РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИКЛАДНОЙ И ПРАКТИЧЕСКОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ (НА ПРИМЕРЕ ИНТЕГРИРОВАННОГО УРОКА)

Н. Н. Чернова
Колледж радиоэлектроники имени П. Н. Яблочкова Саратовского государственного университета имени Н. Г. Чернышевского

Изменения, происходящие в нашем обществе, требуют переноса акцента образования с усвоения знаний на развитие ключевых компетенций, то есть способностей решать комплексные жизненно-ориентированные проблемы. В соответствии с ФГОС третьего поколения осуществляется переход к компетентностной модели образования, происходит обновление его структуры и содержания[1].

В связи с этим одним из направлений активных поисков новых педагогических решений в профессиональном образовании является реализация прикладной и практической направленности обучения математике.

Широко распространено мнение, что математика слишком суха и абстрактна, слишком далека от реальной жизни, чтобы было интересно ею заниматься. На самом деле она увлекательна и занимательна потому, что в сжатой, но емкой форме выражает способности и особенности нашего мышления и психологии познания окружающего мира. Ее методы активно применяются в повседневной жизни, а также для решения различных задач, возникающих в ходе изучения других дисциплин. В этом проявляется ее прикладная и практическая направленность, пути реализации которой – чрезвычайно широкая методическая проблема[2].

Одной из форм, позволяющих реализовать прикладную и практическую направленность в обучении математике, являются интегрированные уроки. Интегрированный урок – это учебное занятие, на котором обозначенная тема рассматривается с различных точек зрения, средствами нескольких предметов (курсов)[3]. Цель интегрированного урока – создать условия мотивированного практического применения знаний, навыков и умений, дать студентам возможность увидеть результаты своего труда. Структура интегрированных уроков – четкость, компактность, сжатость, логическая взаимообусловленность учебного материала на каждом этапе занятия, большая информативная емкость материала.

Практика показывает, что подготовка и проведение интегрированных уроков способствует формированию профессиональных компетенций студентов и получению ими адекватной оценки значимости изучаемых дисциплин для будущей профессиональной деятельности[4].

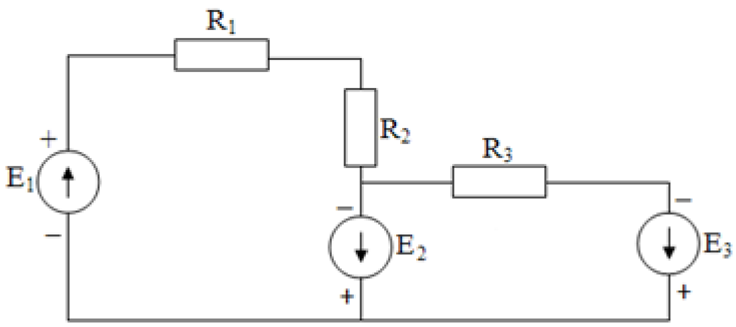
В настоящей статье остановимся на рассмотрении интегрированного урока на тему «Решение систем линейных уравнений» в трех его составляющих: электротехнике, численных методах и алгоритмизации и программировании. Интегрирующей в нашем случае является математическая дисциплина «Численные методы». Покажем, как задача по электротехнике может быть решена математическими методами с использованием вычислительной техники.

Электротехника

Одна из задач, возникающих на практике, связана с расчетом электрических цепей[5]. При этом часто необходимо определить токи, напряжения и мощности на всех участках цепи по заданным Э.Д.С. источников и сопротивлениям участков цепи.

После изучения теоретического материала рассмотрим пример задачи на расчет электрической цепи методом узловых и контурных уравнений.

