удвоения периода при генерации колебаний тока в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда.
- В рамках диссертационной работы также впервые подробно исследована сложная пространственно-временная динамика электронных структур в рассматриваемой модельной системе для различных значений типов зависимости скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля [61], изучены характеристики генерации тока и воль-амперные характеристики для модельной системы, характеризующейся несколькими максимумами и характерным локальным минимумом на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля для различных значений управляющих параметров.
- Впервые подробно исследована сложная пространственно-временная динамика электронных структур в модельной системе с зависимостью скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами и локальным минимумом [62].

Основу диссертации составляют результаты, полученные лично соискателем. Им выполнены все численные и аналитические расчеты. Постанов-

ка задач, разработка методов их решения, объяснение и интерпретация результатов были осуществлены либо лично автором, либо совместно с научным руководителем.

Практическая значимость

Диссертационная работа направлена на изучение процессов образования и эволюции пространственно-временных структур в модельной нелинейной активной распределенной среде, характеризующейся нелинейной зависимостью с несколькими максимумами скорости направленного движения носителей зарядов от напряженности электрического поля. Данные исследования являются важными, обладают необходимой общностью, и могут быть полезны и с практической точки зрения, так как подобная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля может быть характерна для приборов, способных генерировать колебания сверхвысокочастотного (а в перспективе и субтерагерцевого) диапазона. В ходе выполнения работы были обнаружены эффекты, которые могут оказывать непосредственное влияние на применение приборов с рассматриваемым типом нелинейности.

Рассмотрев характеристики генерации тока в системе и вольт-амперные характеристики, а также исследовав пространственно-временную динамику электронных структур, было показано, что при определенных условиях имеет место переход ведущей роли во влиянии на пространственно-временную динамику электронных структур (областей высокой концентрации носителей заряда, которые с течением времени перемещаются вдоль активной нелинейной среды) от основного максимума к дополнительным на профиле зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. При различных значениях управляющих парамет-

ров подобное поведение может приводить к различным эффектам, связанными с нелинейной динамикой, срыву генерации колебаний и поведению, характерному в нелинейных системах после бифуркации удвоения периода. Подобные эффекты могут играть важную роль при практическом использовании приборов с характеристикой зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, подобной рассматриваемой в модельной системе, в качестве генераторов высокочастотных сигналов.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, внедрены в учебный процесс по подготовке бакалавров и магистров по направлению “Радиофизика” в ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

Основные научные положения и результаты, выносимые на защиту

1. Изменение соотношения между величинами основных и дополнительных максимумов зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами, сопровождается в модельной нелинейной активной распределенной среде локальным подавлением генерации колебаний, наблюдающимся в ограниченной области значений управляющих параметров, при этом характер динамики пространственно-временных электронных структур в рассматриваемой модельной системе существенно изменяется после повторного возникновения генерации.
2. Переход от колебаний тока, близких к гармоническим, которые наблюдаются непосредственно вблизи порога возникновения генерации, к колебаниям с ярко выраженными всплесками, обусловленными быстрым

изменением величины тока, которые являются типичными для рассматриваемой модельной нелинейной активной распределенной среды с нелинейной характеристикой зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами, осуществляется через бифуркацию удвоения периода.

3. В модифицированной модельной системе, описывающей нелинейную активную распределенную среду с нелинейной характеристикой зависимости скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами и монотонным увеличением скорости носителей заряда в области высоких значений напряженности электрического поля, в определенном диапазоне значений управляющих параметров можно наблюдать локальное увеличение частоты колебаний тока, сопровождающееся уменьшением их амплитуды.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения. Она содержит 116 страницы текста, включая 40 иллюстраций. Список литературы содержит 85 наименований.

Логика изложения материала в диссертационной работе построена так, что результаты, полученные в первой главе, являются основой для постановки задач, рассматриваемых в последующих главах. Так, скорости носителей заряда с различными типами нелинейности, продемонстрированные в первой главе, использовались в дальнейшем для моделирования динамики пространственно-временных структур в модельной нелинейной активной распределенной среде. Проведенные во второй главе исследования

динамики электронных структур для нелинейной характеристики зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами были воспроизведены в третьей главе для модифицированной системы с локальным минимумом и монотонно возрастающей зависимостью скорости электронов от напряженности электрического поля в области высоких значений напряженности. Логика каждой отдельной главы диссертационной работы построена следующим образом: в начале главы предлагается подход, с помощью которого решается поставленная в данной главе задача, далее приводятся основные результаты и выводы.

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Введение содержит основные положения и результаты, выносимые на защиту, сведения о достоверности и апробации результатов.

Первая глава посвящена изучению вопроса о том, каким образом, с теоретической точки зрения, в модельной нелинейной активной пространственно-распределенной среде, содержащей носители заряда, могут возникать нелинейные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами. В разделе 1.1 рассматривается динамика отдельного электрона в периодическом потенциале в присутствии внешних электрического и наклонного магнитного полей, и находятся зависимости скорости направленного движения носителей заряда от величины напряженности электрического поля, подробно описана модельная система и получены безразмерные уравнения движения для отдельного электрона. С помощью данной системы безразмерных уравнений в разделе 1.2 с помощью численного моделирования рассматривается поведение отдельного электрона. Постро-

ены траектории электронов в пространстве безразмерных переменных для различных значений управляющих параметров.

В разделе 1.3, на основе системы безразмерных уравнений движения, рассмотренных в разделе 1.1, были получены зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами. Также в этом разделе рассмотрен вопрос о возможности изменения соотношения между максимумами на профиле зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля с помощью изменения значений управляющих параметров, при этом показано, что возможен переход ведущей роли от основного максимума на характеристике зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля к дополнительным.

Выводы к первой главе приведены в разделе 1.4.

Во **второй главе** диссертационной работы рассматривается пространственно-временная динамика электронных структур в модельной системе с зависимостью скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами, для различных значений управляющих параметров. Пространственно-временные структуры представляют собой области высокой концентрации носителей заряда, перемещающихся вдоль системы. При выходе из пространства взаимодействия системы пространственно-временная структура вызывает всплеск тока и, одновременно, появление на входе в систему новой структуры. В рамках второй главы диссертационной работы было проведено детальное исследование пространственно-временной динамики электронных структур, включающее изучение вольт-амперных характеристик, частоты и амплитуды колебаний тока, протекающего через исследуемую модельную систему, а также построение пространственно-временных диаграмм, характеризующих динамику концентрации носителей заряда.

В разделе 2.1 рассматривается модель, использованная для расчета динамики концентрации носителей заряда в системе и тока, протекающего через нее. В качестве такой модели используются согласованные уравнение Пуассона и уравнение непрерывности в безразмерном виде.

Следующий раздел 2.2 посвящен исследованию динамики электронных структур в рассматриваемой модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда для различных зависимостей скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. В первой части раздела изучаются вольт-амперные характеристики, а также зависимость амплитуды и частоты колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. Для случая с несколькими максимумами на характеристике зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля частота, амплитуда, среднее значение тока и значение напряжения, при котором начинается генерация колебаний, оказываются выше, чем в случае единственного максимума. Во второй части раздела 2.2 подробно рассматривается пространственно-временная динамика электронных структур в рассматриваемой модельной системе. Для объяснения особенностей нелинейной динамики электронных структур были подробно проанализированы пространственно-временные диаграммы для концентрации электронов, наглядно показывающие характер и скорость движения электронных паттернов в активной среде, а также эволюция распределения напряженности электрического поля вдоль продольной оси системы.

В разделе 2.3 изучено влияние соотношения между максимумами профиля зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля на динамику пространственно-временных электронных структур в рассматриваемой нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда. Раздел 2.3 делится на две основные части: первая

часть посвящена изучению динамики тока, протекающего через систему, и характеристик поведения самой системы; вторая часть посвящена исследованию пространственно–временной динамики электронных структур. Особенно интересен эффект перестройки колебаний тока при некоторых значениях управляющих параметров в случае нескольких максимумов на профиле зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, сопровождающийся локальным срывом генерации. Данный эффект связан с переходом ведущей роли от основного максимума к дополнительным на профиле зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. Показано также, что переход от колебаний, близких к гармоническим, которые наблюдаются непосредственно вблизи порога возникновения генерации, к колебаниям с ярко выраженным максимумом, которые являются типичными для рассматриваемой модельной системы, осуществляется через бифуркацию удвоения периода.

Выводы ко второй главе приведены в разделе 2.4.

В **третьей главе** диссертационной работы рассматривается динамика пространственно-временных электронных структур для модифицированной модельной системы с несколькими максимумами и локальным минимумом на характеристике зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля для различных значений управляющих параметров. В двух предыдущих главах диссертационной работы рассматривались системы, в которых при больших значениях напряженности электрического поля скорость электронов уменьшается. В данной главе рассмотрена модификация системы, при которой в области больших значений напряженности электрического поля скорость электронов монотонно увеличивается, что приводит к появлению характерного локального минимума после последнего максимума.

В разделе 3.1 рассматривается способ модификации модельной системы, при которой скорость направленного движения электронов при больших значениях напряженности электрического поля монотонно возрастает. Данная модификация приводит к новым профилям зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля.

Используя полученные зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, были получены вольт–амперные характеристики, приведенные в разделе 3.2 диссертационной работы, а также зависимости амплитуды и частоты колебаний тока от напряжения, приложенного к системе с зависимостью скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризуемой несколькими максимумами и характерным локальным минимумом

Далее, в разделе 3.3 были исследованы пространственно-временная динамика электронных структур и эволюция распределения напряженности электрического поля вдоль рассматриваемой системы для случая зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующейся несколькими максимумами и характерным локальным минимумом. При изучении распределения напряженности электрического поля вдоль системы учитывалось появление новой характерной точки: помимо максимумов рассматривалось также значение напряженности электрического поля, соответствующее минимуму скорости (данная точка лежит между последним максимум и началом участка роста скорости электронов).

Выводы к третьей главе приведены в разделе 3.4.

Достоверность полученных результатов

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением апробированных математических моделей, обоснованным выбором параметров численных методов. Достоверность полученных результатов подтверждается также сопоставлением известных аналитических и полученных численно результатов друг с другом, отсутствием противоречий между полученными в диссертационной работе результатами и результатами, опубликованными в работах других авторов.

Апробация результатов и публикации

Настоящая диссертационная работа выполнена на кафедре физики открытых систем факультета нелинейных процессов и в ОФНС НИИ ЕН СГУ федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении научно-исследовательских работ по гранту Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013” в следующих проектах “Хаос, образование и взаимодействие паттернов в связанных структурах, цепочках и сетях, содержащих автоколебательные и автоволновые системы (модели и методы анализа)” (государственный контракт № П1136 от 27.08.2009. Руководитель — чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., Трубецков Д.И.), “Нелинейная динамика электронного транспорта в периодических полупроводниковых наноструктурах в присутствии электрического и наклонного магнитного полей и новые способы генерации в терагерцевом диапазоне” (2009-1.5-508-008. Руководитель — к.ф.-м.н.,

Баланов А.Г.), “Хаотическая синхронизация, механизмы ее установления и новые методы анализа синхронной динамики в связанных хаотических системах” (государственный контракт № П586 от 18.05.2010. Руководитель — д.ф.-м.н., Короновский А.А.), “Нелинейная динамика электронных доменов в полупроводниковых сверхрешетках в присутствии наклонного магнитного поля” (соглашение № 14.132.21.1707. Руководитель — Сельский А.О.); Программы поддержки ведущих научных школ России на 2012-2013 “Сети, цепочки и их элементы в виде распределенных систем в присутствии регулярных воздействий и шумов (автоколебания, синхронизация, образование и взаимодействие паттернов)” (НШ-3407.2010.2 Руководитель — чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., Трубецков Д.И.), “Основы теории нелинейных и нестационарных фундаментальных явлений в новых вакуумных и твердотельных устройствах терагерцевого диапазона и их экспериментальное моделирование на более низких частотах” (НШ-1430.2012.2. Руководитель — чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н., Трубецков Д.И.); Программы поддержки молодых российских кандидатов наук на 2012-2013 (МК-672.2012.2. Руководитель — к.ф.-м.н. Москаленко О.И.); Фонда некоммерческих программ “Династия” и Московского Международного Центра Фундаментальной Физики (лауреат конкурса стипендиальной программы в 2011 года, конкурс поддержки аспирантов и молодых ученых без степени в 2013 году). В 2011 году Сельский А.О. стал лауреатом премии по поддержке талантливой молодежи от Министерства образования и науки РФ в рамках приоритетного национального проекта “Образование”.

Представленные результаты неоднократно докладывались на различных научных конференциях и семинарах и отражены в тезисах докладов: XV научной школы “Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики - Нелинейные волны - 2010” (Нижний Новгород, 6–12 марта 2010 года) [63], Conference for young scientists “Presenting Academic Achievements to

the World” (Саратов, 29–30 марта 2010 года) [64], IX Международной школы “Хаотические автоколебания и образование структур” ХАОС-2010 (Саратов, 4–9 октября 2010 года) [65], Конкурса научных работ “Студенческая наука’2011” (Саратов, 1–17 июня 2011 года, диплом за 1 место в номинации “Технические и точные науки”), XV Международной юбилейной зимней школы-семинара по электронике сверхвысоких частот и радиофизике (Саратов, 6–11 февраля 2012 года) [66], 22-й Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии” (КрыМиКо’2012)(Севастополь, Украина, 10-14 сентября 2012 года) [67], 23-й Международной Крымской конференции «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрыМиКо’2013) (Севастополь, Украина, 9–13 сентября 2013 года) [62], VIII Всероссийской Научной Конференции Молодых Ученых "Нанoeлектроника, Нанofотоника И Нелинейная Физика – 2013"(Саратов, 3–5 сентября 2013 года) [68]. Всего 8 публикаций в трудах конференций. Результаты, изложенные в диссертационной работе, неоднократно обсуждались на научных семинарах кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ.

Результаты работы опубликованы в отечественных и зарубежных рецензируемых научных журналах, таких как “Physical Review B” [60], “Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики” [61], “Вестник ТГУ” [58, 69], “Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика” [59], “Вестник ННГУ” [70] (всего 6 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук). По материалам диссертации получены 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [71–73].

Глава 1

Нелинейные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля

[58–60, 63–65]

В настоящей главе диссертационной работы рассматривается вопрос о том, каким образом, с теоретической точки зрения, в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда, могут возникать нелинейные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами. В диссертационной работе рассматриваются и сопоставляются различные виды нелинейной зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля: с одним максимумом, с несколькими максимумами, а также рассмотрен случай уменьшения основного максимума при изменении управляющего параметра. Следует отметить, что данная глава диссертационной работы во-многом базируется на идеях и результатах, полученных ранее другими авторами. В частности, в разделе 1.1, при разработке с помощью полуклассического приближения модели для чис-

ленного моделирования динамики электронов в присутствии наклонного магнитного поля использовались идеи, изложенные в [57, 74], приведенные в разделе 1.2 отдельные сведения ранее были описаны в [57, 74], в разделе 1.3 получена формула для зависимости скорости направленного движения электронов от напряженности продольного электрического поля в соответствии с [51, 54]. При рассмотрении влияния наклонного магнитного поля на зависимость скорости электронов от напряженности электрического поля использовались сведения, изложенные в [6, 55, 56, 75]. Общие выводы по материалу, изложенному в настоящей главе, приведены в разделе 1.4.

1.1 Динамика отдельного электрона

Рассмотрим поведение электрона в модельной системе под действием одномерного периодического потенциала с периодом d и продольного электрического поля напряженностью \mathbf{F} и наклонного магнитного поля \mathbf{B} . Будем предполагать, что электрон находится в самой низшей зоне ($\alpha = 0$).

В полуклассическом приближении движение электрона в одномерном периодическом потенциале под воздействием электрического и магнитного полей, описывается уравнением

$$\hbar \dot{\mathbf{k}} = -e[\mathbf{F} + \mathbf{v}_\alpha(\mathbf{k}) \times \mathbf{B}], \quad (1.1)$$

(где $\hbar \mathbf{k}$ - импульс волнового пакета в кристаллической решетке, $e > 0$ - заряд электрона), которое в терминах импульса электрона $\mathbf{p}(p_x, p_y, p_z)$ записывается как [75]

$$\dot{\mathbf{p}} = -e[\mathbf{F} + \nabla_{\mathbf{p}} E(\mathbf{p}) \times \mathbf{B}], \quad (1.2)$$

где $\mathbf{F} = (-F, 0, 0)$, $\mathbf{B} = (B \cos \theta, 0, B \sin \theta)$ - векторные составляющие электрического и магнитного поля, соответственно, $\nabla_{\mathbf{p}}$ - производная по ком-

понентам импульса $\left(\frac{\partial}{\partial p_x}, \frac{\partial}{\partial p_y}, \frac{\partial}{\partial p_z}\right)$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл - заряд электрона, $E(\mathbf{p})$ – кинетическая энергия электрона, θ – угол наклона магнитного поля. Для данной конфигурации предполагается, что основная ось рассматриваемой системы совпадает с осью координат x , а вектор магнитного поля \mathbf{B} лежит в плоскости (x, z) . Будем считать, что дисперсионная характеристика электрона в нижней энергетической минизоне имеет вид [54, 75, 76]:

$$E = \frac{\Delta}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right) \right] + \frac{p_y^2 + p_z^2}{2m^*}, \quad (1.3)$$

где m^* – эффективная масса электрона, \hbar – приведенная постоянная Планка, Δ – ширина рассматриваемой энергетической зоны (например, в случае полупроводниковой структуры). Дифференцируя (1.3), и раскладывая по координатным компонентам, получим

$$\nabla_{\mathbf{p}} E(\mathbf{p}) = \left(\frac{\Delta d}{2\hbar} \sin \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right), \frac{p_y}{m^*}, \frac{p_z}{m^*} \right). \quad (1.4)$$

Домножив на \mathbf{B} , с учетом компонент вектора, получаем следующее выражение, которое можно записать с помощью матрицы, в первой строке которой расположены единичные векторы координатных осей [57]

$$\nabla_{\mathbf{p}} E(\mathbf{p}) \times \mathbf{B} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\Delta d}{2\hbar} \sin \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right) & \frac{p_y}{m^*} & \frac{p_z}{m^*} \\ B \cos \theta & 0 & B \sin \theta \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

($\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – единичные векторы декартового пространства). Посчитав определитель матрицы, получим:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{p}} E(\mathbf{p}) \times \mathbf{B} &= \mathbf{i} \frac{p_y}{m^*} B \sin \theta - \mathbf{j} \left(\frac{\Delta d}{2\hbar} B \sin \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right) \sin \theta - \frac{p_z}{m^*} B \cos \theta \right) - \\ &\quad - \mathbf{k} \frac{p_y}{m^*} B \cos \theta. \end{aligned}$$

(1.6)

Теперь, подставив в уравнение (1.2) полученное соотношение, с учетом компонент электрического поля, и выделив соответствующие компоненты, получим три дифференциальных уравнения для проекций импульса электронов [57]:

$$\dot{p}_x = eF - \frac{p_y}{m^*} B \sin \theta, \quad (1.7)$$

$$\dot{p}_y = \frac{\Delta d}{2\hbar} B \sin \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right) \sin \theta - \frac{p_z}{m^*} B \cos \theta, \quad (1.8)$$

$$\dot{p}_z = \frac{p_y}{m^*} B \cos \theta. \quad (1.9)$$

Соотношения (1.7)–(1.9), можно привести к виду

$$\dot{p}_x = eF - \hat{\omega}_c p_y \sin \theta, \quad (1.10)$$

$$\dot{p}_y = \frac{\Delta d m^* \hat{\omega}_c \operatorname{tg} \theta}{2\hbar} \sin \left(\frac{p_x d}{\hbar} \right) - \hat{\omega}_c p_z, \quad (1.11)$$

$$\dot{p}_z = \hat{\omega}_c p_y, \quad (1.12)$$

где параметр

$$\hat{\omega}_c = \omega_c \cos \theta = \frac{eB \cos \theta}{m^*}, \quad (1.13)$$

описывает круговую частоту циклотронных колебаний электрона вдоль оси дрейфа x .

Подставив (1.12) в уравнение (1.10) и интегрируя полученный результат по времени, получим [57]

$$\dot{p}_x = eF - \dot{p}_z \operatorname{tg} \theta. \quad (1.14)$$

Далее, проинтегрировав соотношение (1.14), можно записать

$$p_x = eFt - p_z \operatorname{tg} \theta + C_0, \quad (1.15)$$

где C_0 – константа интегрирования, которую можно найти из начальных условий

$$p_x(0) = C_0 - p_z(0)\operatorname{tg}\theta \Rightarrow C_0 = p_z(0)\operatorname{tg}\theta + p_x(0). \quad (1.16)$$

Подставляя (1.15) и (1.12) в (1.11), можно свести систему уравнений (1.10)-(1.12) к уравнению для для z -компоненты импульса электрона

$$\ddot{p}_z = \frac{\Delta dm^* \hat{\omega}_c^2 \tan\theta}{2\hbar} \sin \left[\frac{eFd}{\hbar} t - \frac{d\operatorname{tg}\theta}{\hbar} p_z + \frac{d}{\hbar} (p_z(0)\operatorname{tg}\theta + p_x(0)) \right] - \hat{\omega}_c^2 p_z. \quad (1.17)$$

С учетом значения блоховской частоты [57] соотношение (1.17) примет вид

$$\ddot{p}_z + \hat{\omega}_c^2 p_z = \frac{\Delta dm^* \hat{\omega}_c^2 \operatorname{tg}\theta}{2\hbar} \sin \left[\omega_B t - \frac{d\operatorname{tg}\theta}{\hbar} p_z + \frac{d}{\hbar} (p_z(0)\operatorname{tg}\theta + p_x(0)) \right], \quad (1.18)$$

Вводя дополнительные обозначения, перепишем выражение (1.18) в виде

$$\ddot{p}_z + \hat{\omega}_c^2 p_z = C \sin(Kp_z - \omega_B t - \phi), \quad (1.19)$$

где

$$C = -\frac{\Delta dm^* \hat{\omega}_c^2 \operatorname{tg}\theta}{2\hbar}, \quad (1.20)$$

$$K = \frac{d\operatorname{tg}\theta}{\hbar}, \quad (1.21)$$

$$\phi = \frac{d}{\hbar} (p_z(0)\operatorname{tg}\theta + p_x(0)). \quad (1.22)$$

Уравнение (1.19) имеет простую механическую интерпретацию, а именно, оно описывает гармонический осциллятор с собственной частотой $\hat{\omega}_c$, который находится под воздействием плоской волны с амплитудой C , волновым числом K , и частотой ω_B . Решение уравнения (1.19) для проекции p_z однозначно определяет все другие компоненты импульса [57]

$$p_x = eFt - p_z \operatorname{tg}\theta + C_0, \quad p_y = \frac{\dot{p}_z}{\hat{\omega}_c}, \quad (1.23)$$

и скорости электрона [57]

$$\dot{x} = \frac{d\Delta}{2\hbar} \sin(Kp_z - \omega_B t), \quad \dot{y} = \frac{\dot{p}_z}{\hat{\omega}_c m^*}, \quad \dot{z} = \frac{p_z}{m^*}. \quad (1.24)$$

Следует отметить, что в общем виде уравнение (1.19) может быть решено только численно. Для удобства численного анализа, уравнения (1.10)–(1.12) и (1.19) можно привести к безразмерному виду. Для этого воспользуемся следующими безразмерными переменными

$$\tau = \omega_{B_0} t, \quad P_x = \frac{d}{\hbar} p_x, \quad P_y = \frac{d}{\hbar} p_y, \quad P_z = \frac{d}{\hbar} p_z, \quad (1.25)$$

где $\omega_{B_0} = \frac{eF_0 d}{\hbar}$, F_0 – некоторое значение электростатического поля, при котором блоховская ω_{B_0} и циклотронная ω_c частоты совпадают. Полагая, что $f = F/F_0$, можно видеть что $\omega_B = \omega_{B_0} f$.

С учетом замены переменных выражение (1.19) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\hbar \omega_{B_0}^2}{d} \frac{d^2 P_z}{d\tau^2} + \omega_c^2 \cos^2 \theta \frac{\hbar}{d} P_z &= \frac{m^* \omega_c^2 d \Delta \cos^2 \theta \operatorname{tg} \theta}{d} \times \\ &\times \sin \left(-\frac{2\hbar}{\hbar} \frac{d \operatorname{tg} \theta}{d} P_z + \frac{\omega_B}{\omega_{B_0}} \tau + \phi \right). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Вводя дополнительные обозначения, можно записать выражение (1.26) в виде

$$\frac{d^2 P_z}{d\tau^2} + \Omega^2 \cos^2 \theta P_z = A \Omega^2 \sin(-P_z \operatorname{tg} \theta + f\tau + \phi), \quad (1.27)$$

где

$$\Omega = \frac{\omega_c}{\omega_{B_0}} = \frac{\hbar B}{m^* d F_0}, \quad (1.28)$$

$$A = \frac{1}{4} \frac{m^* d^2 \Delta}{\hbar^2}. \quad (1.29)$$

Параметр Ω , фактически, характеризует магнитное поле.