Задача



Дано:

$E_1 = 34\ В$

$E_2 = 88\ В$

$E_3 = 18\ В$

$R_1 = 5{,}2\ Ом$

$R_2 = 9{,}5\ Ом$

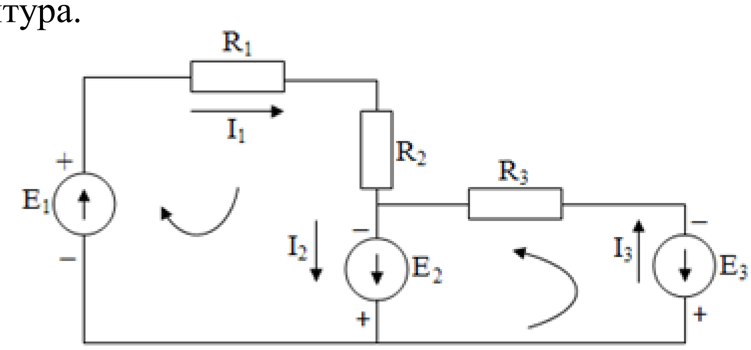
$R_3 = 12{,}1\ Ом$

$R_{01} = R_{02} = R_{03} = 0{,}5\ Ом$

Определить токи.

Решение.

1. Произвольно выберем направления токов в ветвях.
2. Произвольно выберем направления обхода контура.



3. Составим уравнение по I правилу Кирхгофа:

$$I_1 + I_3 = I_2.$$

4. Составим уравнения по II правилу Кирхгофа:

$$E_1 + E_2 = I_1(R_{01} + R_1 + R_2) + I_2 R_{02},$$
$$E_2 - E_3 = I_2 R_{02} + I_3(R_3 + R_{03}).$$

Таким образом, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2, \\ E_1 + E_2 = I_1(R_{01} + R_1 + R_2) + I_2 R_{02}, \\ E_2 - E_3 = I_2 R_{02} + I_3(R_3 + R_{03}). \end{cases}$$

Подставим в нее исходные данные:

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2, \\ 34 + 88 = I_1(0{,}5 + 5{,}2 + 9{,}5) + I_2 \cdot 0{,}5, \\ 88 - 18 = I_2 \cdot 0{,}5 + I_3(12{,}1 + 0{,}5). \end{cases}$$

После преобразований приходим к системе трех линейных уравнений с тремя неизвестными I_1, I_2, I_3:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0, \\ 15{,}2I_1 + 0{,}5I_2 = 122, \\ 0{,}5I_2 + 12{,}6I_3 = 70. \end{cases}$$

Численные методы

В настоящее время численные методы являются мощным математическим средством решения многих научно-технических проблем. Это связано как с невозможностью в большинстве случаев получить точное аналитическое решение, так и со стремительным развитием компьютерной техники. Существуют многочисленные стандартные программы и объективно ориентированные пакеты прикладных программ. Однако научным и инженерно-техническим работникам важно понимать сущность основных численных методов и алгоритмов, поскольку зачастую интерпретация результатов расчетов нетривиальна и требует специальных знаний особенностей применяемых методов.

После изучения теоретических основ метода Гаусса и метода Крамера[6] покажем, как они применяются для решения конкретной задачи на расчет электрической цепи:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0, \\ 15{,}2I_1 + 0{,}5I_2 = 122, \\ 0{,}5I_2 + 12{,}6I_3 = 70. \end{cases}$$

Обозначив, как принято в математике, $I_1 = x_1,\ I_2 = x_2,\ I_3 = x_3$, получим:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 15{,}2x_1 + 0{,}5x_2 = 122, \\ 0{,}5x_2 + 12{,}6x_3 = 70. \end{cases}$$

Чтобы лучше разобраться в сути методов, решим «вручную» полученную систему трех линейных уравнений с тремя неизвестными.

Приведем решение по формулам Крамера.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 15{,}2x_1 + 0{,}5x_2 = 122, \\ 0{,}5x_2 + 12{,}6x_3 = 70. \end{cases}$$

Главный определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 15{,}2 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 12{,}6 \end{vmatrix} = 205{,}42.$$

Так как $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_{x_1}}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_{x_2}}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_{x_3}}{\Delta}.$$