Уравнение (1.27) можно представить в виде двух дифференциальных уравнений

$$\frac{dP_z}{d\tau} = g, \quad (1.30)$$

$$\frac{dg}{d\tau} = -\Omega^2 \cos^2 \theta P_z + A \Omega^2 \sin 2\theta \sin(-P_z \operatorname{tg} \theta + f\tau + \phi). \quad (1.31)$$

Далее, приведем к безразмерному виду координаты электрона, описываемые системой уравнений (1.24), введя следующие безразмерные переменные

$$X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad Z = \frac{z}{d}. \quad (1.32)$$

В этом случае уравнения (1.24) могут быть записаны в следующем виде

$$\omega_{B_0} d \frac{dX}{d\tau} = \frac{d\Delta}{2\hbar} \sin \left(-\frac{d}{\hbar} \operatorname{tg}\theta \frac{\hbar}{d} P_z + \frac{\omega_B}{\omega_{B_0}} \tau + \phi \right), \quad (1.33)$$

$$\omega_{B_0} d \frac{dY}{d\tau} = \frac{\hbar}{\omega_{B_0} \omega_c d m^* \cos \theta} \frac{dP_z}{d\tau}, \quad (1.34)$$

$$\omega_{B_0} d \frac{dZ}{d\tau} = \frac{\hbar}{m^* d} P_z. \quad (1.35)$$

Преобразуем выражения (1.33)–(1.35)

$$\frac{dX}{d\tau} = \frac{\Delta}{2\hbar\omega_{B_0}} \sin(-P_z \operatorname{tg}\theta + f\tau + \phi), \quad (1.36)$$

$$\frac{dY}{d\tau} = \frac{\hbar}{\omega_{B_0}^2 \omega_c d^2 m^* \cos \theta} \frac{dP_z}{d\tau}, \quad (1.37)$$

$$\frac{dZ}{d\tau} = \frac{\hbar}{\omega_{B_0} m^* d^2} P_z, \quad (1.38)$$

где использованы обозначения

$$V_0 = \frac{\Delta}{2\hbar\omega_{B_0}} = \frac{\Delta}{2deF_0}, \quad (1.39)$$

$$S = \frac{\hbar}{\omega_{B_0} m^* d^2} = \frac{\hbar^2}{m^* e F_0 d^3},$$

с учетом которых из выражений (1.30), (1.31), (1.33) и (1.35) можно сформировать систему четырех безразмерных дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих движение электронов в периодическом потенциале в полуклассическом приближении под действием продольного

электрического и наклонного магнитного полей

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dX}{d\tau} = V_0 \sin(-P_z \operatorname{tg}\theta + f\tau + \phi), \\ \frac{dZ}{d\tau} = SP_z, \\ \frac{dP_z}{d\tau} = g, \\ \frac{dg}{d\tau} = -\Omega^2 \cos^2 \theta P_z + A\Omega^2 \sin 2\theta \sin(-P_z \operatorname{tg}\theta + f\tau + \phi). \end{array} \right. \quad (1.40)$$

Динамика отдельного электрона в периодическом потенциале в полуклассическом приближении полностью определяется решением системы (1.40). Как уже было показано выше, x и y -компоненты импульсов можно найти при известной z -компоненте из (1.23). В безразмерном виде компоненты импульса связаны друг с другом как

$$\begin{aligned} P_x &= f\tau - P_z \operatorname{tg}\theta, \\ P_y &= f \frac{dP_z}{d\tau}. \end{aligned} \quad (1.41)$$

1.2 Численное моделирование динамики отдельного электрона

При изучении динамики движения электрона в периодическом потенциале в полуклассическом приближении в продольном электрическом и наклонном магнитном полях, важную роль играют резонансы блоховской и циклотронной частот. Следуя работе [57], для описания движения электрона удобно ввести следующий параметр

$$r = \frac{\omega_B}{\omega_c \cos \theta} = \frac{f}{\Omega \cos \theta}, \quad (1.42)$$

характеризующий соотношение между циклотронной частотой, обусловленной проекцией магнитного поля \mathbf{B} на ось x , и блоховской частотой электрона. Таким образом наличие резонанса между циклотронной и блоховской частотами означает, что параметр r является отношением натуральных чисел.

Величина параметра r оказывает существенное влияние на динамику электрона. Следует отметить, что из уравнений, описывающих динамику отдельного электрона (наиболее отчетливо это видно в соотношениях (1.7)–(1.9)), следует, что движение электрона в продольном направлении (в направлении оси x) оказывается одинаковым как в случае отсутствия магнитного поля (то есть, $\Omega = 0$), так и в случае нулевого угла наклона магнитного поля (то есть, в случае продольного магнитного поля, $\Omega \neq 0$, $\theta = 0$).

Построим несколько траекторий электронов при различных значениях управляющих параметров, для чего будем решать численно систему (1.40). Строя первые две динамические переменные, X , Z , можно получить, с одной стороны, представление о перемещении электрона в плоскости (x, z) , а с другой стороны, данные рисунки можно интерпретировать как проекции фазовых портретов движения электрона. Как будет показано в дальнейшем, существенную роль играет значение параметра r , в частности, большое влияние оказывает принадлежность r к множествам рациональных или иррациональных чисел.

На рисунке 1.1, *a-в* показано, как модифицируются траектории электронов при различных значениях r . Для первого резонанса ($r = 1$) в плоскости (x, z) наблюдается характерный эллипс. С ростом параметра r эллипс трансформируется и возникают пересечения проекции траектории для $r = 2$, $r = 3$. Стоит отметить что сами траектории не пересекаются, так как рисунки построены для плоскости (X, Z) , а не для всех динамических переменных. Таким образом, натуральные значения r соответствуют

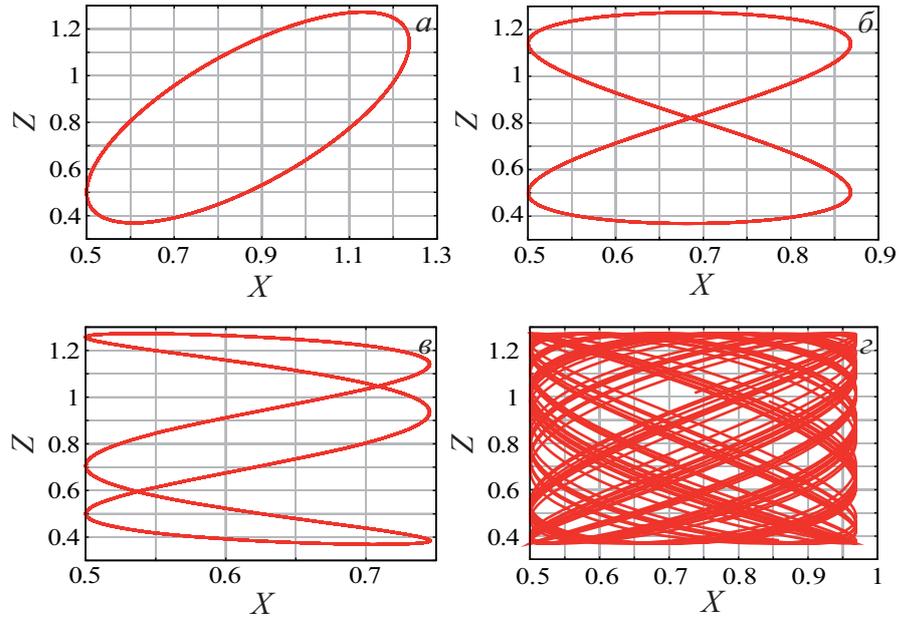


Рис. 1.1: Траектории электронов, построенные при различных значениях параметров r , $\Omega = 8.9$, $\theta = 0^\circ$: $a - r = 1$, $б - r = 2$, $в - r = 3$, $г - r = \pi/2$

резонансам, когда траектория движения электрона оказывается периодической. На рисунке 1.1,г показано, что для иррациональных значений r проекция траектории полностью заполняет некоторую квадратную область на плоскости (x, z) . Светлые участки на проекциях траекторий обусловлены конечной точностью представления иррационального числа $r = \pi/2$ при численном моделировании (с точностью до 10 знака после запятой) и конечным временем вычислений.

При ненулевом угле наклона, $\theta > 0$, в случае резонансов траектории вытягиваются вдоль оси x , при этом при определенных начальных условиях существуют траектории, которые оказываются нелокализованными [60]. Подобное увеличение размера траектории вдоль оси x должны приводить к росту скорости направленного движения электронов (рисунок 1.2). Для иррациональных значений r все траектории оказываются локализованными (рисунок 1.2,г), как и для случая когда $\theta = 0$.

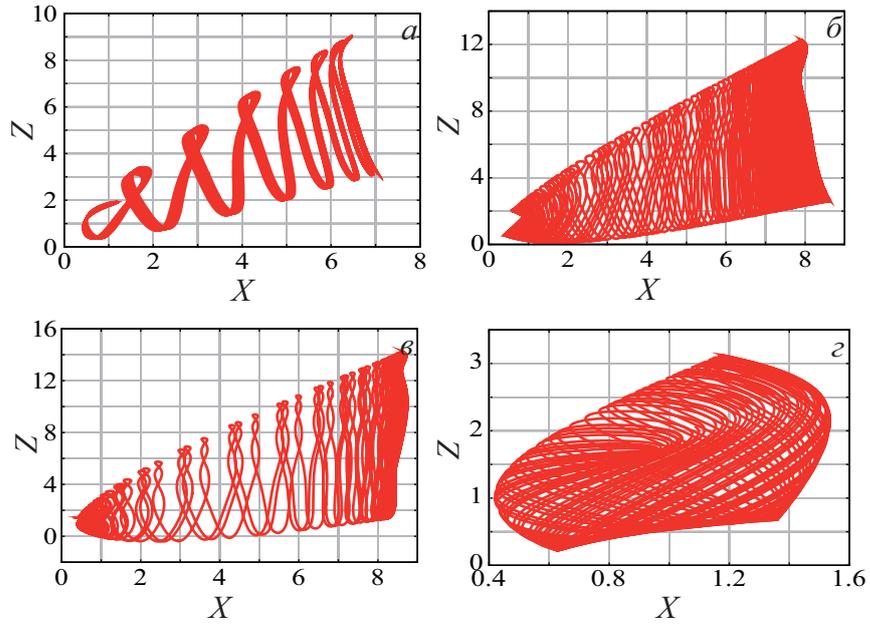


Рис. 1.2: Траектории электронов, построенные при различных значениях параметров r , $\Omega = 8.9$, $\theta = 40^\circ$: $a - r = 1$, $б - r = 2$, $в - r = 3$, $г - r = \pi/2$

1.3 Зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами

Рассмотрим теперь, каким образом, с теоретической точки зрения, в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда, могут возникать нелинейные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, характеризующиеся несколькими максимумами. Предположим, что в рассматриваемой модельной системе с периодическим потенциалом присутствуют эффекты рассеяния электронов на неоднородностях среды. Если эффекты рассеяния не учитывать, то в рамках рассматриваемой модели каждый электрон будет бесконечно долго совершать колебательные движения вдоль пространства системы и

никакого направленного движения носителей заряда не будет, а соответственно, не будет протекать и ток через рассматриваемую систему.

Сделаем ряд упрощающих предположений.

1. Рассеянный электрон “забывает” о своем состоянии до момента рассеивания.
2. В любом малом объеме пространства может быть равновесное распределение электронов.
3. Время рассеяния не зависит от пространственной координаты, и, соответственно, является константой.
4. Температура также не зависит от координат и времени.
5. Напряженность электрического поля – величина постоянная.
6. Электроны не могут перемещаться между энергетическими зонами.

Введем в рассмотрение величину времени рассеяния τ_s , при этом dt/τ_s — вероятность рассеяния электрона за время dt . Рассмотрим N_0 электронов в момент времени $t = 0$. Тогда в момент времени t , за счет рассеяния, останется $N(t)$ электронов, и для малого интервала времени dt справедливо выражение

$$N(t + dt) = N(t) - N(t) \frac{dt}{\tau_s}. \quad (1.43)$$

Рассмотрим производную

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(t + dt) - N(t)}{dt} = -\frac{N(t)}{\tau_s}. \quad (1.44)$$

Проинтегрировав по времени, и, используя за константу интегрирования начальное число электронов, получим закон

$$N(t) = N_0 \exp(-t/\tau_s). \quad (1.45)$$

Вероятность рассеяния электрона $P(t)$ за время dt можно найти как отношение числа рассеянных за это время электронов к общему числу электронов

$$P(t)dt = \frac{N(t)dt/\tau_s}{N_0} = \frac{1}{\tau_s} \exp(-t/\tau_s)dt. \quad (1.46)$$

Введем скорость направленного движения электронов v так, как это сделано, например, в [54, 57, 77]. Из приведенных выше соображений она будет находиться из продольной скорости электронов $v_x(t)$, с учетом вероятности рассеяния:

$$v = \int_0^{\infty} v_x(t)P(t)dt. \quad (1.47)$$

Используя время рассеяния и выражение для вероятности рассеяния (1.46), получим

$$v = \int_0^{\infty} \frac{dt}{\tau_s} v_x(t) \exp(-t/\tau_s). \quad (1.48)$$

При $\theta = 0$ скорость направленного движения может быть получена аналитически [51, 54, 77], поскольку уравнения движения отдельного электрона допускают аналитическое решение

$$v = \frac{\Delta d}{2\hbar} \frac{\omega_B \tau_s}{(\omega_B \tau_s)^2 + 1}. \quad (1.49)$$

В безразмерном виде соотношение (1.49) может быть записано в виде

$$v' = V_0 \frac{\tau f}{\tau^2 f^2 + 1}, \quad (1.50)$$

где v' — безразмерная скорость направленного движения электронов (в дальнейшем штрих около обозначения скорости направленного движения электронов v будем опускать), $\tau = \omega_{B_0} \tau_s$ — безразмерное время рассеяния. Приведенная формула зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля соответствует нелинейной активной среде,

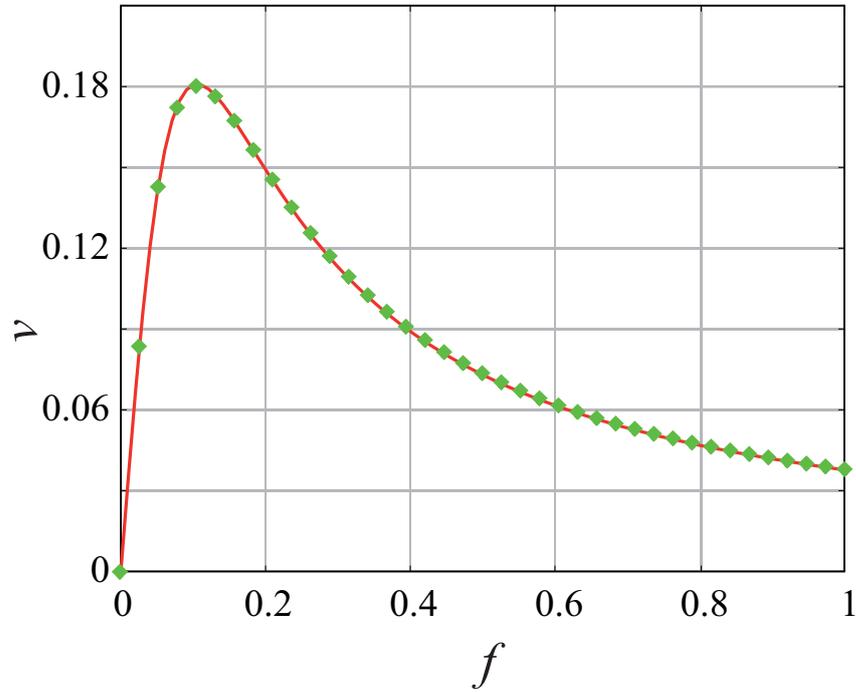


Рис. 1.3: Зависимость скорости направленного движения электронов от приложенного электрического поля. Линия – аналитическая формула (1.50). Точки – численно полученные результаты

так как свойства модельной среды (в данном случае скорость носителей заряда в среде) зависят от величины внешнего воздействия (значения напряженности электрического поля) нелинейным образом.

При $\Omega \neq 0$, $\theta > 0$, в силу того, что траектории отдельных электронов могут быть получены только численно, зависимость скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля также приходится искать с помощью численного моделирования.

Для численного моделирования динамики электронов в рассматриваемой модельной нелинейной активной среде, содержащей носители зарядов, была использована модель, описываемая безразмерными уравнениями (1.40), которые интегрировались методом Рунге-Кутты четвертого порядка, безразмерный параметр был выбран равным $A = 0.29$.

Используя систему уравнений, описанную в разделе 1.1, можно найти продольную составляющую скорости отдельного электрона (ее x -компоненту). Тогда, используя формулу (1.48), можно численно найти зависимости скоростей направленного движения электронов от напряженности электрического поля для различных значений параметров Ω и θ .

Рисунок 1.3 для случая $\theta = 0$ показывает сравнение зависимостей скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, полученных аналитически, с результатами полученными в ходе численного расчета с помощью уравнений (1.48) и (1.40). Видно хорошее соответствие результатов численного моделирования с аналитическим соотношением (1.50).

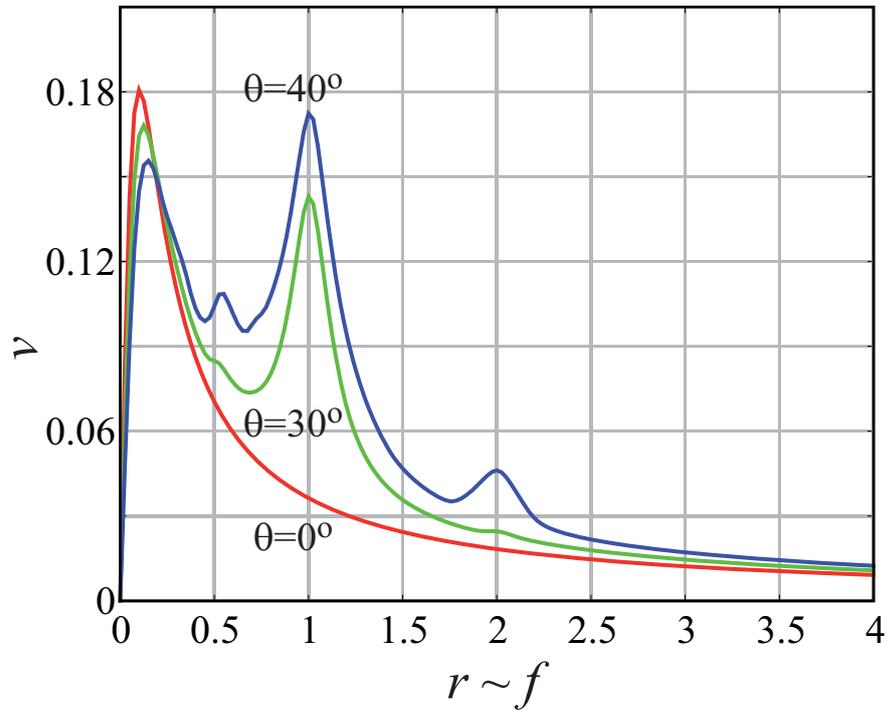


Рис. 1.4: Зависимость скорости направленного движения электронов от безразмерного параметра r для различных значений угла наклона θ

На рисунке 1.4 показаны зависимости скорости v от параметра r , полученные численно для различных значений θ при $\Omega = 8.9$. Из рисунка видно, что для данного случая, помимо основного максимума (пика Эсаки-

Тсу), наблюдаются также дополнительные максимумы. Варьируя значение управляющего параметра θ можно управлять количеством и интенсивностью дополнительных максимумов на профиле зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля. Так, для значения $\theta = 30^\circ$ хорошо виден только первый дополнительный максимум, возникающий при значении параметра $r = 1$, тогда как для $\theta = 40^\circ$ видны также максимумы на для значений параметра $r = 0.5$ и $r = 2$. Таким образом, при увеличении θ все более отчетливо наблюдаются дополнительные максимумы.

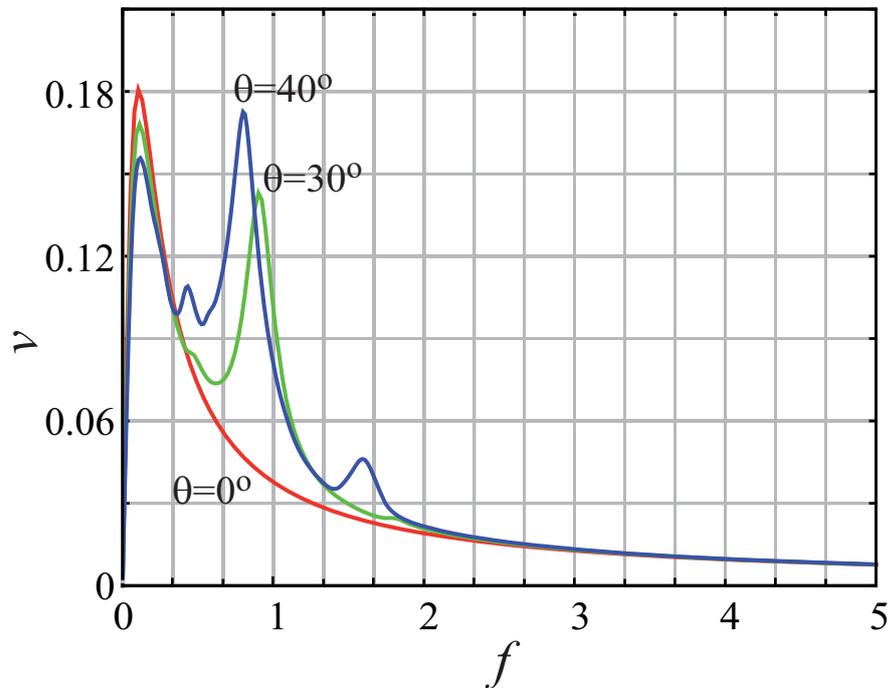


Рис. 1.5: Зависимость скорости направленного движения электронов от приложенного электрического поля для различных значений угла наклона θ

Рассмотрим также, как выглядит зависимость скорости v от напряженности электрического поля для различных углов θ (рис. 1.5). Видно что в случае зависимости от переменной f , характеризующей напряженность электрического поля (в отличии от рисунка 1.4) максимумы для разных значений θ немного смещены друг относительно друга, что связано с тем,

что, как уже отмечалось ранее, параметр r , зависит от величины управляющего параметра θ .

Таким образом, в рассматриваемой модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда, зависимость скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля характеризуется наличием нескольких максимумов (В частности, на рис. 1.5 отчетливо видны четыре максимума различной высоты). Такая сильно нелинейная зависимость характеристики $v(f)$ оказывает существенное влияние на процессы формирования структур, и, соответственно, на характеристики колебаний, наблюдающихся в рассматриваемой нелинейной системе (данный вопрос подробно рассматривается в последующих главах 2 и 3). Изменяя зависимость $v(f)$, можно ожидать, что будут изменяться и процессы структурообразования, а соответственно, появляется возможность влиять на характеристики (например, частота и амплитуда колебаний) поведения системы. Одним из возможных способов изменения вида зависимости $v(f)$ является изменение величины θ . Действительно, уменьшая параметр θ до нуля, можно, фактически, избавиться от всех дополнительных максимумов на профиле зависимости $v(f)$ (при $\theta = 0$ зависимость $v(f)$ будет характеризоваться только одним экстремумом и совпадать с зависимостью Эсаки-Тсу (1.50)), что, по всей видимости, должно привести к упрощению динамики рассматриваемой системы. Наоборот, увеличивая значение θ , можно добиться появления дополнительных максимумов на профиле $v(f)$, и, как следствие, можно ожидать усложнения динамики системы.

В то же самое время, варьируя параметр θ , невозможно “перераспределить” влияние между максимума (иными словами, уменьшение параметра θ приводит к тому, что исчезают все дополнительные максимумы и остается один экстремум). В то же самое время, можно попытаться ввести в

рассмотрение еще один дополнительный параметр, который бы позволял в той или иной мере варьировать соотношение между максимумами на зависимости $v(f)$ при фиксированных значениях параметров θ и Ω .

В работах [78–80] было показано, что возможно существенное уменьшение величины основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля $v(f)$. Формулу для скорости носителей заряда, в безразмерных переменных, в данном случае можно представить в следующем виде:

$$v = V_0 \frac{\tau f}{\tau^2 f^2 + 1} \times \frac{I_1(\Theta^{-1})}{I_0(\Theta^{-1})} \quad (1.51)$$

где $I_n(\cdot)$ — модифицированные функции Бесселя. Параметр Θ , фактически, характеризует температуру и определяет степень влияния распределения по начальным состояниям на величину основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля.

Взяв данные результаты за основу, с помощью численного моделирования системы (1.40) были получены нелинейные характеристики зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля для различных значений параметров Θ , представленные на рисунке 1.6 (детально моделирование системы уравнений (1.40) описано в [60]). Из рисунка видно, что рост параметра Θ приводит к существенному уменьшению основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, при незначительном изменении дополнительных максимумов. Таким образом, варьируя величину параметра Θ , можно изменять соотношение интенсивностей максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряжен-

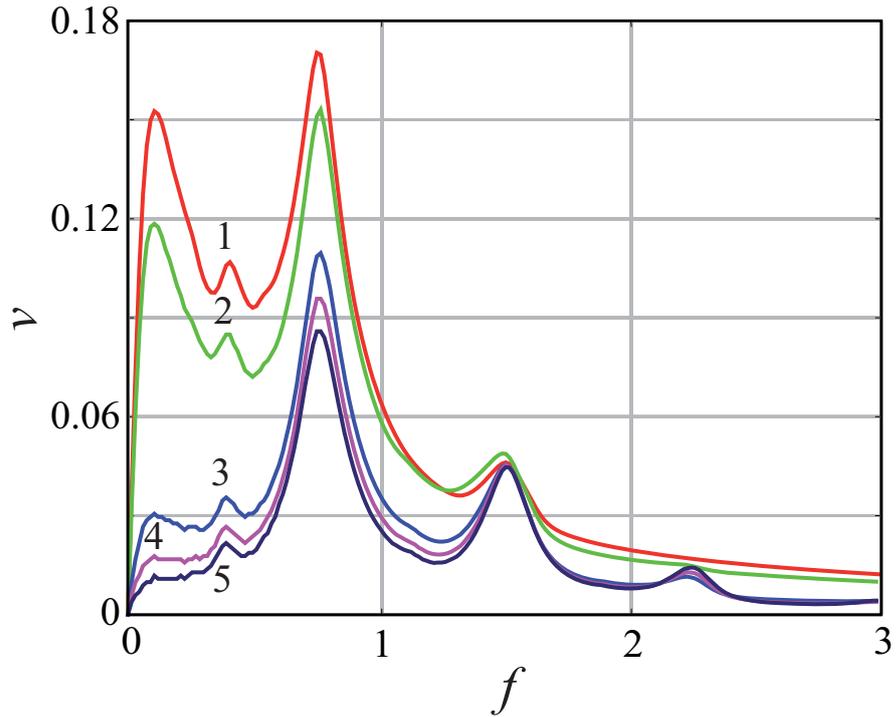


Рис. 1.6: Зависимость скорости v от напряженности продольного электрического поля f ($\Omega = 8.9, \theta = 40^\circ$). Кривая 1 соответствует $\Theta = 0.04$, кривая 2 — $\Theta = 0.45$, кривая 3 — $\Theta = 1.8$, кривая 4 — $\Theta = 2.7$, кривая 5 — $\Theta = 3.6$

ности электрического поля в модельной нелинейной активной распределенной среде, содержащей носители заряда.

1.4 Выводы по первой главе

Таким образом в первой главе диссертационной работы были получены различные профили зависимости скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля в модельной системе, описывающей активную нелинейную распределенную среду. Все рассматриваемые характеристики нелинейны и имеют, по крайней мере, хотя бы один экстремум. Наиболее простым случаем является нелинейная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с единственным, основным максимумом (пиком Эсаки-Тсу [54]), данному случаю

соответствует набор значений управляющих параметров $\Omega = 0$, $\theta = 0$, $\Theta = 0$. При $\Theta = 0$ и $\Omega = 8.9$, $\theta = 40^\circ$ на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля возникают несколько максимумов, основной и дополнительные (см. также [55, 56]). Наконец, при $\Omega = 8.9$, $\theta = 40^\circ$ и изменении параметра Θ можно наблюдать существенное уменьшение основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, величина дополнительных максимумов при этом изменяется несущественно [60].

Аналізу процессов формирования и эволюции структур, протекающих в пространственно-распределенных системах, характеризующихся сложной нелинейной зависимостью скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля $v(f)$ посвящены последующие главы настоящей диссертационной работы.

Глава 2

Влияние нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на динамику электронных структур

[60, 61, 66, 67, 70]

Во введении и в первой главе диссертационной работы отмечалась важность изучения процессов формирования и динамики электронных структур в случае сложной нелинейной зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля, существование которых приводит к генерации колебаний тока. В настоящей главе рассматриваются вопросы, связанные с моделированием поведения рассматриваемой модельной системы, характеризующейся такой сложной зависимостью скорости электронов от напряженности электрического поля, а также описываются результаты, полученные в ходе исследования данной проблемы. Особое внимание уделяется случаю, когда с изменением параметра Θ меняется соотношение между величинами основного и допол-

нительных максимумов на зависимости скорости направленного движения зарядов от напряженности электрического поля.

2.1 Моделирование динамики электронных структур

Рассмотрим математическую модель, позволяющую описать динамику рассматриваемой модельной системы, характеризующейся сложной зависимостью с несколькими максимумами скоростной характеристики $v(f)$. Величину плотности тока J в каждой точке пространства рассматриваемой системы в данный момент времени, если в этой точке известна концентрация электронов n , можно найти, зная скорость носителей заряда. Профили нелинейной зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля $v(f)$ для различных значений управляющих параметров Ω , θ и Θ , были получены в главе 1. Для нахождения величины скорости носителей заряда необходимо знать также значение напряженности электрического поля f в данной точке. Как следствие, для описания и моделирования коллективной динамики заряда необходимо использовать систему самосогласованных уравнений Пуассона и непрерывности, которые, в общем случае, интегрируются численно.

Следует отметить, что в силу перехода от микропроцессов (движений отдельных электронов), рассмотренных в первой главе, к макропроцессам (формирование и эволюция структур), во второй главе оказывается более удобным использовать несколько другую систему нормировок. В безразмерном виде эволюция плотности заряда описывается уравнением непрерывности

$$\frac{dn}{dt} = -\beta \frac{dJ}{dx}, \quad (2.1)$$

где $\beta = 0.031$ – безразмерный параметр. Плотность тока определяется следующим соотношением:

$$J = nv(f) - D(f, \Theta) \frac{dn}{dx}, \quad (2.2)$$

где коэффициент диффузии, $D'(f)$, в соответствии с [77], был введен как

$$D(f, \Theta) = \frac{v(f)d}{1 - \exp\left(-\frac{kf}{\Theta}\right)} \exp\left(-\frac{kf}{\Theta}\right), \quad (2.3)$$

где d и k – безразмерные параметры¹.

Наряду с уравнением непрерывности (2.1) используется также уравнение Пуассона

$$\frac{df}{dx} = \nu(n - 1), \quad (2.4)$$

в котором $\nu = 15.769$ – безразмерный параметр. В рамках диссертационной работы безразмерные параметры были выбраны следующими: $\beta = 0.031$, $d = 0.072$, $k = 0.276$, $\nu = 15.769$. Безразмерная длина рассматриваемой активной среды полагалась равной единице.

Для численного моделирования системы пространство взаимодействия, по аналогии с работой [6], было разбито на достаточно большое число N узких слоев с шириной Δx . В пределах каждого m -го слоя безразмерная концентрация электронов n_m полагается постоянной. Тогда самосогласованную систему уравнений (2.1)–(2.4) в частных производных можно представить в дискретном виде как

¹Следует обратить внимание, что символом “ d ” в первой и второй главах диссертационной работы обозначены разные величины

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_m}{dt} = \beta \frac{J_{m-1} - J_m}{\Delta x}, \\ J_m = n_m v(\bar{f}_m) - D(\bar{f}_m, \Theta) \frac{n_{m+1} - n_m}{\Delta x}, \quad m = 1, \dots, N, \\ \frac{f_{m+1} - f_m}{\Delta x} = \nu(n_m - 1), \end{array} \right. \quad (2.5)$$

где $v(\bar{f}_m)$ описывает безразмерную скорость электрона для значения безразмерной напряженности электрического поля \bar{f}_m в слое m , усредненного по соседним слоям [56].

Введем граничные условия. Будем считать, что плотность тока на входе в систему определяется как

$$J_0 = s f_0, \quad (2.6)$$

где f_0 – безразмерная напряженность электрического поля на входе в систему ($f_0 = f(0)$), s – безразмерная проводимость. Условие на напряжение, приложенное к системе, примет следующий вид

$$V = U + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^N (f_m + f_{m+1}), \quad (2.7)$$

где U описывает падение напряжения, связанное с контактами. Для простоты будем считать поперечную площадь сечения единичной, что позволяет для нахождения силы тока использовать плотность тока в последнем слое численной схемы, $I = J_N$.

Как уже отмечалось выше, при переходе к описанию процессов макродинамики, связанным с процессами формирования и эволюции электронных структур в рассматриваемой модельной системе, удобно использовать несколько иную нормировку для безразмерных величин. В новых нормированных величинах скорость направленного движения носителей заряда

связана со скоростью, рассмотренной в первой главе как

$$v = v^{(II)}(f) = \frac{v^{(I)}(f)}{V_0}, \quad (2.8)$$

где $v^{(i)}$ — величина скорости, используемая в i -ой главе.

Аналогично, для безразмерной напряженности электрического поля используется следующая нормировка

$$f = f^{(II)} = \frac{f}{\tau}. \quad (2.9)$$

В частности, в новых нормировках соотношение (1.50) примет простой вид

$$v(f) = \frac{f}{1 + f^2}, \quad (2.10)$$

что позиционирует основной максимум на профиле $v(f)$ в координату $f = 1$.

2.2 Влияние нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на пространственно-временную динамику электронных структур

В настоящем разделе диссертационной работы сравнивается динамика электронных структур в модельной системе при двух различных типах нелинейной зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля: с единственным и несколькими максимумами. Исследование динамики будет проведено в двух направлениях, исследование характеристик колебаний тока и рассмотрение пространственно-временной динамики электронных структур с системе.

2.2.1 Исследование влияния нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на характеристики тока

На рисунке 2.1 приведены примеры развитой генерации в случае различных нелинейных характеристик зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля. Показаны два различных случая: на рисунке 2.1, *а* показана временная зависимость для случая $\theta = 0$, когда на v -характеристике наблюдается только один максимум (профиль зависимости $v(f)$ в данном случае описывается соотношением (2.10)), тогда как рисунок 2.1, *б* соответствует $\theta = 40^\circ$, когда на профиле зависимости $v(f)$ существуют несколько максимумов разной величины. Значение параметра Ω полагается равным 8.9.

Как видно из рисунка 2.1, при значении параметра $\theta = 40^\circ$, характеризующего сильную нелинейность зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля, временные реализации тока сильно отличаются от случая, когда $\theta = 0$. Во-первых, отличаются частота и амплитуда колебаний; во-вторых, различны значения тока, соответствующие “пьедесталам” колебаний (в целом эти значения достаточно хорошо совпадают с током, усредненным по времени). То, как нелинейность с несколькими максимумами влияет на данные характеристики колебаний при различных напряжениях, приложенных к системе, будет показано далее. Из данного рисунка, прежде всего, видно, что нелинейность зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля усложняет колебания тока. Фактически, каждый новый максимум на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля приводит к появлению дополнительного падающего участка, как было показано в главе 1. Каждый подобный участок, в свою очередь, усложняет форму и

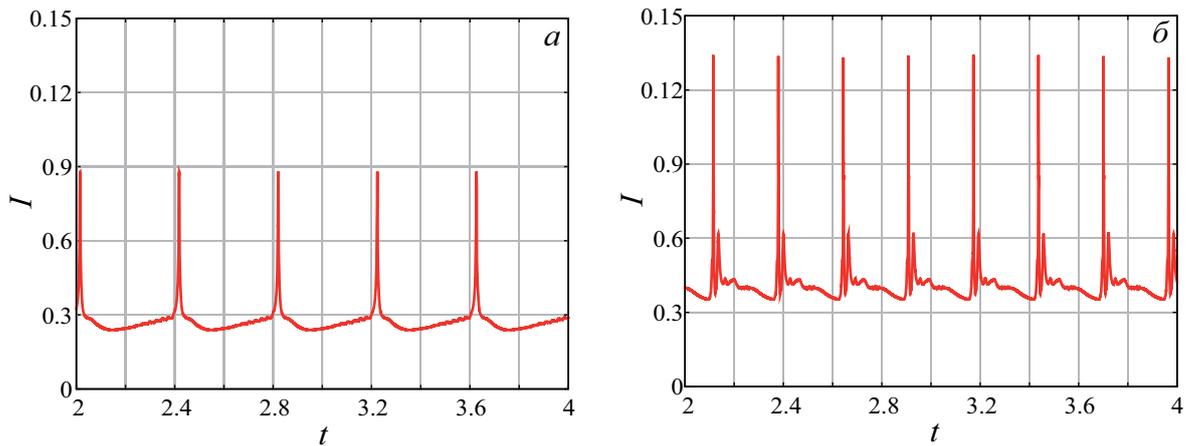


Рис. 2.1: Зависимости тока, протекающего через систему, от времени для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (а) и несколькими (б) максимумами. Обе реализации построены для значения напряжения, приложенного к системе, соответствующего развитым колебаниям – $V = 21.89$

эволюцию электронных структур (механизмы данного усложнения будут обсуждаться в следующих разделах настоящей главы диссертационной работы).

Рассмотрим, как изменяется ток, протекающий через систему, при изменении приложенного напряжения. При значениях приложенного напряжения меньше некоторого порогового значения, соответствующего возникновению колебаний, наблюдается стационарное значение тока, которое при построении безразмерной вольт–амперной характеристики $I(V)$ и ставится в соответствие приложенному значению напряжения. С началом генерации колебаний одному значению напряжения соответствует множество значений тока, так как сила тока меняется с течением времени, и для построения вольт-амперной характеристики используется усредненное по времени значение тока.

Для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним и несколькими максимумами безраз-

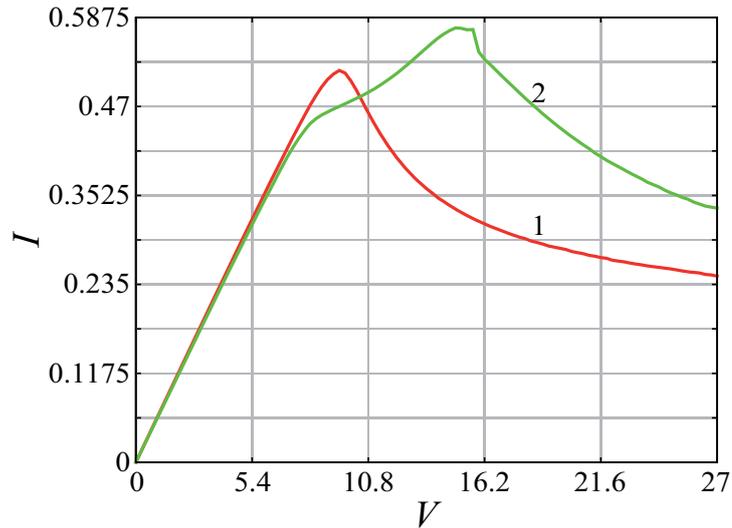


Рис. 2.2: Безразмерные вольт-амперные характеристики для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (кривая 1), и несколькими (кривая 2) максимумами. В случае режима генерации колебаний для построения характеристики были взяты усредненные по времени значения тока

мерные вольт-амперные характеристики показаны на рисунке 2.2. На данных характеристиках начало генерации соответствует падающему участку. Из рисунка 2.2 следует, что для нескольких максимумов генерация начинается при бóльших значениях напряжения. Также, одному и тому же значению напряжения соответствуют бóльшие значения тока для нелинейной характеристики зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. Следует отметить, что для малых напряжений ($V < 8.21$) участки стационарного тока для нелинейных зависимостей скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним и несколькими максимумами совпадают. Данный результат можно объяснить тем, что совпадают соответствующие участки зависимостей $v(f)$.

На рисунке 2.3 построена зависимость частоты колебаний тока от приложенного напряжения, приведенная для значений V , при которых наблюдается генерация колебаний. Видно, что в момент начала генерации ча-

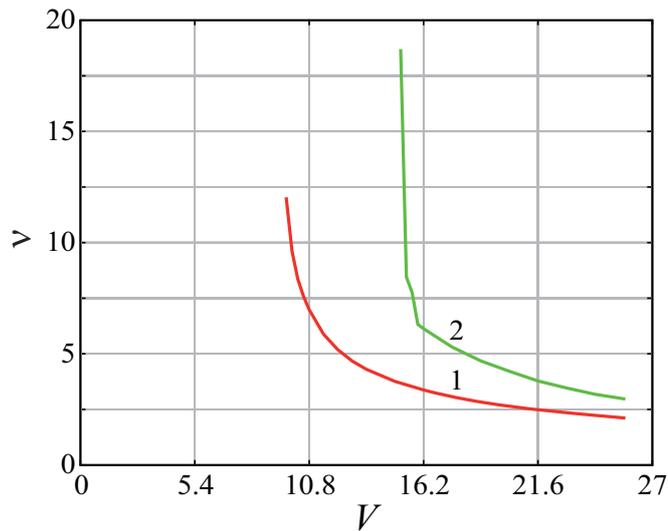


Рис. 2.3: Зависимость безразмерной частоты колебаний тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней, для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (кривая 1), и несколькими (кривая 2) максимумами

стота колебаний ν для нелинейной характеристики зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами оказывается существенно выше, чем в случае одного максимума. Далее, с ростом напряжения V частота генерации уменьшается в обоих случаях, постепенно выходя на некоторый постоянный уровень.

Зависимость амплитуды колебаний от приложенного напряжения V для тех же самых значений управляющих параметров, которые использовались выше, приведена на рисунке 2.4.

Для построения данной характеристики была найдена разность между максимальным и минимальным значениями тока на временной реализации². Из рис. 2.4 видно, что для нелинейной характеристики зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним максимумом амплитуда колебаний начинает расти раньше (так как

²При этих расчетах использовались временные реализации длиной в несколько десятков периодов колебаний

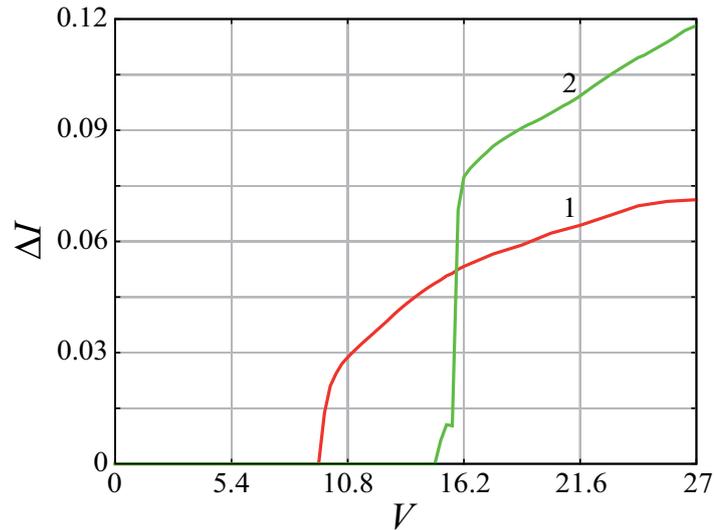


Рис. 2.4: Зависимость амплитуды колебаний тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней, для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (кривая 1) и несколькими (кривая 2) максимумами

раньше начинается генерация колебаний), и увеличивается с ростом приложенного напряжения (напомним, что частота при этом уменьшается). Для случая нескольких максимумов на зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля $v(f)$ амплитуда колебаний тока оказывается больше, тогда как порог генерации смещается в сторону больших значений напряжения V .

Таким образом, на основании проведенных исследований можно сделать вывод о том, что с ростом приложенного напряжения частота колебаний и средний ток уменьшаются, тогда как амплитуда колебаний, наоборот, растет. Данные закономерности характерны для колебаний в исследуемой системе с обоими типами нелинейности. Важно также отметить, что для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами средний ток, частота и амплитуда колебаний оказываются больше, что обуславливается наличием нескольких участков отрицательной дифференциальной скорости.

2.2.2 Динамика пространственно-временных структур для случая нелинейной характеристики зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами

Помимо характеристик тока, протекающего через систему, особый интерес представляют процессы формирования и эволюции пространственно-временных электронных структур. Для иллюстрации влияния нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля на динамику пространственно-временных электронных структур в настоящем разделе диссертационной работы приведены серии рисунков, построенных для различных значений напряжения, приложенного к исследуемой системе. Для каждого значения напряжения построены три зависимости:

- (1) реализация тока, позволяющая отслеживать, как связаны электронные структуры и ток и
- (2) два варианта пространственно-временных диаграмм, описывающих изменение концентрации в системе с течением времени.

Первый вариант — это трехмерное представление, на котором хорошо видно, как пространственно-временная структура эволюционирует с течением времени. На втором варианте значения концентрации указываются оттенками серого и дополнительно построены линии уровня, соответствующие максимумам нелинейной характеристики $v(f)$. Как уже отмечалось, при значении параметра $\theta = 0$ наблюдается только один основной экстремум на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. Для $\theta = 40^\circ$, помимо основного максимума существует несколько дополнительных, возможность возникновения которых рассмотрена в главе 1. Данные рисунки показывают связь скорости носителей заряда с

динамикой электронных структур в изучаемой системе, а значит и с колебаниями тока, протекающего через нее.

Для характеристики с одним экстремумом соответствующие зависимости показаны на рисунке 2.5. Первое значение напряжения, $V = 9.85$, близко к пороговому, при котором возникают колебания. Генерация колебаний только возникла, при этом колебания имеют вид череды максимумов. С ростом напряжения между максимумами появляются “пьедесталы”, где значение тока практически не изменяется с течением времени. Из рисунка также видно, что с ростом напряжения частота колебаний уменьшается, а амплитуда, в свою очередь, растет, что уже обсуждалось в предыдущем разделе настоящей главы диссертационной работы. На рисунках 2.5,б можно видеть, как изменяется пространственно-временная динамика электронных структур в исследуемой модельной системе с ростом напряжения. Следует отметить, что каждому прохождению электронной структуры через систему соответствует один максимум на временной реализации тока, после этого в системе образуется новая структура. Как видно из рисунков 2.5,в, с ростом напряжения линия уровня, соответствующая основному экстремуму скорости электрона, следует за электронной структурой на протяжении всей системы.

Дополнительные максимумы на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля сильно влияют на динамику электронных структур, наблюдаемых в изучаемой системе. Сравнивая рисунки 2.5,а и 2.6,а для одних и тех же значений напряжений, приложенных к системе, можно видеть, что каждый максимум временной реализации тока для нелинейной характеристики с несколькими максимумами становится более сложным по своей структуре, он состоит из нескольких максимумов, основного и нескольких поменьше. Для небольших напряжений, $V < 16.42$, характерна смена режима генерации. Изначально равные по высоте макси-

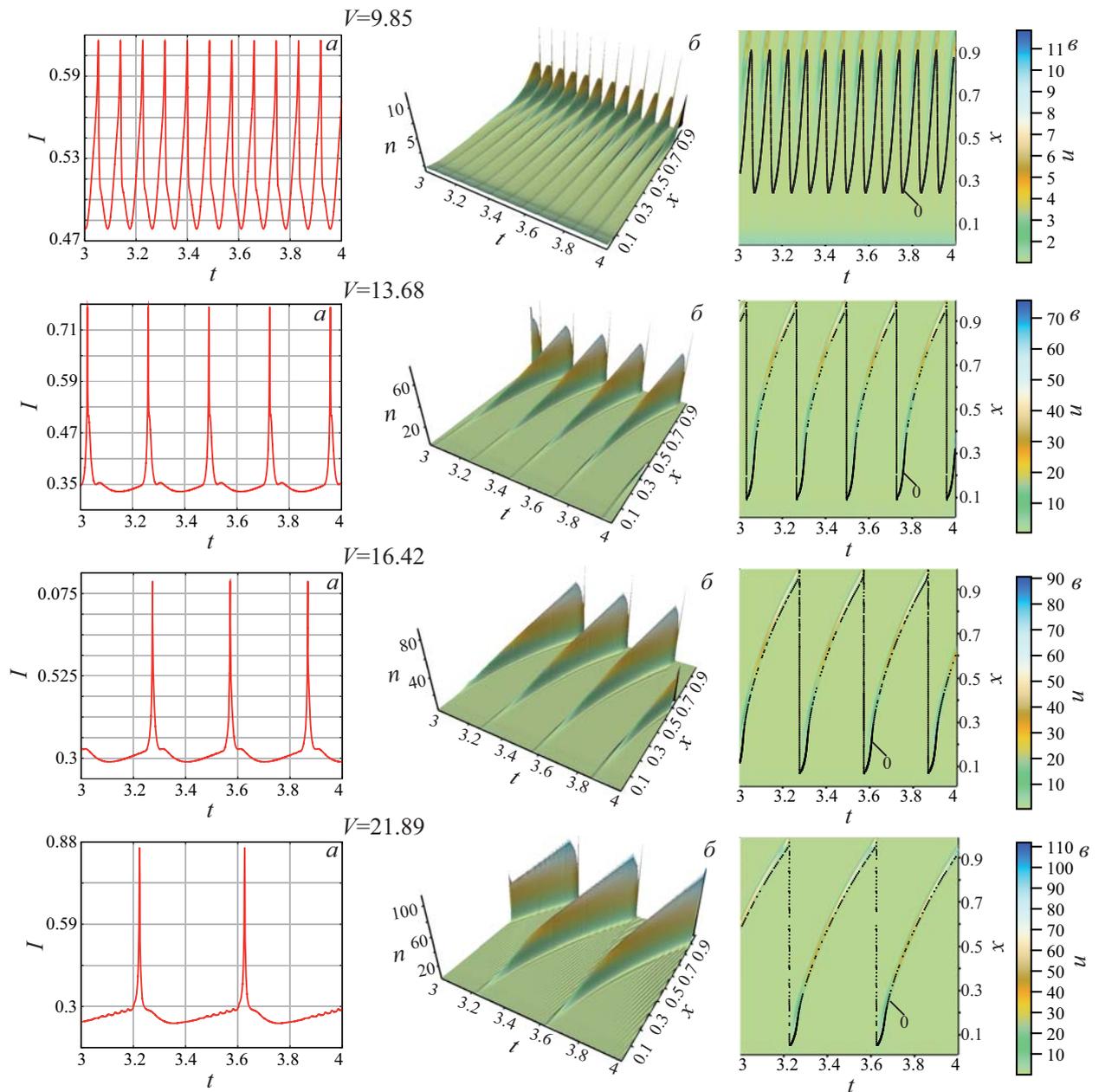


Рис. 2.5: Для различных напряжений, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; b – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; c – линии уровня $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 0$, $\Theta = 0$

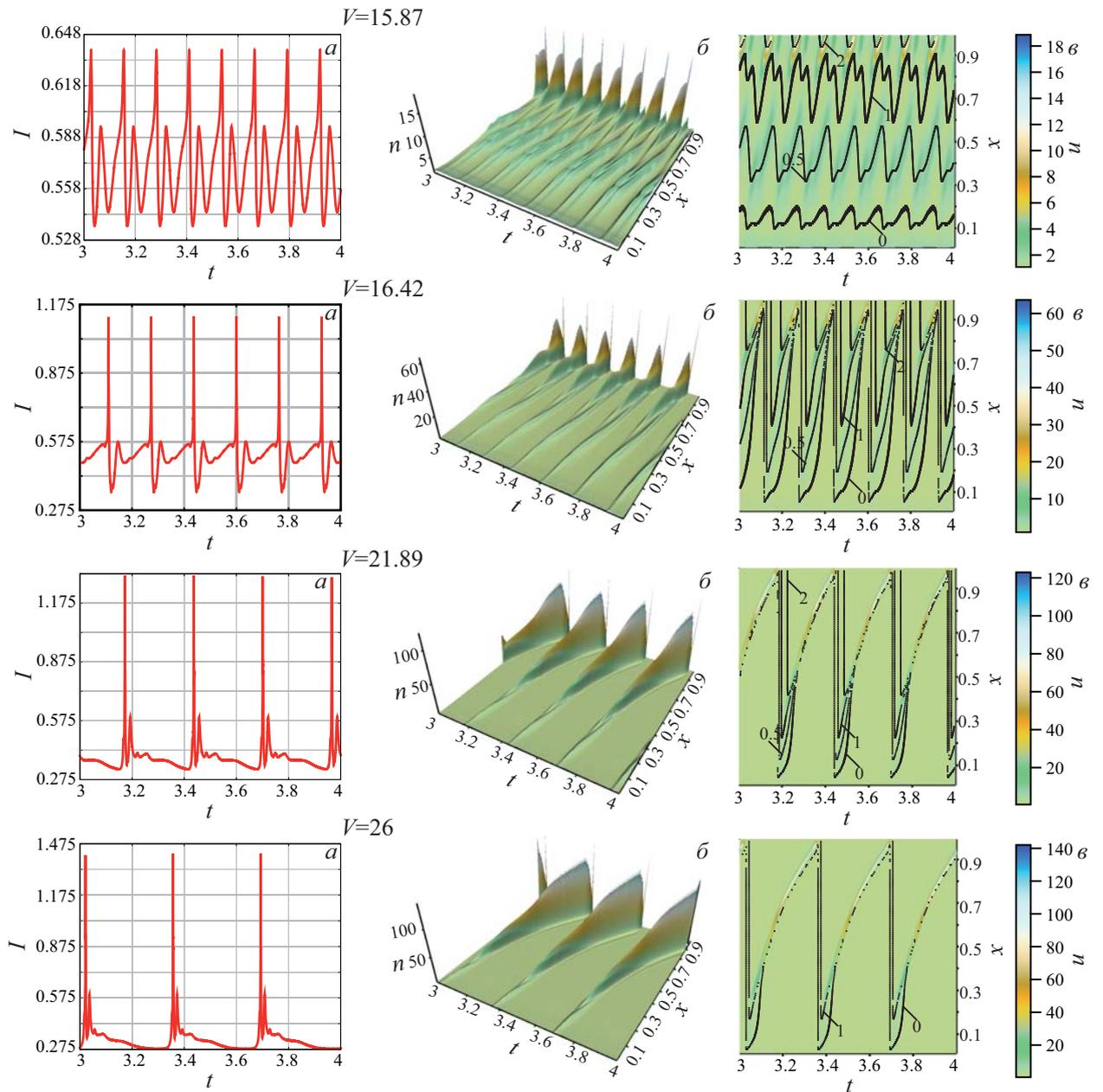


Рис. 2.6: Для различных напряжений, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы для концентрации электронов; *в* – линии уровня $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 40^\circ$, $\Theta = 0$

муми начинают сближаться, при этом высота одного из них уменьшается. При этом частота колебаний уменьшается приблизительно в два раза. Из сравнения рисунков 2.5,б и 2.6,б видно, что пространственно-временные структуры ведут себя схожим образом. Можно также отметить, что и электронная структура разделяется надвое. Высота одной из них увеличивается, второй приближается к первой, и к концу системы они подходят практически одновременно при развитой генерации, $V > 16.42$. Однако, на начальных этапах, $V = 15.87$, структуры подходят к концу системы с существенным отставанием по времени, что приводит к двойным всплескам тока, протекающего через исследуемую систему. Для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами, как и для одного, частота колебаний тока уменьшается с ростом напряжения, амплитуда увеличивается. Тем не менее, как это уже отмечалось выше, для характеристики с несколькими максимумами амплитуда и частота колебаний оказывается выше, чем в случае, когда существует только один основной экстремум.