Вспомогательные определители:

$$\Delta_{x_1} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 122 & 0{,}5 & 0 \\ 70 & 0{,}5 & 12{,}6 \end{vmatrix} = 1563{,}2;$$

$$\Delta_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 15{,}2 & 122 & 0 \\ 0 & 70 & 12{,}6 \end{vmatrix} = 2601{,}2;$$

$$\Delta_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 15{,}2 & 0{,}5 & 122 \\ 0 & 0{,}5 & 70 \end{vmatrix} = 1038.$$

Применяя формулы Крамера, получаем:

$$x_1 = \frac{1563{,}2}{205{,}42} = 7{,}61; \quad x_2 = \frac{2601{,}2}{205{,}42} = 12{,}67; \quad x_3 = \frac{2601{,}2}{205{,}42} = 5{,}05.$$

Ответ. $x_1 = 7{,}62;\ x_2 = 12{,}67;\ x_3 = 5{,}05.$

Таким образом, возвращаясь к нашей задаче на расчет электрической цепи, получаем: $I_1 = 7{,}62\,A;\ I_2 = 12{,}67\,A;\ I_3 = 5{,}05\,A$.

После анализа полученного решения можно попросить студентов ответить на вопрос: «Можно ли считать полученный ответ точным? Или он является только приближенным? Почему?»

В качестве ответа можно заметить, что большинство расчетов оперируют с величинами, измеряемыми с определенной степенью точности (путь, время, сила тока, напряжение и т.д.). Следовательно, и решение этих задач (а значит, и нашей задачи) не может по точности превышать точность исходных величин.

Интересно, что хотя эти методы дают решение за конечное (точно определяемое для каждого метода) число операций, в отношении их не употребляется термин «точные методы», так как в ходе их реализации возникает так называемая погрешность округления.

После выполнения вычислений двумя методами и сравнения полученных результатов можно обсудить со студентами вопрос о том, какой из двух рассмотренных методов предпочтительнее другого.

Известно, что при вычислении определителей для нахождения решения системы линейных уравнений по правилу Крамера требуется приблизительно $n \cdot n!$ арифметических операций типа умножения[7]. Общее количество арифметических действий при решении системы линейных уравнений n-го порядка методом Гаусса[8] имеет порядок $\sim n^3$. Таким образом, количество арифметических операций при решении системы линейных уравнений в методе Гаусса на порядок меньше, чем в методе Крамера. Это значит, что уже при $n \geq 4$ целесообразно использовать метод Гаусса. Показано, что использование метода Гаусса позволяет уменьшить время, необходимое для решения системы, до величины менее одной секунды[9].

Можно также рассмотреть с обучающимися оценку погрешностей рассмотренных методов решения систем линейных уравнений.

Алгоритмизация и программирование

В настоящее время происходит активное развитие информационных технологий. Повышение мощности компьютерной техники требует разработки нового программного обеспечения, способного решать разнообразные задачи по обработке информации. Появление нового поколения операционных систем делает необходимым создание совместимых версий программного обеспечения[10]. Этим объясняется востребованность профессии программиста в наши дни. Чтобы стать хорошим техником-программистом, необходимо изучать языки программирования, разрабатывать алгоритмы, составлять и отлаживать программы, с помощью ЭВМ решать различные задачи, одной из которых является задача на расчет электрической цепи.

В качестве задания для самостоятельной работы студентам предлагается составить блок-схемы решения систем линейных уравнений методами Гаусса, Крамера. При этом целесообразно разбить обучающихся на группы и поручить каждой группе разработку блок-схемы какого-то одного метода.

После проверки правильности составленных блок-схем[11], обсуждения алгоритмов решения систем линейных уравнений методом Гаусса и по правилу Крамера студенты приступают к написанию программ на языке Quick Basic[12] или языке Turbo Pascal[13].

При этом важно понимать, что программирование как занятие сочетает в себе и элементы ремесла, и элементы творчества. Возможность творческого подхода обусловлена прежде всего тем, что для решения одной и той же задачи можно составить разные программы. Каждая из этих программ является плодом как воображаемого метода решения задачи, так и разнообразных манипуляций элементарными действиями – командами компьютера. Именно эти обстоятельства порождают возможность при составлении программы проявить фантазию, нетривиальную логику, специфику мышления и другие черты, свойственные творческим процессам. Поэтому большое внимание должно уделяться индивидуальной работе со студентами. Не следует требовать какого-либо единообразия в построении программ.