Все вышеперечисленные эффекты можно объяснить с помощью рисунка 2.6. Как и для случая $\theta = 0$, на данном рисунке отложена линия уровня соответствующая значению напряженности электрического поля для основного максимума, однако, помимо нее показаны также линии уровней для дополнительных максимумов. В начале генерации, $V = 15.87$, соответствующие линии уровней сильно отстоят друг от друга (рис. 2.6,а). Следует также отметить, что линия уровня для первого дополнительного максимума соответствует возникновению колебательной динамики тока. Колебательная динамика характерна и для линий уровней, соответствующих основному максимуму и остальным дополнительным, но в меньшей степени. С ростом напряжения линии уровней сближаются, что свидетельствует о том, что на эволюционирующую пространственно-временную электронную

структуру максимумы влияют последовательно, сначала основной максимум, затем дополнительный $1/2$, дополнительный 1 , и так далее. В соответствии с этим, образуется сложная структура колебаний тока и электронных структур. Более того, влияние дополнительных максимумов накапливается, что приводит к увеличению амплитуды и частоты колебаний. Следует отметить, что полученные результаты хорошо согласуются с описанными ранее в научной литературе [6].

2.3 Динамика пространственно-временных структур при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля

Влияние появления дополнительных максимумов было рассмотрено в предыдущем разделе. В настоящем разделе рассматривается представляющий особый интерес переход ведущей роли на динамику электронных структур от основного максимума на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля к дополнительным. Данный эффект достигается изменением соотношения между величинами основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля при помощи изменения величины параметра Θ . Используя зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, полученные в главе 1 диссертационной работы, сначала было рассмотрено, как изменение параметра Θ влияет на вольт-амперные

характеристики (раздел 2.3.1), а затем — на динамику электронных структур (раздел 2.3.2).

2.3.1 Характеристики тока при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля

Типичные вольт-амперные характеристики исследуемой системы показаны на рисунке 2.7 для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним и несколькими максимумами. Отметим, что для значений напряжения, соответствующих колебаниям тока, протекающего через активную среду, ток рассчитывается с помощью усреднения по времени.

Когда параметр $\theta = 0$ (рисунок 2.7,а), характеристики имеют единственный максимум, ассоциирующийся с основным экстремумом. Рисунок 2.7,а показывает, что с ростом параметра Θ величина максимума тока на вольт-амперных характеристиках уменьшается. Это уменьшение связано с тем, что максимальная скорость носителя заряда, определяемая уравнением (1.51), уменьшается. В частности, множитель $I_1(\Theta^{-1})/I_0(\Theta^{-1})$ в формуле (1.51), также обязательно приводит к уменьшению максимума тока.

Динамика электронов (и, соответственно, вольт-амперная характеристика) существенно меняется для нелинейной характеристики зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. На рисунке 2.7,б продемонстрированы типичные вольт-амперные характеристики, вычисленные для случая с несколькими максимумами на профиле зависимости $v(f)$ при различных значени-

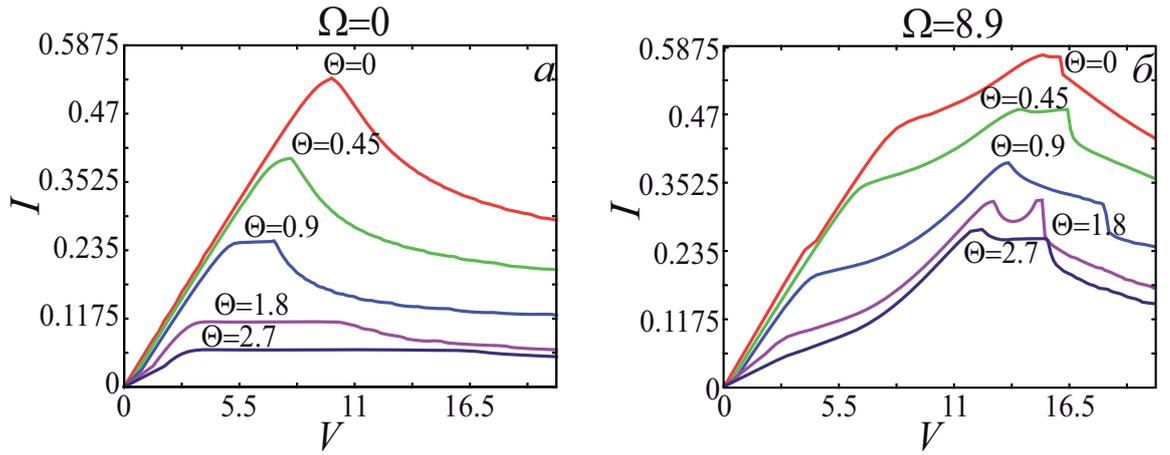


Рис. 2.7: Безразмерные вольт–амперные характеристики для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (а) и несколькими (б) максимумами для различных значений параметра Θ . В течении генерации колебаний для построения характеристики были взяты усредненные по времени (по периоду колебаний) значения тока

ях параметра Θ . На всех кривых на рисунке отчетливо видны дополнительные особенности на характеристиках, обусловленные наличием дополнительных максимумов (схожее поведение описано в [56]). Для относительно небольших значений параметра Θ ($\Theta < 1$) дополнительные максимумы вызывают резкие изменения в форме характеристик (например, изгиб вблизи $V = 8.21$ на $I(V)$ –зависимости, вычисленной для $\Theta = 0$, рисунок 2.7,б) и смещают положение максимумов тока. С ростом Θ , данный эффект становится более заметным и в итоге дает возрастание добавочных максимумов на вольт–амперных характеристиках (см., например, второй максимум при $\Theta = 1.8$). Это изменение кривых возникает для разных $v(f)$ зависимостей с изменением параметра Θ , показанных на рисунке 1.6.

Сравнение рисунков 2.7,а и б показывает, что хотя максимум тока уменьшается в обоих случаях, для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами максимумы максимумов тока всегда оказываются больше. Это

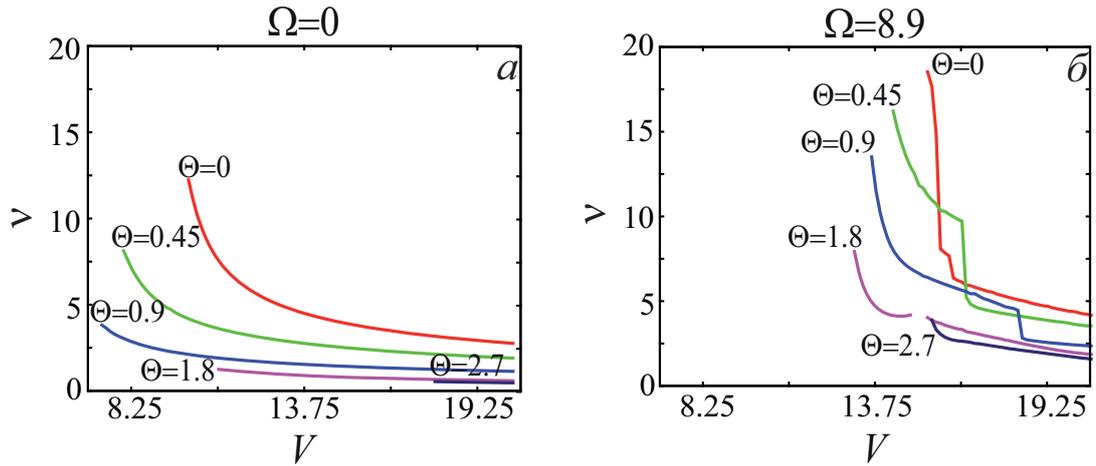


Рис. 2.8: Зависимость частоты колебаний тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней, для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (а) и несколькими (б), максимумами для различных значений параметра Θ

можно объяснить изменением зависимости $v(f)$. Более того, на рисунке 1.6 показано, что с ростом параметра Θ амплитуда максимумов, соответствующих дополнительным максимумам, уменьшается, и разница между максимумами тока для $\theta = 0$ и $\theta = 40^\circ$ становится больше.

Когда приложенное напряжение превышает некоторое критическое значение, V_{th} , зависящее от параметров Θ и θ , стационарное состояние системы теряет устойчивость. Данные колебания тока ассоциируются с формированием пространственно-временных электронных структур, движущихся через систему. Подобное поведение соответствует формированию и движению доменов зарядов в полупроводниковых структурах, например, в полупроводниковых сверхрешетках [77, 81].

Зависимость частоты колебаний, ν , от напряжения, приложенного к системе, V , показана на рисунке 2.8 для различных значений безразмерного параметра Θ . Отметим, что для каждого значения параметра Θ начало генерации колебаний происходит при различных пороговых значениях напряжения, V_{th} . В целом, с ростом напряжения частота колебаний умень-

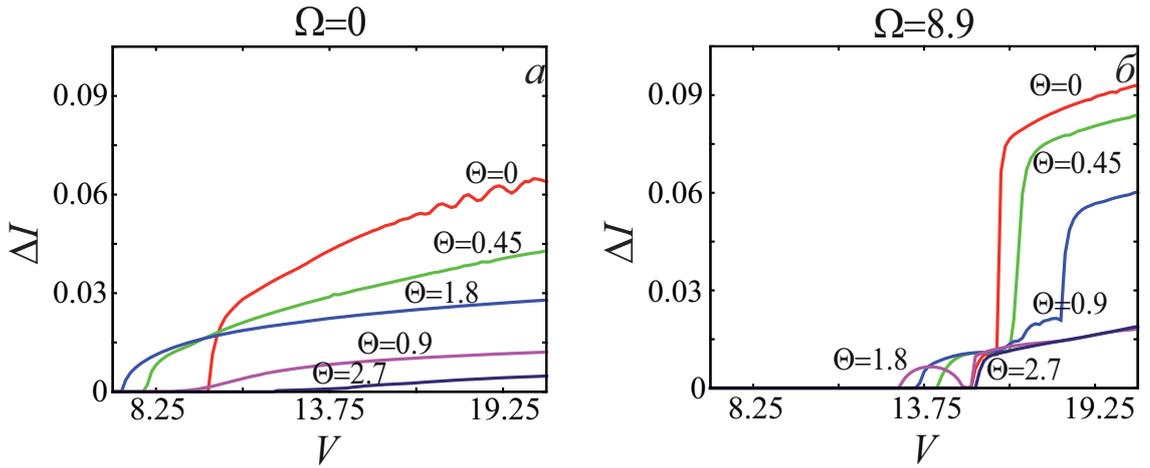


Рис. 2.9: Зависимость амплитуды колебаний тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней, для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним (а) и несколькими (б) максимумами для различных значений параметра Θ

шается как для одного максимума (рисунок 2.8,а), так и для нескольких (рисунок 2.8,б). Данный эффект может быть объяснен тем, что для больших значений напряженности электрического поля, f , скорость носителей заряда $v(f)$ уменьшается с ростом напряженности электрического поля в обоих случаях. Более того, дальнейший рост напряженности электрического поля f в этом режиме замедляет электроны еще больше. Приложенное напряжение приводит к неравномерному распределению электрического поля вдоль системы. С ростом напряжения область, где значения напряженности электрического поля f достаточно велики (а скорость электронов, соответственно, мала), также увеличивается, что приводит к замедлению электронных структур, частота следования которых и определяет частоту колебаний. Для v -характеристики с несколькими максимумами на зависимости $v(f)$, среднее значение скорости следования носителей заряда оказывается больше, и, соответственно, пространственно-временная электронная структура движется быстрее, чем в случае v -характеристики с единственным экстремумом. Следует также отметить, что появление до-

полнительных максимумов приводит к увеличению максимального значения скорости носителей заряда, которое электроны могут достигать при данном значении параметра Θ (см. рисунок 1.6). Все эти факторы увеличивают скорость распространения пространственно-временных электронных структур для нелинейных зависимостей скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. Таким образом, для фиксированного значения напряжения, частота следования электронных структур (если они есть для данного напряжения, то есть, если $V > V_{th}$) оказывается больше в том случае, когда на нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля существует несколько максимумов.

Отдельно следует отметить интересное явление, наблюдающееся вблизи порога возникновения колебаний, заключающееся в трансформации формы колебаний, которая связана с бифуркацией удвоения периода. Для того, чтобы охарактеризовать данное явление более подробно, на рисунке 2.10 были построены фазовые портреты и реализации тока для случая $\Theta = 0$ при нескольких значениях управляющего параметра V , близких к пороговому значению V_{th} . Фазовые портреты были построены по временным реализациям тока с использованием метода задержек Таккенса [82]: вектор состояния составляют значения тока в два различных момента времени, отстоящих друг от друга на временной интервал T , равный четверти периода колебаний. Видно, что в рассматриваемом достаточно узком диапазоне значений управляющего параметра V происходит существенная перестройка формы колебаний, обусловленная тем, что цикл на фазовом портрете с увеличением значения параметра V удваивается, и далее трансформируется. На реализациях тока при этом можно видеть, что с ростом напряжения один из максимумов тока уменьшается и начинает приближаться к другому, что также характерно для бифуркации удвоения перио-

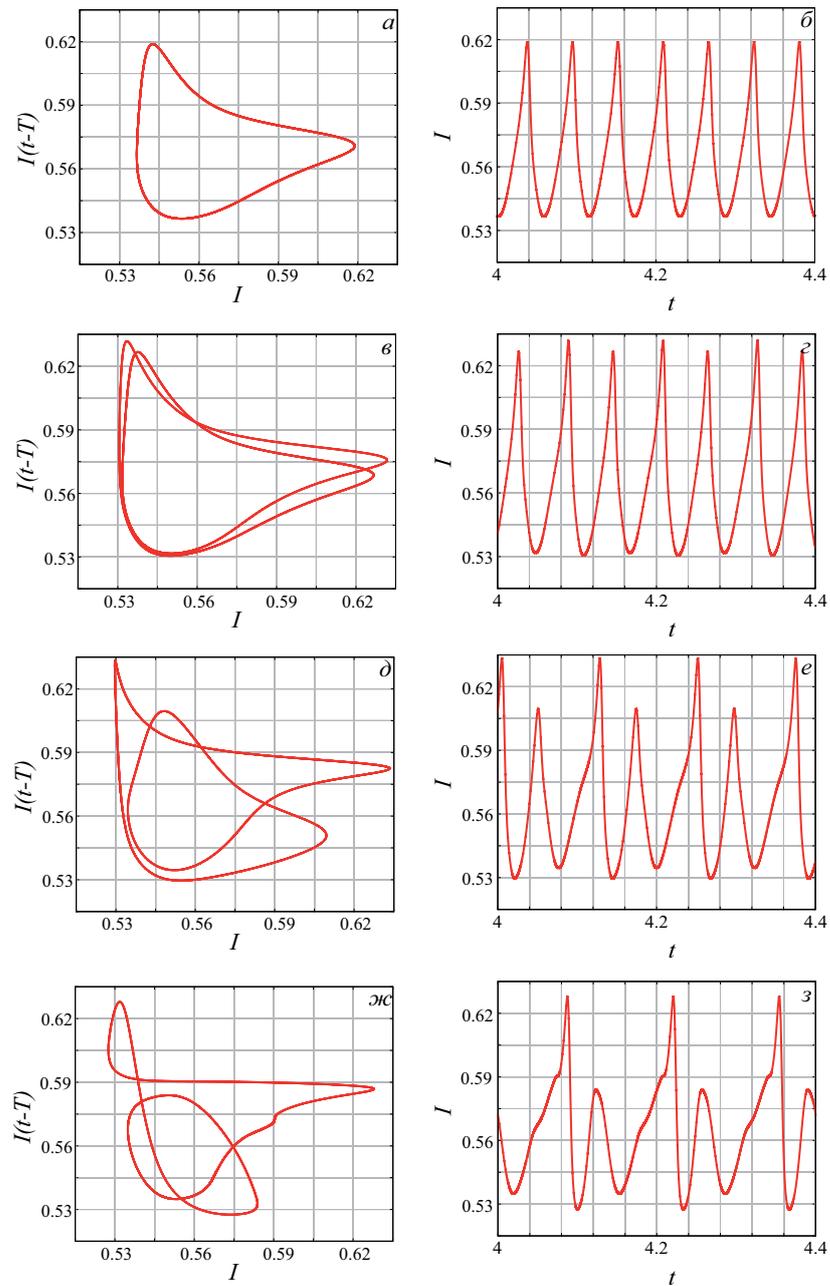


Рис. 2.10: Фазовые портреты ($a, в, д, жс$) и зависимости тока от времени ($б, г, е, з$) для различных значений напряжения: ($a, б$) – $V = 15.33$, ($в, г$) – $V = 15.45$, ($д, е$) – $V = 15.6$, ($жс, з$) – $V = 16$.

да. Таким образом, можно сказать что все подобные случаи изменения вида колебаний, наблюдающиеся сразу после порога возникновения колебаний при различных значениях параметра Θ , связаны с бифуркацией удвоения периода. При этом следует отметить, что с ростом значения параметра Θ значение напряжения V , при котором происходит бифуркация, смещается в область больших значений. Интересно также, что в пространственно-распределенной системе имеет место только одно удвоение периода (в отличие от хорошо известного сценария Фейгенбаума [83,84] перехода от периодических колебаний к хаотическим через каскад бифуркаций удвоения периода), которое, фактически, является механизмом перехода от колебаний, близких к гармоническим, которые наблюдаются непосредственно вблизи порога возникновения генерации, к колебаниям с ярко выраженным максимумом, которые являются типичными для рассматриваемой модельной системы.

Зависимость амплитуды колебаний безразмерного тока, ΔI , от напряжения, приложенного к системе, показана на рисунке 2.9. Сравнение рисунков 2.9,*а* и 2.9,*б* показывает, что наличие дополнительных максимумов на профиле скорости электронов для фиксированного Θ приводит к колебаниям тока большей амплитуды и частоты. Механизмы, приводящие к такому росту мощности колебаний для некоторых реальных физических систем, подробно обсуждаются в работе [81], в которой, в частности, показано, что составной максимум на кривой $v(f)$ приводит к составному распространению электронных структур, что увеличивает амплитуду колебаний тока.

2.3.2 Динамика пространственно-временных структур при изменении соотношения величин основного и дополнительных максимумов на зависимости скорости направленного движения носителей заряда от напряженности электрического поля

Перейдем теперь к рассмотрению динамики пространственно-временных структур заряда для случая зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля $v(f)$ с несколькими максимумами при различных значениях Θ . При моделировании динамики пространственно-временных структур в исследуемой системе были использованы зависимости скоростей носителей заряда от напряженности электрического поля $v(f)$ (рисунок 1.5), полученные для различных значений параметров Θ и θ , методика расчета которых подробно описана в главе 1 настоящей диссертационной работы.

Рассмотрим в начале случай, когда профиль скорости электронов имеет единственный экстремум. С увеличением параметра Θ , как отмечалось в предыдущем разделе, частота и амплитуда колебаний уменьшаются. Это хорошо видно из рисунков 2.11, *a*, на которых изображены временные реализации тока для $\Theta = 0.9$. Динамика структур в данном случае напоминает случай, когда $\Theta = 0$, однако, в данном случае электронные структуры оказываются более гладкими.

С увеличением параметра $\Theta = 2.7$, максимумы тока и электронные структуры расширяются (рисунок 2.12), что обусловлено действием диффузионного слагаемого в формуле 2.2. Амплитуда и частота колебаний тока при этом еще сильнее уменьшаются. Особо следует отметить, что линия уровня, соответствующая основному максимуму на профиле скорости

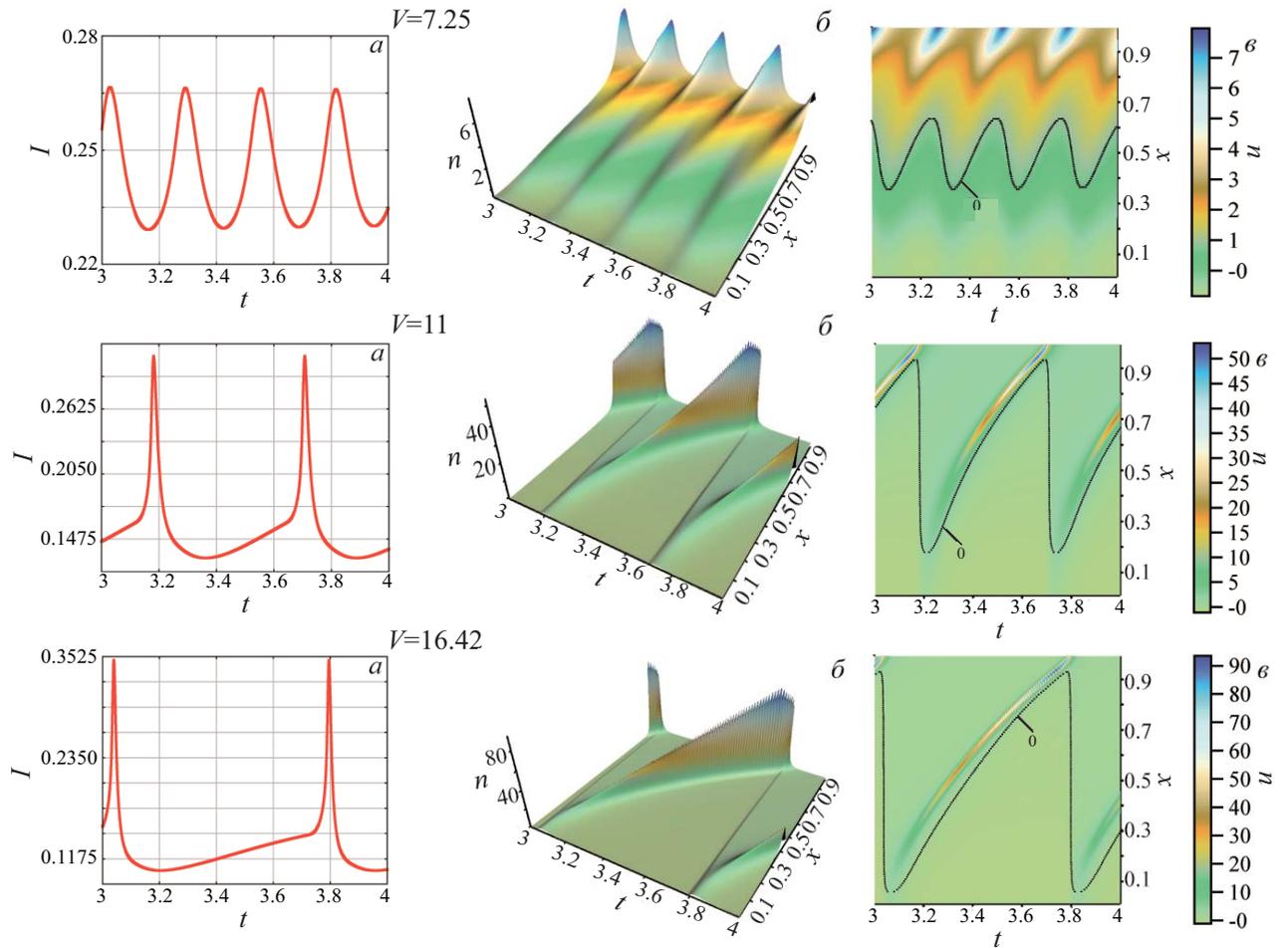


Рис. 2.11: Для различных напряжений, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; *в* – линии уровня для $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 0$, $\Theta = 0.9$

электронов от напряженности электрического поля, не вытягивается вдоль линии следования структуры даже при высоких значениях напряжения V .

С введением дополнительных максимумов на профиле зависимости скорости $v(f)$ ситуация изменяется. Как и в случае $\Theta = 0$, из-за появления дополнительных максимумов колебания оказываются сложнее, чем при единственном экстремуме. Появляются дополнительные максимумы на временных реализациях тока, на рисунках 2.13, *a* видно характерное уменьшение максимумов и их сближение, и как следствие, уменьшение вдвое частоты колебаний. Вплоть до значения $V = 19.15$ линия уровня, соответствующая

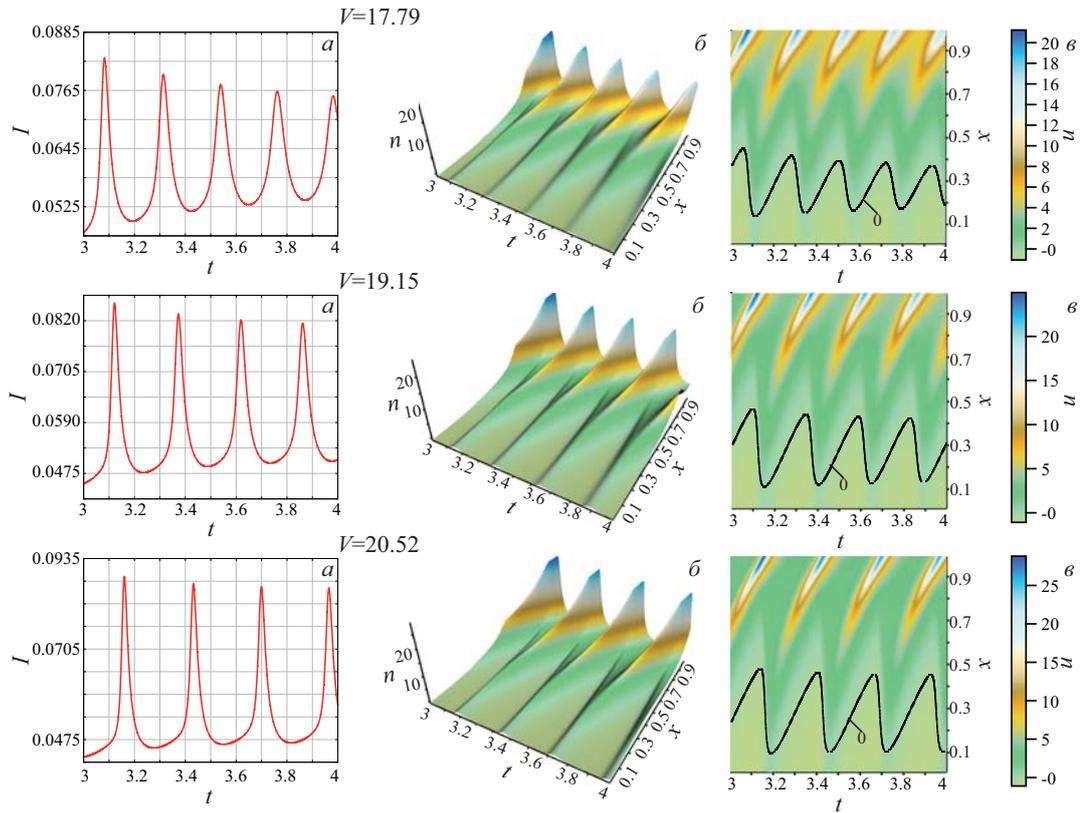


Рис. 2.12: Для различных напряжений, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; *в* – линии уровня для $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 0$, $\Theta = 2.7$

основному максимуму, остается вблизи начала системы. В целом, сравнивая линии уровней, соответствующие максимумам на профиле скорости $v(f)$, можно сделать вывод о том, что варьируя параметр Θ возможно добиться эффективного управления динамикой пространственно-временных электронных структур, что уже отмечалось в главе 1 настоящей диссертационной работы.

С увеличением параметра Θ до величины 2.7 область значений напряжения, приложенного к системе, соответствующая генерации колебаний тока, существенно уменьшается. Начало генерации наблюдается только при напряжении $V = 16.42$. Динамика системы изначально характеризуется широкими пространственно-временными электронными структурами

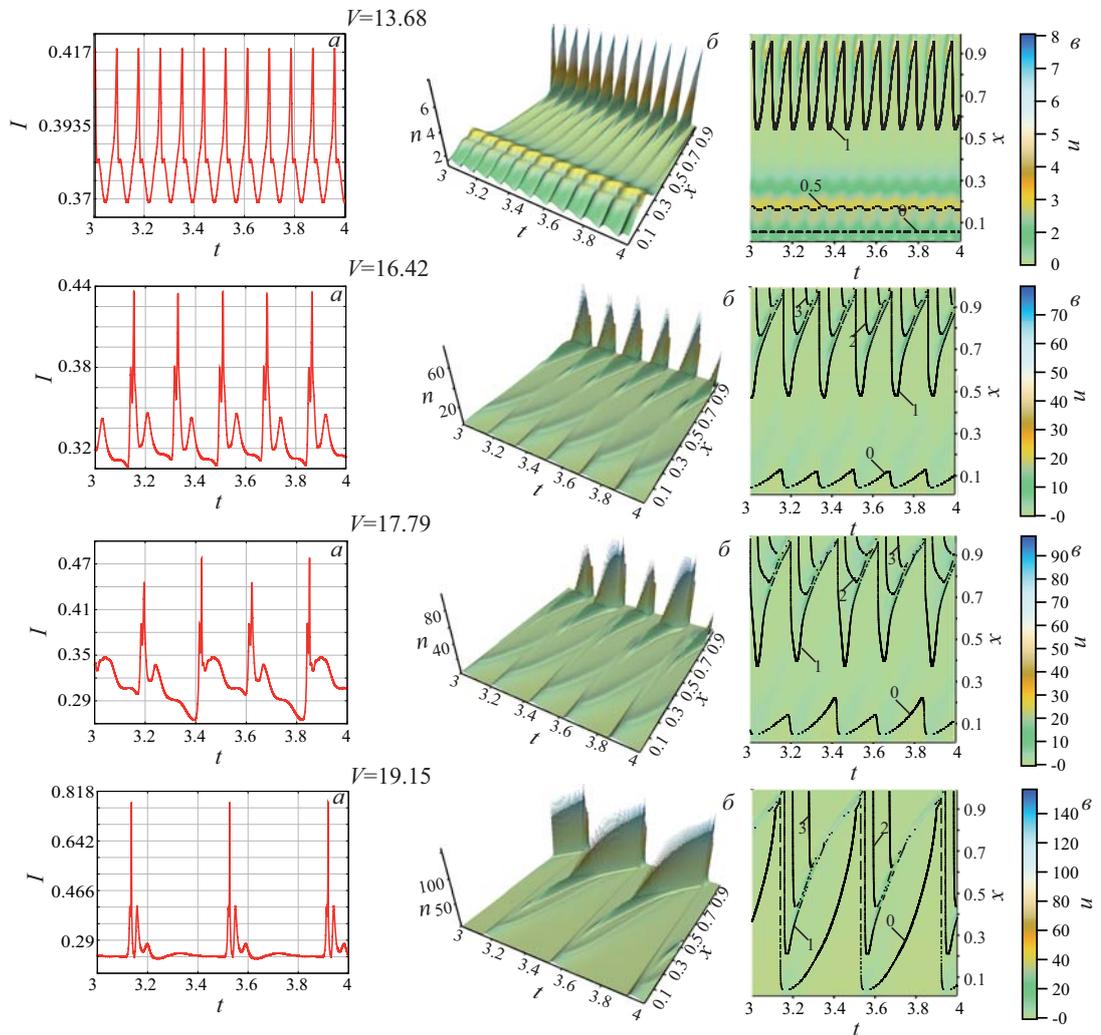


Рис. 2.13: Для различных напряжений, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; b – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; c – линии уровня для $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 40^\circ$, $\Theta = 0.9$

с небольшой амплитудой и частотой следования по сравнению со случаем меньшего значения параметра Θ (рисунки 2.14, *а, б*). Из рисунка 2.14, *в* можно видеть, что линии уровней, соответствующие максимумам на зависимости скорости электронов $v(f)$, на всем интервале генерации колебаний лежат довольно далеко друг от друга. Всплески тока, протекающего через систему, имеют регулярную структуру. Вместе с тем следет отметить, что динамика электронных структур при следовании через активную среду имеет достаточно сложный вид. Основной максимум в данном случае мало влияет на динамику электронных структур в следствии того, что влияние изменения параметра Θ на него существенно выше, чем на дополнительные максимумы. Если для величины $\Theta = 2.7$ сравнивать динамику пространственно-временных структур заряда в случае единственного и нескольких максимумов, то можно отметить, что для случая $\theta = 40^\circ$ частота следования электронных структур и их амплитуда оказывается заметно выше.

В ходе исследований было установлено, что при небольших значениях параметра Θ его увеличение приводит к сдвигу порога установления генерации V_{th} в сторону меньших значений напряжений V , приложенных к системе. При этом в определенном диапазоне значений параметра Θ (примерно от $\Theta = 1.575$ до $\Theta = 2.0$) наблюдается интересный эффект (который отсутствует в случае $\theta = 0$), заключающийся в том, что существует интервал значений напряжения $V \in [V_1, V_2]$, ($V_1 > V_{th}$), для которого наблюдается срыв генерации (рис. 2.15). Иными словами, для этих значений параметра Θ при $V_{th} < V < V_1$ наблюдается режим колебаний с формированием электронных структур (рис. 2.15, *а*), однако при дальнейшем увеличении напряжения $V_1 < V < V_2$ колебания затухают (рис. 2.15, *б*) и возникают снова уже при $V > V_2$ (рис. 2.15, *в*). При этом, слева и справа от области отсутствия генерации динамические режимы, наблюдающиеся

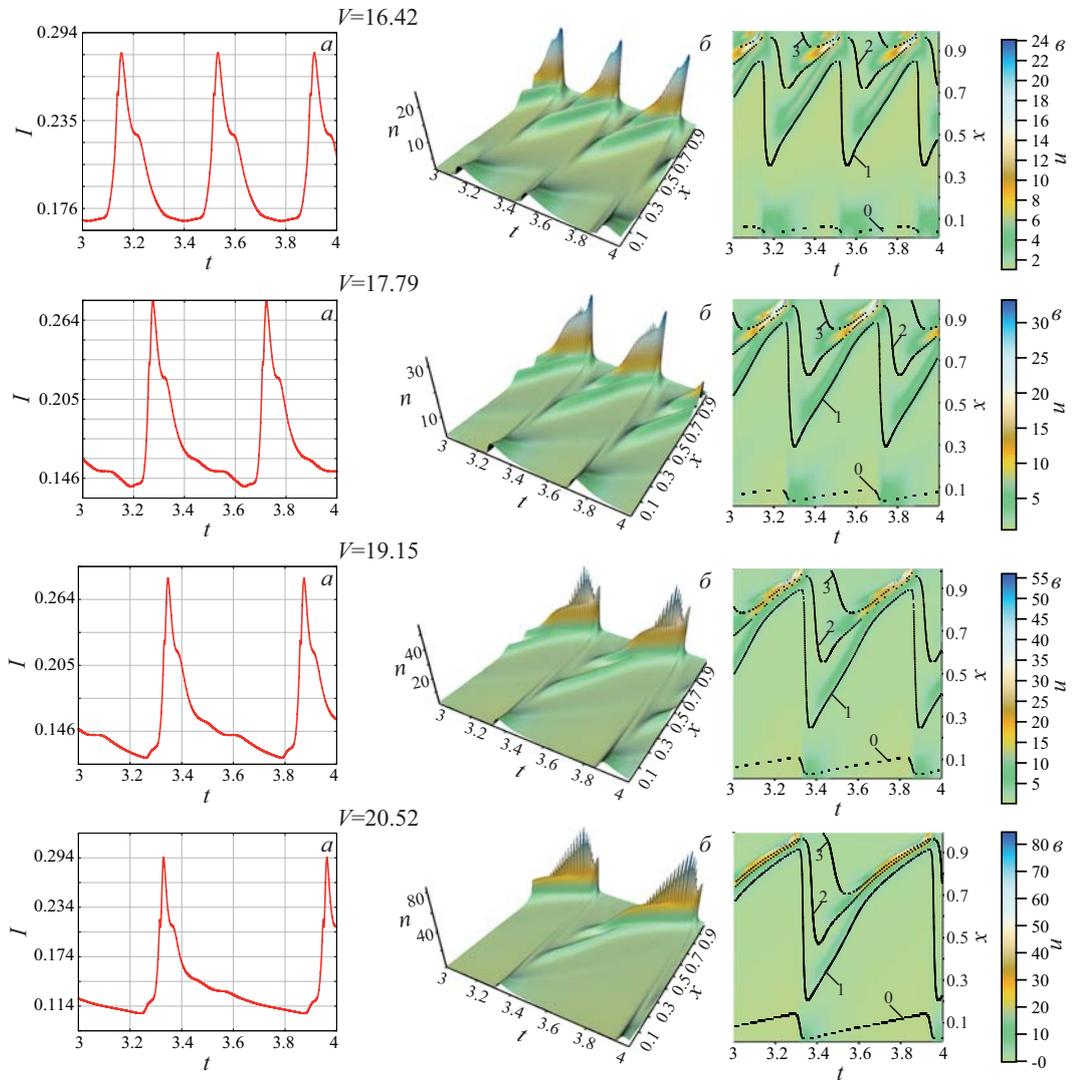


Рис. 2.14: Для различных напряжений, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; b – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; b – линии уровня $n(x, t)$. Значения параметров: $\theta = 40^\circ$, $\Theta = 2.7$

в исследуемой системе, оказываются различными, о чем можно судить как по профилю поверхности концентрации носителей заряда $n(x, t)$, так и по форме колебаний тока $I(t)$ в системе.

По мере увеличения параметра Θ область генерации $[V_{th}, V_1]$ уменьшается и при $\Theta_c \sim 2.25$ (для выбранных параметров) исчезает. Соответственно, для параметров $\Theta > \Theta_c$ порог генерации совпадает с величиной V_2 , которая, в свою очередь, оказывается сопоставимой с порогом генерации при $\Theta = 0$.

Эффект возникновения срыва генерации для нелинейной зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами может быть объяснен различным влиянием изменения параметра Θ на основной и дополнительные максимумы. Процессы формирования и взаимодействия электронных структур во многом определяются характером зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля, более того, сам факт генерации колебаний обусловлен немонотонным характером этой зависимости. При малых значениях параметра Θ доминирующую роль играет основной экстремум, в то время как при более высоких значениях $\Theta \sim 2.7$ основной экстремум уже практически не выражен, тогда как высота дополнительных максимумов уменьшается не столь заметно. При напряжениях $V \in [V_{th}; V_1]$ основную роль играет основной экстремум, тогда как за колебания при напряжениях $V > V_2$ отвечают в большей степени дополнительные максимумы. С ростом значения параметра Θ высота основного максимума уменьшается, и, соответственно, уменьшается зона генерации, отвечающая этому режиму, до тех пор, пока соответствующая зона генерации $[V_{th}; V_1]$ не исчезнет совсем.

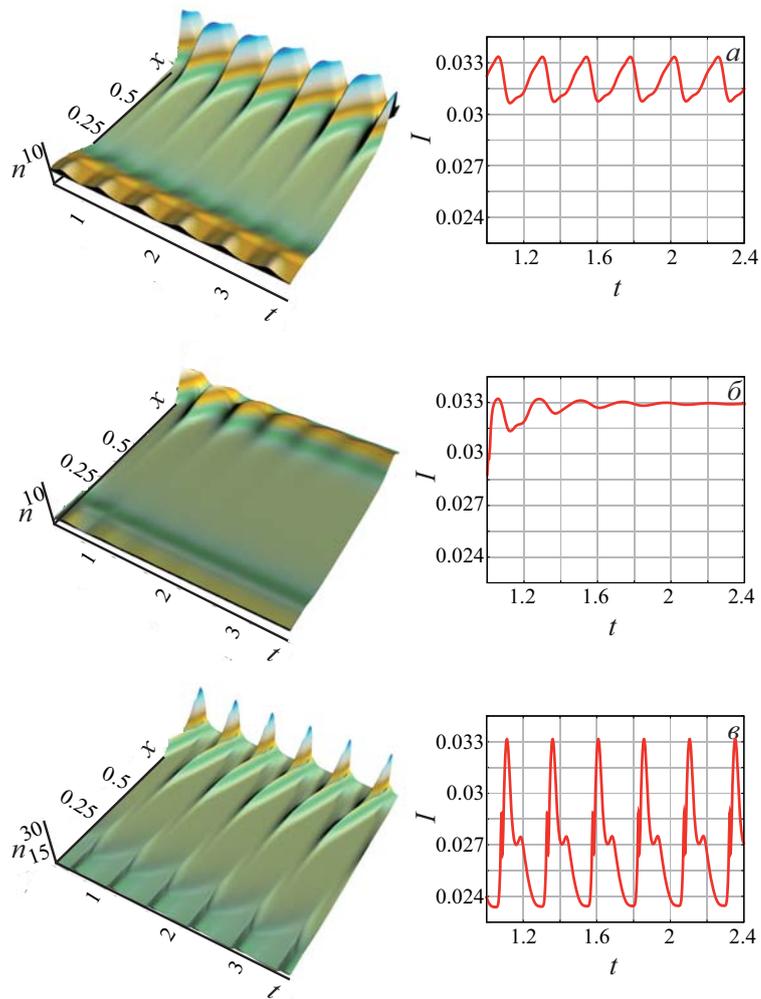


Рис. 2.15: Пространственно-временная диаграмма, характеризующая эволюцию пространственно-временных электронных структур в зависимости от времени и координаты, и временная реализация тока $I(t)$, протекающего через систему, для $\Theta = 1.8$ и напряжения (а) $V = 14.78$; (б) $V = 15.05$; (в) $V = 15.32$

2.4 Выводы по второй главе

Во второй главе диссертационной работы изучено влияние изменения параметра Θ на динамику пространственно-временных структур в исследуемой системе. Отдельно было изучено, как эволюционирует динамика электронных структур при изменении параметра Θ для нелинейных зависимости скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с одним и несколькими максимумами. Было обнаружено уменьшение амплитуды и частоты следования электронных структур при увеличении параметра Θ , а также расширение самих структур заряда. Большое внимание уделено эффекту срыва генерации при некоторых значениях напряжения, приложенного к системе, и параметра Θ . Помимо изучения пространственно-временной динамики было рассмотрено поведение напряженности электрического поля, а точнее, ее значений, соответствующих максимумам на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. Было показано, что электронные структуры на плоскости “продольная координата – время” следуют вдоль линий, соответствующих данным значениям напряженности, для небольших значениях Θ , могут касаться их и далее следовать независимо — при высоких значениях параметра Θ .

При исследовании пространственно-временной динамики электронных структур большое внимание было уделено току, протекающему через изучаемую систему. Прохождение электронных структур вдоль системы вызывает колебания тока, при этом с ростом значения параметра Θ амплитуда и частота колебаний тока уменьшаются, как и в случае рассмотрения структур носителей заряда. Для нелинейных зависимостей скорости носителей зарядов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами, однако, и частота, и амплитуда колебаний оказываются выше, а сами колебания имеют более сложный вид, чем при единственном экстремуме.

Глава 3

Динамика электронных структур для модифицированных зависимостей скорости носителей заряда от напряженности электрического поля

[62, 68]

В предыдущих главах рассматривалась динамика электронных структур, возникающих в модельной системе, описываемой самосогласованными уравнениями Пуассона и непрерывности, для которой нелинейная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля имеет сложный вид с несколькими максимумами. Во всех рассмотренных в предыдущей главе случаях зависимость $v(f)$ при больших значениях напряженности электрического поля f стремилась к нулю. Представляет интерес вопрос о том, как повлияет на процессы формирования и эволюции пространственно-временных структур и на динамику модельной системы в целом изменение характера поведения зависимости $v(f)$ при больших величинах напряженности электрического поля. Иными словами, представляет интерес рассмотреть вопрос о том, что произойдет, если нелинейная зависимость $v(f)$ по-прежнему будет характеризоваться сложным профи-

лем с несколькими максимумами, но при $f \rightarrow +\infty$ будет вести себя как $v \rightarrow +\infty$, а не $v \rightarrow 0$. Таким образом, в настоящей главе рассматривается модификация скорости носителей заряда, при которой в области высоких значений напряженности электрического поля возможно существенное увеличение скорости электронов подобно тому как это имеет место в активных электронно-волновых вакуумных системах СВЧ-электроники.

3.1 Модифицированные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля

В настоящей главе диссертационной работы приведены результаты исследования динамики электронных структур при модификации профиля скорости носителей заряда. Как уже отмечалось выше, случай, когда с ростом напряженности электрического поля скорость электронов уменьшается в области высоких значений напряженности, f , был рассмотрен в главах 1 и 2. В настоящей главе рассматривается модификация скорости носителей заряда, которая в области высоких значений напряженности, f , демонстрирует монотонное возрастание.

Следуя работе [57], введем следующую модификацию скорости носителей заряда:

$$v_{mod}(f) = (1 - T(f))v(f) + T(f)v_f(f), \quad (3.1)$$

где $v(f)$ – немодифицированная зависимость скорости электронов от напряженности электрического поля f , описанная в главе 1; $T(f)$ – имеет смысл вероятности перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости (в примере межминизонного туннелирования, данная функция соответствует переходу электрона во вторую ми-

низону, в которой скорость определяется в рамках приближения свободного электрона); $v_f(f)$ – линейно-зависимая от напряженности электрического поля скорость. Опять-таки, следуя [57], $T(f)$ и $v_f(f)$ будем определять следующим образом:

$$T(f) = \exp\left(-\gamma \frac{\epsilon^2}{f \cos \theta}\right), \quad (3.2)$$

$$v_f(f) = \alpha f \cos \theta^2, \quad (3.3)$$

здесь $\gamma = 2.0976$ и $\alpha = 7.34819$ безразмерные параметры; ϵ – безразмерная переменная, определяющая, наряду с напряженностью электрического поля, f , вероятности перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости. Отметим, что в приведенные функции явно входит параметр θ , определяющий в главе 1 степень влияния дополнительных максимумов на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. Данный профиль зависимости скорости направленного движения электронов может быть обусловлен возможностью межминизонного туннелирования [57] Зенера [85].

Рассмотрим модифицированные зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. Для начала рассмотрим наиболее простой случай, когда на профиле скорости электронов существует единственный максимум. В данном случае, как уже отмечалось выше, зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля можно найти по формулам (1.50) и (3.1).

На рисунке 3.1 показано, как ведет себя модифицированная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля при различных значениях параметра ϵ . Кривые 1 ($\epsilon = 3.46$) и 2 ($\epsilon = 10.52$) характеризуют зависимости для очень высокой и низкой вероятности перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости, кривые 3 ($\epsilon = 5.24$), 4 ($\epsilon = 6.96$) и 5 ($\epsilon = 8.69$) соответствую-

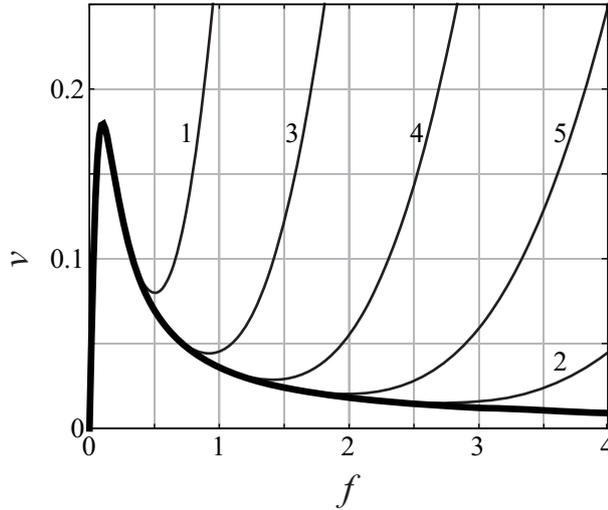


Рис. 3.1: Безразмерные зависимости скорости носителей заряда v от напряженности электрического поля f , $\theta = 0$, $\Theta = 0$. Толстая линия – кривая, построенная для немодифицированной скорости электронов. 1 – значения параметра $\epsilon = 3.46$. 2 – $\epsilon = 10.52$. 3 – $\epsilon = 5.24$. 4 – $\epsilon = 6.96$. 5 – $\epsilon = 8.69$

ют некоторым промежуточным значениям. Видно, что, начиная с значения параметра $\epsilon = 6.96335$ (кривая 4) и ниже, проведенная модификация существенно влияет на зависимость величины скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, а, следовательно, и на динамику электронных структур в системе.

Рассмотрим теперь модифицированную зависимость скорости электронов от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. В данном случае в соответствии с формулами (3.2), (3.1) вероятность перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости $T(f)$ увеличится, тогда как сама $v_f(f)$, наоборот, уменьшается (по мере увеличения угла θ , характеризующего степень влияния дополнительных максимумов на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля). Как видно из рисунка 3.2, в целом эффекты, связанные с модификацией скорости носителей заряда с несколькими максимумами, проявляются менее заметно.

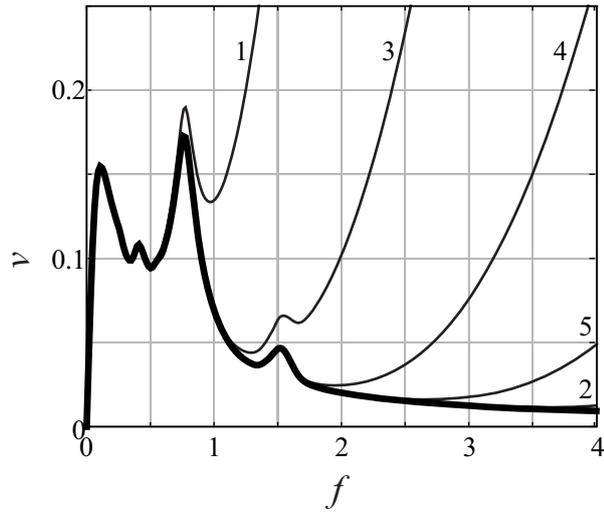


Рис. 3.2: Безразмерные зависимости скорости носителей заряда v от напряженности электрического поля f , $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$, $\Theta = 0$. Толстая линия – кривая, построенная для немодифицированной скорости электронов. 1 – значения параметра $\epsilon = 3.46$. 2 – $\epsilon = 10.52$. 3 – $\epsilon = 5.24$. 4 – $\epsilon = 6.96$. 5 – $\epsilon = 8.69$

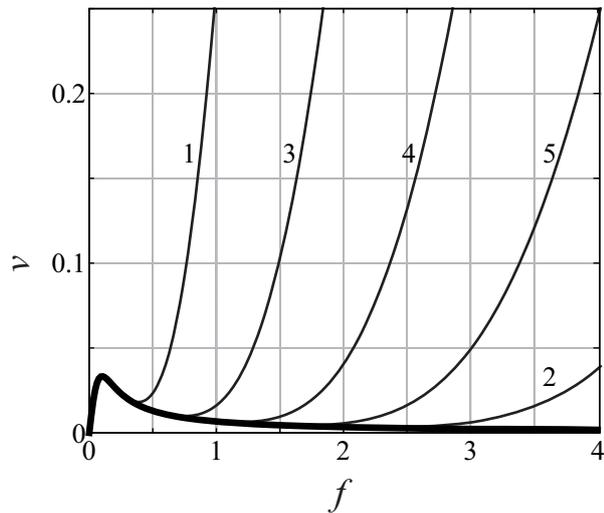


Рис. 3.3: Безразмерные зависимости скорости носителей заряда v от напряженности электрического поля f , $\theta = 0$, $\Theta = 2.7$. Толстая линия – кривая, построенная для немодифицированной скорости электронов. 1 – значения параметра $\epsilon = 3.46$. 2 – $\epsilon = 10.52$. 3 – $\epsilon = 5.24$. 4 – $\epsilon = 6.96$. 5 – $\epsilon = 8.69$

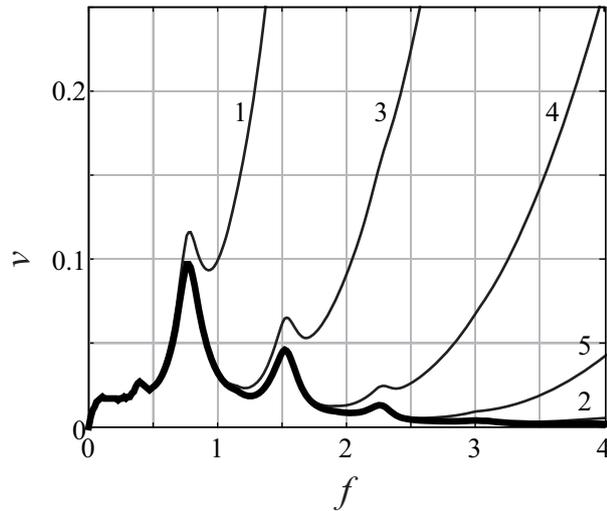


Рис. 3.4: Безразмерные зависимости скорости носителей заряда v от напряженности электрического поля f , $\theta = 40^\circ$, $\Theta = 2.7$. Толстая линия – кривая, построенная для немодифицированной скорости электронов. 1 – значения параметра $\epsilon = 3.46$. 2 – $\epsilon = 10.52$. 3 – $\epsilon = 5.24$. 4 – $\epsilon = 6.96$. 5 – $\epsilon = 8.69$

В случае единственного максимума на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля высота основного максимума при увеличении параметра Θ значительно уменьшается (рис. 3.3). В данных условиях для модифицированной скорости носителей заряда влияние линейно-зависящей от напряженности электрического поля составляющей скорости становится значимым даже при относительно больших значениях параметра ϵ (см., например, кривую 2 на рис. 3.3, соответствующую $\epsilon = 8.69$). Однако, для нескольких максимумов на профиле скорости носителей заряда, величины дополнительных максимумов зависят от параметра Θ в меньшей степени, чем величина основного максимума (см., например, [59]), и для данного случая (рис. 3.4) необходимо меньшее значение параметра ϵ , чтобы модификация функции скорости носителей заряда оказала существенное влияние на динамику электронных структур.