На следующем этапе занятия студенты занимаются отладкой своих программ[14], переходят к вычислениям и получают на ЭВМ ответ к задаче на расчет электрической цепи.

В заключительной части занятия можно просмотреть подготовленные студентами презентации на темы «Решение линейных систем с помощью математической программы Mathcad», «Решение линейных систем с помощью электронных таблиц Excel»[15].

Таким образом, рациональное соединение тем из разных дисциплин в ходе проведения данного интегрированного урока может служить средством повышения мотивации изучения математики, так как создает условия для практического применения знаний. Это позволяет приблизить студентов к профессиональной деятельности, где будущий техник-программист должен знать и уметь применять на практике освоенный учебный материал.

В заключение отметим, что математика, в отличие от других наук, не устаревает ни в одном из своих многочисленных разделов. Истины, достигнутые много веков назад, остаются истинами и сегодня, независимо от достижений техники, естественных и философских наук.

В то же время в связи со стремительным развитием науки, компьютерной техники изменяются и становятся более разнообразными технологии применения математических фактов и методов к решению самых разных задач.

Поэтому реализация прикладной и практической направленности обучения математике и сегодня является предметом многих исследований в образовании, оставаясь актуальной педагогической проблемой.

[1] См.: *Романовская А. Л.* Методика проведения интегрированных уроков в колледже. URL: http://festival.1september.ru/articles/612472/ (дата обращения 24.02.2015).

[2] См.: *Шапиро И. М.* Прикладная и практическая направленность обучения математике в средней общеобразовательной школе. URL: http://www.altspu.ru/Journal/pedagog/pedagog_5/a12.html (дата обращения: 22.02.2015).

[3] См.: Бинарный или интегрированный? Различие. URL: http://metodpresscentr.ru/blog/yangteacher/919.html (дата обращения: 22.02.2015).

[4] См.: Бинарный или интегрированный? Различие. URL: http://metodpresscentr.ru/blog/yangteacher/919.html (дата обращения: 22.02.2015).

[5] См.: Расчет электрической цепи постоянного тока методом узловых и контурных уравнений. URL: http://electrikam.com/raschyot-elektricheskoj-cepi-postoyannogo-toka-metodom-uzlovyx-i-konturnyx-uravnenij/ (дата обращения: 22.02.2015).

[6] См.: *Копченова Н. В., Марон И. А.* Вычислительная математика в примерах и задачах: Учеб. пособие. 2-е изд., стер. СПб., 2008. С. 43–47.

[7] См.: *Пирумов У. Г.* Численные методы: Учеб. пособие для студ. втузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М., 2003. С. 13.

[8] См.: *Фаддеев М. А., Марков К. А.* Основные методы вычислительной математики: Учеб. пособие. СПб., 2008. С. 65–66.

[9] См.: *Пирумов У. Г.* Указ. соч. С. 13.

[10] См.: Роль программирования в жизни человека. URL: http://fisdel.ru/news/2267-rol-programmirovanija-v-zhizni-cheloveka (дата обращения: 22.02.2015).

[11] См.: *Канцедал С. А.* Алгоритмизация и программирование: Учеб. пособие. М., 2008. С. 76–84.

[12] См.: *Светозарова Г. И., Мельников А. А., Козловский А. В.* Практикум по программированию на языке бейсик: Учеб. пособие для вузов. М., 1988. С. 202–207.

[13] См.: *Канцедал С. А.* Указ. соч. С. 281–283.

[14] См.: Задачи по программированию / авт.-сост. С. М. Окулов, Т. В. Ашихмина, Н. А. Бушмелева и др.; под ред. С. М. Окулова. М., 2006. С. 368–371.

[15] См.: *Лапчик М. П.* Численные методы: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / авт.-сост. М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер; под ред. М. П. Лапчика. 3-е изд., стер. М., 2007. С. 167–186.