3.2 Расчет характеристик тока с модифицированными скоростями носителей заряда

Используя модель, описанную в предыдущем разделе 3.1, можно с помощью численного моделирования рассчитать ток, протекающий через систему, при различных параметрах θ , Θ и ϵ . На рисунке 3.5 показано, как изменяется ток с течением времени для единственного и нескольких максимумов на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля для приложенного к активной среде напряжения $V = 21.89$ и значения параметра $\epsilon = 7.85$. Из представленного рисунка видно, что в данном случае системе наблюдаются колебания. Как отмечалось в главе 2, для нескольких максимумов на зависимости скорости электрона от напряженности электрического поля колебания становятся более сложными, возрастает их амплитуда и частота, что будет подробно обсуждаться в дальнейшем.

Для построения вольт–амперных характеристик, применялся тот же самый подход, что и в главе 2: в режимах, характеризующихся колебательной динамикой, полученный ток усреднялся по времени, чтобы получить однозначные зависимости тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней.

Рассмотрим сначала наиболее простой случай, когда $\Theta = 0$, а зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля имеет единственный максимум (рисунок 3.6). При небольших значениях приложенного напряжения $V < 9.85$ колебаний тока в системе нет, величина тока, протекающего через систему, линейно нарастает с увеличением напряжения. Затем, начиная с некоторого значения напряжения (в данном случае $V \approx 9.85$ В), возникают колебания протекающего тока, что на вольт–амперной характеристике проявляется появлением падающего

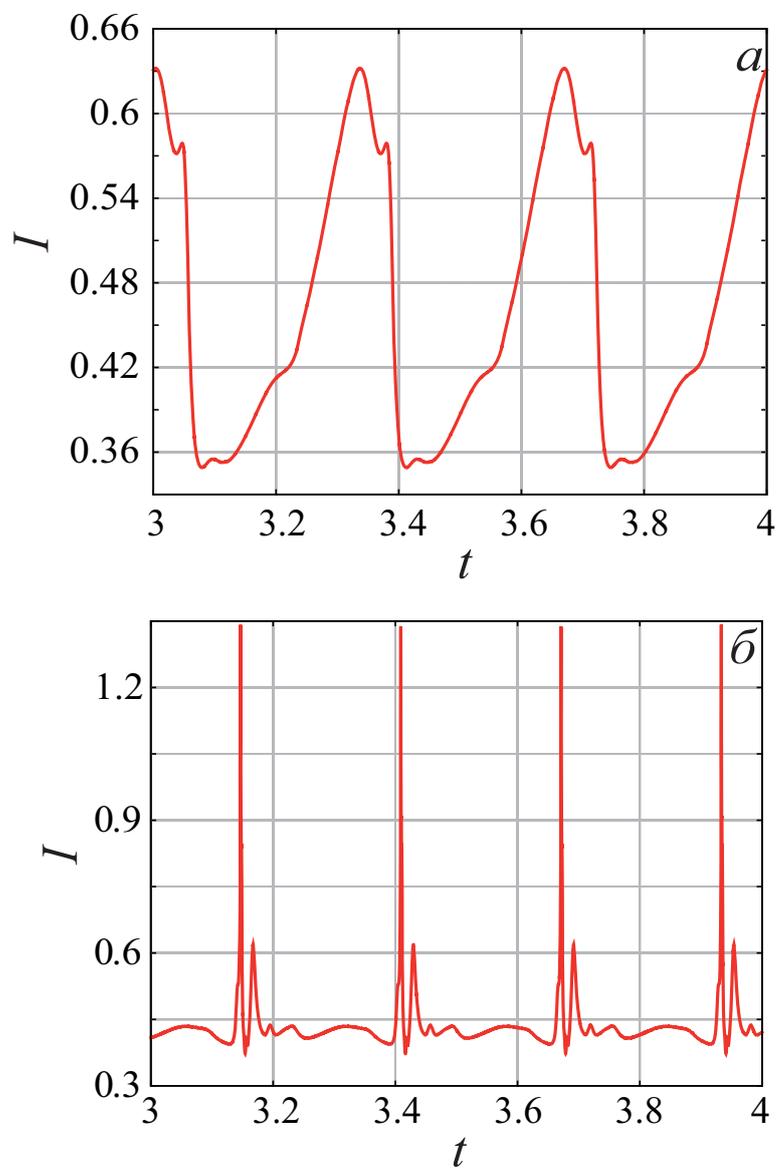


Рис. 3.5: Временные реализации тока для $V = 21.89$ и $\epsilon = 7.85$: а – $\theta = 0$; б – $\theta = 40^\circ$

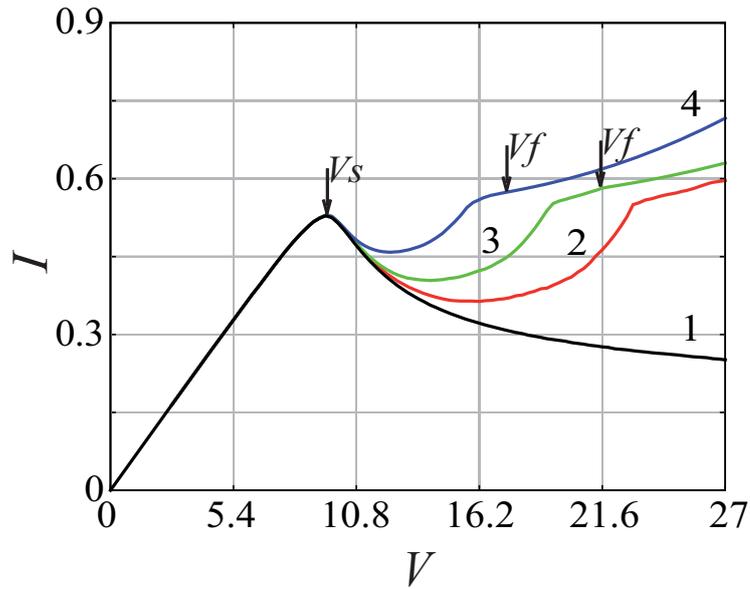


Рис. 3.6: Вольт-амперные характеристики для различных значений параметров ϵ , при $\Theta = 0$ и $\theta = 0$: кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$. На рисунках стрелками помечены значения напряжения, соответствующие возникновению (V_s) и прекращению (V_f) генерации колебаний тока

участка. В случае немодифицированной зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля (кривая 1 на рис. 3.6), ток монотонно уменьшается вплоть до напряжения $V = 27$ (выше которого поведение системы не рассматривалось), при этом на всем протяжении падающего участка вольт-амперной характеристики наблюдаются автоколебания тока активной среды. В то же самое время, для модифицированных скоростей (кривые 2–4 на рис. 3.6) генерация может прерываться с ростом напряжения. На рисунке 3.6 начало генерации обозначено стрелкой со сноской V_s , стрелкой со сноской V_f обозначены значения напряжения, при которых происходит подавление колебаний при малых значениях параметра $\epsilon < 6.96$.

С уменьшением параметра ϵ сила тока, протекающего через систему, в области генерации увеличивается. Данный рост тока объясняется уве-

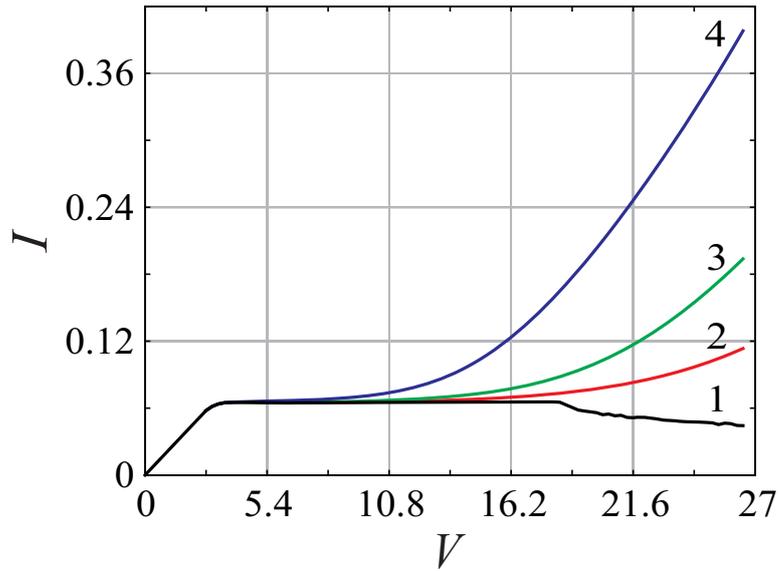


Рис. 3.7: Вольт–амперные характеристики для различных параметров ϵ , при $\Theta = 2.7$ и $\theta = 0$: кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$

личением числа электронов, совершивших переход к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости. Таким образом, как это показано на рисунке 3.1, для больших значений напряжения и малых значений параметра ϵ основной максимум на нелинейной зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля перестает играть решающую роль, как и падающий участок на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля, следующий за ним. Очевидно, в данном случае возможна ситуация, когда генерация колебаний подавляется. Более того, при больших значениях параметра Θ , когда основной максимум оказывается существенно меньше, генерация может и вовсе не возникать при определенных значениях параметра ϵ (см., например, рисунок 3.7).

Для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами рассчитанные вольт–амперные характеристики ведут себя иначе. Прежде всего, порог генерации (значение

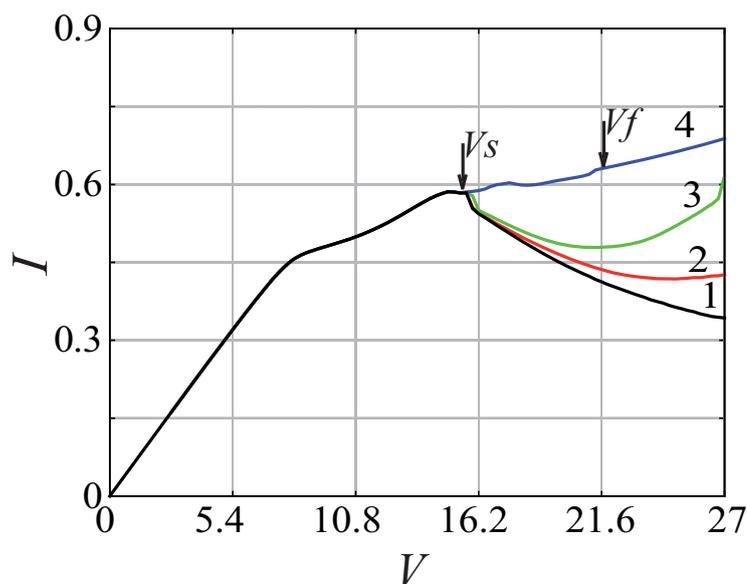


Рис. 3.8: Вольт–амперные характеристики для различных параметров ϵ , при $\Theta = 0$ и $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$: кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$. На рисунках стрелками помечены значения напряжения, соответствующие возникновению (V_s) и прекращению (V_f) генерации колебаний тока

напряжения, при котором начинается генерация) сдвигается в область более высоких значений по напряжению. На рисунке 3.8 представлены вольт–амперные характеристики при $\Theta = 0$ и нескольких максимумов на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. В отличие от случая $\theta = 0$ ВАХ для модифицированных скоростей изменяются не столь сильно. Более того, в рассмотренном диапазоне значений напряжения, приложенного к системе, подавление колебаний происходит только при значении параметра $\epsilon = 5.81$.

Наличие нескольких максимумов на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля еще более сильно проявляется при значении параметра $\Theta > 0$, рисунок 3.9, так как дополнительные максимумы менее зависимы от температуры, чем основной. В данном слу-

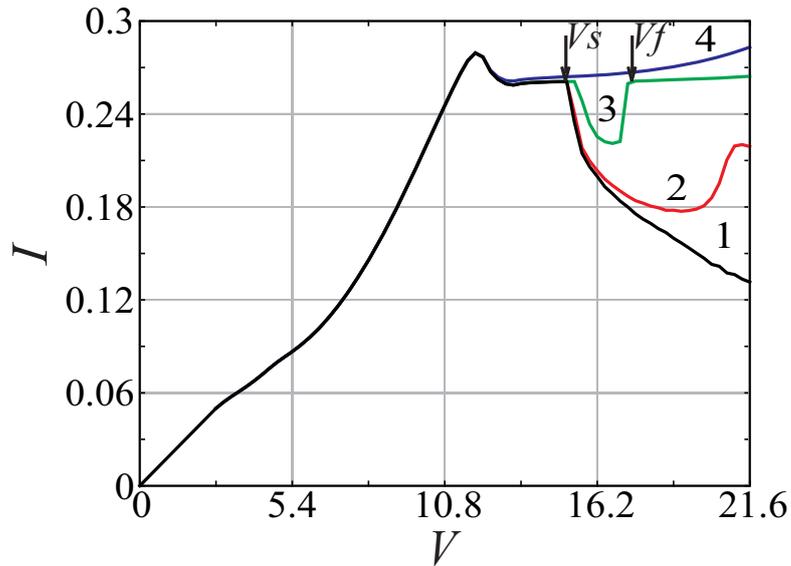


Рис. 3.9: Вольт-амперные характеристики для различных параметров ϵ , при $\Theta = 2.7$ и $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$: кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$. На рисунках стрелками помечены значения напряжения, соответствующие возникновению (V_s) и прекращению (V_f) генерации колебаний тока

чае для параметра $\epsilon = 5.81$, как и для случая единственного максимума, генерации колебаний не наблюдается совсем.

Перед исследованием характеристик колебаний тока, протекающего через систему, для модифицированных скоростей электронов при различных значениях параметра Θ рассмотрим процесс возникновения генерации колебаний тока. На рисунке 3.10 изображены пространственно–временные диаграммы концентрации электронов в системе для тех же значений параметров, что и на рисунке 3.5. Можно видеть, как электронная структура рождается и проходит, постепенно увеличиваясь, через систему. Когда структура доходит до конца системы, она вызывает максимум тока. При этом высота максимума тока, протекающего через систему, пропорциональна концентрации заряда в области электронной структуры, а частота

колебаний тока равна частоте следования электронных структур через систему.

Зависимость частоты и амплитуды колебаний тока, протекающего через систему, от напряжения, приложенного к ней, показана на рисунке 3.11. В данном случае рассматривается зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с единственным максимумом при $\Theta = 0$. Видно, что с уменьшением параметра ϵ при фиксированном значении напряжения, приложенного к системе, частота колебаний может возрасти, а амплитуда колебаний при этом уменьшается. Подавление генерации колебаний в данном случае означает, что амплитуда колебаний становится равной нулю.

Для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами амплитуда и частота колебаний почти не зависят от значения параметра ϵ (рисунок 3.12). Фактически, только для малых значений параметра ($\epsilon = 5.81$) амплитуда и частота колебаний тока резко изменяется. Отдельно стоит отметить, что в данном случае амплитуда и частота колебаний тока, протекающего через систему, оказываются выше, чем в случае единственного максимума на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля.

В случае зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами для $\Theta = 2.7$ генерацию токовых осцилляций можно наблюдать, если $\epsilon > 5.81$ (рис. 3.13). Для $\epsilon = 7.85$ наблюдается такая же картина динамики, как и в случае, когда параметр $\Theta = 0$. Частота колебаний растет с ростом напряжения при одновременном уменьшении амплитуды колебаний тока, протекающего через систему. Однако, уже для $\epsilon = 6.96$, при заметном уменьшении амплитуды частота оказывается меньше, чем в случае большого значения параметра ϵ .

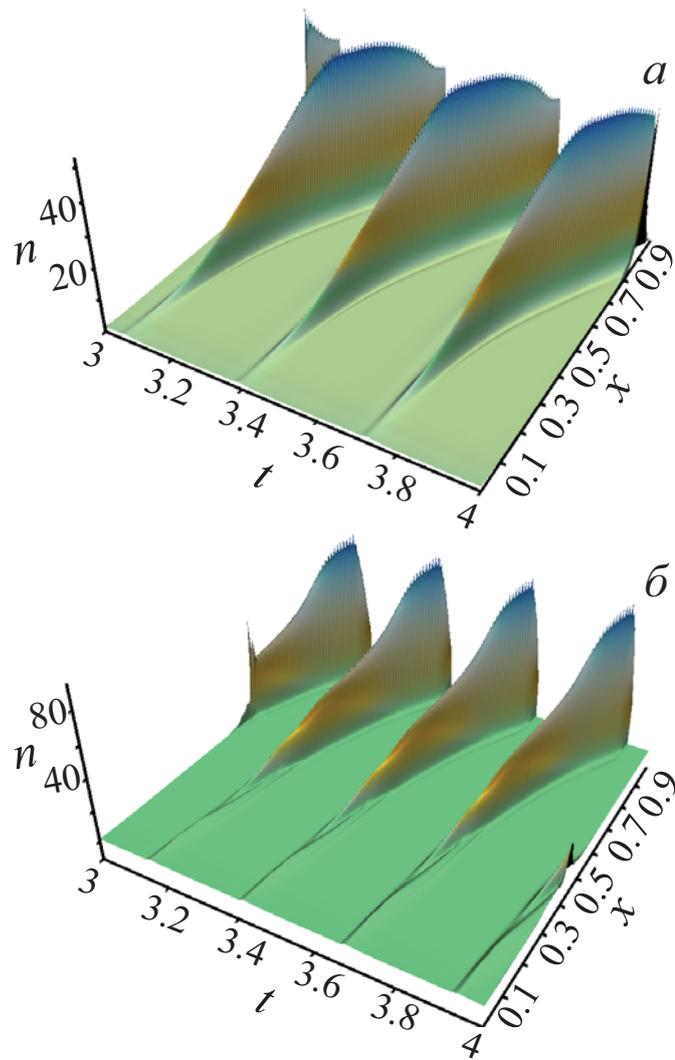


Рис. 3.10: Пространственно-временные диаграммы, характеризующие эволюцию пространственно-временных электронных структур в зависимости от времени и координаты, для $V = 21.89$ и $\epsilon = 7.85$: а – $\theta = 0$; б – $\theta = 40^\circ$

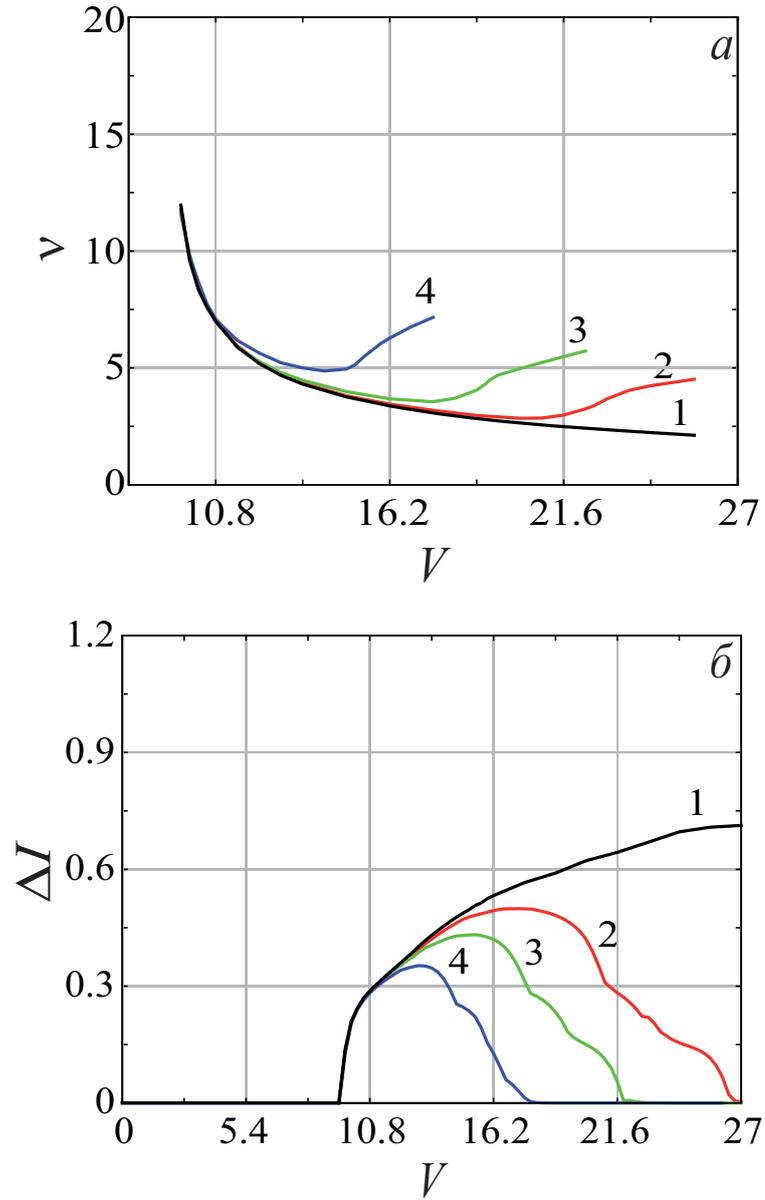


Рис. 3.11: *a* – Зависимость частоты колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. *б* – Зависимость амплитуды колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. Для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с единственным максимумом, при $\Theta = 0$. Кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$

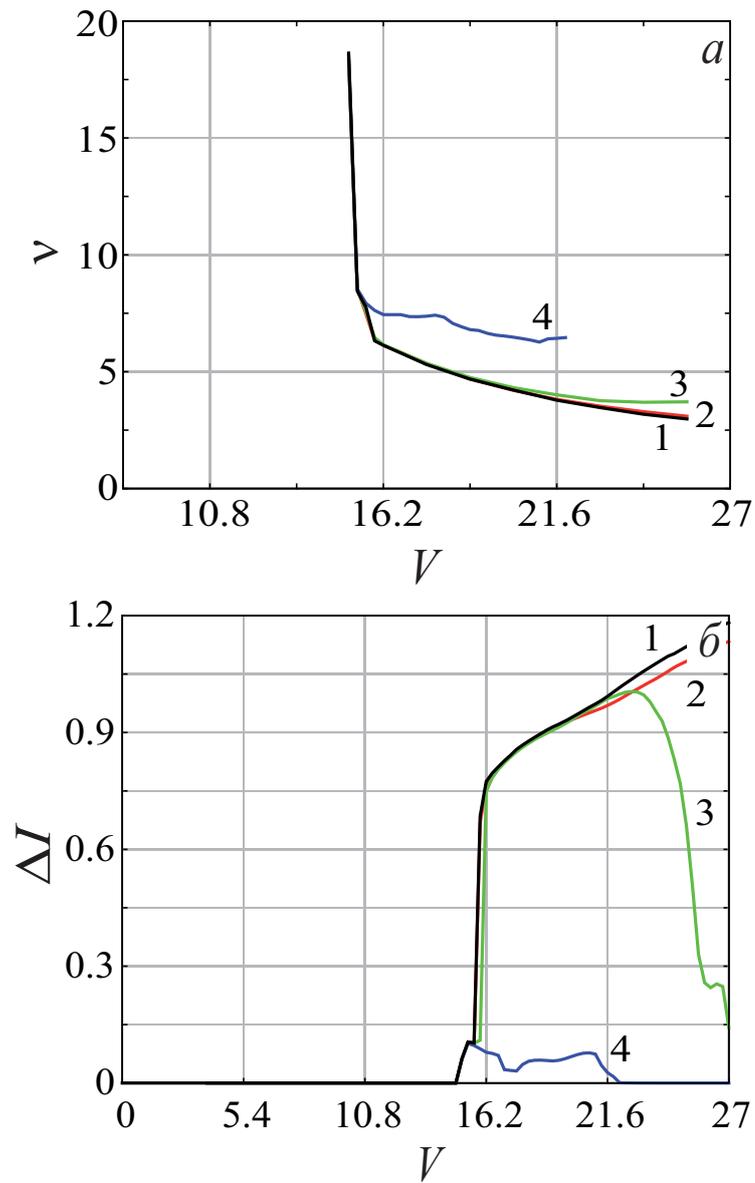


Рис. 3.12: *a* – Зависимость частоты колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. *б* – Зависимость амплитуды колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. Для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами, при $\Theta = 0$. Кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$; кривая 4 – $\epsilon = 5.81$

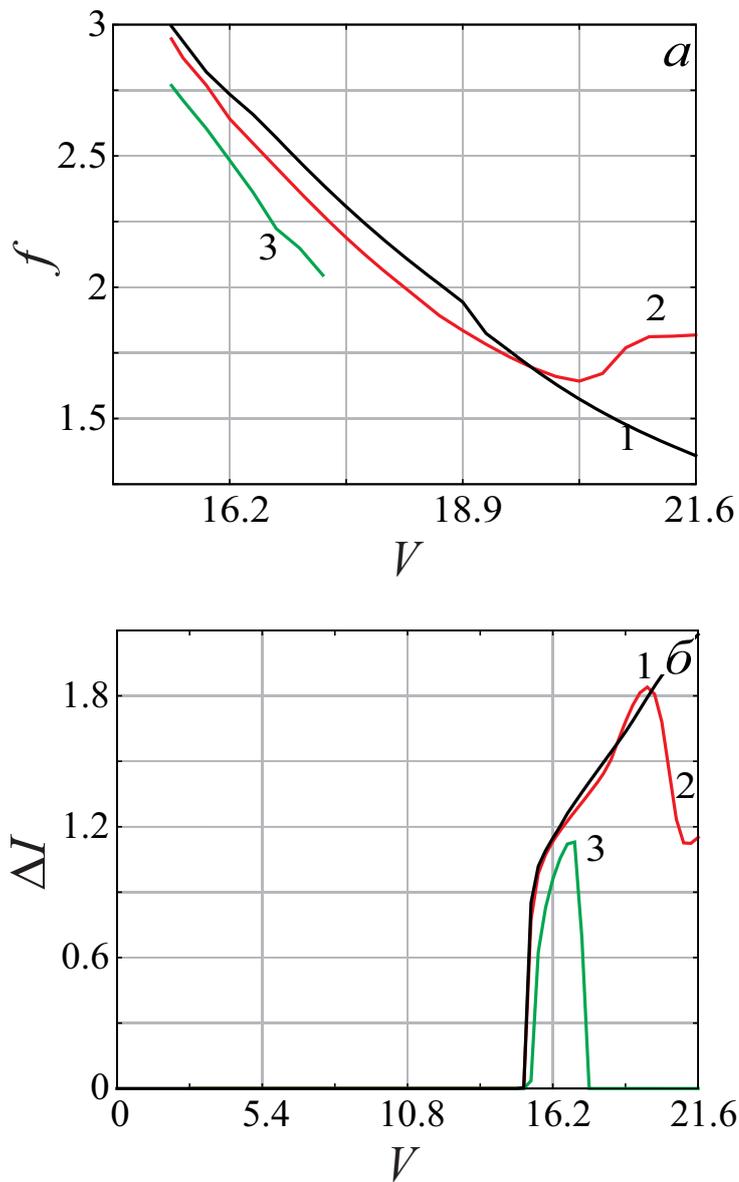


Рис. 3.13: *a* – Зависимость частоты колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. *б* – Зависимость амплитуды колебаний тока от напряжения, приложенного к системе. Для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами, для $\Theta = 2.7$. Кривая 1 соответствует немодифицированной скорости носителей заряда; кривая 2 – $\epsilon = 7.85$; кривая 3 – $\epsilon = 6.96$

3.3 Исследование пространственно-временной динамики электронных структур для модифицированных скоростей носителей заряда

Перейдем теперь к рассмотрению динамики электронных структур при различных значениях параметра ϵ . В данном исследовании будем рассматривать только случай $\Theta = 0$. Значения параметра ϵ выбраны в соответствии с предыдущими разделами. Рассмотрим сначала случай единственного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. В данном случае на профиле зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля $v(f)$ присутствуют две характерные точки (см. рисунок 3.1): основной максимум (в дальнейшем будем обозначать его $v = v_0$) и минимум скорости $v = v_{min}$, обусловленный введенной модификацией. На рис. 2.5 (глава 2) показана динамика пространственно-временных структур для случая немодифицированных скоростей электронов. Помимо временных реализаций тока, на данном рисунке изображены также пространственно-временная диаграмма и линии уровней для концентрации электронов. Отдельно обозначен уровень концентрации, соответствующий основному максимуму (v_0). Хорошо видно, что сформировавшаяся электронная структура движется в пространстве “время–координата” вдоль этой линии.

Для большого значения параметра ϵ динамика структур заряда меняется не сильно. Однако, в данном случае появляется линия, соответствующая v_{min} (линия на рисунке 3.14). Видно, что рост напряжения приводит к деформации структуры, при этом линия, соответствующая основному максимуму, тоже деформируется (по сравнению со случаем немодифицированной скорости). Размер структуры в данном случае остается относительно боль-

шим ($n \approx 40$), однако около выхода из системы структура уменьшается, что и приводит к уменьшению амплитуды колебаний.

С дальнейшим уменьшением параметра ϵ описанные выше эффекты усиливаются – рисунок 3.15. Однако, в данном случае также заметно, что основной рост структуры приходится не на линию, соответствующую основному максимуму, а на линию уровня, соответствующую минимуму скорости электронов. Более того, для больших значений напряжения ($V = 21.89$) эти две линии уровня разделены пространственно. максимум формируется около линии, отвечающей основному максимуму, но рост амплитуды структуры (а затем и его уменьшение) происходит вдоль линии, отвечающей минимуму скорости носителей заряда.

Из рисунка 3.16 видно, что при дальнейшем уменьшении параметра ϵ система стремится к стационарному во времени состоянию. Это соответствует тому, что для большого напряжения при малых значениях параметра ϵ профиль напряженности электрического поля становится практически стационарным, а колебания тока затухают (рис. 3.16, $V = 17.79$).

Динамика электронных структур существенно меняется для зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. Сначала рассмотрим более простой случай немодифицированных скоростей – рисунок 2.6. В данном случае линии, соответствующей $v = v_{min}$, не будет. Из рисунка видно, что динамика электронных структур существенно усложняется: вдоль каждой линии уровня, соответствующей резонансам, структура разделяется.

Дальнейшее изменение динамики структур заряда с уменьшением параметра ϵ до 7.85 показано на рисунке 3.17. В данном случае модификация скорости носителей заряда почти не оказывают влияния на динамику электронных структур. При больших напряжениях видно, что все линии уровней, соответствующие характерным значениям скорости электронов, при-

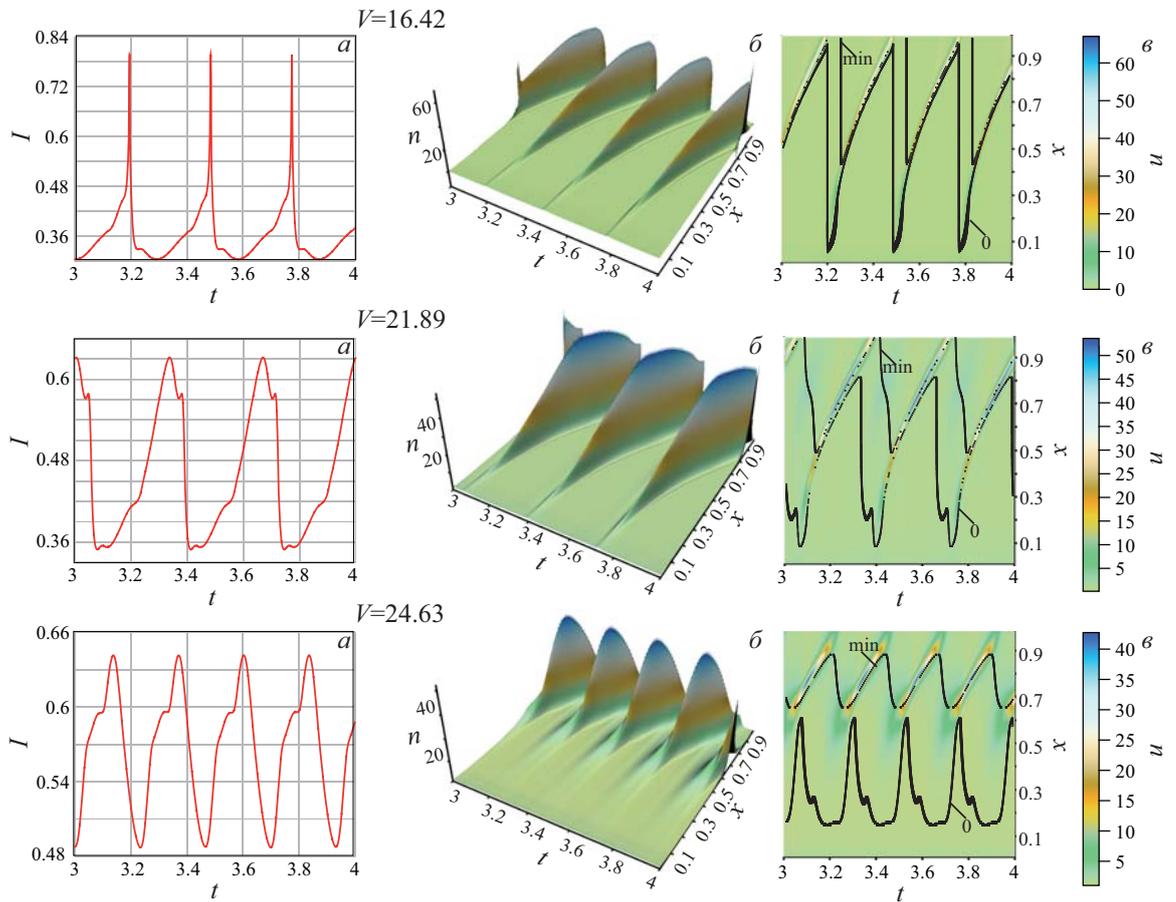


Рис. 3.14: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; b – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; c – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметров $\epsilon = 7.85$, $\Theta = 0$, $\theta = 0$

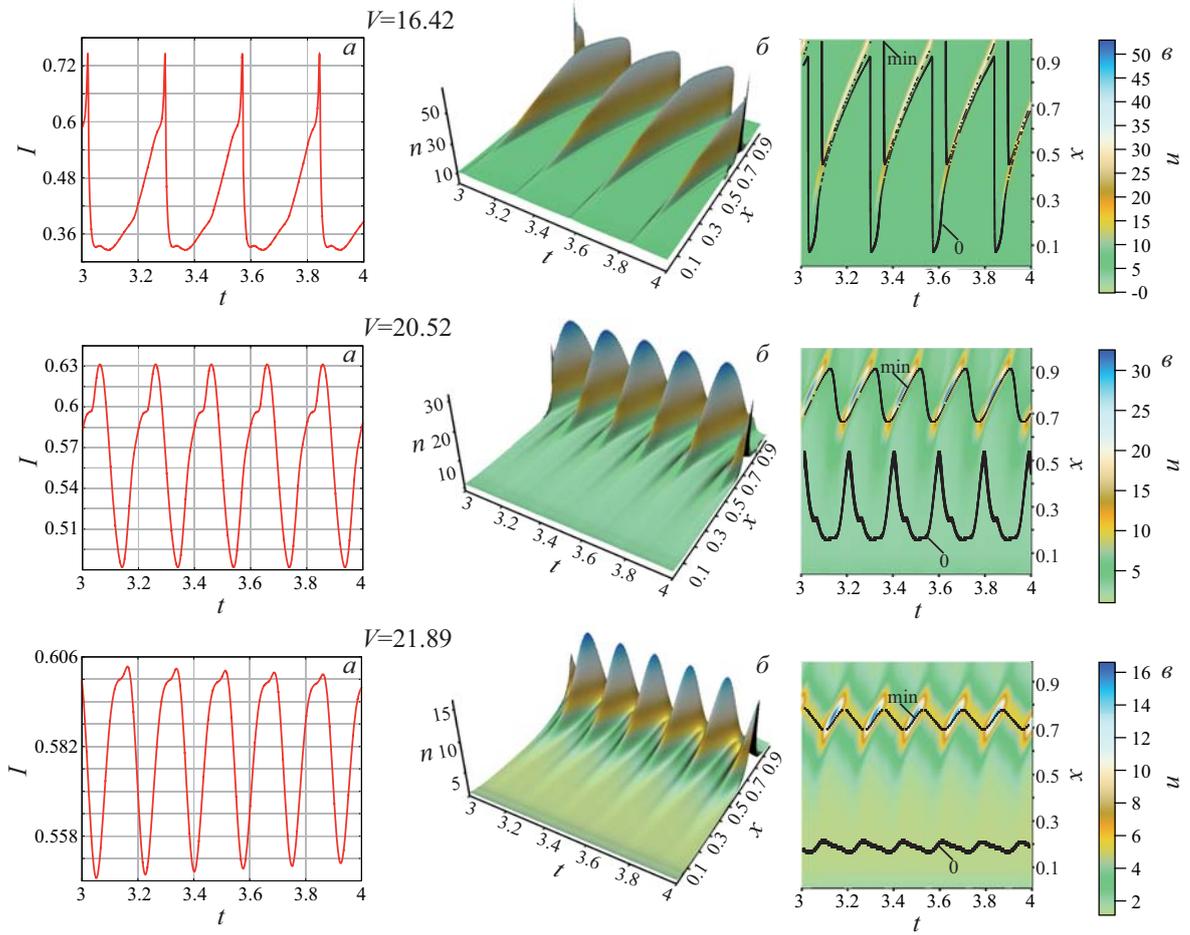


Рис. 3.15: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; $б$ – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; $в$ – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметра $\epsilon = 6.96$, $\Theta = 0$, $\theta = 0$

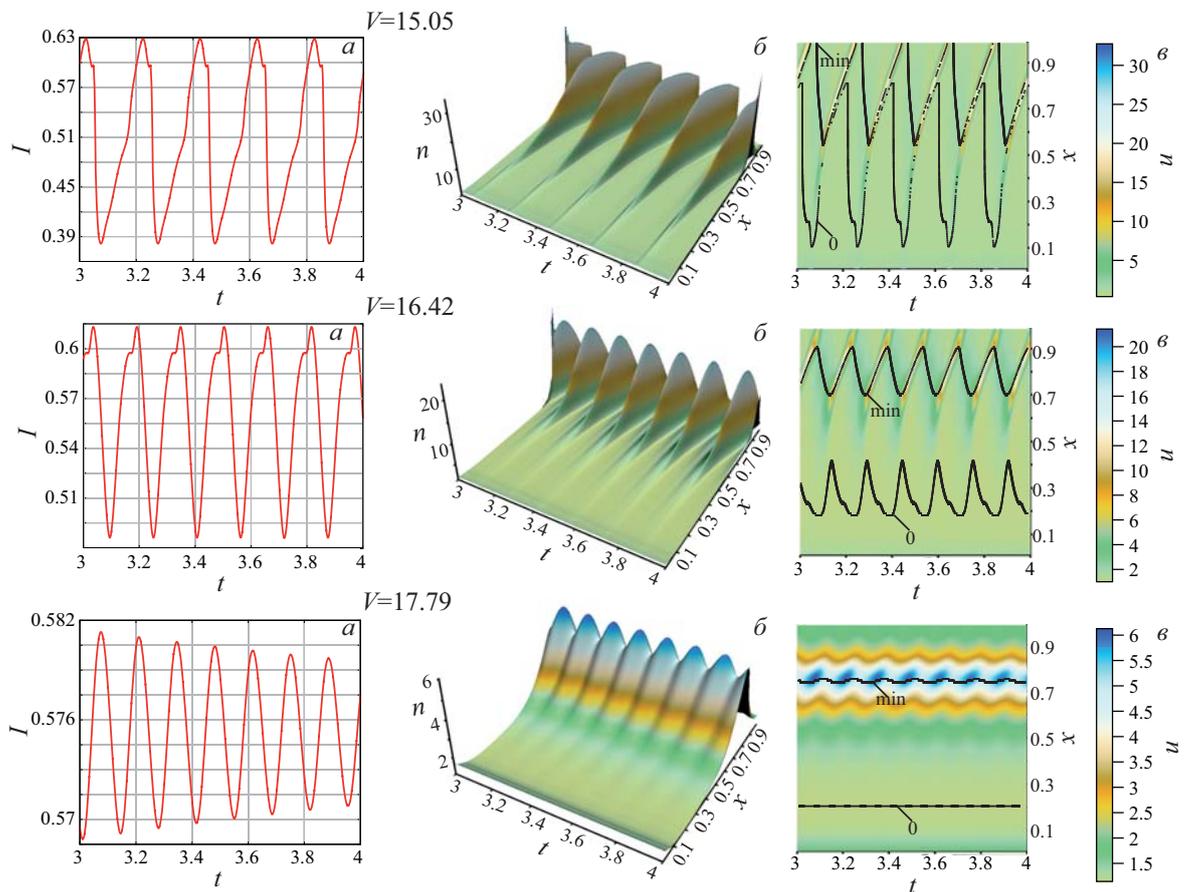


Рис. 3.16: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; *в* – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметра $\epsilon = 5.81$, $\Theta = 0$, $\theta = 0$

тягиваются к линии уровня, соответствующей $v = v_0$. В целом динамика электронной структуры (домена) похожа на случай для характеристики с единственным максимумом, однако наличие дополнительных экстремумов делает ее сложнее, что, в конечном итоге, приводит к увеличению амплитуды и частоты.

При дальнейшем уменьшении значения параметра (ϵ) динамика электронных структур существенно изменяется (рисунок 3.18), происходит деформация линий, соответствующих $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Линии, соответствующие дополнительным максимумам, деформируются не столь сильно, но в целом электронные структуры, наблюдаемые в системе, становится заметно сложнее, что приводит к существенному изменению формы максимума тока.

Для $\epsilon = 5.81$ наблюдается интересный феномен. На рисунке 3.19 показано, как для напряжения $V = 16.42$ линии уровней, соответствующие $v = v_{min}$ и дополнительному экстремуму $v = v_2$, приближаются друг к другу, после чего при дальнейшем увеличении напряжения, приложенного к системе, генерация пропадает. Профиль напряженности электрического поля при этом становится стационарным по времени, но при дальнейшем увеличении напряжения до $V = 18.33$ генерация колебаний возобновляется.

3.4 Выводы по третьей главе

В третьей главе диссертационной работы изучена динамика пространственно-распределенных электронных структур для модифицированных нелинейных зависимостей скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами. Модификация связана с появлением в области высоких значений напряженности электрического поля

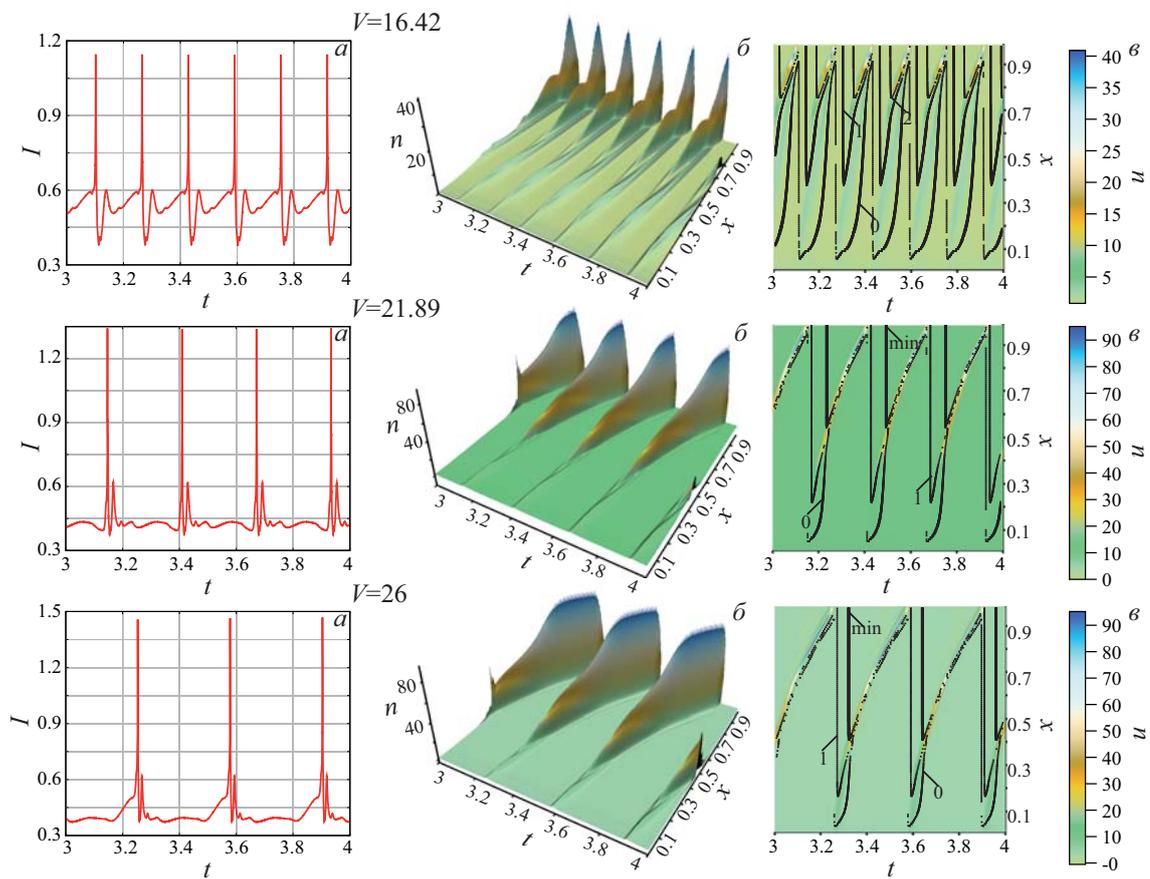


Рис. 3.17: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; *в* – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметра $\epsilon = 7.85$, $\Theta = 0$, $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$

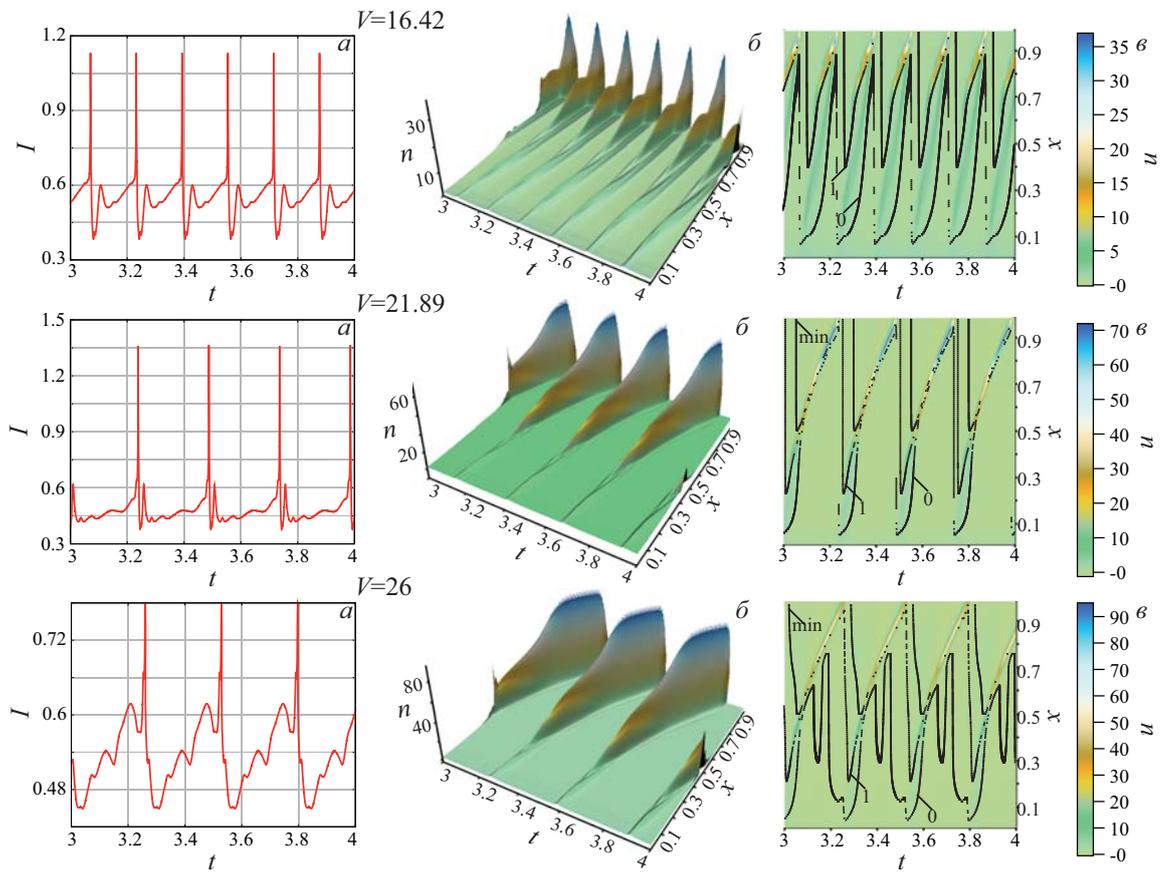


Рис. 3.18: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: *a* – временные реализации тока; *б* – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; *в* – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметра $\epsilon = 6.96$, $\Theta = 0$, $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$

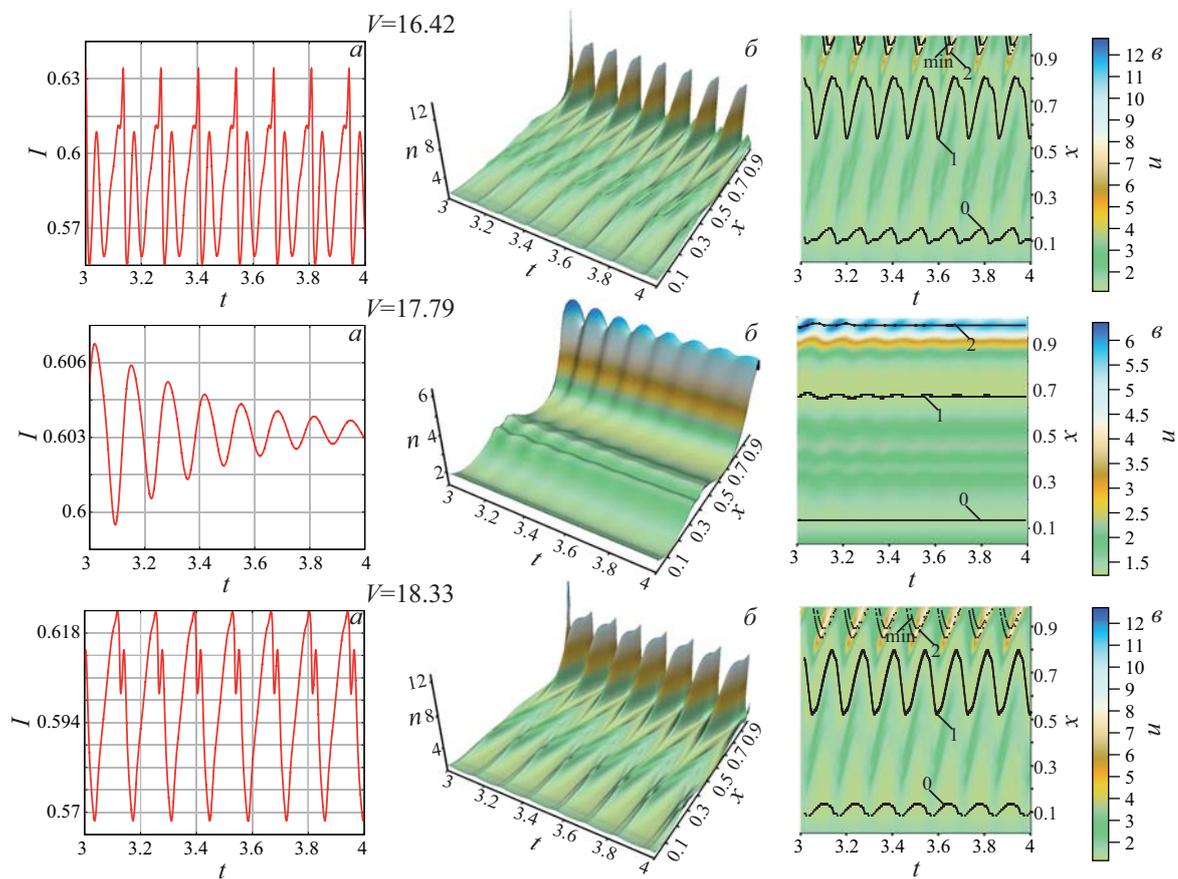


Рис. 3.19: Для различных значений напряжения, указанных на рисунке: a – временные реализации тока; $б$ – пространственно-временные диаграммы концентрации электронов; $в$ – линии уровня концентрации электронов, линиями обозначаются уровни, соответствующие $v = v_0$ и $v = v_{min}$. Значение параметра $\epsilon = 5.81$, $\Theta = 0$, $\theta = 40^\circ$, $\theta = 40^\circ$

линейно-зависящей от напряженности составляющей скорости электронов. Вероятность перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости пропорциональна напряженности поля и обратно пропорциональна параметру ϵ . Стоит отметить, что появление на профиле скорости носителей заряда возрастающего участка приводит к появлению локального минимума. При дальнейшем исследовании было установлено, что данная точка локального минимума оказывает существенное влияние на динамику электронных структур.

Для модифицированных скоростей носителей заряда при уменьшении параметра ϵ характер колебаний тока претерпевает существенные изменения. С ростом приложенного напряжения напряженность электрического поля в системе возрастает, что приводит к увеличению вероятности перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости. В связи с этим частота и амплитуда колебаний с ростом напряжения возрастают, а не уменьшаются как в случае немодифицированных скоростей. Это связано с возрастанием скорости электронов при высоких значениях напряженности, при этом чем меньше значение ϵ , тем сильнее проявляет себя данный эффект. Из вольт-амперных характеристик видно, что при высоких значениях напряжения и небольших ϵ можно наблюдать подавление колебаний тока, протекающего через систему. Исследование пространственно-временных диаграмм концентрации с нанесением на них линий, соответствующих характерным значениям напряженности электрического поля (основной максимум и локальный минимум для $\theta = 0$, а также дополнительные максимумы при $\theta = 40^\circ$), показали важность локального минимума на профиле зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. Электроны группируются вдоль данных линий, что при небольших значениях ϵ и высоких напряжениях может приводить к затуханию колебаний.

Заключение

В настоящей диссертационной работе проведено изучение процессов в модельной активной среде с нелинейной характеристикой скорости носителей заряда с несколькими максимумами. Продемонстрированы основные эффекты, связанные с переходом ведущей роли от основного максимума к дополнительным и появлению локального минимума на динамику электронных структур в модельной системе. В диссертационной работе получены следующие основные результаты.

1. Были получены различные профили зависимости скорости направленного движения электронов от напряженности электрического поля в модельной системе, описывающей активную нелинейную распределенную среду. Все рассматриваемые характеристики нелинейны и имеют, по крайней мере, хотя бы один экстремум. Наиболее простым случаем является нелинейная зависимость скорости носителей заряда от напряженности электрического поля с единственным, основным максимумом (максимумом Эсаки-Тсу [54]), данному случаю соответствует набор значений управляющих параметров $\Omega = 0$, $\theta = 0$, $\Theta = 0$. При $\Theta = 0$ и $\Omega = 8.9$, $\theta = 40^\circ$ на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля возникают несколько максимумов, основной и дополнительные (см. также [55, 56]). Наконец, при $\Omega = 8.9$, $\theta = 40^\circ$ и изменении параметра Θ можно наблюдать существенное уменьшение основного максимума на зависимости скорости

носителей заряда от напряженности электрического поля, величина дополнительных максимумов при этом изменяется несущественно [60].

2. С уменьшением величины основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля, то есть с ростом значения параметра Θ , амплитуда и частота колебаний тока уменьшаются. В то же самое время, для нелинейных зависимостей скорости следования носителей заряда от напряженности электрического поля с несколькими максимумами и частота, и амплитуда колебаний оказываются выше, а сами колебания имеют более сложный вид, чем при единственном экстремуме.
3. Амплитуда и частота следования электронных структур при уменьшении величины основного максимума на зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля уменьшаются. При некоторых значениях напряжения, приложенного к системе, и параметра Θ возможен эффект срыва генерации, сопровождающий перестройку формы колебаний в системе. Помимо изучения пространственно-временной динамики было рассмотрено поведение напряженности электрического поля, а точнее, ее значений, соответствующих максимумам на зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля. Было показано, что электронные структуры на плоскости “продольная координата – время” следуют вдоль линий, соответствующих данным значениям напряженности, для небольших значениях Θ , и могут касаться их и далее следовать независимо — при высоких значениях параметра.
4. Для модифицированных скоростей носителей заряда, при уменьшении параметра ϵ , характер колебаний тока претерпевает существенные изменения. С ростом приложенного напряжения напряженность

электрического поля в системе возрастает, что приводит к увеличению вероятности перехода электрона к линейно-зависимой от напряженности электрического поля скорости. В связи с этим частота и амплитуда колебаний с ростом напряжения возрастают, а не уменьшаются, как в случае немодифицированных скоростей. Это связано с возрастанием скорости электронов при высоких значениях напряженности, при этом чем меньше значение ϵ , тем сильнее проявляет себя данный эффект. Из вольт-амперных характеристик видно, что при высоких значениях напряжения и небольших ϵ можно наблюдать подавление генерации колебаний тока, протекающего через систему.

5. Анализ пространственно-временных диаграмм концентрации носителей заряда с нанесением на них линий уровня, соответствующих характерным значениям напряженности электрического поля (основной максимум и локальный минимум для $\theta = 0$, а также дополнительные максимумы при $\theta = 40^\circ$), продемонстрировал важную роль локального минимума на профиле зависимости скорости носителей заряда от напряженности электрического поля. Электроны группируются вдоль данных линий уровня, что при небольших значениях ϵ и высоких напряжениях может приводить к подавлению формирования электронных структур.

Благодарности

В завершение настоящей диссертационной работы хочу искренне поблагодарить моих научных руководителей: д.ф.-м.н., профессора Короновского Алексея Александровича и д.ф.-м.н., профессора Храмова Александра Евгеньевича. Также хотелось бы выразить искреннюю благодарность старшему лектору университета Лафборо, к.ф.-м.н. Баланову Александру Геннадиевичу за помощь, поддержку и ценные советы на протяжении всего времени подготовки настоящей диссертационной работы.

Список литературы

- [1] H. Matsumoto, H. Yokoyama, D. Summers, *Computer simulations of the chaotic dynamics of the Pierce beam-plasma system*, Phys. Plasmas **3** (1996), No. 1, 177.
- [2] J. M. Finn, Diego del Castillo-Negrete, Daniel C. Barnes, *Destabilization of the $m = 1$ diocotron mode in non-neutral plasmas*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000), No. 11, 2401–2404.
- [3] T. Klinger, C. Schroder, D. Block, F. Greiner, A. Piel, G. Bonhomme, V. Naulin, *Chaos control and taming of turbulence in plasma devices*, Phys. Plasmas **8** (2001), No. 5, 1961–1968.
- [4] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, I. S. Rempen, *Controlling chaos in spatially extended beam-plasma system by the continuous delayed feedback*, Chaos **16** (2006), No. 1, 013123.
- [5] A. Amann, J. Schlesner, A. Wacker, E. Schöll, *Chaotic front dynamics in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **65** (2002), No. 19, 193313.
- [6] M. T. Greenaway, A. G. Balanov, E. Schöll, T. M. Fromhold, *Controlling and enhancing terahertz collective electron dynamics in superlattices by chaos-assisted miniband transport*, Phys. Rev. B **80** (2009), 205318.
- [7] B. B. Godfrey, *Oscillatory nonlinear electron flow in Pierce diode*, Phys. Fluids **30** (1987), 1553.

- [8] T. Klinger, A. Latten, A. Piel, E. Bonhomme, Th. Pierre, *Chaos and turbulence studies in low- β plasmas*, Plasma Phys. Control. Fusion **39** (1997), 145.
- [9] A. Madon and T. Klinger, *A model for the bifurcations in plasma drift-waves*, Physica D **102** (1997), 355.
- [10] M. T. Greenaway, *Single particle and collective dynamics in periodic potentials*, Ph.D. thesis, University of Nottingham, 2010.
- [11] H. Le. Person, C. Minot, L. Boni, J. F. Palmier, F. Mollot, *Gunn oscillations up to 20 ghz optically induced in gaas/alas superlattice*, Appl. Phys. Lett. **60** (1992), No. 19, 2397.
- [12] D. E. McCumber and A. G. Chynoweth, *Theory of negative – conductance amplification and of Gunn instabilities in “two-valley” semiconductors*, IEEE Transactions on Electron Devices **ED-13** (1966), No. 1, 4–21.
- [13] R. E. Miles, P. Harrison, D. Lippens (eds.), *Terahertz sources and systems*, Kluwer, Dordrecht, 2001.
- [14] K. Kawase, Y. Ogawa, Y. Watanabe, H. Inoue, *Non-destructive terahertz imaging of illicit drugs using spectral fingerprints*, Optics Express **11** (2003), No. 20, 2549–2554.
- [15] B. Ferguson and X. C. Zhang, *Materials for terahertz science and technology*, Nature Materials **1** (2002), 26–33.
- [16] Б. П. Безручко, Л. В. Булгакова, С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков, *Стохастические колебания и неустойчивость в лампе обратной волны*, Радиотехника и электроника **28** (1983), No. 6, 1136.

- [17] Б. П. Безручко, Д. И. Трубецков, А. П. Четвериков, *Электронные приборы с поперечным взаимодействием*, Обзоры по электронной технике. Сер. 1 “Электроника СВЧ”. Вып. 9(383), М.: ЦНИИ “Электроника”, 1976.
- [18] Б. П. Безручко, С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков, *Экспериментальное наблюдение стохастических автоколебаний в динамической системе электронный пучок — обратная электромагнитная волна*, Письма в ЖЭТФ **29** (1979), No. 3, 180–184.
- [19] Е. Н. Егоров, Ю. А. Калинин, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Исследование зависимости мощности СВЧ-генерации низковольтного виркатора от управляющих параметров*, ЖТФ **77** (2007), No. 10, 139–142.
- [20] Ю. А. Калинин, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Исследование широкополосных хаотических СВЧ-колебаний в гибридной системе “лампа бегущей волны – коллектор-генератор”*, ЖТФ **78** (2008), No. 5, 83–88 .
- [21] Ю. А. Калинин, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, Е. Н. Егоров, Р. А. Филатов, *Экспериментальное и теоретическое исследование хаотических колебательных явлений в нерелятивистском электронном потоке с виртуальным катодом*, Физика плазмы **31** (2005), No. 11, 1009–1025.
- [22] Ю. А. Калинин and А. Е. Храмов, *Экспериментальное исследование влияние внешнего сигнала на СВЧ-колебания в нерелятивистском электронном пучке с виртуальным катодом*, Письма в ЖТФ **32** (2006), No. 13, 88–94 .

- [23] Н. М. Рыскин and А. М. Шигаев, *Сложная динамика двухрезонаторного клистрона-генератора с запаздывающей обратной связью*, Журнал Технической Физики **10** (2006), No. 1, 72–81.
- [24] Д. И. Трубецков, И. С. Ремпен, Н. М. Рыскин, В. Н. Титов, А. Е. Храмов, *Управление сложными колебаниями в распределенных системах сверхвысокочастотной электроники*, Радиотехника **67** (2003), No. 2 .
- [25] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Совместные колебания, включая режимы синхронизации, в гиросгенераторах со встречной волной и связанными линиями передачи*, Радиотехника и электроника **49** (2004), No. 9, 1118–1127.
- [26] Д. И. Трубецков and Л. А. Пищик, *Черенковские нерелятивистские плазменные СВЧ приборы*, Физика плазмы **15** (1989), No. 3, 200.
- [27] А. А. Кураев, В. Б. Байбурин, Е. М. Ильин, *Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов*, Мн.: Навука і тэхніка, 1990 .
- [28] О. Е. Глухова, А. С. Колесникова, И. С. Нефедов, М. М. Слепченков, *аноизлучатель гига- и терагерцового диапазонов на основе углеродного наностручка: численное моделирование*, Письма в ЖЭТФ **99** (2014), No. 6, 398–402.
- [29] О. Е. Глухова, А. С. Колесникова, И. С. Нефедов, И. Н. Салий, М. М. Слепченков, and Г. В. Савостьянов, *Углеродная нанотрубка как излучающий элемент терагерцевой антенны: математическое моделирование*, Антенны **7** (2013), 66–70.
- [30] F. Klappenberger, A. A. Ignatov, S. Winnerl, E. Schomburg, W. Wegscheider, K. F. Renk, M. Bichler, *Broadband semiconductor*

- superlattice detector for THz radiation*, Applied Physics Letters **78** (2001), 1673.
- [31] С. В. Гришин, В. С. Гришин, А. Е. Храмов, Ю. П. Шараевский, *Генерация широкополосного хаотического сигнала в автоколебательной системе с нелинейной линией передачи на магнитостатических волнах*, ЖТФ **78** (2008), No. 5, 89.
- [32] M. I. Balakin, L. A. Kochkurov, L. A. Melnikov, V. Astakhov, *Numerical modeling of terahertz generation via difference-frequency mixing in two-color laser*, Proc. of SPIE **8699** (2013), No. 869912, 1.
- [33] А Усанов, Д, А. В. Скрипаль, А. В. Романов, *Управление СВЧ-характеристиками композитных материалов с наполнителем из углеродных нанотрубок воздействием ультрафиолетового излучения*, Журнал технической физики **83** (2013), No. 3, 91–95.
- [34] P. N. Dmitriev, V. P. Koshelets, A. S. Sobolev, A. L. Pankratov, V. V. Khodos, V. L. Vaks, A. M. Baryshev, P. R. Wesselius, J. Mygind, *Linewidth of josephson flux flow oscillators*, Physica C **372–376** (2002), 316–321.
- [35] А Усанов, Д, А. В. Скрипаль, В Угрюмова, Н, Б Вениг, С, В. Е. Орлов, *Возникновение режима отрицательного дифференциального сопротивления и переключения в туннельном диоде под действием внешнего СВЧ-сигнала*, Физика и техника полупроводников **34** (2000), No. 5, 567–571.
- [36] А Усанов, Д and А. В. Скрипаль, *Эффект невязности в диоде Ганна в скрещенных стационарных электрическом и магнитном полях*, Изв.вузов. Радиоэлектроника **30** (1987), No. 5, 53–55.

- [37] A. L. Pankratov, A. V. Gordeeva, L. S. Kuzmin, *Drastic suppression of noise-induced errors in underdamped long josephson junctions*, Physical Review Letters **109** (2012), No. 087003, 1–4.
- [38] В. Н. Гусятников, И. С. Нефедов, Ю. А. Морозов, *Оптическая перестройка фотонной запрещенной зоны в классической полупроводниковой сверхрешетке при импульсном световом воздействии Диссертации в Техносфере: <http://tekhnosfera.com/vysokochastotnye-elektronnye-protsessy-v-poluprovodnikovyh-klassicheskikh-s>*, Известия Академии наук. Серия физическая **65** (2001), No. 2, 303–306 .
- [39] J. C. Cao and X. L. Lei, *Synchronization and chaos in miniband semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **60** (1999), No. 3, 1871–1878.
- [40] Herbert Kroemer, *Large-amplitude oscillation dynamics and domain suppression in a superlattice Bloch oscillator*, arXiv:cond-mat/0009311 (2000).
- [41] B. Laikhtman and D. Miller, *Theory of current-voltage instabilities in superlattices*, Phys. Rev. B **48** (2013), No. 8, 5395–5412.
- [42] L. L. Bonilla, R. Escobedo, A. Perales, *Generalized drift-diffusion model for miniband superlattices*, Phys. Rev. B **68** (2003), No. 24, 241304.
- [43] L. L. Bonilla and H. T. Grahn, *Non-linear dynamics of semiconductor superlattices*, Rep. Prog. Phys. **68** (2005), 577–683.
- [44] Ethan H. Cannon, Feodor V. Kusmartsev, Kirill N. Alekseev, David K. Campbell, *Absolute negative conductivity and spontaneous current generation in semiconductor superlattices with hot electrons*, Phys. Rev. Lett. **85** (2000), No. 6, 1302–1305.

- [45] N. V. Demarina, A. Lissauskas, H. G. Roskos, *Electron ensemble coherence and terahertz radiation amplification in a cascade superlattice structure*, Microelectronics Journal **39** (2008), 624–627.
- [46] C. P. Endres, F. Lewen, T. F. Giesen, S. Schlemmer, D. G. Paveliev, Y. I. Koschurinov, V. M. Ustinov, A. E. Zhucov, *Application of superlattice multipliers for high-resolution terahertz spectroscopy*, Review of Scientific Instruments **78** (2007), No. 4, 043106.
- [47] J. Hizanidis, A. G. Balanov, A. Amann, E. Schöll, *Noise-induced front motion: Signature of a global bifurcation*, Phys. Rev. Lett. **96** (2006), No. 24, 244104.
- [48] Amann A. Jappsen A.-K., A. Wacker, E. Schöll, E. Schomburg, *High-frequency impedance of driven superlattices*, J. Appl. Phys. **92** (2002), 3137.
- [49] K. N. Alekseev and J. Isohatala, *Rectification of terahertz radiation in semiconductor superlattices in the absence of domains*, J. Phys. Condens. Matter. **24** (2012), No. 14, 145303.
- [50] G. K. Rasulova, M. V. Golubkov, A. V. Leonov, P. N. Brunkov, A. E. Zhukov, V. M. Ustinov, S. O. Usov, S. G. Konnikov, *Domain boundary instability in weakly coupled gaas/algaas superlattices*, Superlattices and Microstructures **2** (2005), No. 37, 139.
- [51] R. Tsu, *Superlattices to nanoelectronics*, Elsevier, 2005.
- [52] А Усанов, Д and А. В. Скрипаль, *Физика полупроводников. Явления переноса в структурах с туннельно-тонкими полупроводниковыми слоями*, Изд-во Саратовского университета, 1996.
- [53] Л. В. Келдыш, *Свойства полупроводниковых сверхрешеток*, Физика твердого тела (1962), No. 4, 2265.

- [54] Leo Esaki and R. Tsu, *Superlattices and negative differential conductivity in semiconductors.*, IBM Journal of Research and Development **14** (1970), No. 1, 61–65.
- [55] T. M. Fromhold, A. A. Krokhin, C. R. Tench, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, F. W. Sheard, L. Eaves, *Effects of stochastic webs on chaotic electron transport in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001), No. 4, 046803.
- [56] T. M. Fromhold, A. Patane, S. Bujkiewicz, P. B. Wilkinson, D. Fowler, D. Sherwood, S. P. Stapleton, A. A. Krokhin, L. Eaves, M. Henini, N. S. Sankeshwar, F. W. Sheard, *Chaotic electron diffusion through stochastic webs enhances current flow in superlattices*, Nature **428** (2004), 726–730.
- [57] D. P. A. Hardwick, *Quantum and semiclassical calculations of electron transport through a stochastic system. thesis for the degree of doctor of philosophy*, University of Nottingham, November 2007.
- [58] А. Г. Баланов, М. О. Журавлев, А. А. Короновский, А. О. Сельский, М. В. Ханенко, А. Е. Храмов, С. А. Шурыгина, *К вопросу о моделировании распределения электронов по импульсам в полупроводниковой сверхрешетке*, Вестник ТГУ **15** (2010), No. 2, 519–523.
- [59] А. Г. Баланов, А. А. Короновский, А. О. Сельский, А. Е. Храмов, *Влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в полупроводниковой сверхрешетке в продольном электрическом и наклонном магнитном полях*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **18** (2010), No. 3, 128–139.
- [60] А. О. Selskii, А. А. Koronovskii, А. Е. Hramov, О. I. Moskalenko, К. N. Alekseev, М. T. Greenaway, F. Wang, T. M. Fromhold, А. V. Shorokhov,

- N. N. Khvastunov, A. G. Balanov, *Effect of temperature on resonant electron transport through stochastic conduction channels in superlattices*, Phys. Rev. B **84** (2011), 235311.
- [61] А. Г. Баланов, М. Т. Гринавей, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. О. Сельский, Т. М. Фромхолд, А. Е. Храмов, *Влияние температуры на нелинейную динамику заряда в полупроводниковой сверхрешетке в присутствии магнитного поля*, Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики **141** (2012), No. 3, 960–965.
- [62] А. О. Сельский, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, А. Г. Баланов, *Влияние межминизонного туннелирования на генерацию тока в полупроводниковой сверхрешетке*, Материалы 23-й Международной Крымской конференции "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии"(КрыМиКо'2013), Sevastopol, Crimea, Ukraine, 9–13 September 2013 года, 2013, 135–136 .
- [63] А. О. Сельский, *Моделирование движения электрона в сверхрешетке под действием электрического и наклонного магнитного полей*, Материалы XV научной школы «Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики – Нелинейные волны – 2010», Нижний Новгород, 6–12 марта 2010 года, March 2010, 115–116 .
- [64] А. О. Selskii, *Simulation of the electron motion in a semiconductor superlattice under the influence of the external electric and tilted magnetic fields*, Papers from the conference for young scientists «Presenting Academic Achievements to the World», Саратов, 29–30 марта 2010 года, March 2010, 118–120.
- [65] А. Г. Баланов, А. А. Короновский, А. О. Сельский, А. Е. Храмов, *Исследование влияния температуры на ток, протекающий через по-*

- лупроводниковую сверхрешетку*, Материалы IX Международной школы «Хаотические автоколебания и образование структур» ХАОС-2010, Саратов, 4–9 октября 2010 года, October 2010, 133–134.
- [66] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, О. И. Москаленко, А. Г. Баланов, А. О. Сельский, *Нелинейная динамика электронных доменов в полупроводниковой сверхрешетке.*, XV Международной юбилейной зимней школы-семинара по электронике сверхвысоких частот и радиофизике, Саратов, 6–11 февраля 2012 года, February 2012, 27–28.
- [67] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, О. И. Москаленко, А. Г. Баланов, А. О. Сельский, *Влияние температуры на дрейфовую скорость электронов в полупроводниковой сверхрешетке под действием наклонного магнитного поля*, Материалы 22-й Международной Крымской конференции "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии"(КрыМиКо'2012), Sevastopol, Crimea, Ukraine, 10–14 September 2012 года, 2012, 183–184.
- [68] А. О. Сельский, А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, А. Г. Баланов, *Электронный транспорт в полупроводниковых сверхрешетках с различным периодом и шириной энергетической минизоны*, Материалы VIII Всероссийской Научной Конференции Молодых Ученых "Наноэлектроника, Нанофотоника И Нелинейная Физика - 2013 Саратов, 3–5 сентября 2013 года, September 2013, 195–197.
- [69] А. Г. Баланов, А. А. Короновский, В. А. Максименко, А. О. Сельский, А. Е. Храмов, *Безразмерные нелинейные уравнения для описания динамики полупроводниковой сверхрешетки в полуклассическом приближении*, Вестник ТГУ **17** (2012), No. 4, 1118–1120.

- [70] А. О. Сельский, *Изучение поведения электронов вблизи блох-циклотронных резонансов*, Вестник ННГУ **1** (2013), No. 3, 186–189.
- [71] Храмов А.Е. Баланов А.Г. Короновский А.А., Сельский А.О., *Программа расчета дрейфовой скорости электрона в сверхрешетке, под действием электрического и наклонного магнитного полей. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ по 2010610355*, Tech. report, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 11.01.2010., 2010.
- [72] Баланов А.Г. Короновский А.А., Сельский А.О., *Программа для моделирования распределения электронов по импульсам в сверхрешетке. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ по 2010613661*, Tech. report, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 04.06.2010., 2010.
- [73] Короновский А.А. Храмов А.Е. Сельский А.О. Москаленко О.И., Баланов А.Г., *Программа для ЭВМ для расчета дрейфовой скорости электрона в полупроводниковой сверхрешетке с учетом влияния температуры и конечной ширины запрещенной зоны. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ по 2014610107*, Tech. report, Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 09.01.2014., 2014.
- [74] R. Wacker, *Semiconductor superlattices: a model system for nonlinear transport*, Physics Reports **357** (2002), 1.
- [75] A. G. Balanov, D. Fowler, A. Patane, L. Eaves, T. M. Fromhold, *Bifurcations and chaos in semiconductor superlattices with a tilted magnetic field*, Phys. Rev. E **77** (2008), No. 2, 026209.

- [76] А. Я. Шик, *Сверхрешетки-периодические полупроводниковые структуры*, Физика и техника полупроводников **8** (1974), 1841.
- [77] A. Wacker, *Semiconductor superlattices: a model system for nonlinear transport*, Physics Reports **357** (2002), 1–111.
- [78] А. А. Игнатов and В. И. Шашкин, *Блоховские осцилляции электронов и неустойчивость волн пространственного заряда в полупроводниковых сверхрешетках*, ЖЭТФ **93** (1987), 935.
- [79] Ф. Г. Басс, В. В. Зорченко, В. И. Шашора, *Штрак-циклотронный резонанс в полупроводниках со сверхрешеткой*, Письма в ЖЭТФ **31** (1980), No. 6, 345–347.
- [80] Ф. Г. Басс, В. В. Зорченко, В. И. Шашора, *К теории гальваномагнитных и высокочастотных явлений в полупроводниках со сверхрешеткой*, Физика и техника полупроводников **15** (1981), 459.
- [81] M. T. Greenaway, A. G. Balanov, D. Fowler, A. J. Kent, T. M. Fromhold, *Using acoustic waves to induce high-frequency current oscillations in superlattices*, Phys. Rev. B **81** (2010), 235313.
- [82] F. Takens, *Detecting strange attractors in dynamical systems and turbulence*, Lectures Notes in Mathematics (D. Rand and L.-S. Young, eds.), N. Y.: Springer-Verlag, 1981, 366.
- [83] M. J. Feigenbaum, *Quantitative universality for a class of nonlinear transformation*, J. Stat. Phys. **19** (1978), No. 1, 25.
- [84] M. J. Feigenbaum, *The universal metric properties of nonlinear transformations*, J. Stat. Phys. **21** (1979), No. 6, 669–706.

- [85] Clarence Zener, *A Theory of the Electrical Breakdown of Solid Dielectrics*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A **145** (1934), No. 855, 523–529.